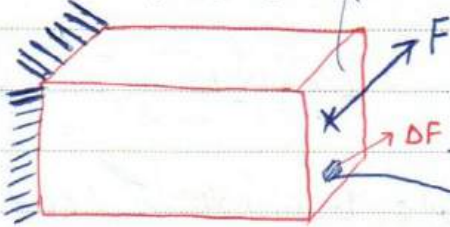


مفهوم تنش: تنش برابری است با شدت نیرو بر واحد سطح

سطح مقطع جسم است

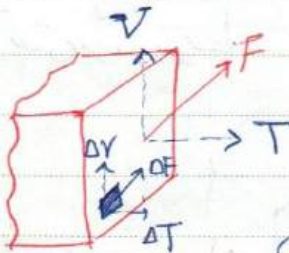


نیروی که بر روی همان ΔA اثر می کند

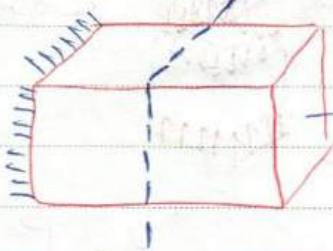
المان از سطح مقطع جسم

$$(A = \sum \Delta A)$$

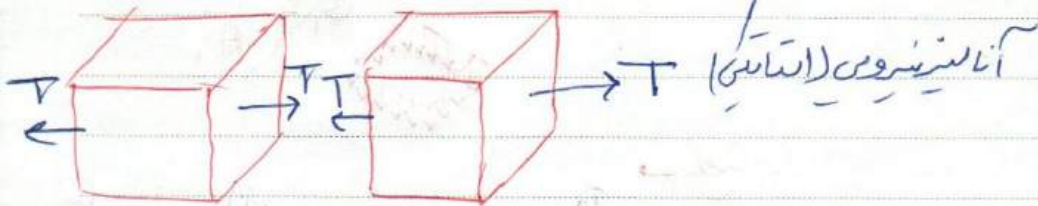
$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \text{تنش}$$



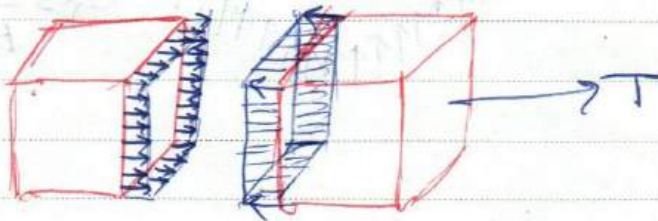
$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \text{تنش قائم} \quad \sigma = \frac{P}{A} \\ \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta A} = \text{تنش برشی} \quad \tau = \frac{V}{A} \end{array} \right.$$

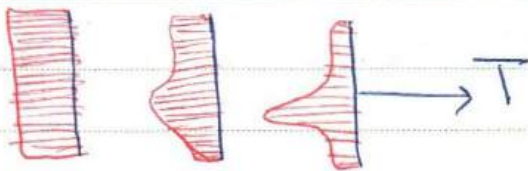


توزیع تنش برای یک عضو خالی



آنها نیرویی (استاتیکی)





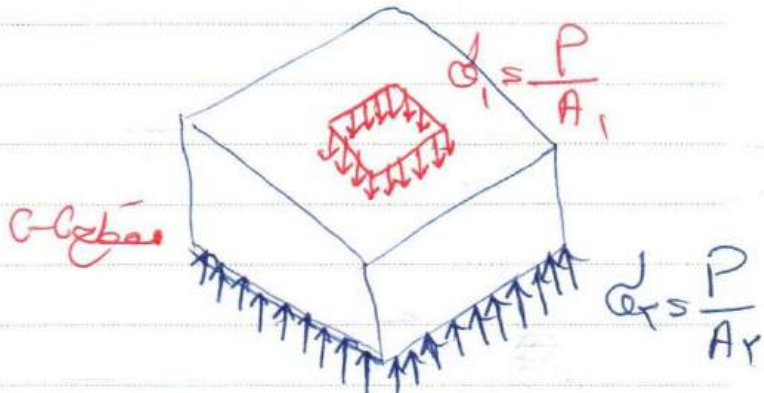
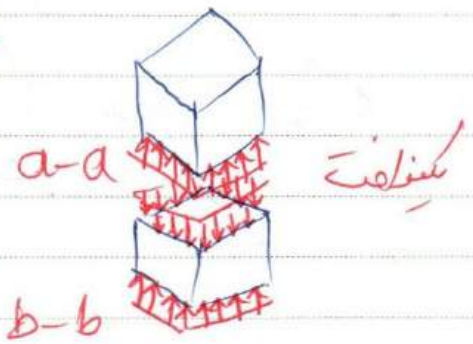
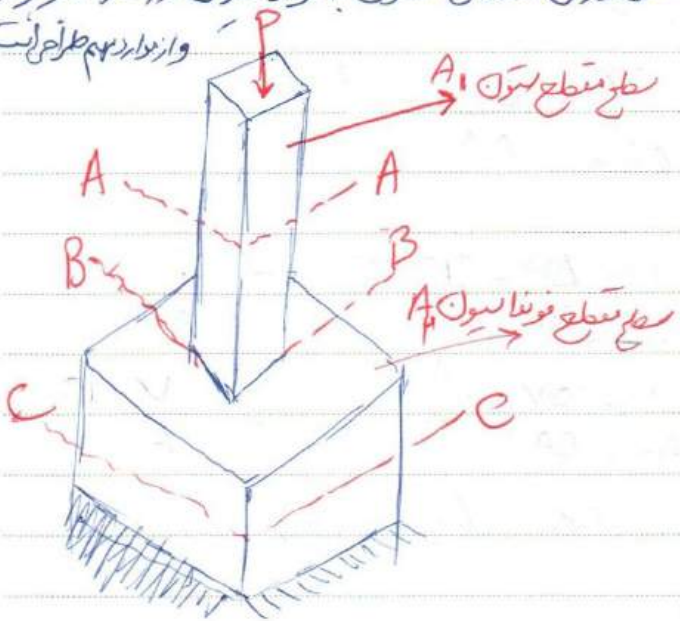
انواع تنش از نظر کاربرد

مکانیزم

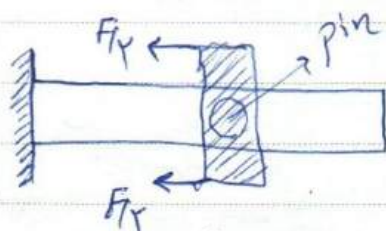
۱- تنش لهیدگی (bearing stress) : این تنش در محل اتصال ستون به فونداسیون در سازه ها وجود دارد و از دو طرف هم ظاهر می شود.

۲- تنش یا مکانی

۳- تنش برشی

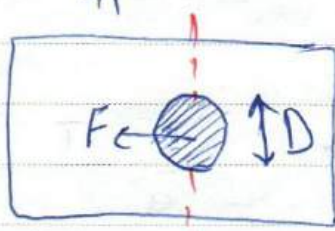


۲- تنش یا تا قانی (Bearing stress) این تنش در محل اتصال سازه ها که توسط پی یا سنج انجام شده باشد وجود می آید. (از نظر کاربرد پی در سازه های فولادین یا مقاطعات فلزانی

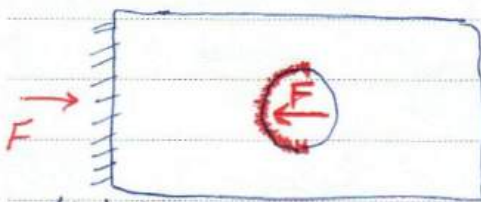


صلوات t

اراده من شود



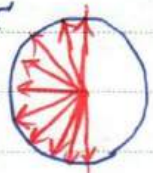
عرضه a



دیگایرام آزاد ورق بدون پی

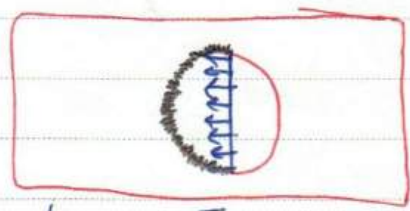
به این دلیل به این نوع تنش یا تا قانی گویند چون همی قیرو

از مرکز داردم گذر و محور بر محیط دایره است



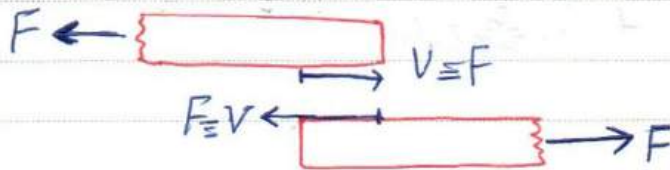
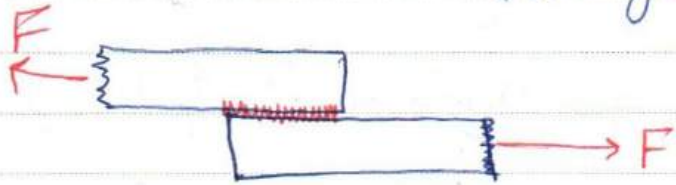
بر اساس تقریب، متوسط تنش فشاری من
سج و درین تحت عنوان تنش یا تا قانی به من
بتر تقریب من شود

$$\text{تنش یا تا قانی} = \frac{\text{نیروی وارد بر پی و ورق}}{\text{تصویر صفحه من دایره در جهت قائم}}$$

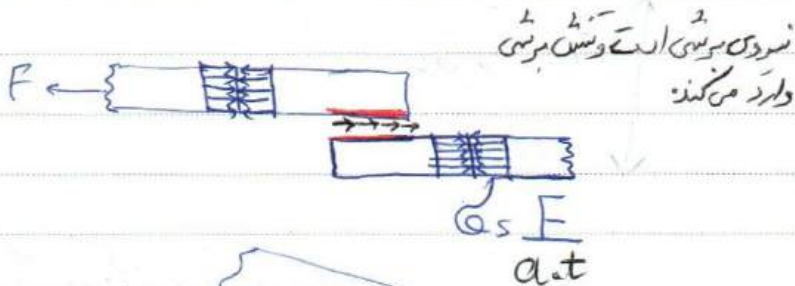


$$\sigma_b = \frac{F}{D \cdot t}$$

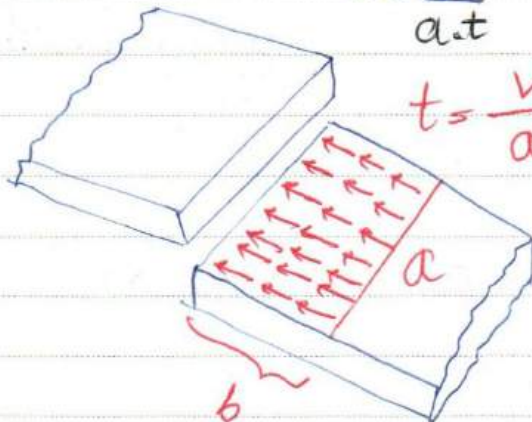
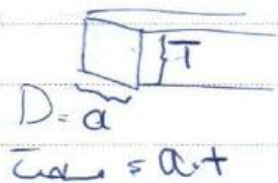
تشن برشی متوسط (average shear stress)



آمال برشی

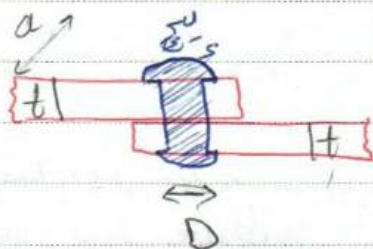


نمود برشی است و تشن برشی وارد می‌کند



$$t = \frac{V}{ab}$$

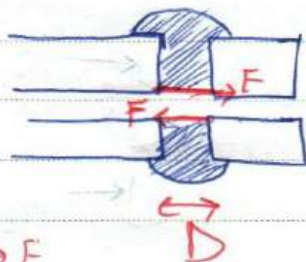
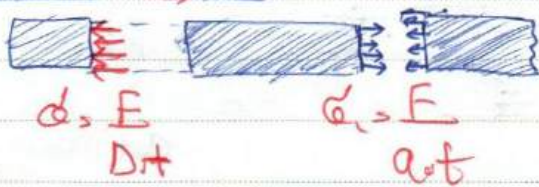
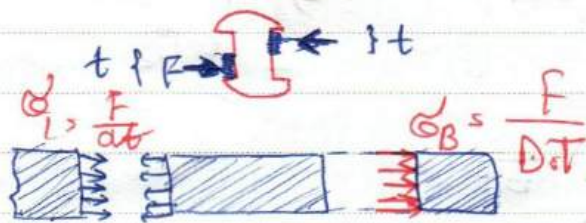
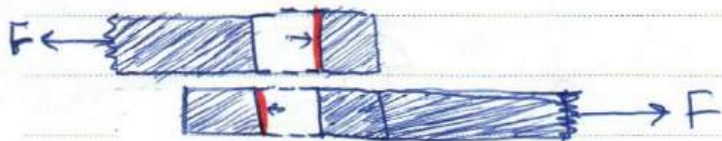
مثال) اتصال دو ورق که توسط یک پیچ بهم متصل شده اند در نظر گرفته انواع تنش های



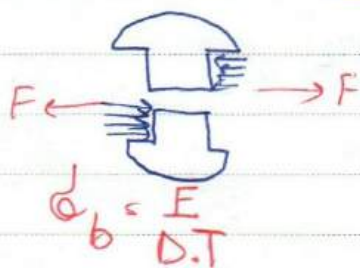
اتصال دو ورق بول
اصطلاحات

وجود در اتصال را بنامش دهید

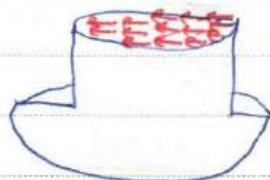
a عرض ورق



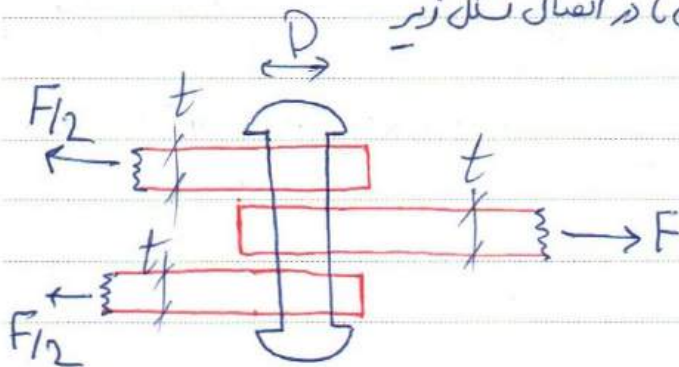
تنش کششی



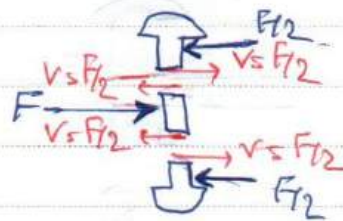
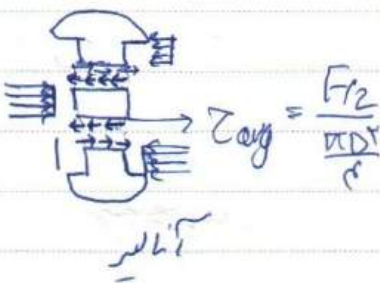
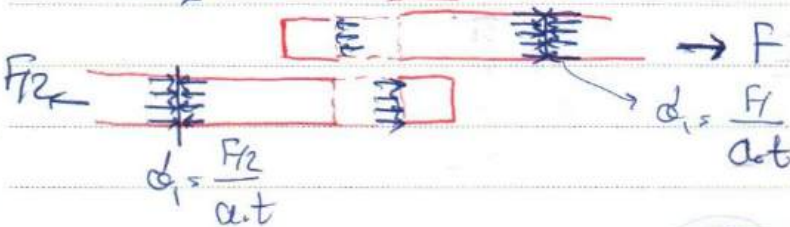
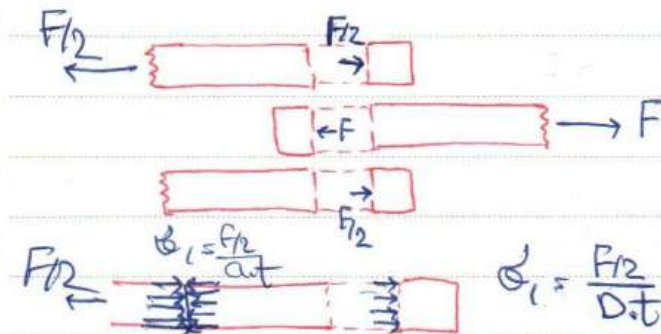
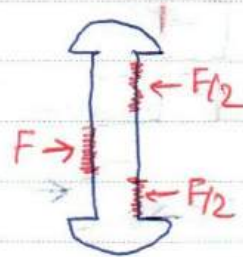
$$\tau_{avg} = \frac{F}{\pi \cdot D \cdot r}$$

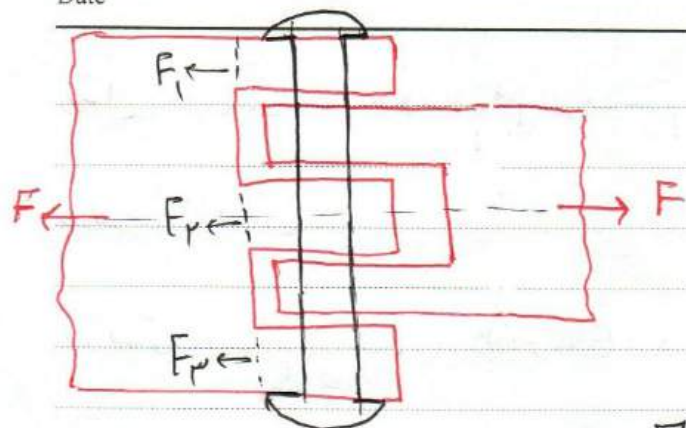


مثال) مطلوب است برای انواع شش گوش در اتصال شکل زیر



اتصال برش دو طرفه
(double shear connection)





مثال ۴

۳ نیروی F_1 و F_2 و F_3 را در ۳ شافتی

دندانها را در نظر می گیریم:

$$1) \sum F_x = 0$$

$$2) \sum F_y = 0$$

$$3) \sum m = 0 \rightarrow F_1 = F_3$$

اگر همان را حول محور مرکزی شکل بگیریم نتیجه می شود که $F_1 = F_3$ است اما این شکل حالت نامعین از نیرو را به ما می دهد و تعداد مجهولات از معادلات بیشتر است پس باید از کرنش و تغییر طول شکل استفاده کنیم.

$$4) \text{همان تغییر طول} \Rightarrow \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3$$

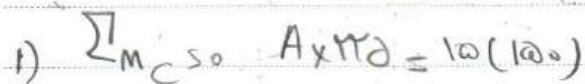
$$\frac{F_1 \cdot L}{A \cdot E} = \frac{F_2 \cdot L}{A \cdot E} = \frac{F_3 \cdot L}{A \cdot E}$$

$$\hookrightarrow F_1 = F_2 = F_3 = \frac{1}{3} F \quad \checkmark$$

مطلوبت نفس

۱- تنش های قائم در اعضای AB و BC.

۲۔ تپش کی بیماریاں و مرض در اطفال



$$R_A = \sqrt{(6.75)^2 + (10.5)^2} = 12.511 \text{ kN}$$

$$\frac{A_y}{A_m} = \frac{V_a}{100}$$

$$1) \sum F_x = 0 \quad C_x + A_x = 10 \text{ kN}$$

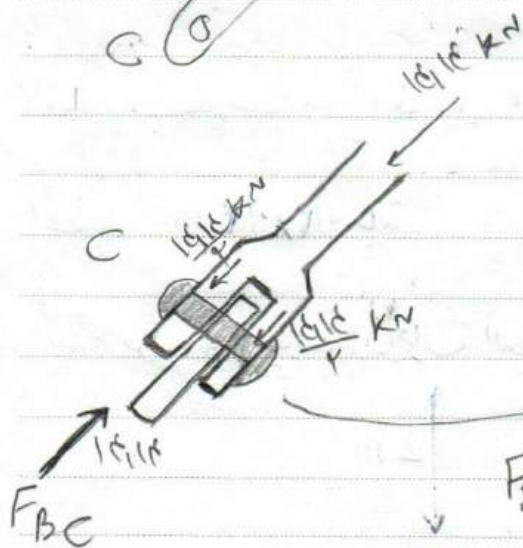
$$R_C = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14.14 \text{ kN} \quad \checkmark$$

$$2) \sum F_y = 0 \quad C_y + A_y = 10 \text{ kN} \quad C_y = 10 \text{ kN} \quad \checkmark$$

$$(1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1 \text{ Pa} \Rightarrow \frac{1 \text{ N}}{\text{mm}^2} = 1 \text{ MPa})$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{11.14 \times 10^3}{10 \times 4 (\text{mm}^2)} = 1418 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{14.14 \times 10^3}{10 \times 4 \text{ mm}^2} = 1418 \text{ MPa} \quad \checkmark$$



$$\sigma_{b1} = \frac{F_{BC}/2}{D \cdot t_1} = \frac{14.14 \times 10^3 / 2}{10 \times 6} = 1418 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b2} = \frac{F_{BC}/2}{D \cdot t_2} = \frac{14.14 \times 10^3 / 2}{10 \times 6} = 1418 \text{ MPa}$$

$$\tau_{avg} = \frac{F_{BC}/2}{\pi \cdot D^2 / 4} = \frac{14.14 \times 10^3 / 2}{\pi (10)^2 / 4} = 1418 \text{ MPa}$$

$$\tau_{avg} = \frac{F_{BC}/2}{\pi \cdot D^2 / 4} = \frac{14.14 \times 10^3 / 2}{\pi (10)^2 / 4}$$

معیارهای طراحی برای اعضای محوری

مبنای طراحی ← تنش مجاز

برای تعیین تنش مجاز، نمونه‌ای مشابه از سازه مورد نظر در آزمایشگاه تحت آزمون کشش قرار داده تا نمونه گسیخته شود، نیروی نهایی را با F_u نمایش می‌دهیم در این صورت

تنش نهایی (یا گسیختگی) برابر است با:

$$\sigma_u = \frac{F_u}{A} \quad \text{ultimate stress}$$

$$\text{تنش نهایی} = \frac{\text{نیروی نهایی}}{\text{مساحت مقطع عضو}}$$

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{\gamma_F} \quad \text{safety factor}$$

$$\text{تنش مجاز} = \frac{\text{تنش نهایی}}{\text{ضریب اطمینان}}$$

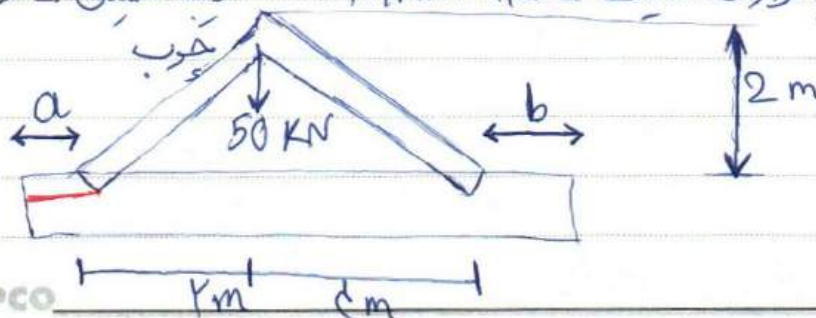
allowable stress

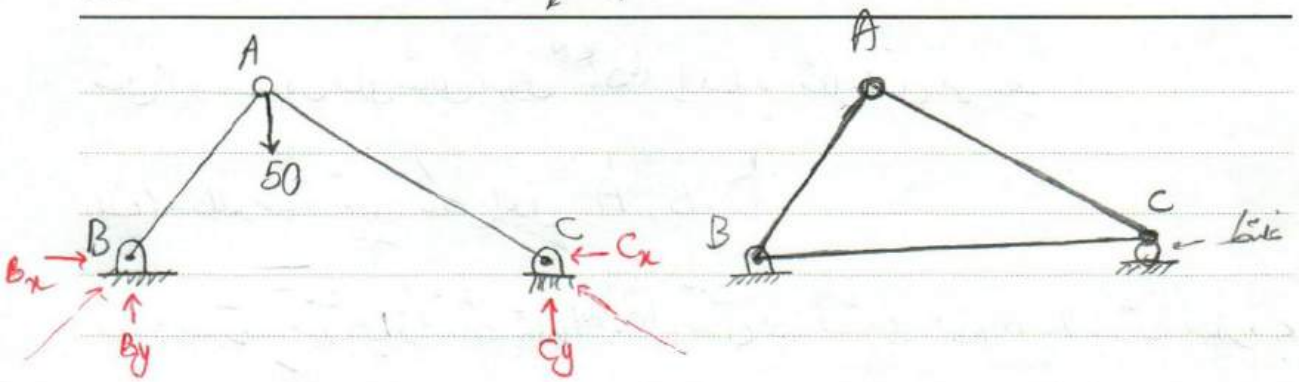
معمولاً $\gamma_F = 1.47$ بعنوان ضریب برای فولاد

مثال: مطلوب است تعیین فواصل a و b در خنجرهای شکل زیر در صورتیکه ابعاد سطح مقطع تمامی

اعضا $200 \times 10 \text{ mm}$ باشد.

تنش برشی نهایی خوب به موازات الیاف 115 N/mm^2 ضریب اطمینان $\gamma_F = 5$



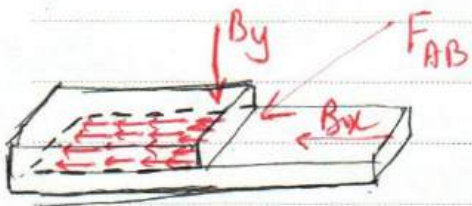


$$1) \sum M_B = 0 \quad C_y(4) = 50(2) \rightarrow C_y = 14.14 \text{ KN}$$

$$2) \sum F_y = 0 \quad B_y = 50 - 14.14 \rightarrow B_y = 35.86 \text{ KN}$$

$$\frac{B_y}{B_x} = \frac{2}{4} \rightarrow B_x = 35.86 \text{ KN} \checkmark$$

$$3) \sum F_x = 0 \rightarrow C_x = B_x = 35.86 \text{ KN} \checkmark$$



$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{S.F} = \frac{215}{2} = 107.5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma = \frac{B_x}{A} = \frac{35.86 \times 10^3 \text{ (N)}}{200 \times a} \leq \sigma_{all}$$

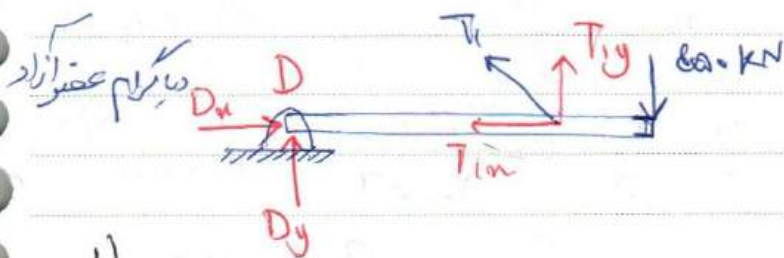
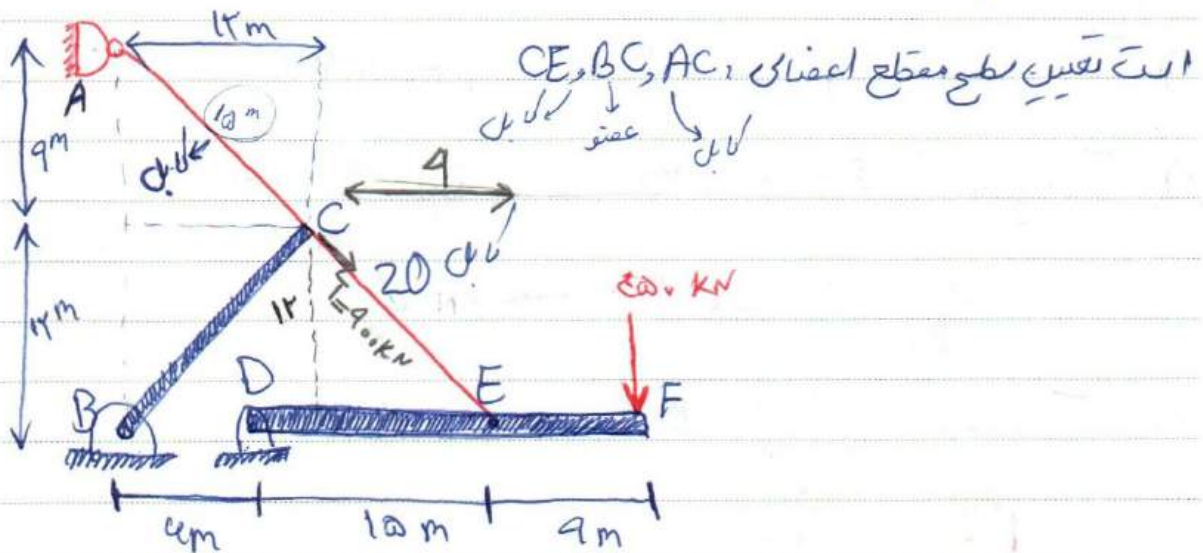
$$a = 240 \text{ mm}$$

چون نیروهای C_x و b با هم برابرند تنش برشی در هر دو طرف برابر است پس $b = 240 \text{ mm}$

مثال ۳) سازه‌ی شکل مقابل نیروی ۵۰ KN را مطابق شکل تحمل می‌نماید.

الف) مطلوب است تعیین عکس‌العمل A و B و D .

ب) در صورتیکه تنش مجاز کششی ۱۵ N/mm^2 و تنش مجاز فشاری ۷۰ N/mm^2 باشد، مطلوب است تعیین سطح مقطع اعضای AC ، BC و CE .

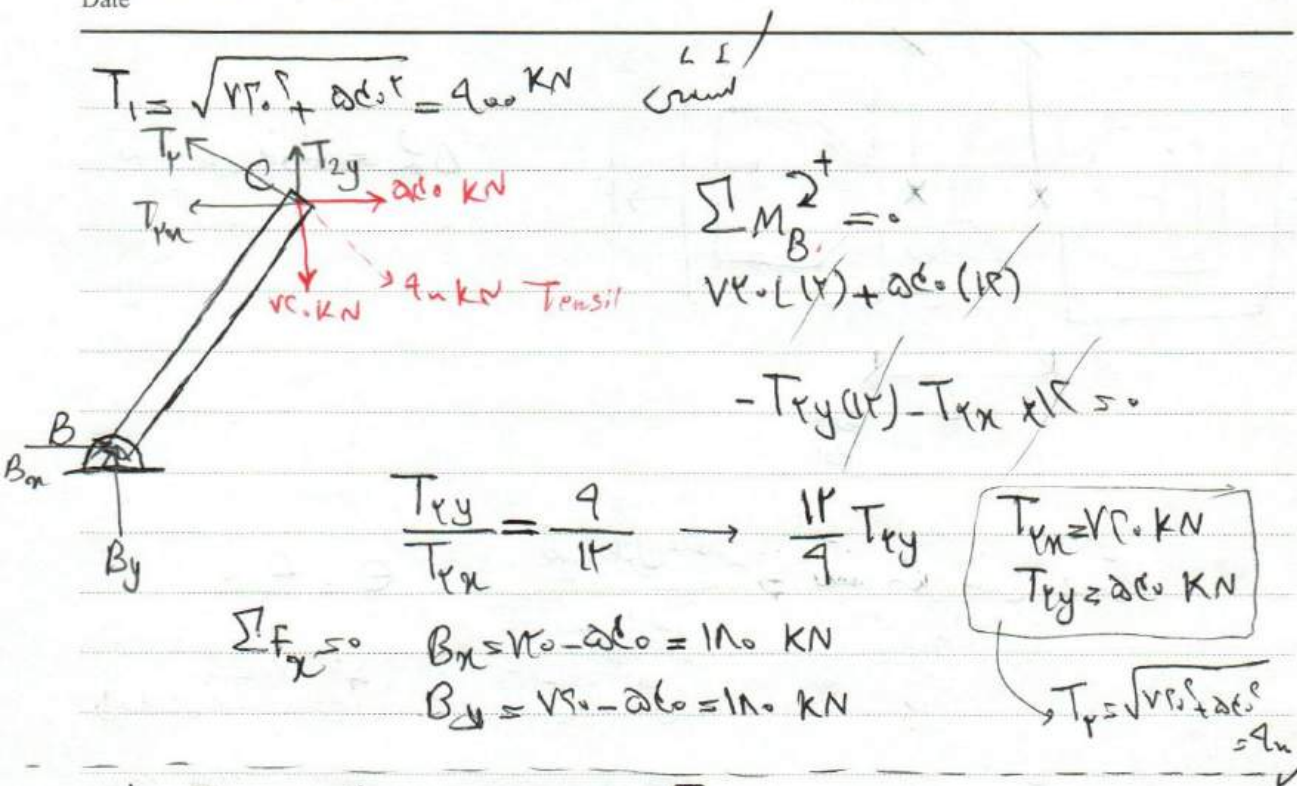


$$۱) \sum M_D = 0 \quad T_{1y}(10) = 50(4) \rightarrow T_{1y} = 20 \text{ KN} \checkmark$$

$$\frac{T_{1y}}{T_{1x}} = \frac{12}{9} \rightarrow T_{1x} = 30 \text{ KN} \checkmark$$

$$۲) \sum F_x = 0 \quad D_x = T_{1x} = 30 \text{ KN} \checkmark$$

$$۳) \sum F_y = 0 \quad D_y + 20 = 50 \rightarrow D_y = -30 \text{ KN} \checkmark$$



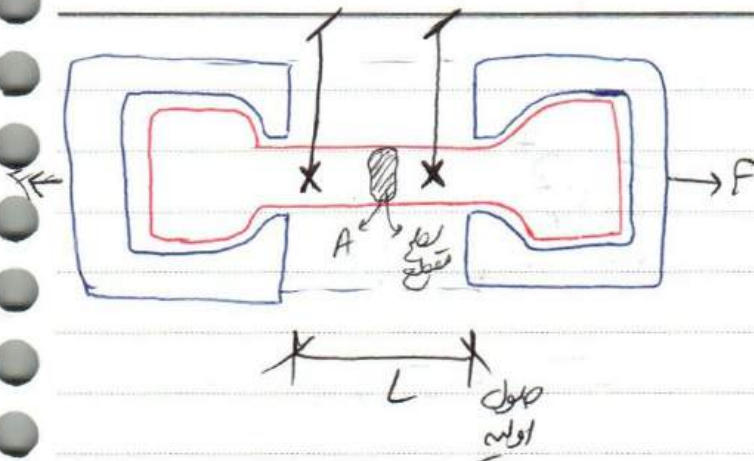
$$\sigma = \frac{F}{A_{gross}} \leq \sigma_{all} \quad A_{gross} \geq \frac{F}{\sigma_{all}}$$

$$A_{AC} = \frac{400 \times 10^3 \text{ N}}{100 \text{ N/mm}^2} = 4000 \text{ mm}^2$$

در این مرحله باید بررسی کنیم که آیا این مقطع مناسب است یا نه.

$$A_{BC} = \frac{F_{BC}}{(\sigma_{all})} = \frac{400 \times 10^3 \text{ (N)}}{100 \text{ (N/mm}^2)} = 4000 \text{ mm}^2$$

فصل ۲ - کرنش (تغییر شکل نسبی) strain



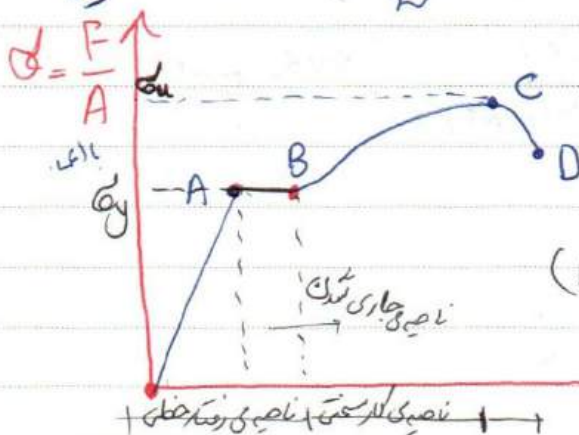
تغییر طول نمونه = ΔL

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\text{تغییر طول عنصر}}{\text{طول اولیه}} = \text{تغییر شکل نسبی (کرنش)}$$

رابطه‌ی تنش و کرنش (معین تنش - کرنش)

برای یک نمونه‌ی فولادی کم‌کربن یا اعطاف‌پذیر (ductile) قوت‌آزمایی کرنش در شرایط آزمایشگاهی نیرو را افزایش داده تا نمونه گسیخته شود. در هر لحظه برای نیروی اعمال شده

تنش را از رابطه‌ی $\sigma = \frac{F}{A}$ و کرنش را از رابطه‌ی $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$ بدست می‌آوریم.

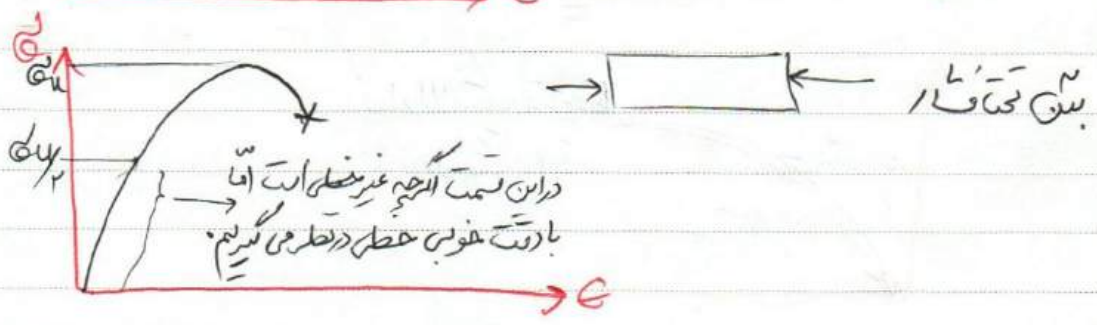
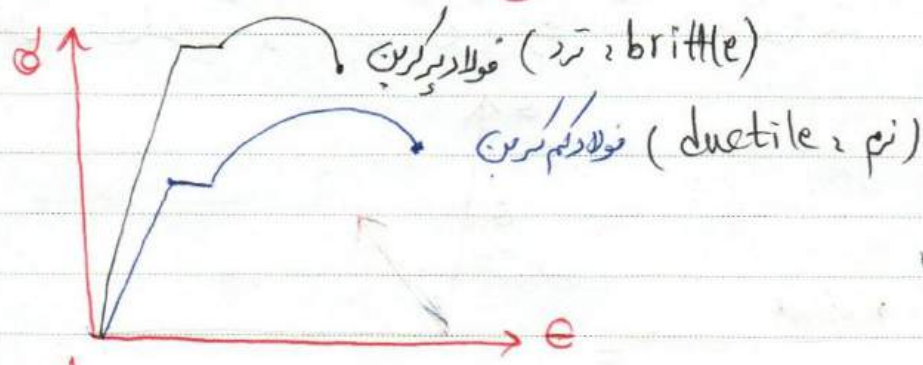
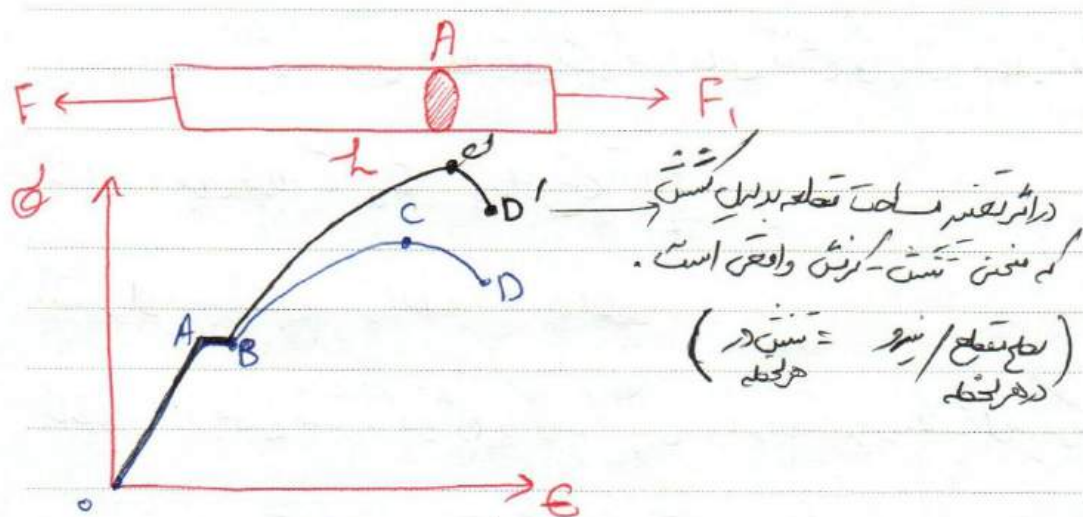


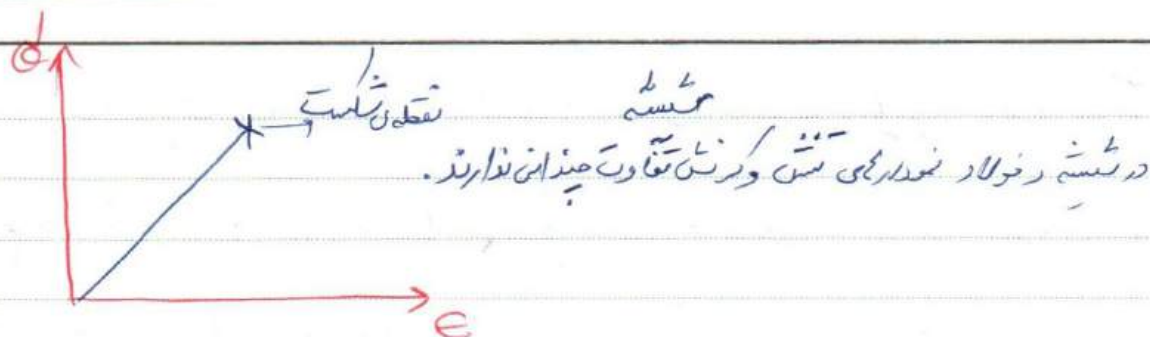
با اعمال بارگذاری از منحنی تغییر مکان متناظر با آن به صورت خطی تا نقطه‌ی A افزایش می‌یابد. ناحیه‌ی OA رفتار خطی و نقطه‌ی A تنش تسلیم (yield stress) (linear behavior) در نقطه‌ی A مشاهده می‌شود.

من‌گردد بدون اعمال نیرو هم شروع به تغییر شکل تا نقطه‌ی B می‌دهد. ناحیه‌ی AB ناحیه‌ی کشش موضعی $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$

جاری شدن در نقطه‌ی B نیاز به اعمال نیرو می‌باشد، در این ناحیه تغییرات نیرو با تغییر مکان

به صورت غیر خطی بوده و تا مقدار σ_{max} آن در نقطه C ادامه می‌یابد. نقطه C تنش نهایی
هم می‌باشد. (ultimate stress) رفتار در ناحیه BC غیر خطی می‌باشد و به ناحیه
کار سختی یا (work-hardening) معروف است. نهایتاً هم در نقطه D شکسته می‌شود.





رفتار خطی هم (linear behavior)

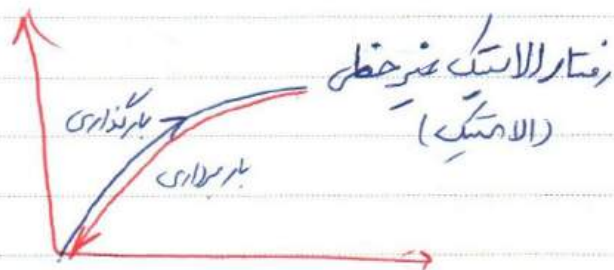
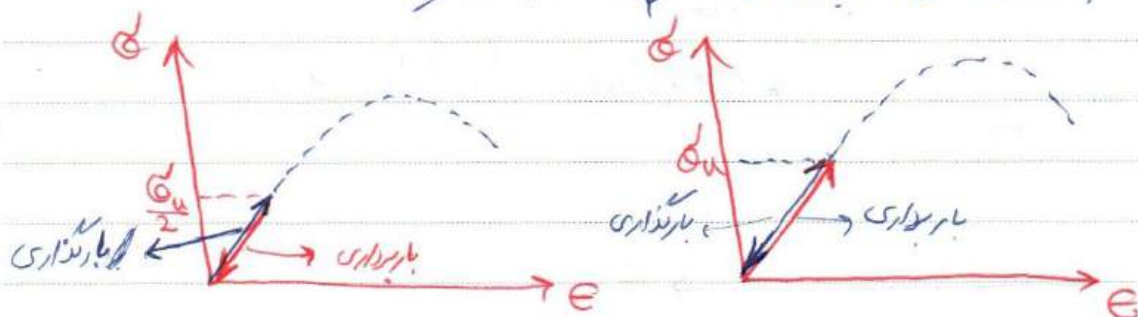
بنابراین از تنش و کرنش اطلاق می شود که رابطه ای بین تنش و کرنش خطی باشد

(مثال ۲: برای فولاد تا σ_y و برای بتن تا $\frac{\sigma_u}{2}$)

رفتار الاستیک هم (elastic behavior)

خاصیتی از منحنی تنش-کرنش را گویند که پس از بار برداری به وضعیت اولیه برگردد.

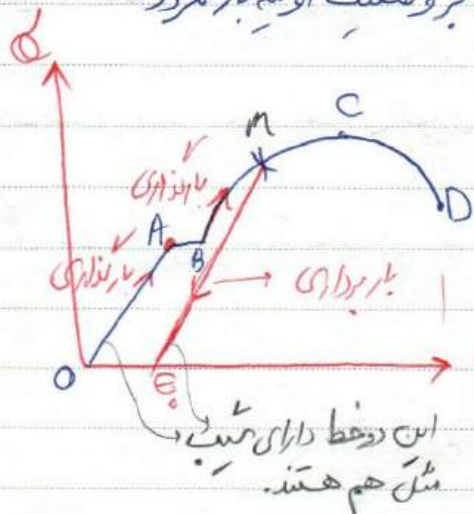
(مثال ۳: برای فولاد تا σ_y و برای بتن تا $\frac{\sigma_u}{4}$ رفتار الاستیک است)



(in elasticity)

رفتار غیر خطی (non-linear behavior)

ناحیه ای از تنش کرنش است که پس از بار برداری بر وضعیت اولیه بازنگردد.



اگر بعد از بار برداری زمانیکه جسم به حالت ϵ رسید دوباره

بارگذاری کنیم روس هم مسیر بازگشت به حالت اول می رود

در رفتار نقطه ای M خطی است ولی اگر چند بار رخ دهد ϵ

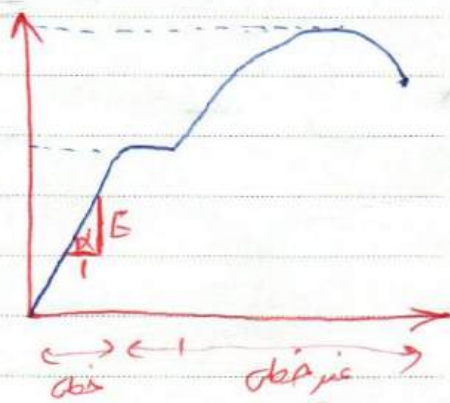
پدیده ی خستگی در جسم پدید می آید.

قانون هوک : Hook's law

رابطه ی تنش و کرنش در ناحیه ی رفتار خطی جسم را با قانون هوک بیان می کنند.

$$\sigma = E \cdot \epsilon \rightarrow \text{کرنش}$$

(young modulus) مدول یانگ - مدول الاستیسیته
واحد از نوع تنش



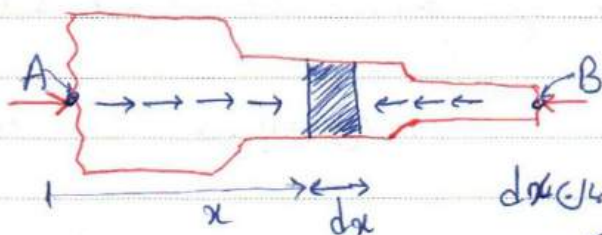
ماده ی هگن ۲ به ماده ای گویند که دارای خواص یکسان در تمام نقاط آن باشد.

ماده ای انیزوتروپ: به ماده ای گویند که دارای خواص یکسان در تمام جهات باشد.

بتن، فولاد ← انیزوتروپ
چوب ← غیر انیزوتروپ (همگن)

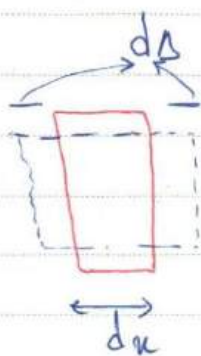
محاسبه تغییر طول اعضای محوری:

یک عضو محوری را (مثلاً اختیاری) با سطح مقطع دلخواه تحت بارگذاری دلخواه در نظر بگیرید.



$d\Delta \Rightarrow$ تغییر طول این dx

$$\Delta_{AB} = \int_A^B d\Delta$$

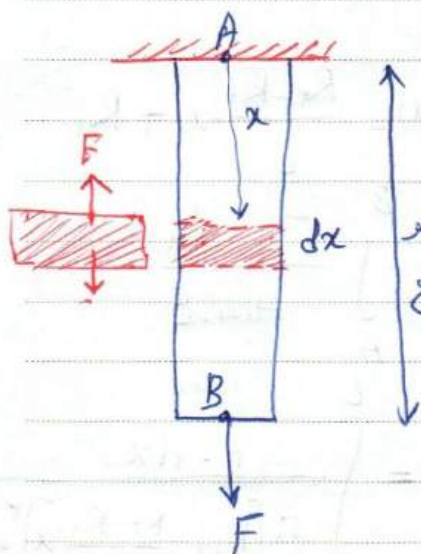


$$\epsilon = \frac{d\Delta}{dx}$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F/A(x)}{E}$$

$$\begin{aligned} d\Delta &= \frac{F(x)}{A(x) \cdot E} \cdot dx \\ \int_A^B d\Delta &= \int_A^B \frac{F(x)}{A(x) \cdot E} dx \end{aligned}$$

مثال ۱) مطلوب است تغییر مکان انتهای آزاد عضو مثل زیر که تحت بار متمرکز F قرار گرفته است.



$$\Delta_{AB} = \int_0^L \frac{F}{A \cdot E} dx$$

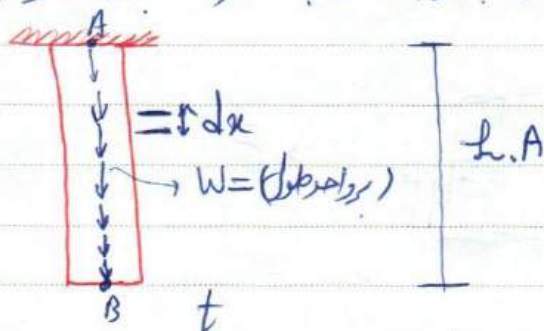
$$\Delta_{AB} = \frac{F \cdot L}{A \cdot E}$$

$$F = \frac{A \cdot E}{L} \cdot \Delta$$

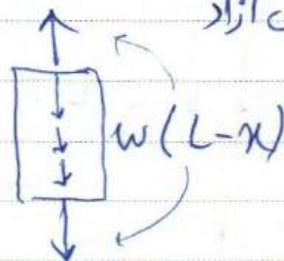
نشی عضو محوری



مثال ۲) مثال ۳) برای عضو مثل قبل که تحت بار وزن خود باشد (W بر واحد طول) مطلوب است



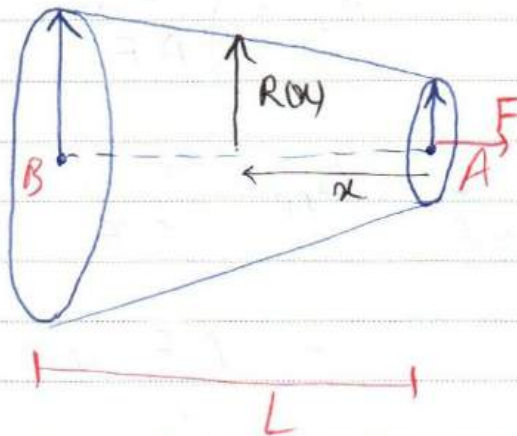
تغییر مکان انتهای آزاد



$$\Delta_{AB} = \int_0^L \frac{W \cdot (L-x)}{A \cdot E} dx = \frac{W}{AE} \left(Lx - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^L = \frac{F \cdot L}{2AE}$$

نکته: در حالتیکه بارگذاری گسترده باشد تغییر طول نصف می‌گردد است که به صورت
متمرکز بارگذاری صورت گرفته

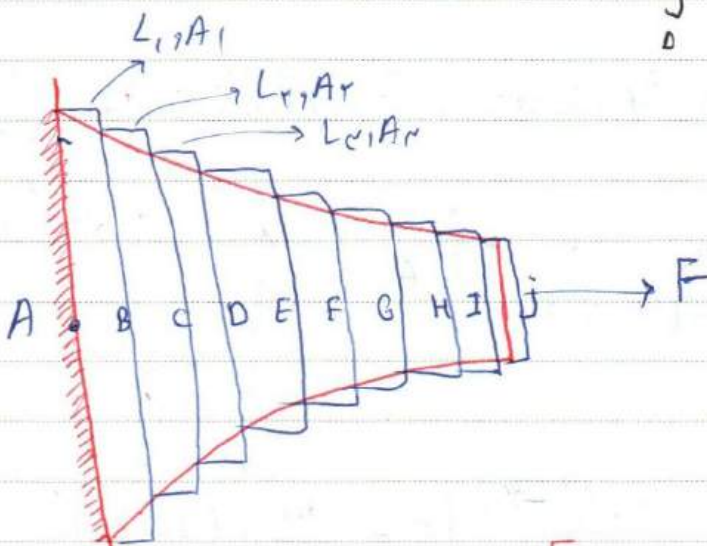
مثال ۱۳: مطلوب است تغییر مکان انتهای آزاد عضو با مقطع متغیر شکل زیر.



$$R(x) = \frac{R_2 - R_1}{L} x + R_1$$

$$\Delta_{AB} = \int_A^B \frac{F(x) \cdot dx}{A(x) \cdot E}$$

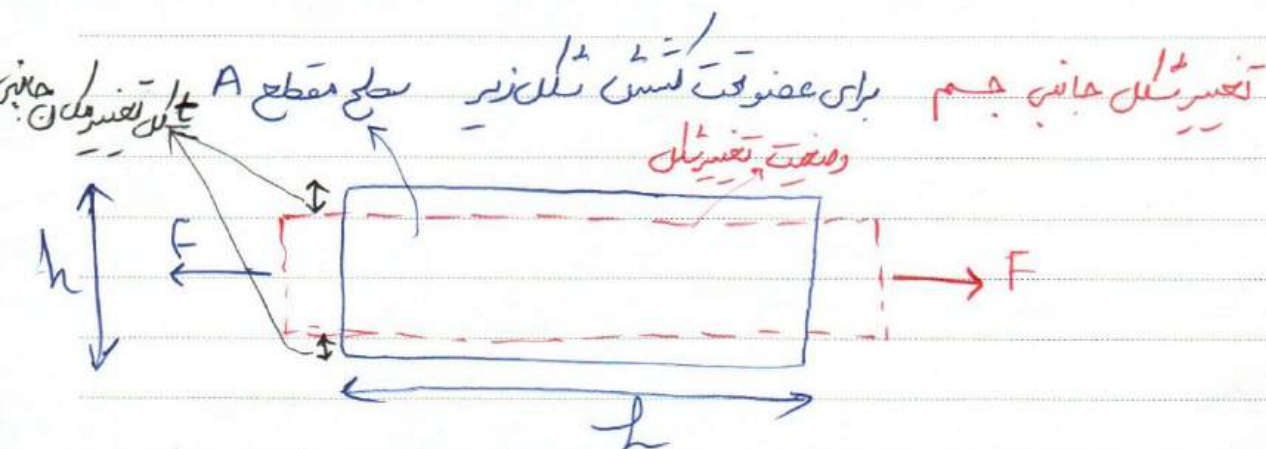
$$\Delta_{AB} = \int_0^L \frac{F \cdot dx}{\pi \left[R_1 + \frac{R_2 - R_1}{L} x \right]^2 E}$$



$$\Delta_{AK} = \int_A^K \frac{F(x) \cdot dx}{A(x) \cdot E} = \int_A^B \frac{F(x) \cdot dx}{A(x) \cdot E} + \int_B^C \frac{F(x) \cdot dx}{A(x) \cdot E} + \dots$$

$$= \int_A^B \frac{F \cdot dx}{A_1 \cdot E} + \int_B^C \frac{F \cdot dx}{A_2 \cdot E} + \dots$$

$$= \frac{F \cdot L_1}{A_1 E} + \frac{F \cdot L_2}{A_2 E} + \dots = \sum_{i=1}^n \frac{F \cdot L_i}{A_i E}$$



مشاهده می‌گردد برای همواره نسبت کرنش جانبی به کرنش طولی مقداری ثابت است که با ضریب پواسون نمایش داده می‌شود.

نسبت تغییر شکل منبسطی (کرنش) محوری

axial

نسبت تغییر شکل منبسطی (کرنش) جانبی

transverse

$$\epsilon_a = \frac{\Delta}{L}$$

$$\epsilon_t = \frac{t}{h}$$

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_t}{\epsilon_a} \right|$$

ضریب پواسون = $\left| \frac{\text{کرنش جانبی}}{\text{کرنش طولی}} \right|$

همواره مختلف ال‌علامه هستند. ϵ_t و ϵ_a

فکته: ضریب پواسون برای مواد مختلف بین ۰/۲۵ تا ۰/۳۵ می‌باشد.

Subject _____

Date _____

12

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta}{L}$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta}{L}$$

$$F = \frac{AE \cdot \Delta}{L}$$

$$\Delta = \frac{F \cdot L}{A \cdot E}$$

مقطع ثابت و نیروی ثابت

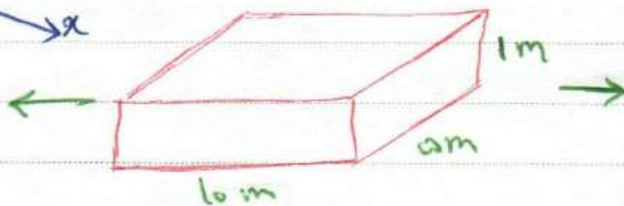
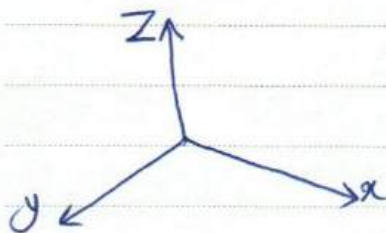
$$\nu = \left| \frac{\epsilon_t}{\epsilon_a} \right|$$

نسبت تغییرات طولی و عرضی

$$\Delta_{AB} = \int_A^B \frac{F \cdot dx}{AE}$$

مثال ۱) برای عضو شکل زیر در صورتیکه $\epsilon_a = 0.001$ (عمودی) و $\nu = 0.2$ باشد مطلوب است

مقدار کوتاه شدن در دو جهت دیگر.



$$\epsilon_a = \frac{\Delta x}{L_x}$$

$$\Delta x = \epsilon_a \cdot L_x = 0.001 \times 1.0 = 0.001 \text{ m}$$

$$\nu = \frac{\epsilon_t}{\epsilon_a}$$

$$\epsilon_t = \nu \cdot \epsilon_a$$

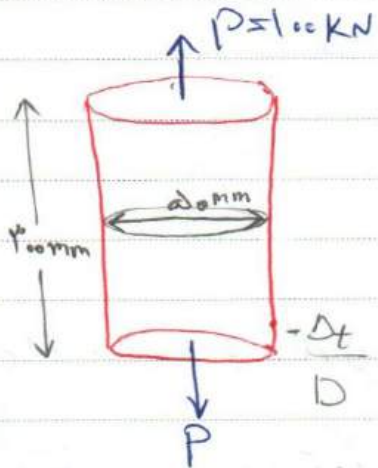
$$= 0.2 \times 0.001 = 0.0002$$

$$\epsilon_t = \frac{\Delta y}{L_y} \rightarrow \Delta y = \epsilon_t \cdot L_y = 0.0002 \times 1 = 0.0002 \text{ m} \checkmark$$

$$\epsilon_t = \frac{\Delta z}{L_z} \rightarrow \Delta z = \epsilon_t \cdot L_z = (0.0002)(0.5) = 0.0001 \text{ m} \checkmark$$

مثال ۲) مطلوب است تعیین خواص ماده شامل E و V برای نمونه ای شکل زیر با طول

۳۰۰ mm و قطر ۵۰ mm در صورتیکه تغییر شکل محوری $\Delta_a = ۰.۲۱۹\text{ mm}$ و تغییر شکل جانبی برابر



$$\Delta_t = ۰.۱۲۱۵\text{ mm} \text{ باشد}$$

چون نمونه شده است در واقع منفی است

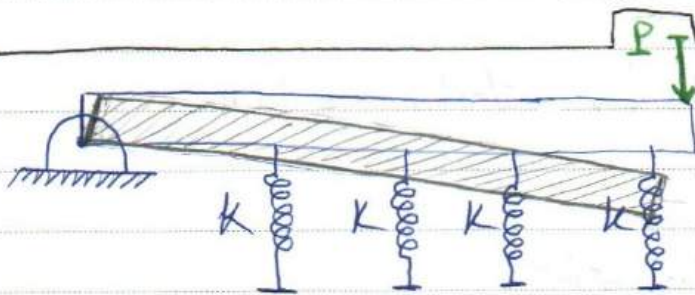
$$E_a = \frac{\Delta_a}{L} = \frac{۰.۲۱۹}{۳۰۰} = ۰.۰۰۰۷۳ \quad \checkmark$$

$$\frac{\Delta_t}{D} = \epsilon_t = \frac{-۰.۱۲۱۵}{۵۰} = -۰.۰۰۲۴۳ \quad \checkmark$$

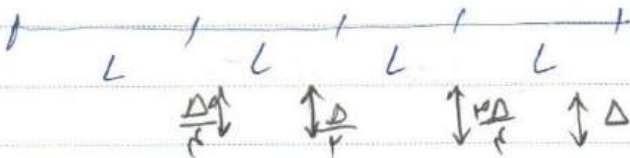
$$V = \frac{\epsilon_t}{E_a} = \left| \frac{-۰.۰۰۲۴۳}{۰.۰۰۰۷۳} \right| = ۰.۳۳۳ \quad \leftarrow \text{نسبت پواسون}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{P/A}{\epsilon} = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^۳ \text{ (N)}}{\pi (۵۰)^2 / ۴} \cdot ۰.۰۰۰۷۳$$

$$E = ۷۰ \times ۱۰^۳ \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$



۲ نیروی و الیمنت داریم و از طریق تغییر طول فنرها به صورت خطی خواهد بود



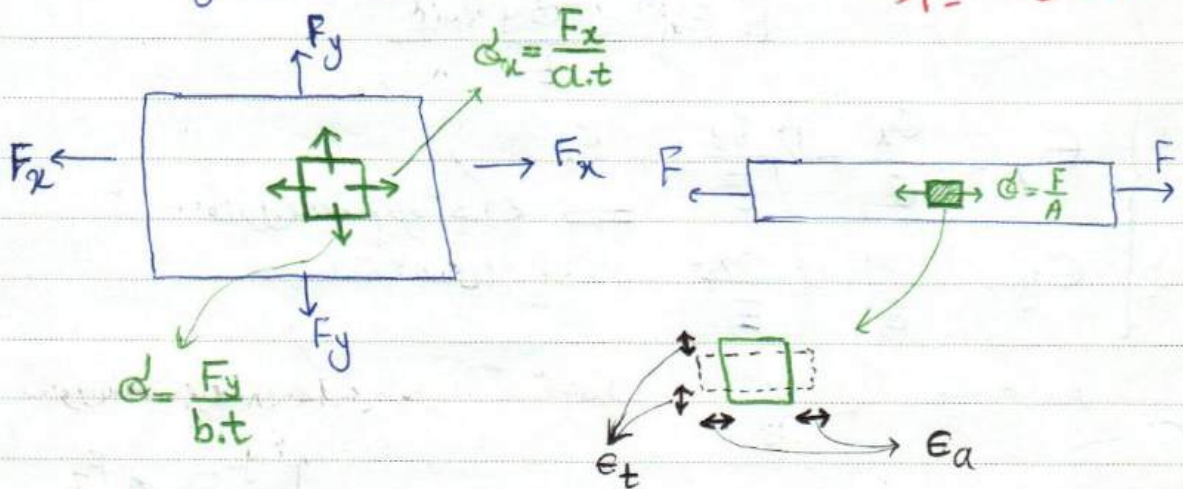
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = P$$

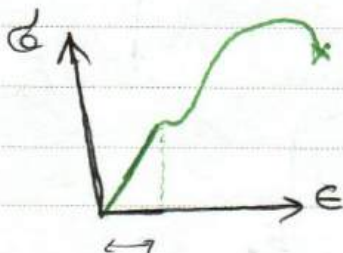
$$\sum M_A = 0 \quad F_1 \cdot L + F_2 \cdot (2L) + F_3 \cdot (3L) + F_4 \cdot (4L) = P \cdot (4L)$$

→ $\Delta = \dots$ باقی محاسبه Δ به دست می آید.

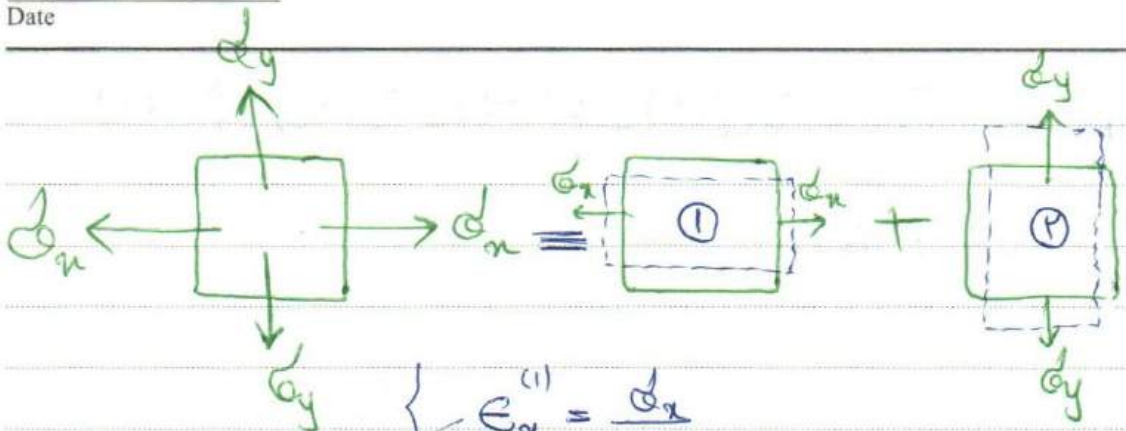
(generalized Hooke's law) قانون هوک تعمیم یافته



با استفاده از اصل روی هم گذاری تغییر شکل را برای ϵ_x و ϵ_y به صورت جداگانه بدست آورده



اثرات آن را باید یک جمع می کنیم.

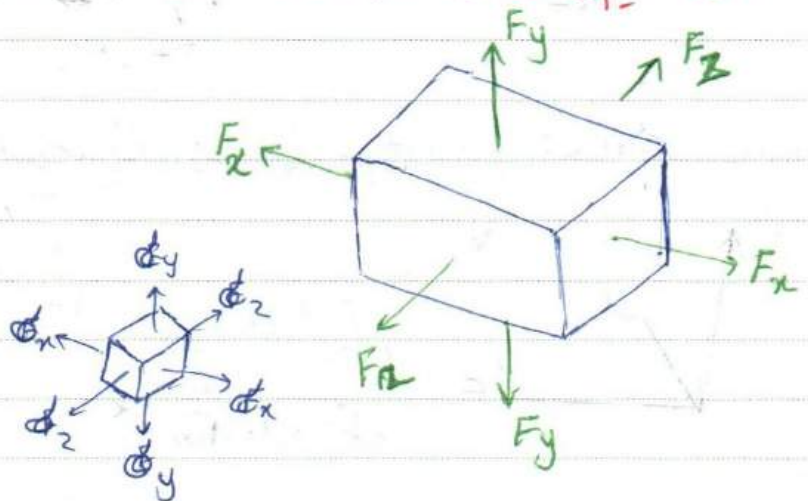


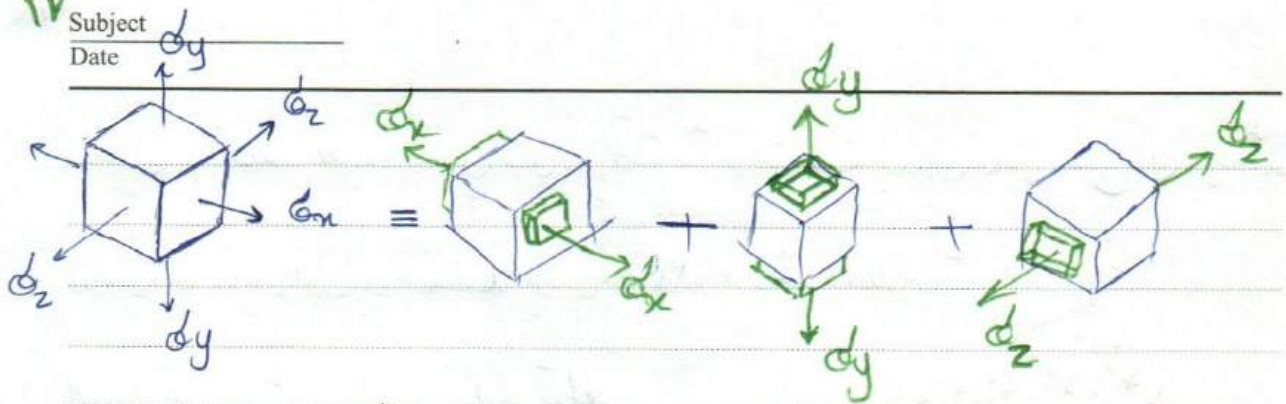
$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x^{(1)} = \frac{\sigma_x}{E} \\ \epsilon_y^{(1)} = -\nu \cdot \epsilon_x^{(1)} = -\nu \cdot \frac{\sigma_x}{E} \\ \epsilon_x^{(2)} = -\nu \cdot \epsilon_y^{(2)} = -\nu \cdot \frac{\sigma_y}{E} \\ \epsilon_y^{(2)} = \frac{\sigma_y}{E} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \\ \epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \end{array} \right.$$

قانون تغییر یافته هوک
(در حالت ۲ بعدی)

قانون تغییر یافته هوک در حالت ۳ بعدی





$$E_x^{(1)} = \frac{\sigma_x}{E} \quad \xrightarrow{(1)} \quad E_x^{(1)} = -\nu E_y^{(1)} = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$E_y^{(1)} = -\nu E_x^{(1)} = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad , \quad E_y^{(1)} = \frac{\sigma_y}{E}$$

$$E_z^{(1)} = -\nu E_x^{(1)} = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad , \quad E_z^{(1)} = -\nu E_y^{(1)} = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$(1) \rightarrow E_x^{(2)} = -\nu E_x^{(1)} = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$(2) \rightarrow E_y^{(2)} = -\nu E_y^{(1)} = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$(3) \rightarrow E_z^{(2)} = \frac{\sigma_z}{E}$$

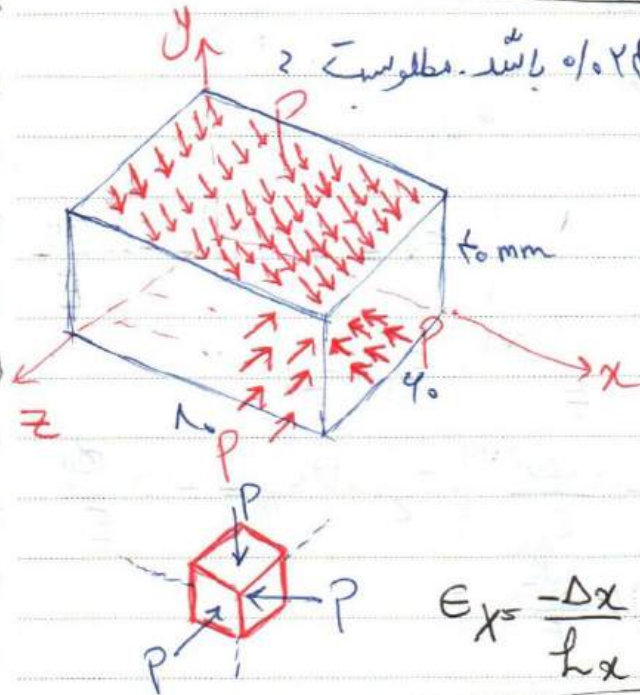
$$E_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$E_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$E_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E}$$

P

مسئله (۱) قطعه مکعب مستطیل شکل زیر تحت فشار یکنواخت بر روی تمامی سطوح آن قرار دارد.



الف) تعیین فشار وارده بر سطح

ب) تغییر طول اعضاء دیگر

$$E = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0.29$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{L_x} = \frac{0.02}{100} = 0.0002$$

$$\epsilon_x = -3 \times 10^{-4}$$

$$\text{حالت فشاری است } P \text{ قرار داریم} \quad \textcircled{1} \quad \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$-0.0003 = -\frac{P}{E} (1 - 2\nu)$$

$$P = 182.9 \text{ N/mm}^2$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \quad \epsilon_y = \epsilon_z = -\frac{P}{E} (1 - 2\nu) = -0.0003$$

$$\epsilon_y = \frac{\Delta y}{L_y} \rightarrow \Delta y = -(0.0003)(40) = -0.012 \text{ mm}$$

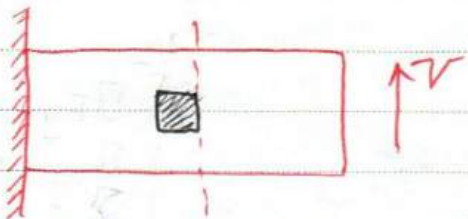
$$\epsilon_z = \frac{\Delta z}{L_z} \rightarrow \Delta z = -(0.0003)(10) = -0.003 \text{ mm}$$

$$\epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \frac{\Delta V}{V}$$

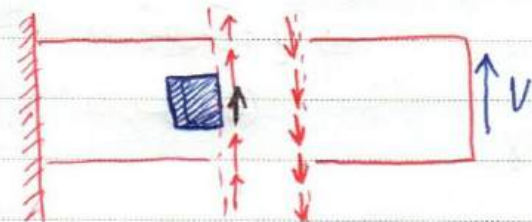
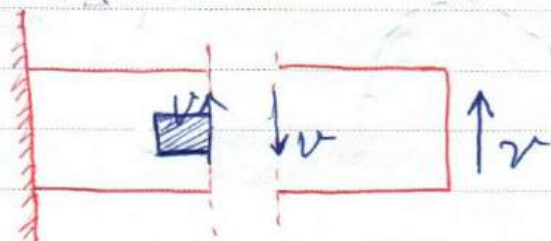
$$= -\frac{3P}{E} (1-2\nu)$$

پایه به رابطه فوق اگر مجهول حالت را در نظر بگیریم که تغییر حجم صفر باشد $\epsilon_v = 0$ است.

رابطه تنش کرنش در حالت برشی

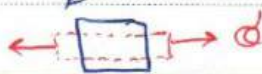
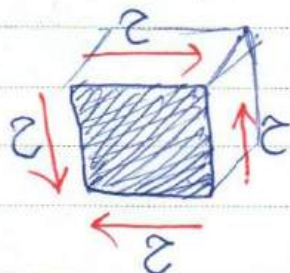
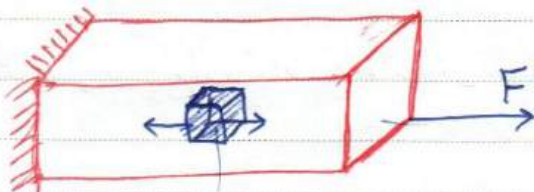


فرض: ۱. ابعاد و حجم هر دو ۳ بعدی هستند برای
سادگی دو بعدی کشیدیم.



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{array} \right.$$

تنش برشی بر روی
صفحات عمود بر هم

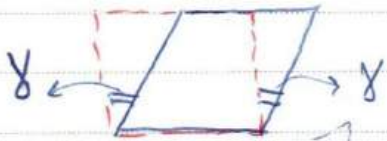
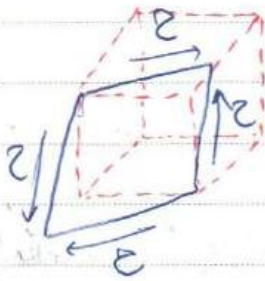


$$\epsilon = \frac{\delta}{c} \quad \epsilon = \frac{\delta}{c}$$

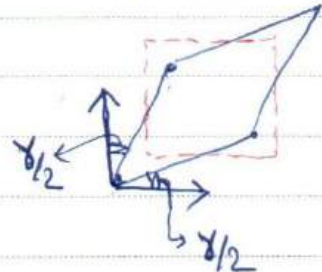
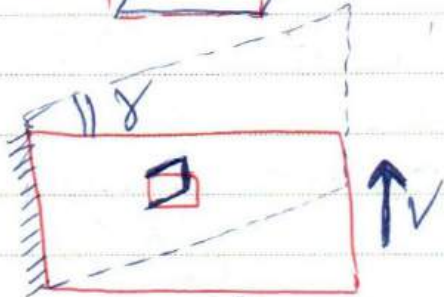
در نقاطی که تنش برشی به هم نزدیک می شود شکل

به فرم لوزی در می آید اما باید توجه کرد که تغییر حجم

نداریم فقط تغییر زاویه صورت گرفته است.

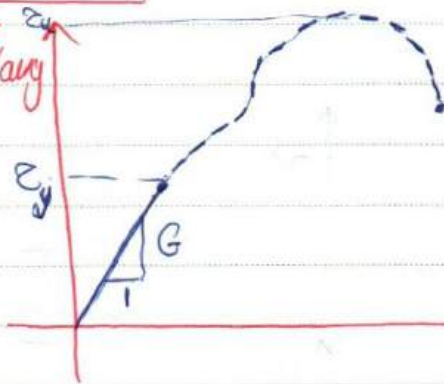


فرم ساده تر



$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases}$$

τ_{avg} (تنش برشی)
 $\frac{V}{A}$

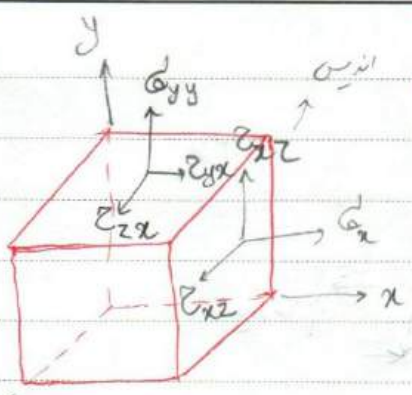


تغییر شکل برشی δ
دگرگونی برشی

$$\tau = G \cdot \delta$$

معدل برشی

مقدار δ بسیار کوچک است است به گونه ای که $\delta = \sin \delta = \tan \delta$



المان ۳ بعدی تحت ترکیب تنش های نرمال و برشی

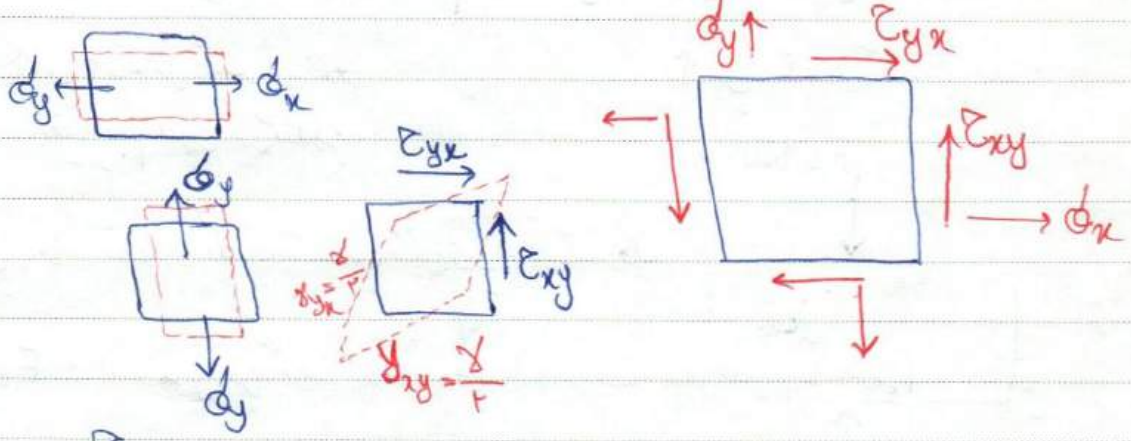
در هر صفحه ۳ تنش داریم ۱ نرمال و ۲ برشی

در یک مکعب ۳ تنش داریم ۳ نرمال و ۶ برشی

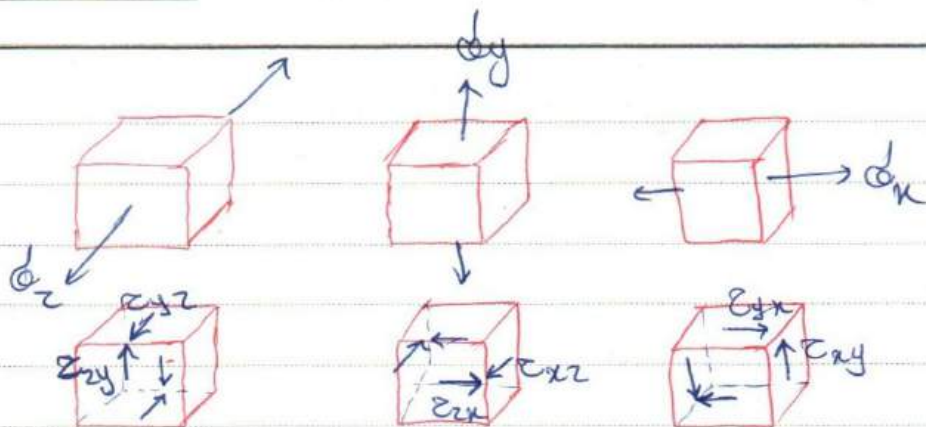
آنها مستقل هستند σ_x و σ_y و σ_z و τ_{xy} و τ_{yx} و τ_{yz} و τ_{zy} و τ_{xz} و τ_{zx}

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

قانون تعمیم یافته ی هوک (مبارک پور) تنش های نرمال و برشی



$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad \gamma_{yx} = \frac{\tau_{yx}}{G}$$



$$\epsilon_x = \frac{d_x}{E} - \nu \frac{d_y}{E} - \nu \frac{d_z}{E}$$

$$\epsilon_y = \frac{d_y}{E} - \nu \frac{d_x}{E} - \nu \frac{d_z}{E}$$

$$\epsilon_z = \frac{d_z}{E} - \nu \frac{d_x}{E} - \nu \frac{d_y}{E}$$

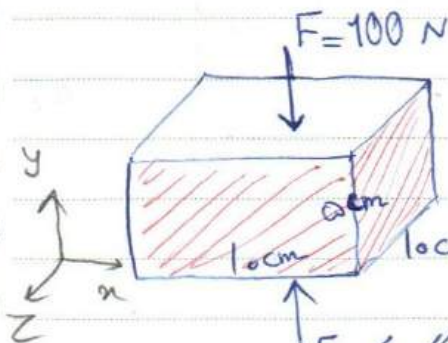
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (\gamma_{yx} = \frac{\tau_{yx}}{G})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (\gamma_{zy} = \frac{\tau_{zy}}{G})$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \quad (\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G})$$

↑ این ۳ عامل تغییر حجم اند.

↑ این ۳ عامل تغییر زاویه اند
تغییر حجم اثری نمی گذارد.



تمرین) برای مطالعه یک سطح مستطیل شکل زیر که تحت نیروی

$F = 100 \text{ N}$ در امتداد y قرار گرفته از تغییر مکان در جهات

x و z جلوگیری شود مطلوب است تعیین علی العمل های دو تکه شده F .

توسط تکه شده های جانبی

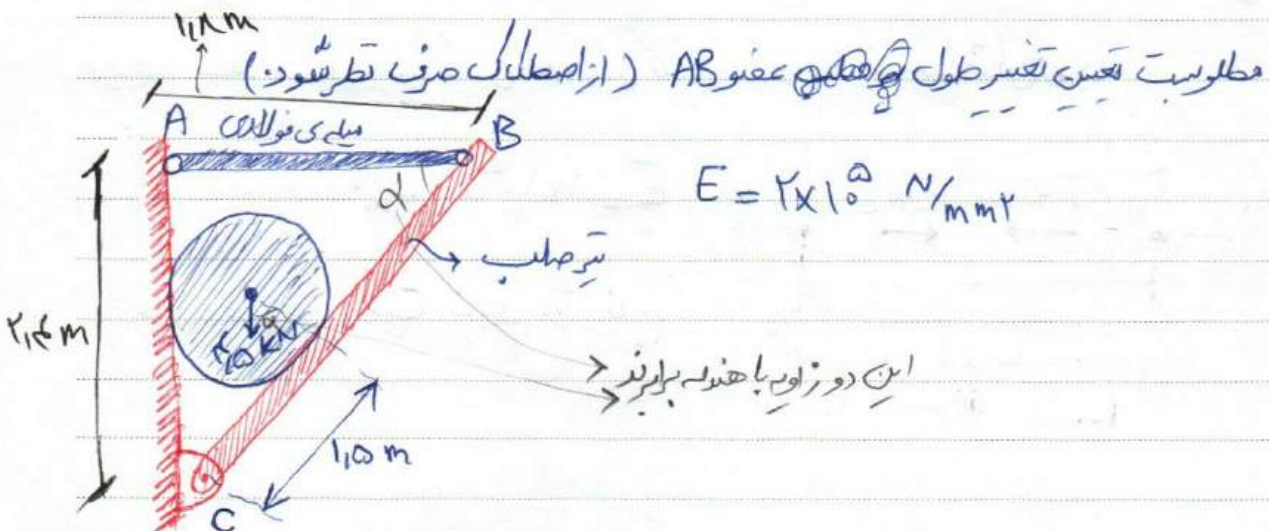
$$\epsilon_x = \frac{d_x}{E} - \nu \frac{d_y}{E} - \nu \frac{d_z}{E}$$

$$\epsilon_y = \frac{d_y}{E} - \nu \frac{d_x}{E} - \nu \frac{d_z}{E}$$

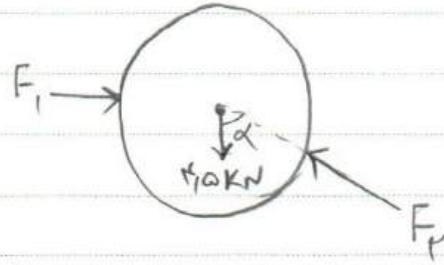
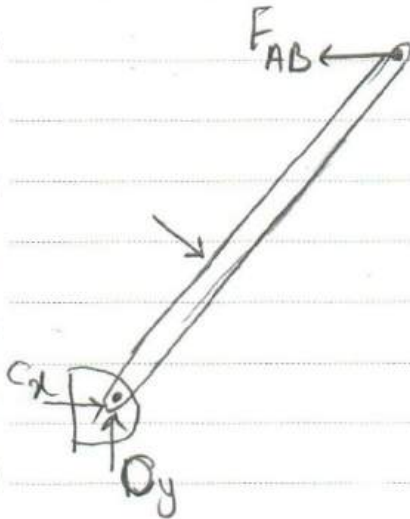
$$\epsilon_z = \frac{d_z}{E} - \nu \frac{d_x}{E} - \nu \frac{d_y}{E}$$

$$\frac{F_x}{10 \times 10^6 E} - 9 \frac{100}{10 \times 10^6 E} - 9 \frac{F_z}{5 \times 10^6 E} = 0$$

تمرین) در شکل زیر از عضو AB برای نگه داری استوانه‌ای بدون وزن 5 kN و قطر 1 m استفاده شده است. سطح مقطع میل فولادی AB برابر 5 mm^2 و عضو BC بر مصلب من باشد.



دیگرام آزاد عضو BC و استوانه



$$\tan \alpha = \frac{r_c}{r_A}$$

$$\sum M_C = 0$$

$$(115)(1.15) = F_{AB}(2.15)$$

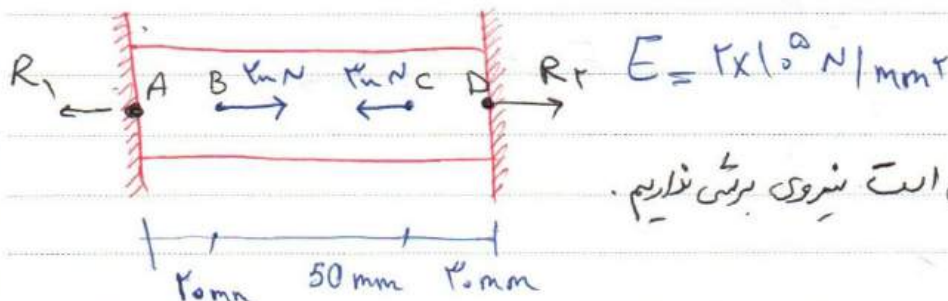
$$\rightarrow F_{AB} = 61.7 \text{ kN} \checkmark$$

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 & F_r \cos \alpha = 115 \rightarrow F_r = 115 \text{ kN} \\ \sum F_x = 0 & F_1 = F_r \sin \alpha \rightarrow F_1 = 4 \text{ kN} \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

$$\Delta_{AB} = \int_A^B \frac{F(x) dx}{A_{eq} \cdot E} = \frac{F_{AB} L_{AB}}{A_{AB} E}$$

$$\Delta_{AB} = \frac{(61.7 \times 10^3)(1.15 \times 10^3)}{(5)(2 \times 10^5)} = 1.12 \text{ mm}$$

مطلوبه تعیین عکس العمل های گره ها در عضو آهسته شکل زیر.

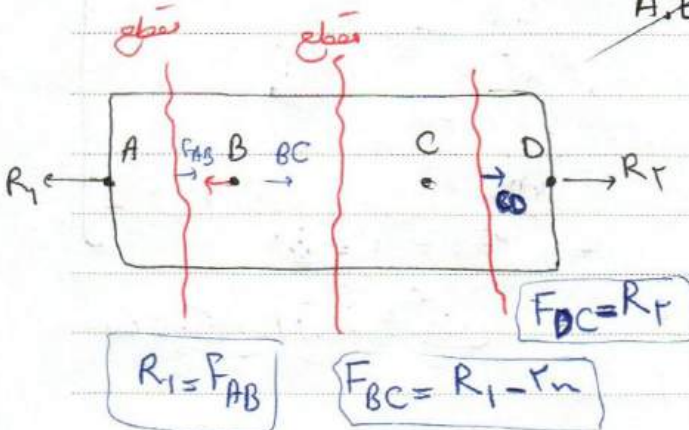


چون عضو محوری است نیروی برشی نداریم.

$$1) \sum F_x = 0 \quad -R_1 + 200 - 100 + R_2 = 0 \quad R_2 - R_1 = 100 \quad \text{I}$$

$$2) \text{ممانی} \Rightarrow \Delta_{AD} = 0 \quad \Delta_{AB} + \Delta_{BC} + \Delta_{CD} = 0$$

$$\frac{F_{AB} \cdot L_{AB}}{A \cdot E} + \frac{F_{BC} \cdot L_{BC}}{A \cdot E} + \frac{F_{CD} \cdot L_{CD}}{A \cdot E} = 0$$



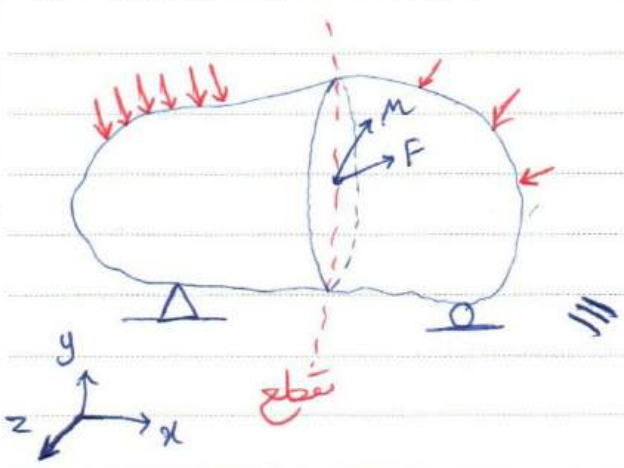
$$R_1 (20) + (R_1 - 200)(50) + R_2 (30) = 0$$

$$VR_1 + 3R_2 = 1000 \quad \text{II}$$

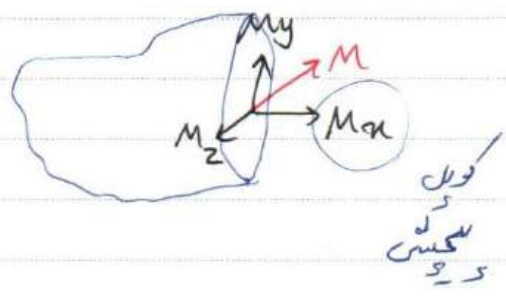
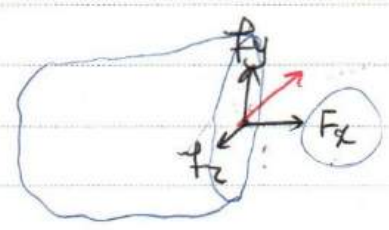
از I و II به راحتی R_1 و R_2 بدست می آید.

- تنش ناشی از کویل بکشی
- کرنش ناشی از تنش که در رابطی بین تنش - کرنش
- تغییر شکل ناشی از کویل بکشی (رابطی بین کویل بکشی و زاویه دوران بکشی)
- معیارهای طراحی در اعضای بکشی
- اعضاء نامعین تحت اثر بکشی

مقاطع
دایره‌ای



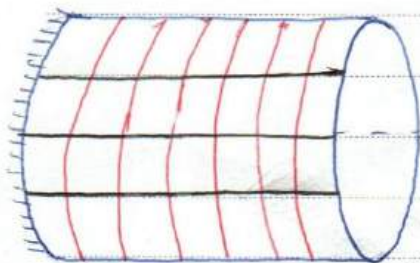
- بکشی مقاطع غیر دایره‌ای
- بکشی مقاطع جداره نازک



کویل
بکشی

تشنه‌ای ناشی از لوله‌ی بکشی (در مقاطع دایره‌ای شکل)

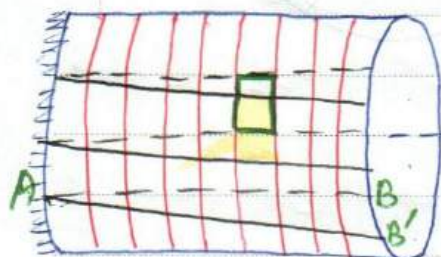
فرضیات اساسی بکشی (مقاطع دایره‌ای)



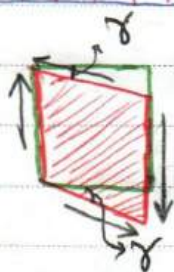
وضعیت اولیه

بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی مشاهده می‌شود که صفحات عمود بر محور عضو پس از اعمال بکشی به صورت صفحه‌ای باقی می‌ماند.

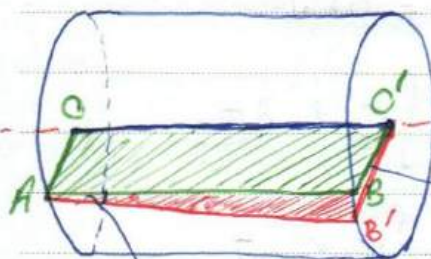
← اعوجاج در صفحات وجود نمی‌آید.
← تشنه‌ی محوری در عضو نداریم.



۲- خطوط موازی با محور دارای تغییر زاویه به نام انحراف موازی پس از اعمال بکشی می‌باشد.

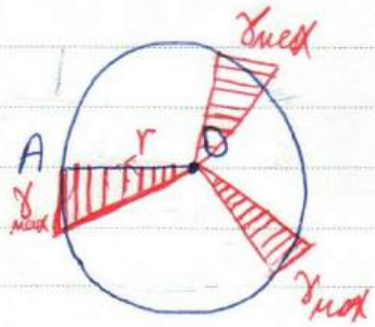


← این زاویه بر روی سطح خارجی عضو پس از اعمال لوله‌ی بکشی مقدار ماکزیمم خود را داشته و برابر γ_{max} می‌باشد. ضمناً تغییرات آن از محور عضو تا سطح خارجی بصورت خطی از مقدار صفر تا γ_{max} می‌باشد.

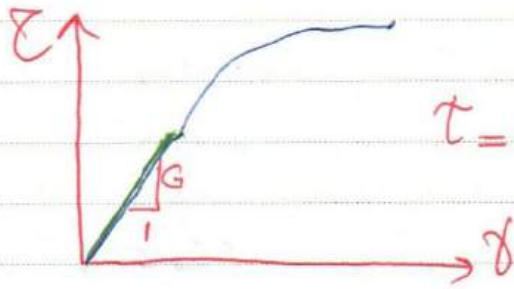


γ_{max}

تغییر زاویه‌ی بکشی ϕ

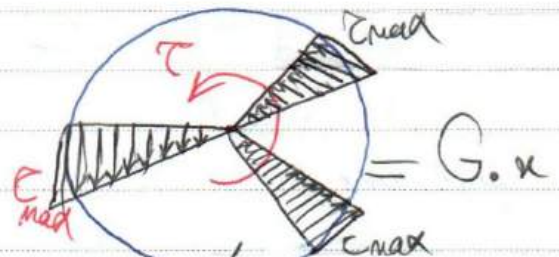


۳- باره نظریه تنش و فشار خطی ماده، مقدار تنش برشی مقطع از رابطه $\tau = G \cdot \gamma$



بدست می آید

$\tau = G \cdot \gamma$ → رفتار در این ناحیه خطی است.

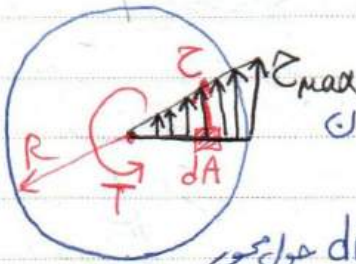


مقدار γ و τ به هم وابسته است و در این سازه وارد می شود جمع کوپل می آید است که توسط نیروی

$$\frac{r}{R} = \frac{\tau}{\tau_{max}} \rightarrow \tau = \frac{r}{R} \tau_{max}$$

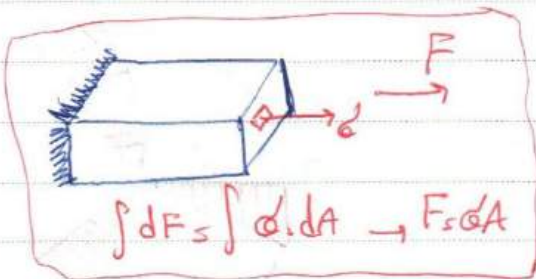
برشی در یک مقطع مشخص وجود دارد.

رابطه بین T و τ



$$dF = \tau \cdot dA$$

$$dT = dF \cdot r$$



$$\int dT = \int \tau \cdot r \cdot dA$$

$$T = \int \tau \cdot r \cdot d\theta$$

متغیر
متغیر و تابع از r است. A

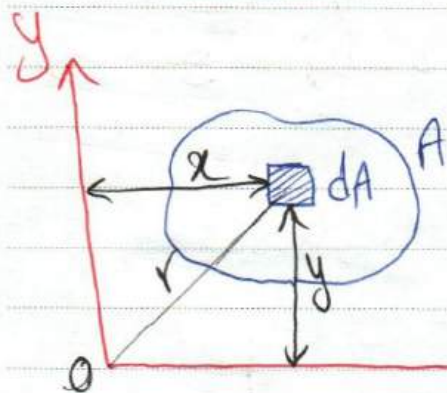
$$I_0 = j$$

$$T = \int_A \frac{r}{R} \cdot \tau_{\max} \cdot r \cdot dA = \frac{\tau_{\max}}{R} \int_A r^2 dA$$

$$\tau = \frac{r}{R} \cdot \frac{T R}{j} \leftarrow \tau_{\max} = \frac{T \cdot R}{j} \leftarrow T = \frac{\tau_{\max} \cdot j}{R}$$

$$\tau(r) = \frac{T \cdot r}{j}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{j/R} \quad d = \frac{F}{A}$$



$$I_{xx} = \int_A y^2 \cdot dA$$

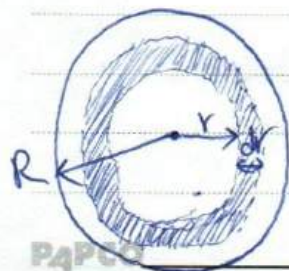
$$I_{yy} = \int_A x^2 \cdot dA$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$j = I_0 = I_{zz} = \int_A r^2 dA$$

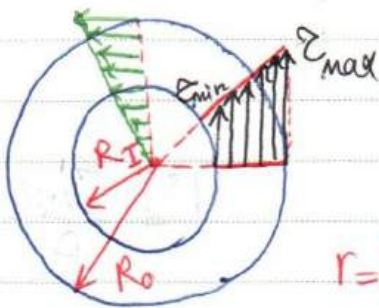
$$= I_{xx} + I_{yy}$$

برای سطح مقطع دایره‌ای



$$j = \int_A r^2 dA = \int_0^R r^2 \cdot \pi \cdot dr = \frac{\pi R^3}{3} \Big|_0^R = \frac{\pi R^3}{3}$$

برای مقطع توخالی با شعاع داخلی R_I و شعاع خارجی R_O

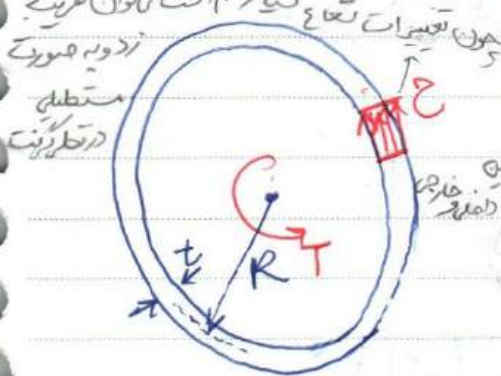


$$\sigma(r) = \frac{T \cdot r}{J}$$

$$r = R_I \rightarrow \sigma_{min} = \frac{T \cdot R_I}{J}$$

$$r = R_O \rightarrow \sigma_{max} = \frac{T \cdot R_O}{J}$$

برای مقطع جدار نازک با ضخامت t و شعاع متوسط R



$$\frac{t}{R} < 0.1$$

شعاع خارجی R_O

شعاع داخلی R_I

$$\sigma = \frac{T \cdot R}{J}$$

$$J = \frac{\pi}{2} (R_O^4 - R_I^4) = \frac{\pi}{2} (R_O^2 + R_I^2) \overbrace{(R_O - R_I)}^t \underbrace{(R_O + R_I)}_{2R}$$

$$J \approx 2\pi R^3 t \quad \checkmark$$

مثال) برای عضو با مقطع توخالی مطابق شکل زیر به تحت گویایی $N \cdot m$ قرار گرفته است.
مطلوبست تعیین حداقل و حداکثر تنش برشی.



$$J = \frac{\pi}{2} (R_o^4 - R_i^4) = \frac{\pi}{2} (10^4 - 8^4) = 9.27 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$R = R_i \rightarrow \tau_{min} = \frac{T \cdot R_i}{J} = \frac{(40 \times 10^3) \times 8}{9.27 \times 10^4} = 34.5 \text{ N/mm}^2$$

$$R = R_o \rightarrow \tau_{max} = \frac{T \cdot R_o}{J} = \frac{(40 \times 10^3) (10)}{9.27 \times 10^4} = 42.1 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{t}{R} = \frac{2}{9} > 0.1 \Rightarrow \text{پس نمی توان جدار نازک در نظر گرفت.}$$

معیار طراحی: برای طراحی براساس تنش مجاز برشی τ_{all} که به صورت زیر بدست می آید:

$$\tau_{all} = \frac{\tau_u}{S.F} \quad \text{تنش برشی نهایی} = \frac{\text{تنش برشی مجاز}}{\text{ضریب اطمینان}}$$

$$\tau_{all} = \frac{T \cdot R}{J} \rightarrow \left(\frac{J}{R} \right)_{\text{لازم}} \geq \frac{T}{\tau_{all}}$$

۱- بر مقطع توپر تحت گویایی
تنش T
۵-۵

$$R \geq \sqrt[3]{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{T}{\tau_{all}}}$$

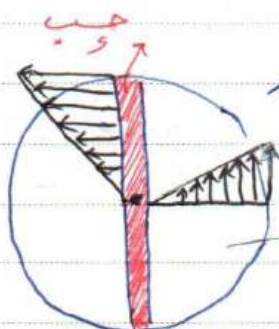
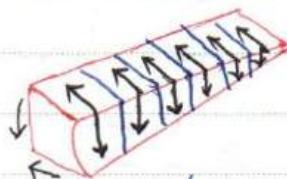
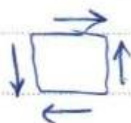
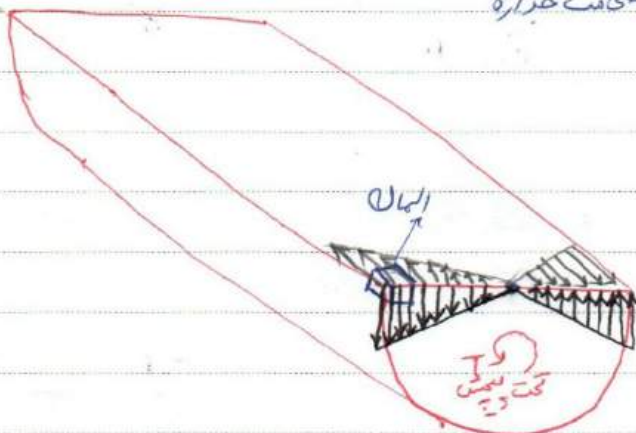
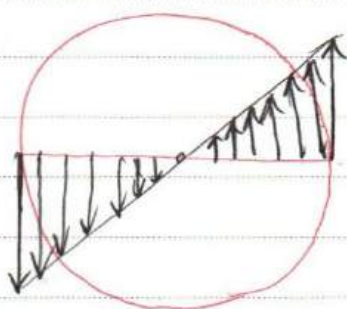
۲- مقطع توخالی

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot R_o}{J} \rightarrow \left(\frac{J}{R_o} \right)_{\text{لازم}} \geq \frac{T}{\tau_{all}} \rightarrow (R_o)_{\text{لازم}} = \sqrt{\frac{1}{16\pi} \cdot \frac{T}{\tau_{all}}}$$

۳- برای مقطع جدار نازک

$$\tau = \frac{T \cdot R}{J} \rightarrow \left(\frac{J}{R} \right)_{\text{لازم}} \geq \frac{T}{\tau_{all}} \rightarrow R \geq \sqrt{\frac{1}{16\pi} \cdot \frac{T}{\tau_{all}}}$$

ضخامت جداره



مثال) برای عضوی که از دو قسمت مطابق شکل تشکیل شده است،
توسط جیب به هم متصل گردیده مطلوب است تعیین ماکزیمم گوی
بیشی قابل تحمل توسط $\tau_{all} = 15 \text{ N/mm}^2$
مقطع.

$$\tau_{glue} = 7 \text{ N/mm}^2$$

20 mm

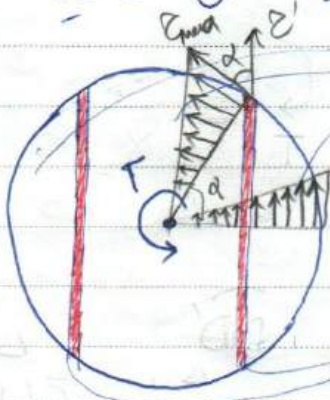
$$\tau_{max} = \frac{T \cdot R}{J}$$

$$\sigma_{all} = \min(\sigma_w, \sigma_{glue})$$

$$T_{max} = \leq \frac{J}{R} \cdot \sigma_{all}$$

$$= \frac{\pi}{2} R^3 \sigma_{glue}$$

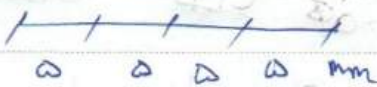
تمرین: مطلوب است تعیین حداکثر طول میخی قابل تحمل توسط مقطع شکل زیر.



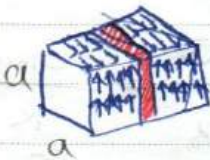
$$(\sigma_w)_{all} = 15 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma' = \tau_{max} \cos \alpha$$

$$(\sigma_{glue})_{all} = 7 \text{ N/mm}^2$$



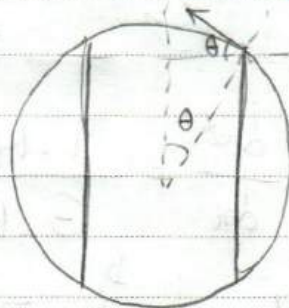
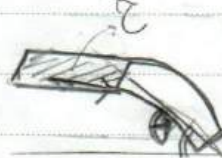
بار هم از حالت بودن میخاله نشی استفاده کردیم.



$$a \sigma_1 a = \tau_1 A$$



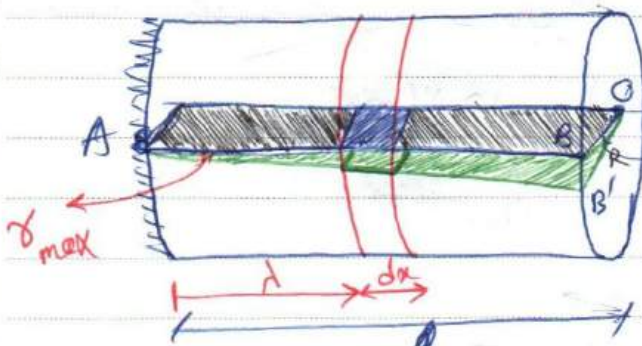
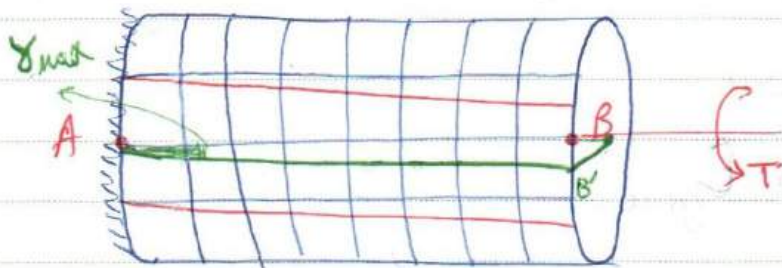
$$\sigma \times a = \frac{T R}{J} \times a \cos \alpha$$



تغییر شکل ناشی از کوبش در مقاطع دایره‌ای (T-φ)

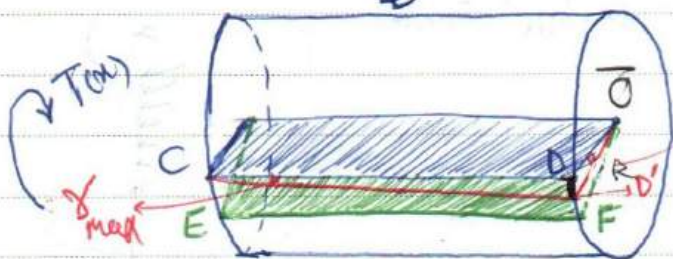
زاویه دوران در طول ϕ

شعاع مقطع R



$$\gamma L = \phi R$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$



$$\overline{DD'} = \Delta \overline{DD'}$$

$$\gamma_{max} \cdot dx = d\phi \cdot R$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{\gamma_{max}}{R} = \frac{\tau_{max}}{GR}$$

اینان در طول dx

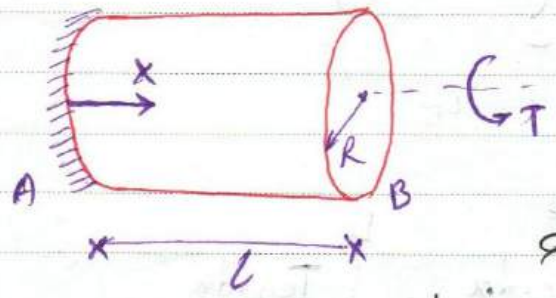
$$\Rightarrow \frac{d\phi}{dx} = \frac{T \cdot R / J}{G \cdot R} = \frac{T}{G \cdot J}$$

$$\int_A^B d\phi = \int_A^B \frac{T}{G \cdot J} \cdot dx \rightarrow \phi_{AB} = \int_A^B \frac{T(x) \cdot dx}{G \cdot J(x)}$$

مردک برش دارد

زاویه‌ی تابش نامشی از کویل تابشی

مثال) برای عضو با مقطع ثابت دایره‌ای (شعاع R) که تحت کویل تابشی T قرار گرفته



مطلوبست تعیین زاویه‌ی تابش

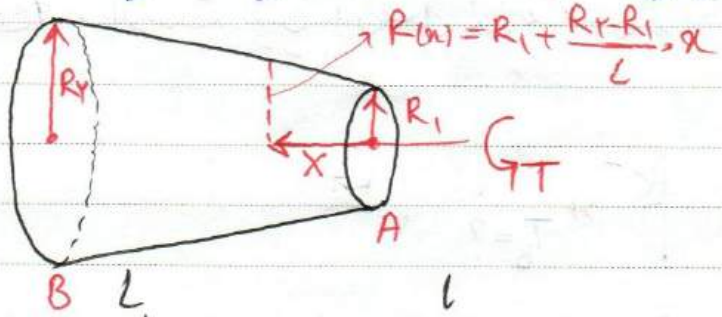
$$\phi_{AB} = \int_0^L \frac{T \cdot dx}{G \cdot J} = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$

مدول برشی ماده

$$T = \frac{G \cdot J}{L} \cdot \phi$$

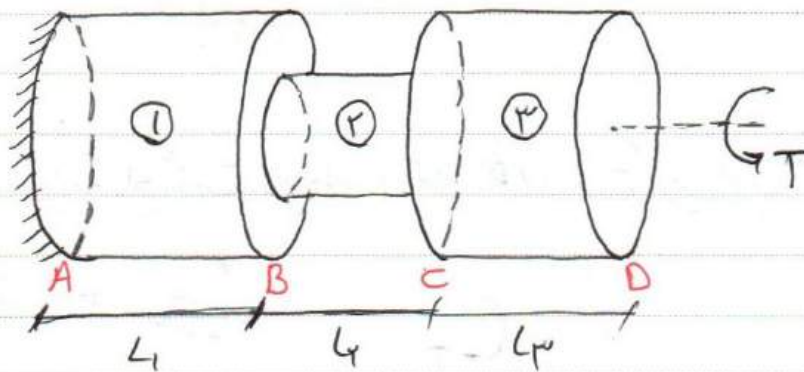
لختی تابشی عضو

مثال) مطلوبست تعیین زاویه‌ی تابش برای عضو با مقطع متغیر شکل زیر که تحت کویل تابشی قرار گرفته است:



T قرار گرفته است:

$$\phi_{AB} = \int_0^L \frac{T(x) \cdot dx}{G \cdot J(x)} = \int_0^L \frac{T \cdot dx}{G \cdot \frac{\pi}{2} \left[R_1 + \frac{R_2 - R_1}{L} \cdot x \right]^4} = \dots$$

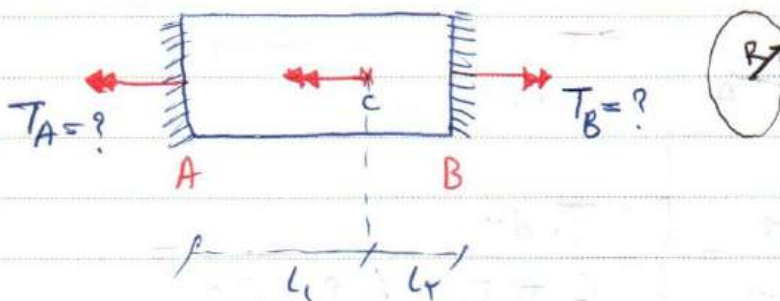


$$\phi_{AD} = \phi_{AB} + \phi_{BC} + \phi_{CD}$$

$$\phi_{AD} = \int_A^B \frac{T_{AB} dx}{G \cdot J_{AB}} + \int_B^C \frac{T_{BC} \cdot dx}{G \cdot J_{BC}} + \int_C^D \frac{T_{CD} \cdot dx}{G \cdot J_{CD}}$$

$$\phi_{AD} = \frac{T \cdot L_1}{G \cdot J_1} + \frac{T \cdot L_2}{G \cdot J_2} + \frac{T \cdot L_3}{G \cdot J_3} = \sum_i \frac{T \cdot L_i}{G \cdot J_i}$$

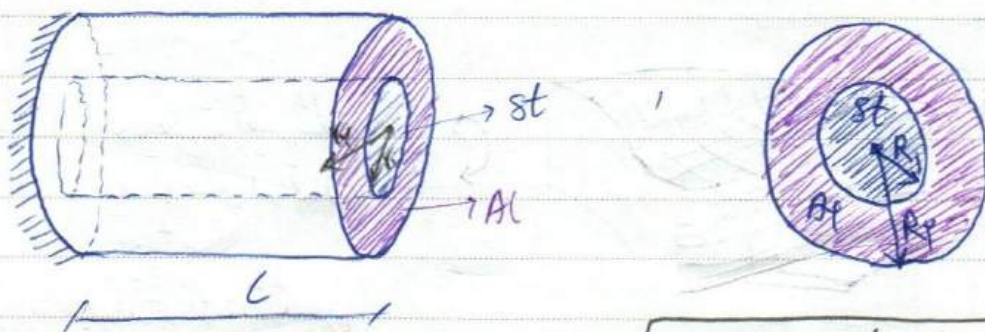
تمرین ۱) مطلوبست تعیین عکس العمل می تپه ها در عضو شلک زیر.



معادله های تعادل ۱ $\sum M_x = 0$ $-T_A - T + T_B = 0$ ①

معادله های همبازی ۲ $\phi_{AC} + \phi_{CB} = 0$ ②

مطلوبه ۲) (تمرین ۲) مطلوبیت برای عضو شللی زیر که از فولاد و آلومینوم است و تحت گزینگی
 T قرار گرفته مطلوبیت تعیین سهم هر یک از مقاطع از گزینگی.



R_1, G_1, γ_1 برای فولاد
 R_2, G_2, γ_2 برای آلومینوم

① تعادل $T_{st} + T_{AL} = T$

② همانند $\phi_{st} = \phi_{AL}$

$\delta L = R \phi$

$$\gamma = \frac{\epsilon}{\theta}$$

$$\tau = \frac{T}{J R} = \frac{T \cdot R}{J}$$

۴۸

$$\gamma_2 = \frac{R_2 \phi}{L} \rightarrow \frac{\phi}{L} = \frac{\gamma_2}{R_2}$$

$$\gamma_1 = \frac{R_1 \phi}{L} \rightarrow \frac{\phi}{L} = \frac{\gamma_1}{R_1}$$

$$\frac{\gamma_1}{R_1} = \frac{\gamma_2}{R_2} \Rightarrow \frac{\epsilon_1}{G_1 R_1} = \frac{\epsilon_2}{G_2 R_2}$$

از اینجا که ϕ برای هر دو قسمت یکسان است پس داریم

$$\rightarrow \epsilon_2 = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{G_2}{G_1} \epsilon_1 \quad \textcircled{I}$$

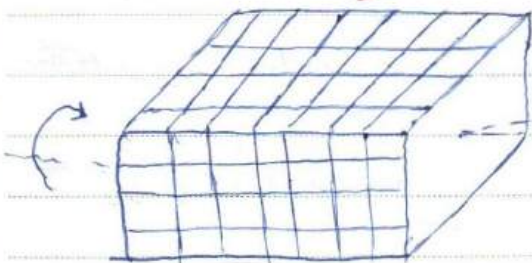
$$\epsilon_1 = \frac{T_1 \cdot R_1}{J_1}$$

$$\epsilon_2 = \frac{T_2 \cdot R_2}{J_2}$$

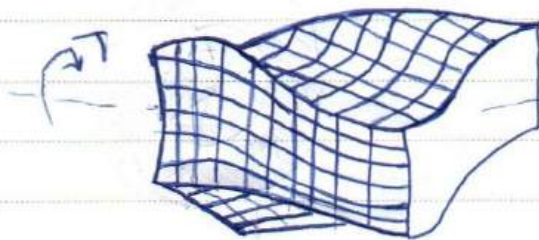
$$\begin{cases} J_1 = \frac{\pi}{2} R_1^4 \\ J_2 = \frac{\pi}{2} (R_2^4 - R_1^4) \end{cases}$$

$$T_1 + T_2 = T_{\text{کل}}$$

تحشش اعضاي غير دايري : ← تحشش مقطع مستطيل



وضعيت اوليه



T

وضعيت تغير شكل
ياسته پس از اعمال
تحشش

بر اساس مشاهدات آزمايشگاهي

۱- صفحات عمود بر محور بصورت صفحه‌اي با هم منبسط نمي‌ماند. ← بنا بر اين در جهت طولی

گرفتني گسي محوري و در نتيجه تنش محوري به وجود مي‌آيد.

۲- تغيرات شكل منبسطي (گرفتني) برشي (لا) از محور عضو تا سطح خارجي خطي نمي‌باشد.

← بنا بر این تغییرات تنش در مقطع به صورت غیر خطی می باشد.

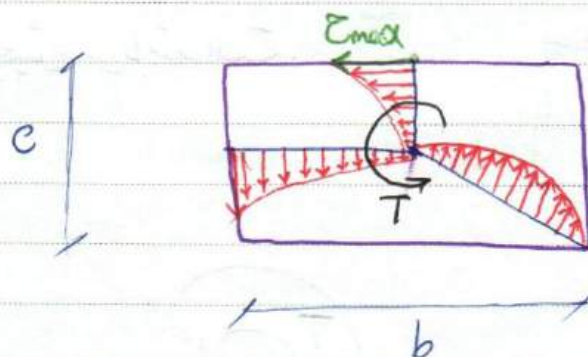
با توجه به آنکه دو فرض اساسی بیش نقص شده است نمی توان از تئوری بکشی

مقاطع دایره ای در این حالت استفاده نمود.

$$C = \frac{T \cdot r}{J}$$

در این حالت از روش تشابه غشایی برای حل مسئله بکشی مقاطع دایره ای استفاده نمود (ماده)

بر اساس این روش توزیع تنش در یک مقطع مستطیل بصورت زیر است. (با فرض مستطیل)



مطابق مشاهدات آزمایشگاهی دیده می شود:

۱- بزرگترین تغییر شکل برشی در وسط ضلع بزرگتر مقطع موجود می آید. ← تنش برشی ماکزیمم در وسط ضلع بزرگتر است.

۲- تغییر ناویج در نقاط گوشه صفر است ← تغییر شکل نسبی برشی و یا تنش برشی در نقاط گوشه صفر است.

$$\phi = \frac{T \cdot L}{\beta \cdot b c^2 G} \quad \text{ناویج برشی} \quad \sigma_{max} = \frac{T}{\alpha b c^2} \quad \text{حداکثر تنش برشی}$$

لین ϕ و β ضرایب ثابت اند.

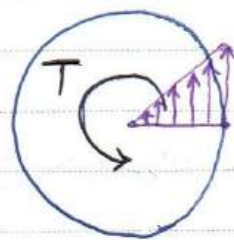
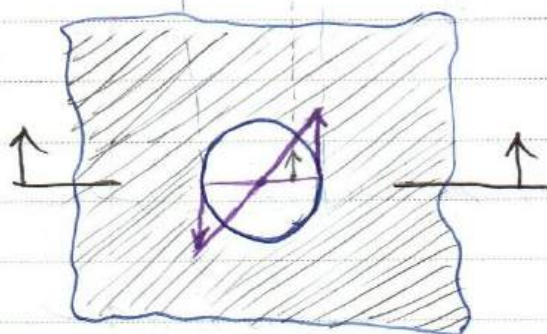
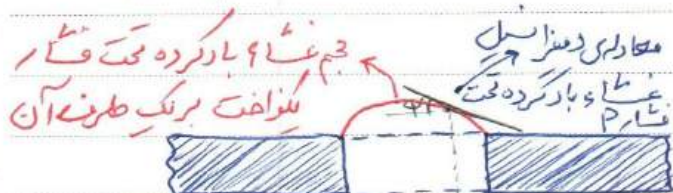
زمانی که عرض مقطع نسبت به طول آن بسیار بزرگتر باشد $\frac{b}{c} \rightarrow \infty$ و $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$ است.

b/c	۱.۰	۱.۵	۲.۰	۳.۰	۴.۰	۱۰	∞
α	۰/۲۰۸	۰/۲۳۱	۰/۲۴۶	۰/۲۶۴	۰/۲۸۹	۰/۳۱۲	۰/۳۳۳
β	۰/۱۴۱	۰/۱۹۶	۰/۲۲۴	۰/۲۴۳	۰/۲۹۹	۰/۳۱۲	۰/۳۳۳

روش مشابهی برای حل مسائل پیچشی:

مطابق این روش معادله دیفرانسیل حاکم بر پیچش، مشابهی معادله دیفرانسیل یک غشای بادکرده تحت فشار متفاوت بر روی یک ورق صلب که دارای سوراخ نظیر سطح مقطع تحت

پیچش می باشد است. در این مثال تنش همان لایه خط مماس است و جهت تنش به صورت مماس افقی بر غشاء بادکرده است.



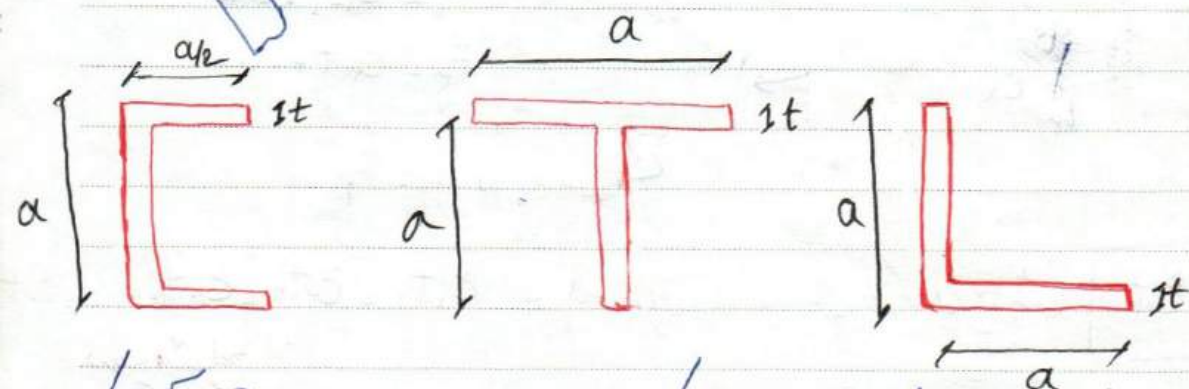
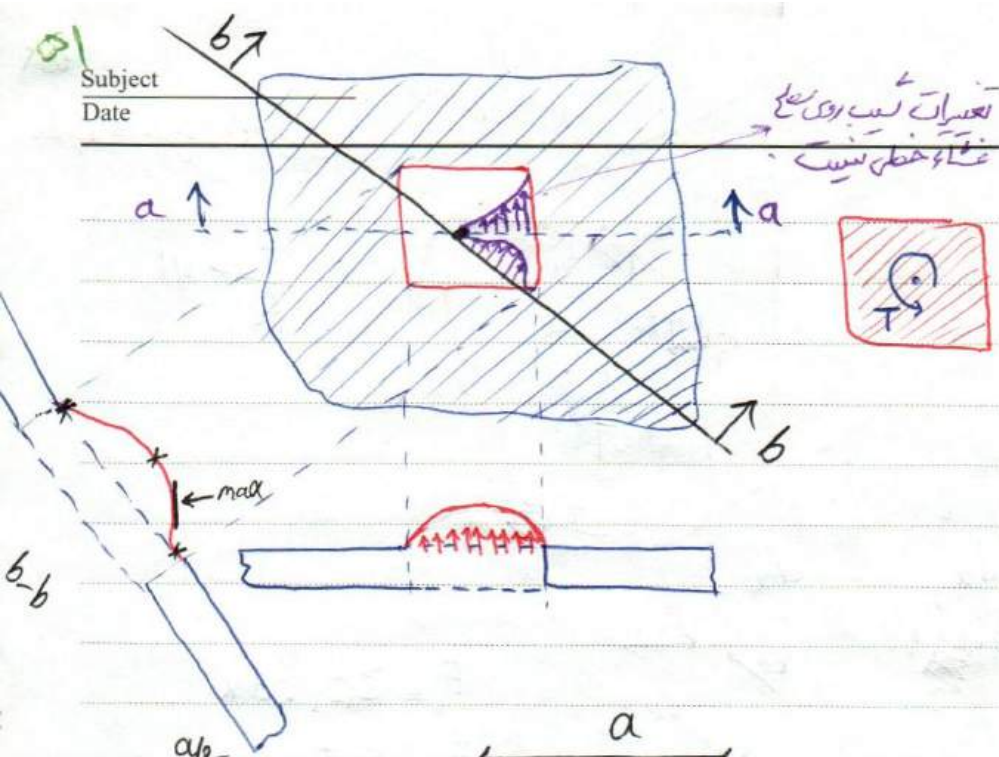
بر اساس این روش،

۱- تنش در هر نقطه منظر با لایه خط مماس بر غشاء بادکرده در آن نقطه می باشد.

۲- جهت تنش در هر نقطه همان خط مماس افقی بر غشاء بادکرده می باشد.

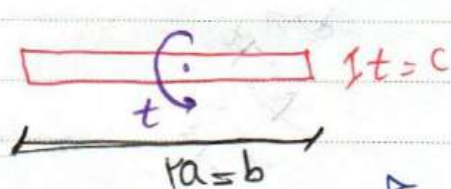
۳- حجم غشاء بادکرده، منظر با کوپل پیچشی وارده می باشد.

$$V \propto T$$



نکته: ظرفیت گویل بخش مقاطع فوق بیان است چون مساحت هر ۳ تایی آنها بیان

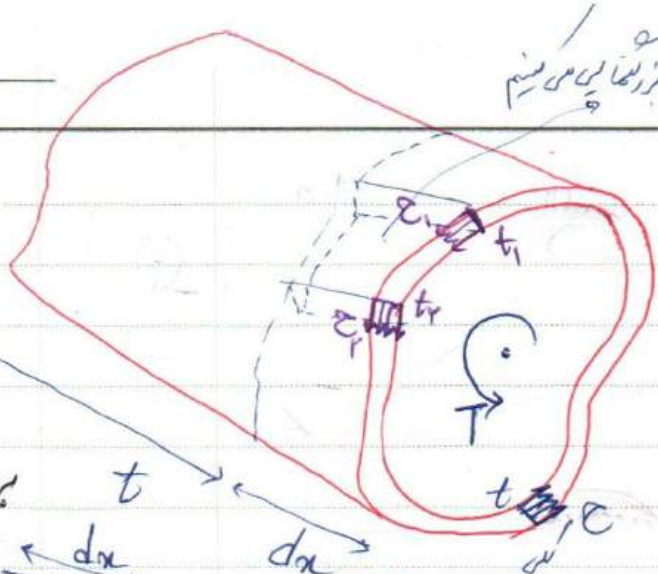
است. در هر کدام را نخواهیم بدست آوریم هر قطعه را به مقاطع مستطیل تقسیم کرده



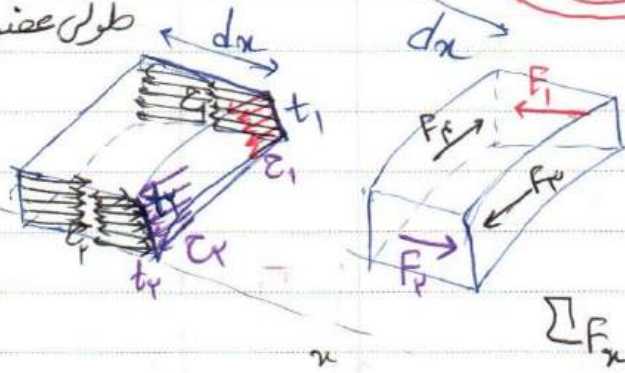
در هر کدام را حساب می کنیم.

$$C_{max} = \frac{T}{\alpha b c^2} \rightarrow \frac{T}{\alpha \cdot (a) t^2}$$

$$\frac{t}{R} \ll 1$$



برای امان در جهت طولی عضو



$$F_t = \sigma_t t_1 \cdot dx$$

$$F_r = \sigma_r t_r \cdot dx$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_t = F_r$$

$q = \sigma t$ (در واحد طول)

$q = \sigma_t t_1 = \sigma_r t_r = \sigma_r t_r = \dots$ (در یک مقطع دلخواه)

برای تعیین مقدار تنش برشی امان در جهت محیطی مقطع در نظر می گیریم.

$$dF = \sigma \cdot t \cdot ds$$

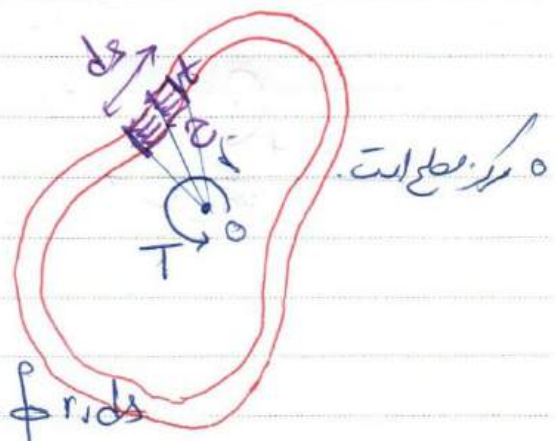
حاشیه خورده

$$dT = dF \cdot r$$

تدر حاصل از dF حول

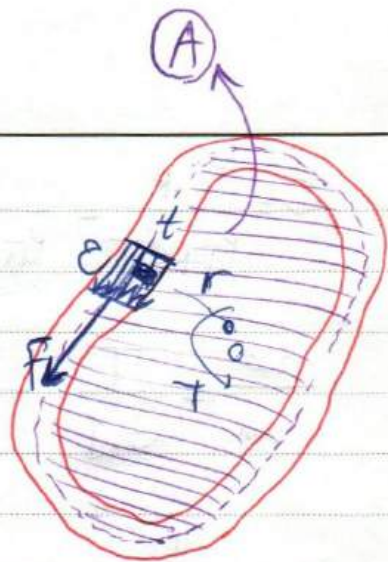
$$\oint dT = \oint \sigma \cdot t \cdot ds \cdot r$$

$$T = \oint \sigma \cdot t \cdot r \cdot ds = q \cdot \oint r \cdot ds$$



$$\tau = \gamma(A) \cdot \rho$$

$$= \gamma(A) \cdot c \cdot t \rightarrow c = \frac{T}{\gamma(A) \cdot t}$$

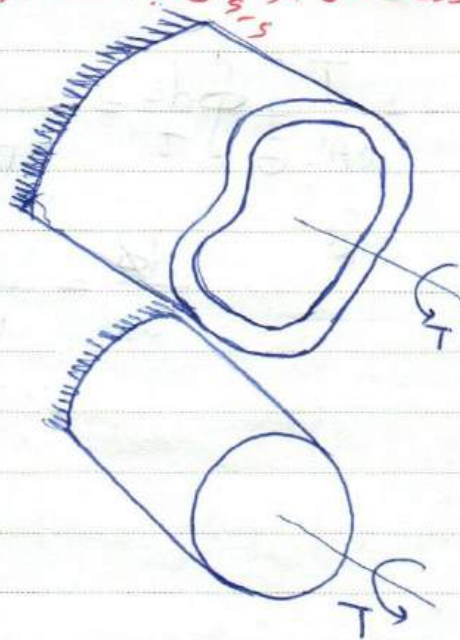


زاویسی دوران ناشی از پیچش با استفاده از قانون بقاء انرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{\gamma(A) \cdot G} \oint \frac{ds}{t}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{G \cdot J}$$

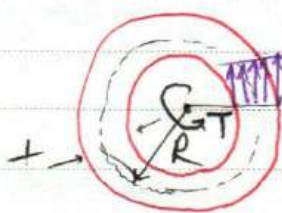
$$\phi = \int \frac{T \cdot dx}{G \cdot J}$$



مثال) برای مقاطع دایره ای جدار نازک با ضخامت t و شعاع متوسط R که تحت کوبش پیچشی T

قرار گرفته است، مطلوب است تعیین توزیع تنش برشی و زاویسی دوران پیچش با استفاده از هر

روش مقاطع دایروی و مقاطع جدار نازک $c = \frac{T \cdot R}{J}$



$$C = \frac{T \cdot R}{2\pi R^2 T} = \frac{T}{2\pi R^2 \cdot T}$$

۱- فرضیات اساسی بحسب مقاطع دایره‌ای

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{G \cdot J} \rightarrow \phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$

طول استاندارد

$$C = \frac{T}{2\pi R^2 \cdot t} = \frac{T}{2\pi R^2 \cdot t}$$

۲- بر اساس مقاطع چهارضلعی

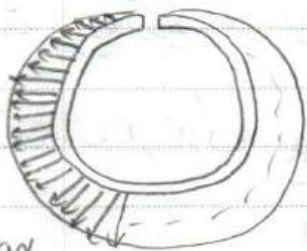
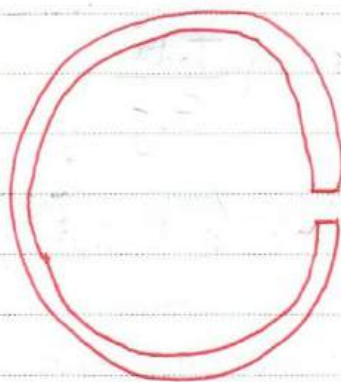
$$\oint ds = 2\pi R$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{G \cdot J} \cdot \frac{\oint ds}{t} = \frac{T}{G \cdot J} \cdot \frac{2\pi R}{t}$$

$\downarrow$
 $2\pi R^2$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{2\pi R^2 G \cdot t}$$

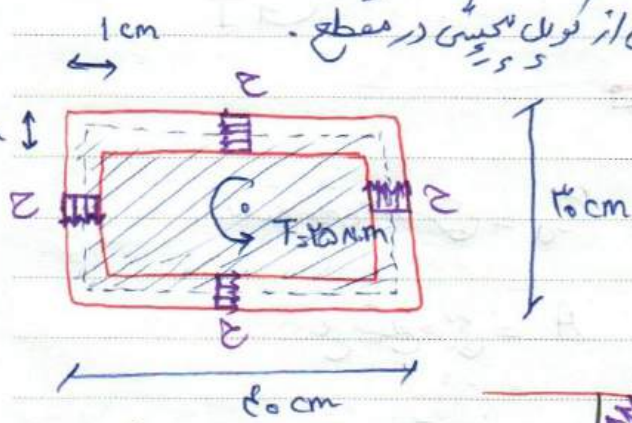
چون $\oint$ روی سطح است این مثل دایره صورت
یک مستطیل باز کرده و بحسب حل می‌کنیم.



۲- چرا در این حالت σ در این صورت از حد σ_{max} و از
این حد σ_{max} از حد σ_{max} می‌آید.

سؤال) مقطع جدار نازک مربع مستطیل شکل را در نظر بگیرید که تحت گویک یکسانی $T = 25 \text{ N.m}$

تأثیر دارد، مطلوب است توزیع تنش برشی ناشی از گویک یکسانی در مقطع.



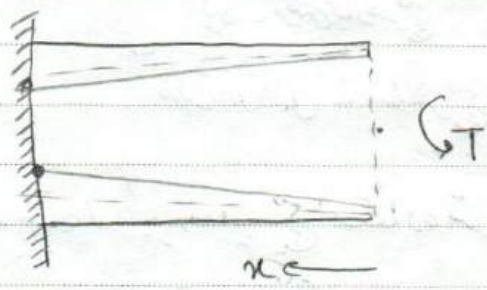
$$\tau = \frac{T}{2(A)t}$$

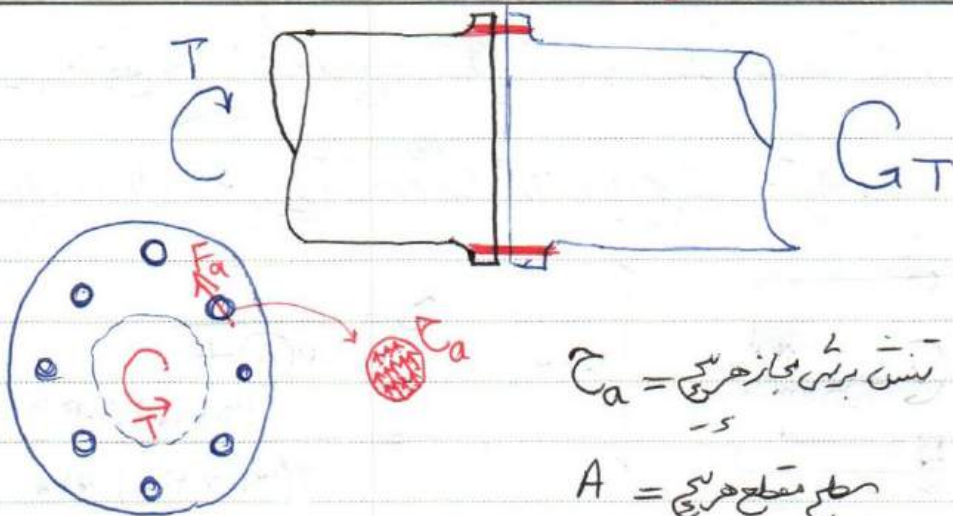
$$= \frac{25 \times 10^3 \text{ N.mm}}{2(200 \times 200) \times 10 \text{ mm}^2 \text{ m}}$$

$$\phi_{AB} = \int_A^B \frac{T(x)}{G(A(x))^2 \cdot G} \left(\oint \frac{ds}{t} \right) \cdot dx$$

$$\phi_{AB} = \int_A^B \frac{T(x)}{G \cdot J(x)} \cdot dx \quad \text{دایره ای}$$

→ اگر همین شکل داشته باشیم $A(x)$ هم بدست
تأثیر از $T(x)$ تغییر می برد و در نهایت
نیاز به محاسبه می شود.





τ_a = تنش برشی مجاز هر پیچ

A = سطح مقطع هر پیچ

r = فاصله مرکز پیچ تا محور

n = تعداد پیچ

$$T = (\tau_a \cdot A) \cdot r \cdot n$$

نیروی برشی مجاز هر پیچ

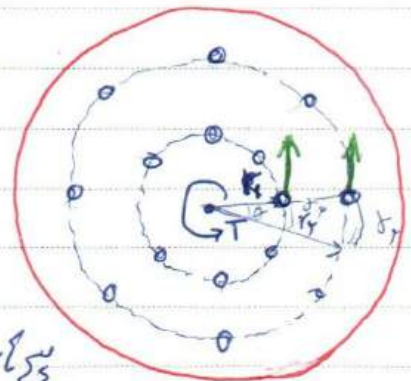
تکرر قابل تحمل توسط هر پیچ

نکته: برای مقطع اتصال که بیش از یک ردیف پیچ استفاده شود به روش زیر عمل می‌کنیم:

در این حالت فرض می‌شود که نسبت تغییر شکل برشی در ردیف پیچ به نسبت شعاع‌های در ردیف است.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\gamma_1 \cdot G}{\gamma_2 \cdot G} = \frac{\tau_1 \cdot A}{\tau_2 \cdot A} = \frac{F_1}{F_2}$$

پیچ‌های در ردیف دارای سطح مقطع یکسان برابر A می‌باشد.



$$F_y = F_a$$

با فرض آنکه هیچ یکی ردیف ۲ حد اکثر ظرفیت خود را تحمل نماید در این صورت هیچ یکی ردیف ۱

مقدار نیروی برشی برابر $F_1 = \frac{r_1}{r_2} F_a$ تحمل نماید

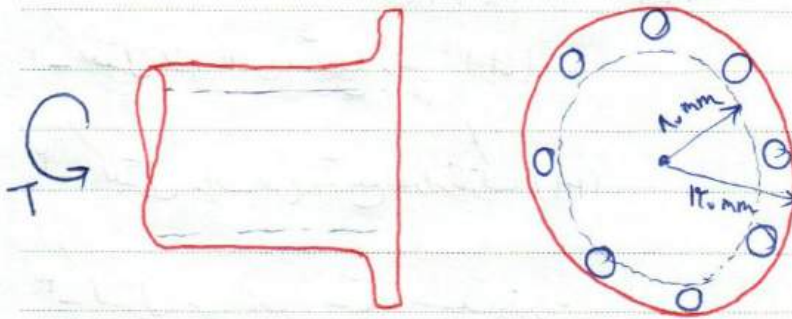
لویل میخی قابل تحمل

توسط اتصال

$$T = (\sum a \cdot A) \cdot r_2 \cdot h_2 + \left(\frac{r_1}{r_2} \cdot \sum a \cdot A \right) \cdot r_1 \cdot h_1$$

تعداد میخ ردیف ۲
تعداد میخ ردیف ۱
ردیف ۲
ردیف ۱

مثال) مطلوب است تعیین حد اکثر لنگر میخی قابل تحمل توسط اتصال شکل زیر



۸ میخ $\phi = 30 \text{ mm}$

تنش برشی مجاز میخ

$$\tau_a = 90 \text{ N/mm}^2$$

سطح مقطع میخ $A = \frac{\pi}{4} (30)^2 = 707 \text{ mm}^2$

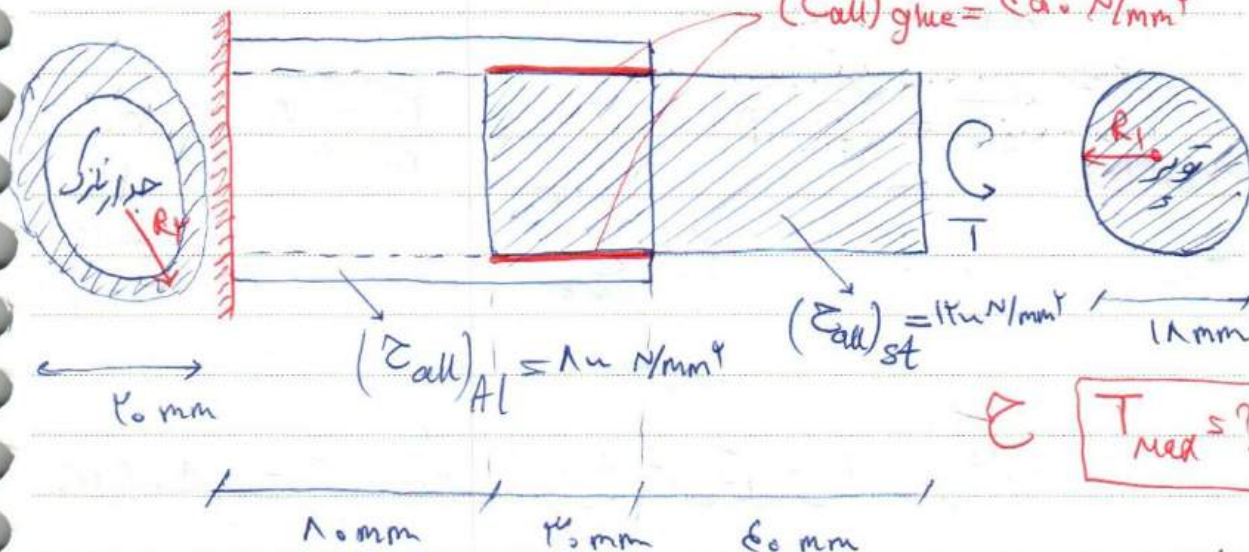
نیروی برشی مجاز $F_a = \tau_a \cdot A = 90 \times 707 = 63630 \text{ N}$

لویل میخی مجاز $T = (63630) (100) \times 8 = 5090400 \text{ Nmm}$

مثال) عضو شکل زیر از دو قسمت مقطع توپرو توخالی که توسط چسب به یکدیگر متصل شده اند

تشکیل شده است. مطلوب است تعیین حداکثر طول مجسم قابل تحمل توسط عضو.

$$(\tau_{all})_{glue} = 45.0 \text{ N/mm}^2$$



$$T_{max} = ?$$

۱- کنترل براساس مقطع توپر (st)

۲- کنترل براساس مقطع جدارنازک (Al)

۳- کنترل براساس مقطع چسب خورده

۱) برای مقطع توپر

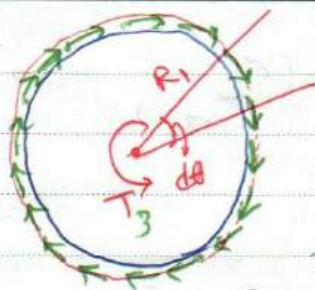
$$\tau_{max} = \frac{T_1 R_1}{J} \leq (\tau_{all})_{st} = \dots$$

$$T_1 = \frac{\pi}{2} R_1^3 (\tau_{all})_{st} = \dots$$

$$\tau_{max} = \frac{T_2 R_2}{J_2} \leq (\tau_{all})_{Al}$$

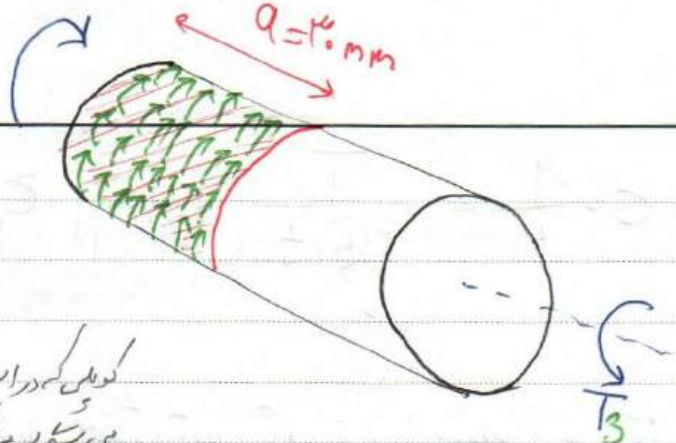
$\rightarrow 2\pi R_2^2 t$

$$T_2 = 2\pi R_2^2 t (\tau_{all})_{Al} = \dots$$



کوئیس که در اینجا وارد

می شود برابر کوئیس است
که سطح جانب به عنوان تکه تکه وارد می شود



$$T_3 = (\sum_{all} k_{glue} \cdot (\pi R) \cdot (a) \cdot (R_1))$$

کل نیرو

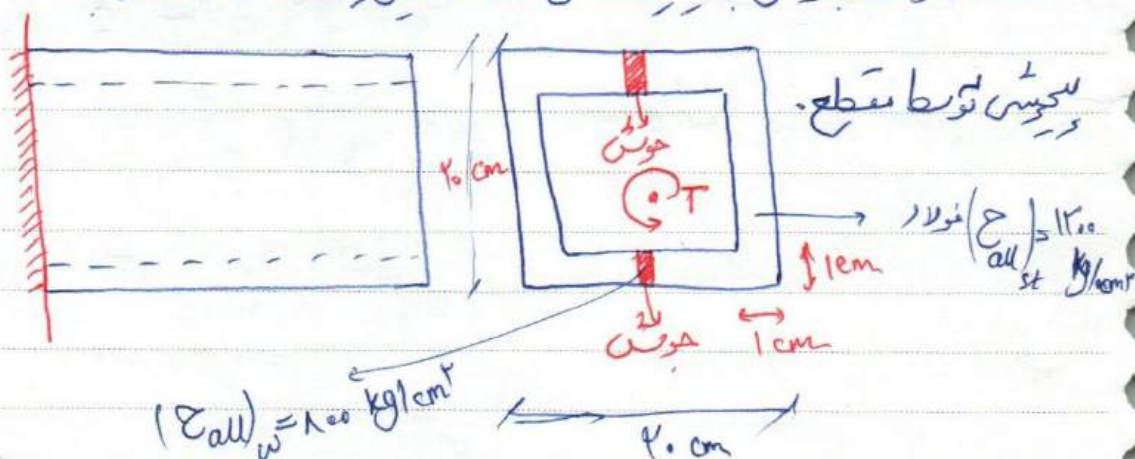
$$T_3 = \int_0^{2\pi} (\sum_{all} k_{glue} \cdot R_1 \cdot d\theta \cdot R_1 \cdot a)$$

از هر دو راه برابرند

$$\min \{ T_1, T_2, T_3 \} = T_{max}$$

مثال الف) برای مقطع قوطی شکل زیر که تحت کوئیس سیمش T قرار گرفته مقطع از دو

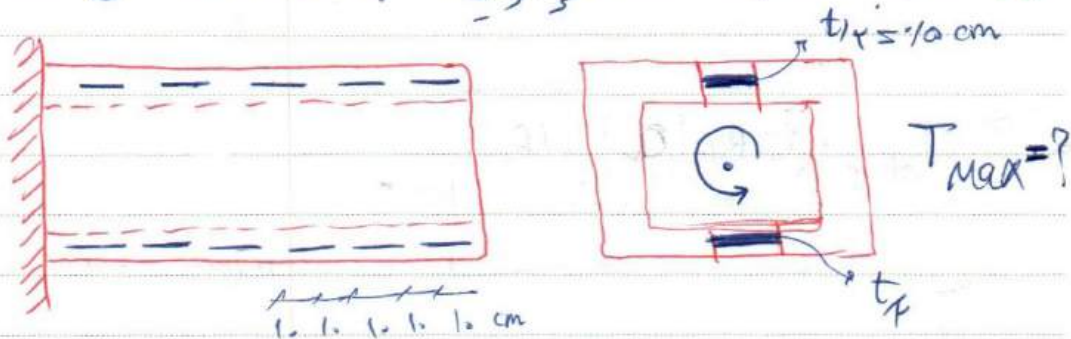
سمت که توسط جوش به یکدیگر متصل شده تشکیل یافته است، مطلوب است، حداکثر کوئیس



$$\sigma = \frac{q}{t} = \frac{T}{2(A)t} \leq \min\{(\sigma_{all})_g, (\sigma_{all})_{st}\} \rightarrow T =$$

$$(14 \times 19 \text{ cm}^2)$$

ب) مطلوبه محاسبی حداکثر کوئل بچشی قابل تحمل توسط مقطع در حالت زیر:



برای حل این سوال یک مقطع 20 cm² را به عنوان نمونه جدا کرده

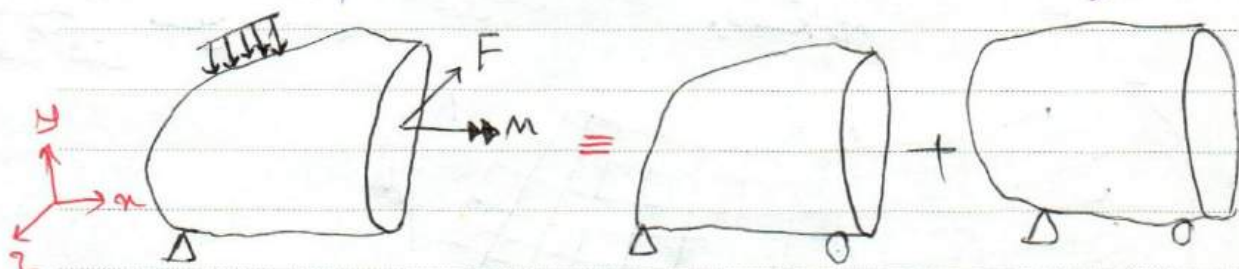
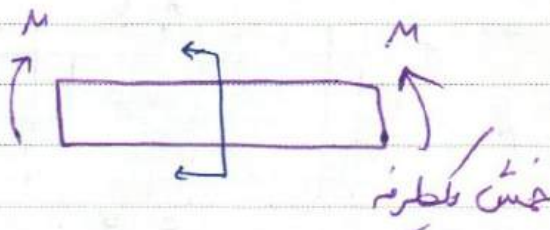
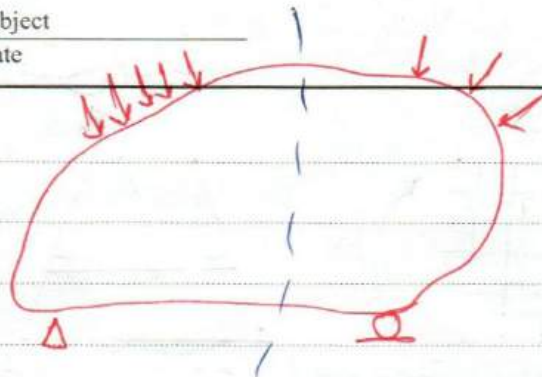
در نظریه گرمی یک جریان کوئل بچشی در این شکل در

حال عبور است که زمان به حوش می رسد باید از آن عبور کند پس داریم:

$$\sigma_1 a_{\text{مقطع}} = \sigma_2 a_{\text{حوش}} \quad \sigma_1 \times 14 \times 19 = \sigma_2 \times 10 \times 10$$

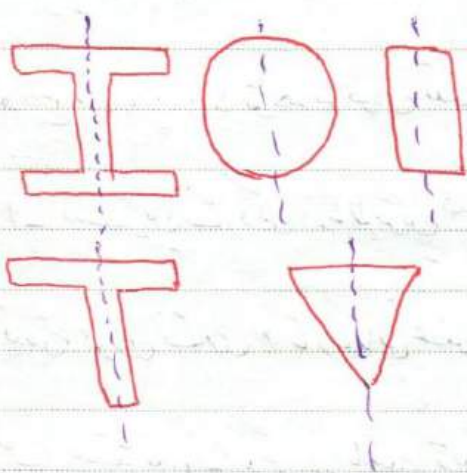
$\sigma_2 = 4\sigma_1$ یعنی مقدار تنش حوش 4 برابر خود مقطعی فولاد است

تشنه ای ناشی از خمش (خمش خالص)



فرضیات اساسی خمش
۱- تیر مستقیم باشد.

۲- یک محور تقارن قائم وجود داشته باشد.



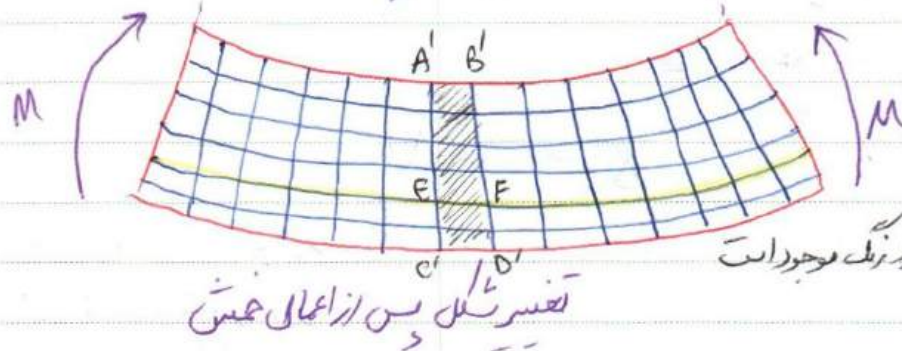
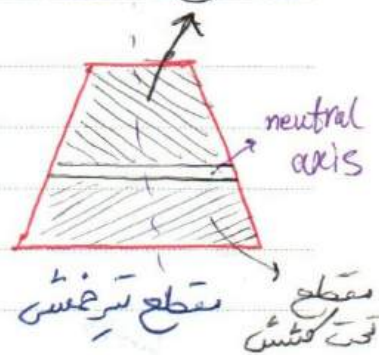
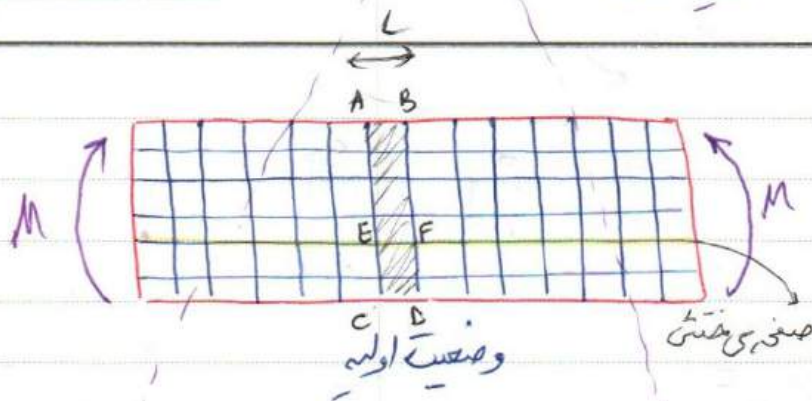
۳- اصل برنولی: صفحات عمود بر محور عضو پس از خمش به صورت صفحه ای باقی می ماند.

۴- رفتار ماده خطی فرض می شود.



مرکز انحناء زوایای انحناء

مقطع تحت بار



در شکل همواره خطی مثل خطار در یک موجود است که تغییر طول نمی دهد.

توصیف شماره ۱: با توجه به نحوه تغییر شکل یک عضو خمشی مشاهده می گردد:

۱- بیشترین فشردگی در بالاترین صفحه (تار) از عضو خمشی وجود می آید - لذا بیشترین

تنش محوری ناشی از تار بالایی عضو می باشد.

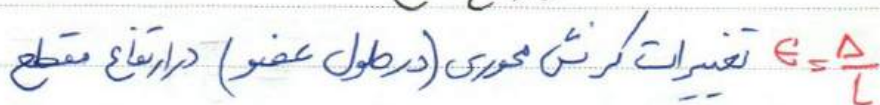
۲- بیشترین کشیدگی در پایین ترین صفحه (تار) (fiber) از عضو خمشی می باشد - پس

تنش محوری کششی در تار پایینی عضو است.

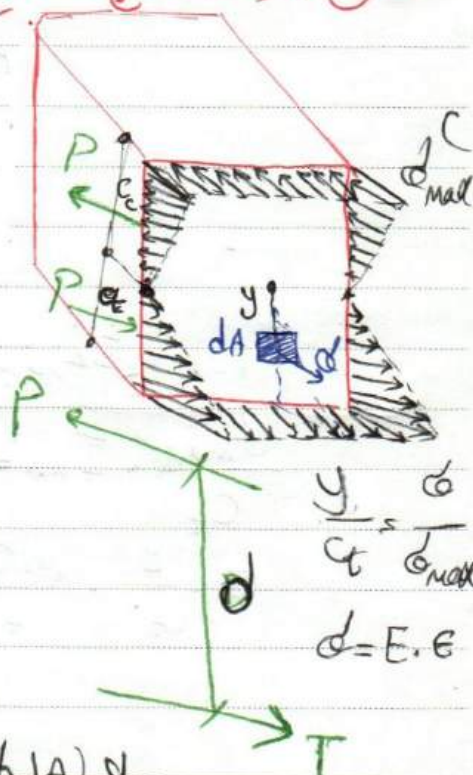
۳- با توجه به تغییرات شکل طولی در ارتفاع مقطع (از فشردگی در بالا تا کشیدگی در پایین)،

صفحه ای در طول عضو وجود دارد که دارای هیچ تغییر شکلی نمی باشد - صفحه خنثی

neutral plane



مقاطع را در حالت مربع مستطیل شکل در نظر گرفته



$$\sum F_x = 0 \quad P \equiv T$$

⑦ $\Sigma M = 0 \quad P.d \equiv T.d \equiv M$

$$\textcircled{1} \sum_{F_x} \int_A d, dA = 0 \quad \textcircled{r} \sum m = 0$$

~~$$M = \int_{\text{wire}} (dA) \cdot y =$$~~

$$\textcircled{1} \quad \sum F_x = 0 \quad \int_A \sigma dA = 0$$

$$\int_A \frac{y}{c_t} \cdot \sigma_{max} dA = 0$$

$$\frac{\sigma_{max}}{c_t} \int_A y \cdot dA = 0 \rightarrow \bar{y} \cdot A = 0$$

$$= \bar{y} \cdot A \quad \bar{y} = 0$$

کل تار خشی از مرکز سطح مقطع عبور می کند

$$\textcircled{2} \quad \sum M = 0$$

$$\int_A \sigma \cdot y \cdot dA = M$$

$$\int_A \frac{y}{c_t} \cdot \sigma_{max} \cdot y \cdot dA = M$$

$$\frac{\sigma_{max}}{c_t} \cdot \int_A y^2 \cdot dA = M$$

I_{xx} از این نسبت به تار خشی

$$\frac{\sigma_{max}}{c_t} \cdot I_{xx} = M$$

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot c_t}{I}$$

نسبت یار خشی
نسبت یار خشی

$$\sigma = \frac{y}{c_t} \cdot \frac{M \cdot c_t}{t} \rightarrow \sigma = \frac{M \cdot y}{I} \quad y = c_c$$

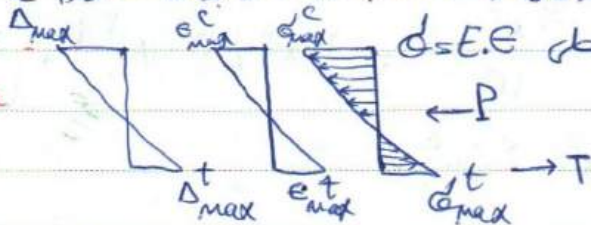
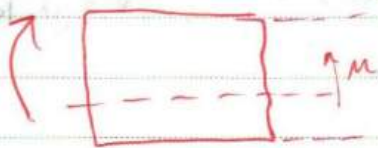
$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot c_c}{I}$$

فرضیات :



- ۱- تیر مستقیم
- ۲- محور تناوب قائم

۳- فرض بر نولی (صفحات به صورت عمود بر صفحات محور)

۴- رفتار خطی $\sigma = E \cdot \epsilon$ 

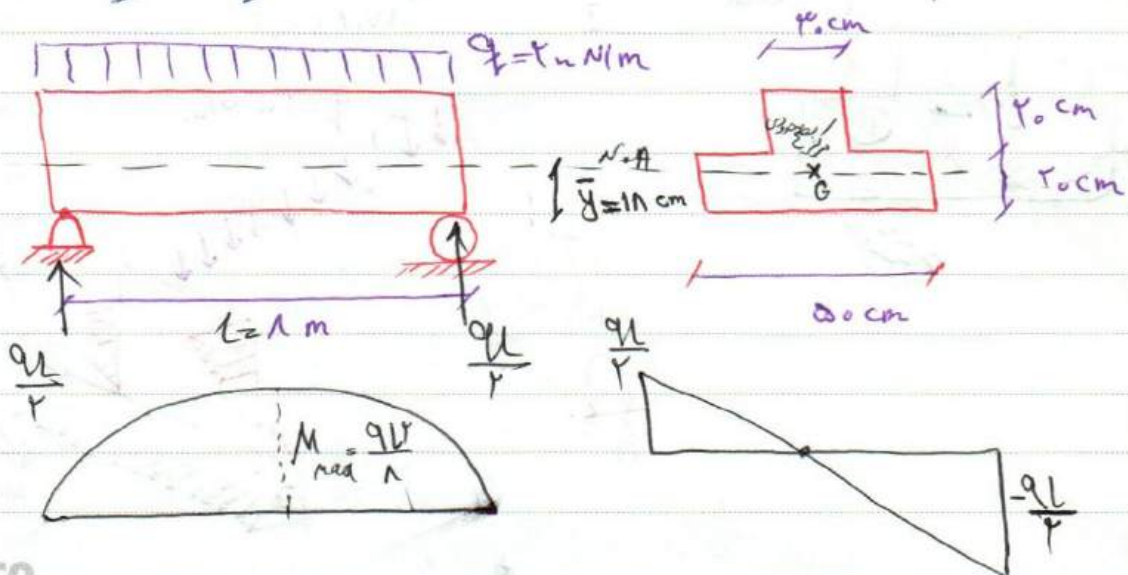
$$\sum F_x = 0 \quad P = T \quad \int_A \sigma dA = 0$$

$$\sum M_s = 0 \quad P \cdot d = T \cdot d = M \quad \int_A \sigma \cdot y \cdot dA = M$$

$$\sigma_y = \frac{M \cdot y}{I_{xx}}$$

مان اینرشیال حول محور خمش

مثال) مطلوب است حداکثر تنش ناشی از خمش گره خمش در تیر شکل زیر.



Subject:

Year:

Month:

Date:

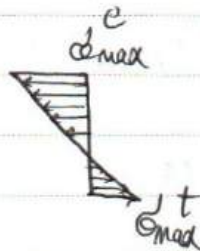
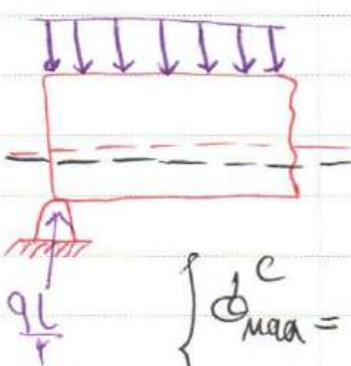
()

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i} = \frac{(20 \times 20)(20) + (20 \times 20)(10)}{20 \times 20 + 20 \times 20} = 15 \text{ cm}$$

$$I = \sum (I_{G_i} + A_i d_i^2)$$

$$= \left[\frac{20 \times 20^3}{12} + (20 \times 20)(20 - 15)^2 \right] + \left[\frac{20 \times 20^3}{12} + (20 \times 20)(15 - 10)^2 \right]$$

$$I = 141.8 \times 10^6 \text{ cm}^4 \checkmark$$

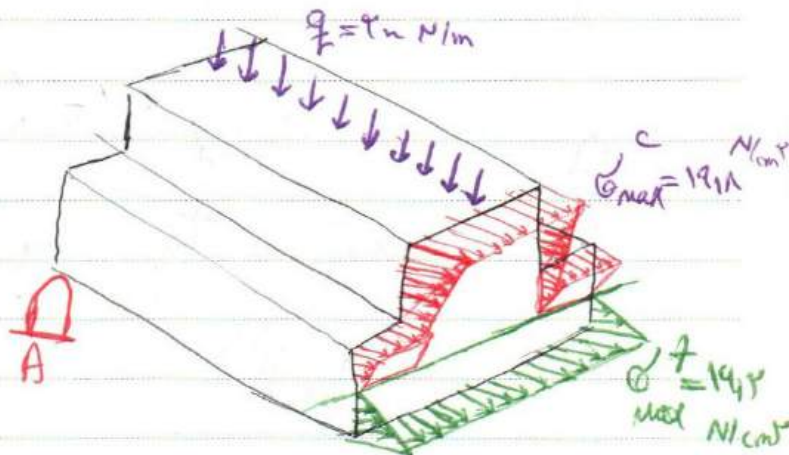
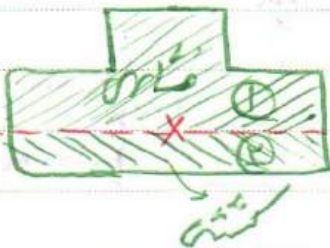


$$c^c = 20 \text{ cm}$$

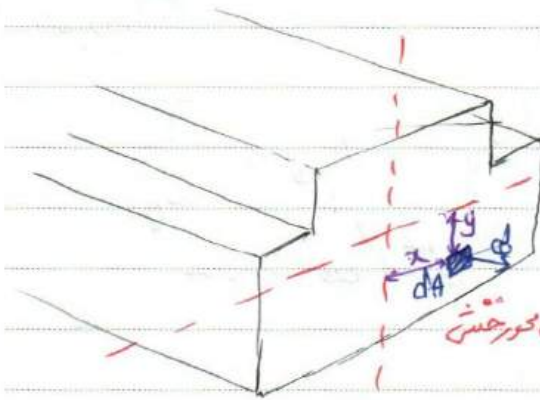
$$c^t = 15 \text{ cm}$$

$$\sigma_{max}^c = \frac{M_{max} \cdot c^c}{I} = \frac{(1400 \times 100)(20)}{141.8 \times 10^6} = 19.11 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_{max}^t = \frac{M_{max} \cdot c^t}{I} = \frac{(1400 \times 100)(15)}{141.8 \times 10^6} = 14.17 \text{ N/cm}^2$$



بررسی علت مورقارن تا نیم در اعضا و خمشی



$$\int_A d \cdot dA \cdot y = M_{xx}$$

محور حول
مورقارن

$$d = \frac{M \cdot y}{I_{xx}}$$

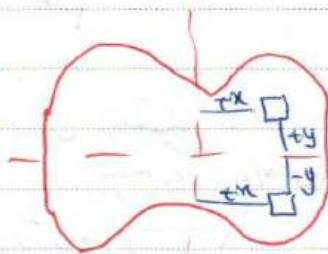
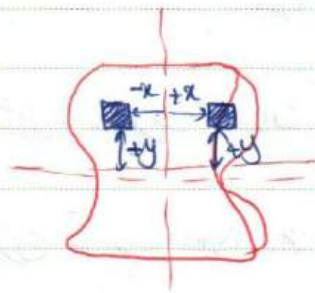
محور انحراف خمشی نسبت به محور خمشی

$$\int_A d \cdot dA \cdot x = M_{yy} = 0$$

$$\int_A \frac{M_{xx} \cdot y}{I_{xx}} \cdot dA \cdot x = 0$$

$$\frac{M}{I} \int x \cdot y \cdot dA = 0$$

I_{xy} نیاز به محاسبه در مورقارن داریم. I_{xy} نیاز به محاسبه در مورقارن داریم.



$$I_{xy} = \int_A x \cdot y \cdot dA = 0$$

نیاز به محاسبه در
مورقارن داریم.

Subject:

Year. Month. Date. ()



معيار طراحی در اعضاء کششی

$$\sigma = \frac{T}{A_{\text{لازم}}} \leq \sigma_{\text{All}} = \sigma_y$$

$$A_{\text{لازم}} \geq \frac{T}{\sigma_y}$$

عضو کششی



$$\sigma = \frac{P}{A_{\text{لازم}}} \leq \sigma_{\text{All}} = \min\{\sigma_y, \sigma_c\}$$

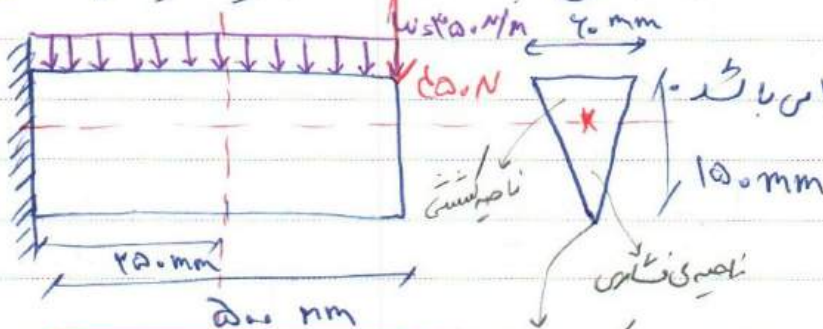
$$A_{\text{لازم}} \geq \frac{P}{\sigma_{\text{All}}}$$

برای عضو خمشی

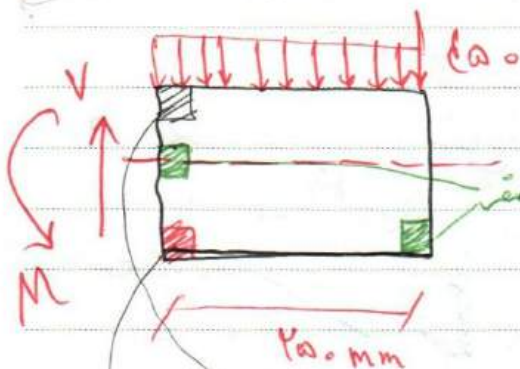
$$\sigma = \frac{M \cdot c}{I} \leq \sigma_{\text{All}}$$

$$S = \frac{I}{c} \leftarrow \left(\frac{I}{c} \right)_{\text{لازم}} \geq \frac{M}{\sigma_{\text{All}}}$$

مثال: مطلوبست حداکثر تنش خمشی در مقطع یکنواختی ۲۵۰ میلی از تکیه ده تیر طویل شکل مقابل



$$M = (d a_0)(K a_0) + \frac{K a_0 (K a_0)^2}{2} = 122 \text{ N.m}$$



$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$

$$I = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} (40 / (159)) (100)^3 = 5.42 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

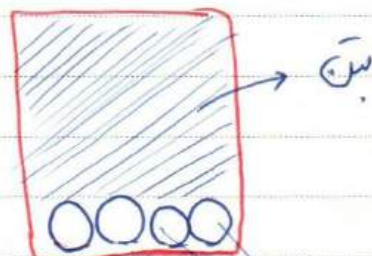
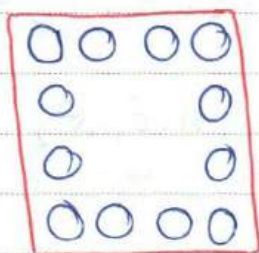
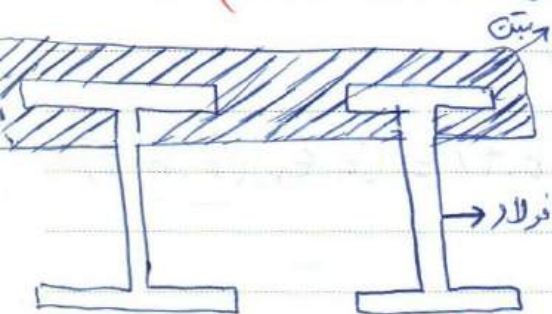
$$\sigma_{max}^c = \frac{(122 \times 10^3) (100)}{5.42 \times 10^4} = 2.11 \times 10^2 \text{ N/mm}^2$$

تنش فشاری

$$\sigma_{max}^t = 1.14 \times 10^2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{max}^c = 2.11 \times 10^2$$

خشت تیرهای مرکب (تیرهایی که از ۲ یا چند بخش ساخته شده است)



$$\left(\frac{I}{C} \right)_{\text{قسم}} \geq \frac{M}{\sigma_{all}}$$

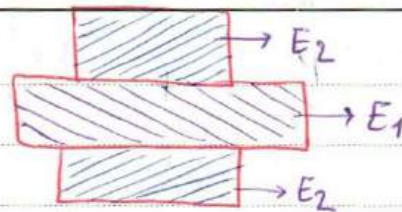
مؤلاد (سلولر)
تیر خشت

Subject:

Year. Month. Date. ()

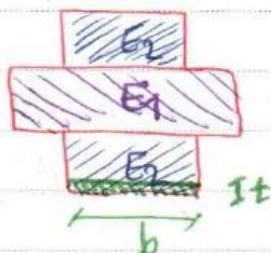


مستوی از طول تیر

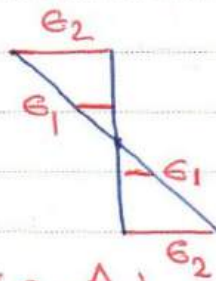


مقطع تیر چسبیده

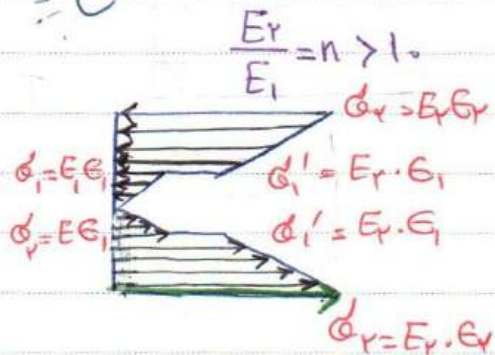
فرض $E_2 > E_1$



مقطع تیر چسبیده



$(e = \frac{\Delta}{L})$
فرض برنولی



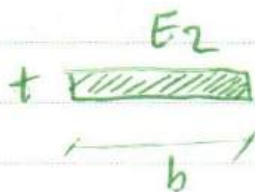
نیروی طارده بر روی سطح هاشورا
خورده

$$F = \sigma_r \cdot A = \sigma_r (b \cdot t)$$

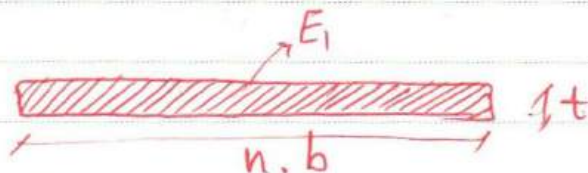
$$= (E_r \cdot \epsilon_r) (b \cdot t)$$

$$= (n \cdot E_1 \cdot \epsilon_2) (b \cdot t) = (E_1 \cdot \epsilon_r) (n \cdot b \cdot t)$$

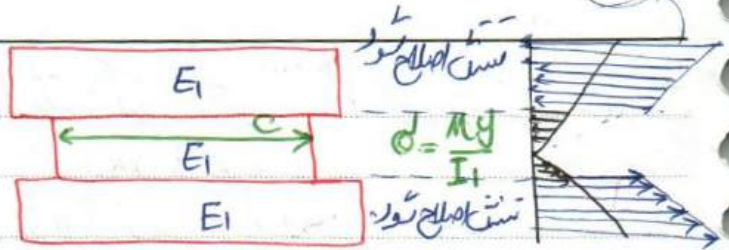
تنش در تیر با سینی به شرط آنکه از چسبندگی E_1 باشد



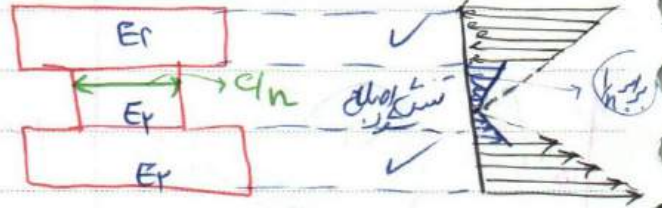
$\equiv$



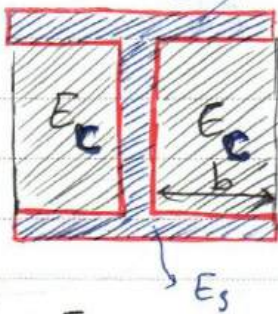
مقطع تبدیل که تماماً به
 E_1 تبدیل می شود.



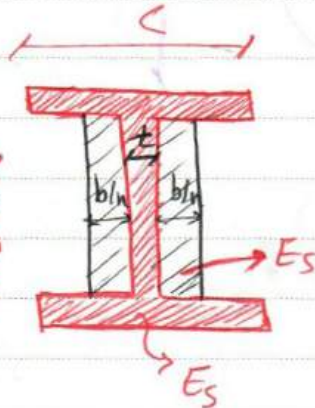
مقطع تبدیل که تماماً به
 E_2 تبدیل می شود.



مقطع تبدیل فولاد



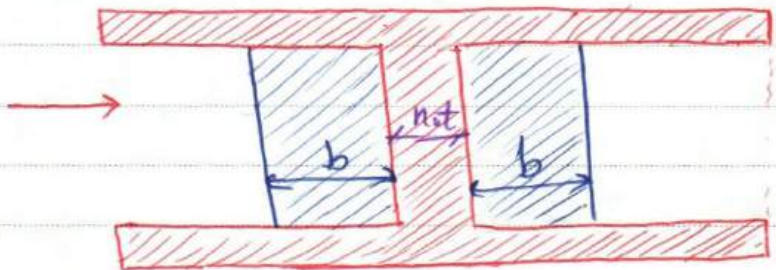
مقطع
 تبدیل
 فولاد



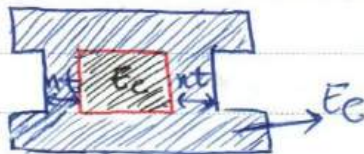
مثال از مقطع تبدیل

$$E_s > E_c$$

$$\frac{E_s}{E_c} = n$$

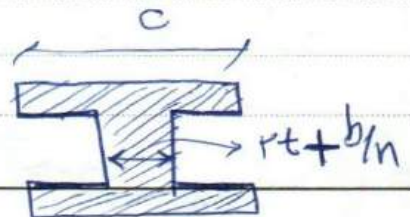
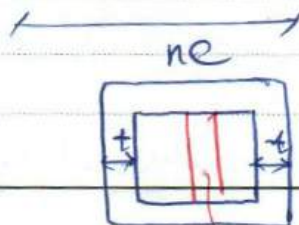


مقطع تبدیل
 به بتن



nc

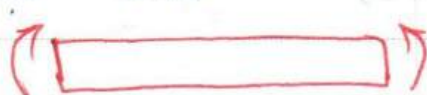
مبدل
 فولاد



Subject:

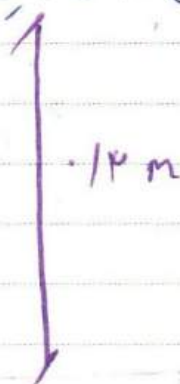
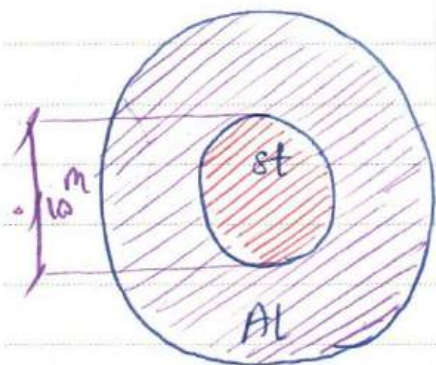
Year: Month: Date: ()

مثال) در تیر مقطع مرکب شکل مقادیر که تحت گشتش $M = 10 \text{ KN.m}$ قرار گرفته مطلوبیت



$M = 10 \text{ KN.m}$

یابی تنش ماکزیمم در تیر از مقاطع فولاد و آلومینوم

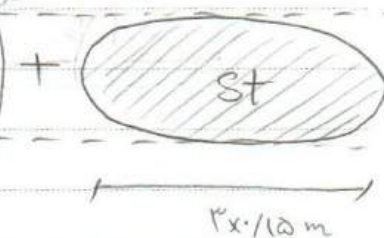
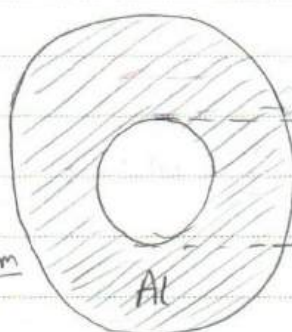
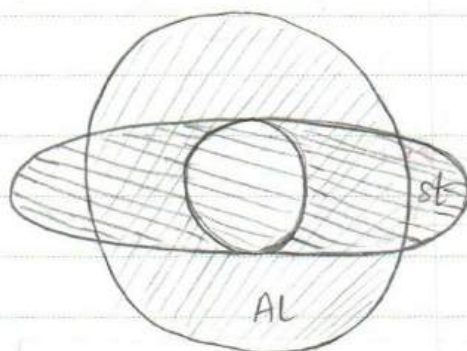


$$E_{St} = 211 \times 10^9 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{Al} = 70 \times 10^9 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{E_{St}}{E_{Al}} = 3$$

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$



$$I = I_1 + I_2$$

$$I_{xx} = I_{yy} = I_{xx0} + A(R_0^2 - R_1^2) \rightarrow \frac{\pi}{4} (R_0^4 - R_1^4) + \frac{\pi}{4} a b^2$$

$$I = \frac{\pi}{4} (0.1^4 - 0.0375^4) + \frac{\pi}{4} (3 \times 0.075) (0.075)^2$$

$$I = 5.157 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

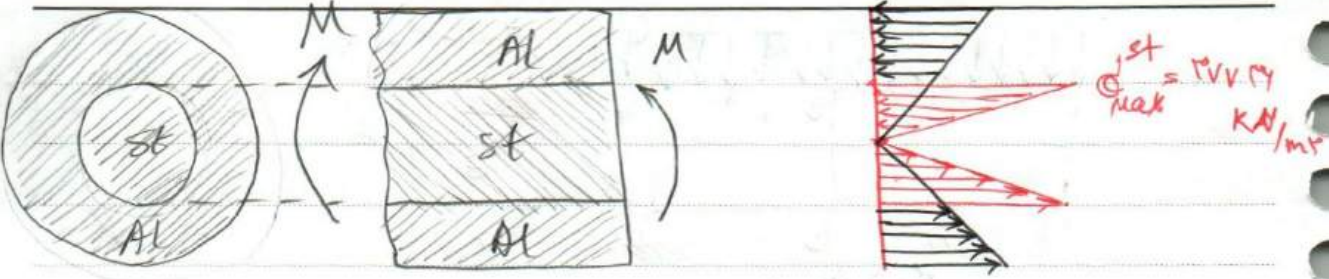
$$\sigma_{max}^{Al} = \frac{M \cdot C^{Al}}{I} = \frac{10 \times 0.15}{5.157 \times 10^{-6}} = 29150 \text{ KN/m}^2$$

$$\sigma_{max}^{St} = \frac{M \cdot C^{St}}{I} \times n = \frac{10 \times 0.075}{5.157 \times 10^{-6}} \times 3 = 43725 \text{ KN/m}^2$$

اصلاح تنش انجام داریم

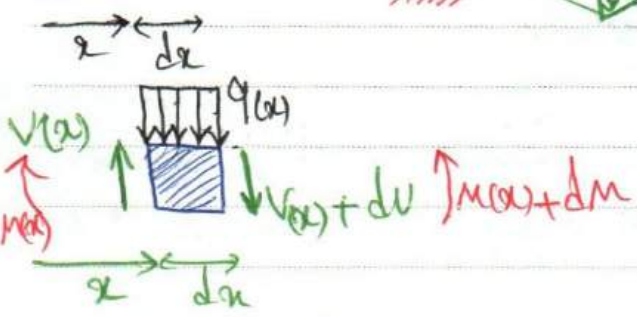
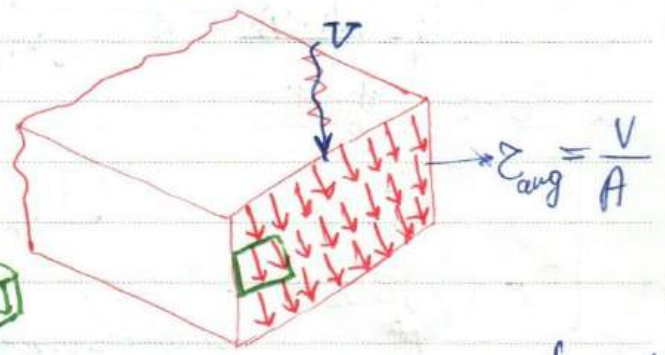
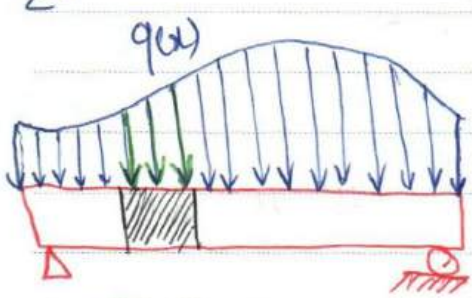
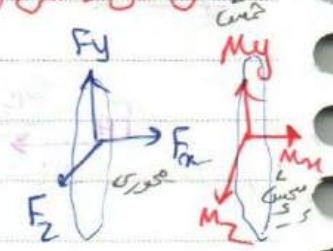
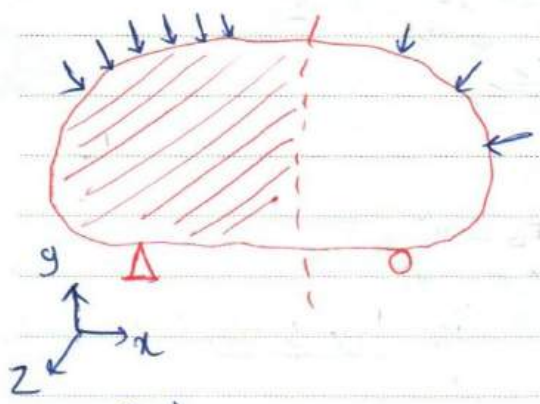
Vip

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Date: _____



فصل 8

تشریح کی جائے گی از سر نو کی برائے

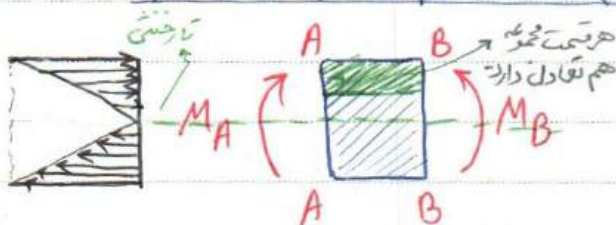
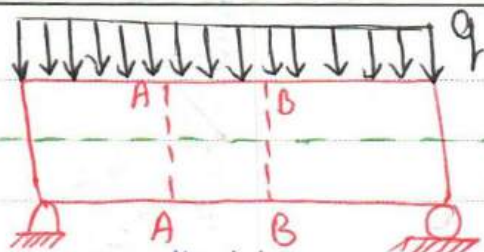


$$\begin{cases} \frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \\ \frac{dM(x)}{dx} = V(x) \end{cases}$$

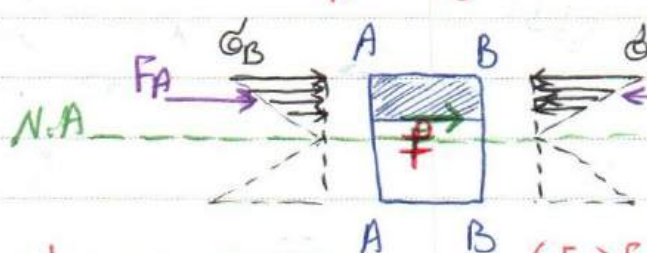
$\rightarrow V(x) = \int q(x) dx$
 $\rightarrow M(x) = \int V(x) dx$

Subject:

Year: Month: Date: ()



$$\sigma_B = \frac{M_B \cdot Y}{I}$$

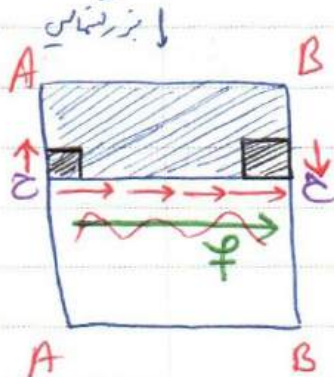


این تنش در این نقطه دارای برابری است
برای این است که
نیایش داده می شود و فشاری است.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_B = \int_{A^*} \sigma_B dA \\ F_A = \int_{A^*} \sigma_A dA \end{array} \right. \quad (F_B > F_A)$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F = F_B - F_A$$

این دو استخوان روی یک سطح هستند



در صورتیکه فاصله‌ی بین دو مقطع A و B برابر dx فرض شود

$$F_B = \int_{A^*} \sigma_B \cdot dA = \int_{A^*} \frac{M_B \cdot y}{I} \cdot dA = \frac{M_B}{I} \int_{A^*} y \cdot dA = \frac{M_B \cdot Q}{I}$$

$\bar{y} \cdot A^* = \text{نسبت سطح}$

$$F_A = \int_{A^*} \sigma_A \cdot dA = \int_{A^*} \frac{M_A \cdot y}{I} \cdot dA = \frac{M_A}{I} \int_{A^*} y \cdot dA = \frac{M_A \cdot Q}{I}$$

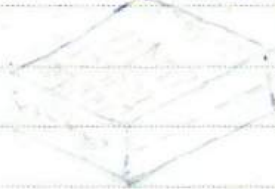
$$F = F_B - F_A = \frac{(M_B - M_A) Q}{I} \rightarrow dF = \frac{dM \cdot Q}{I}$$

$$\rightarrow q = \frac{dF}{dx} = \frac{\frac{dM}{dx} \cdot Q}{I} = V_{\text{avg}} \frac{Q}{I}$$

جریان برشی ناشی
از نیروی برشی
(در واحد طول)

$$q = V_{\text{avg}} \cdot \frac{Q}{I}$$

$$c = \frac{q}{b} = \frac{V_{\text{avg}} Q}{I \cdot b}$$



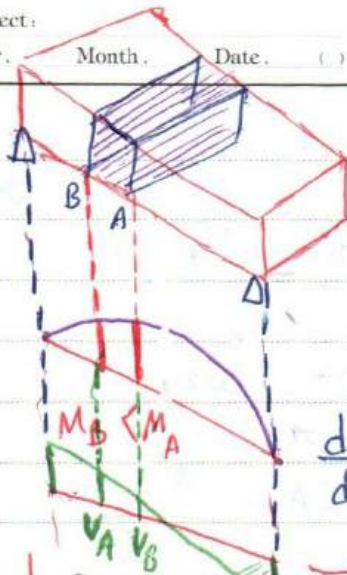
Subject:

Year:

Month:

Date: ()

VY



$$F_A = \int_{A^*} dA \cdot dA = \bar{F}_A$$

$$\frac{dM}{dx} = V(x) \quad \frac{M_A \cdot Q}{I}$$

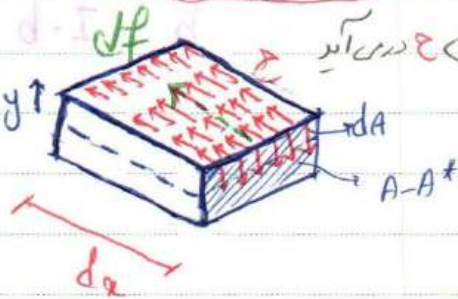
$$dF = F_B - F_A = \frac{(M_B - M_A)Q}{I}$$

$$q = \frac{dF}{dx} = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{Q}{I}$$

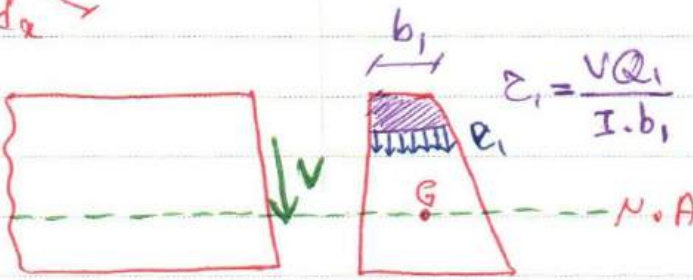
$$q = \frac{V(x)Q}{I}$$

$$Q = A^* \cdot \bar{y}$$

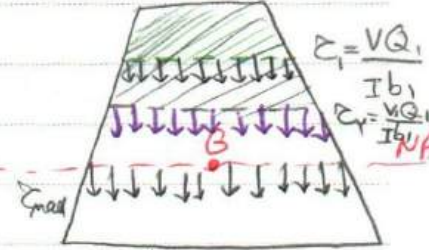
که مرکز سطح A^* تا نخه



اگر طول المان را به عنوان dx در نظر بگیریم q به صورت یک تنش q در نظر می آید
که در سایر وجود المان هم بدین منوال آید.

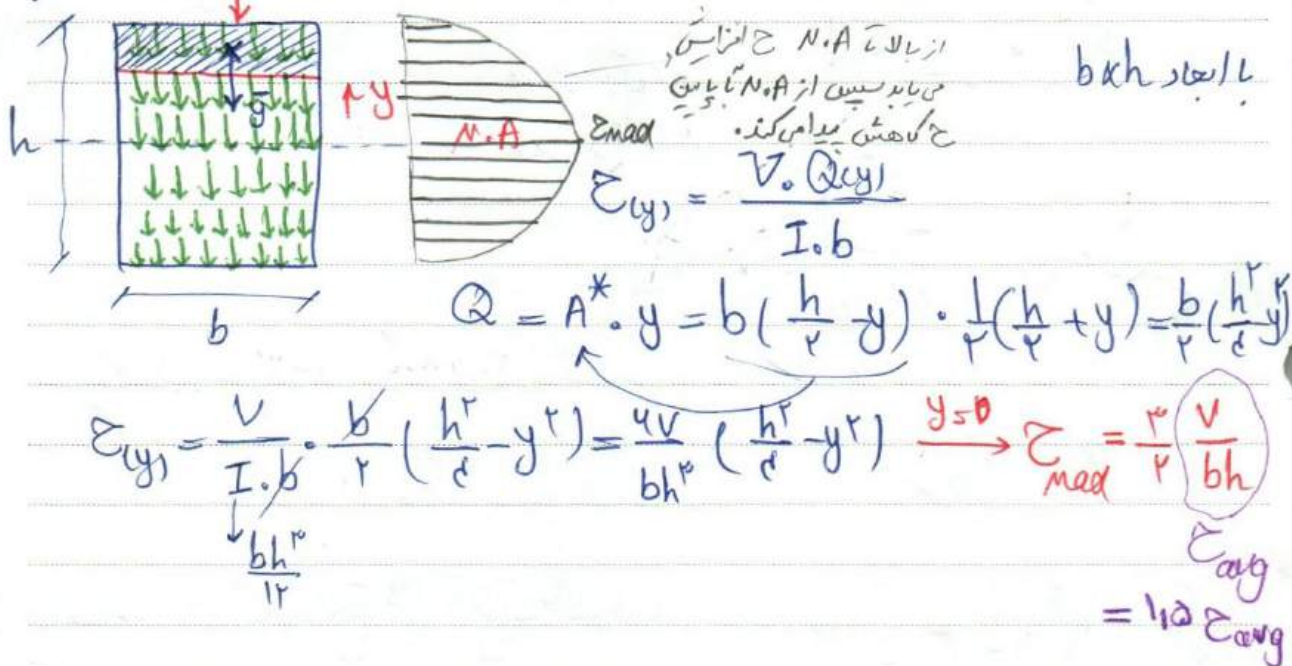


$$\tau_1 = \frac{VQ_1}{I \cdot b_1}$$

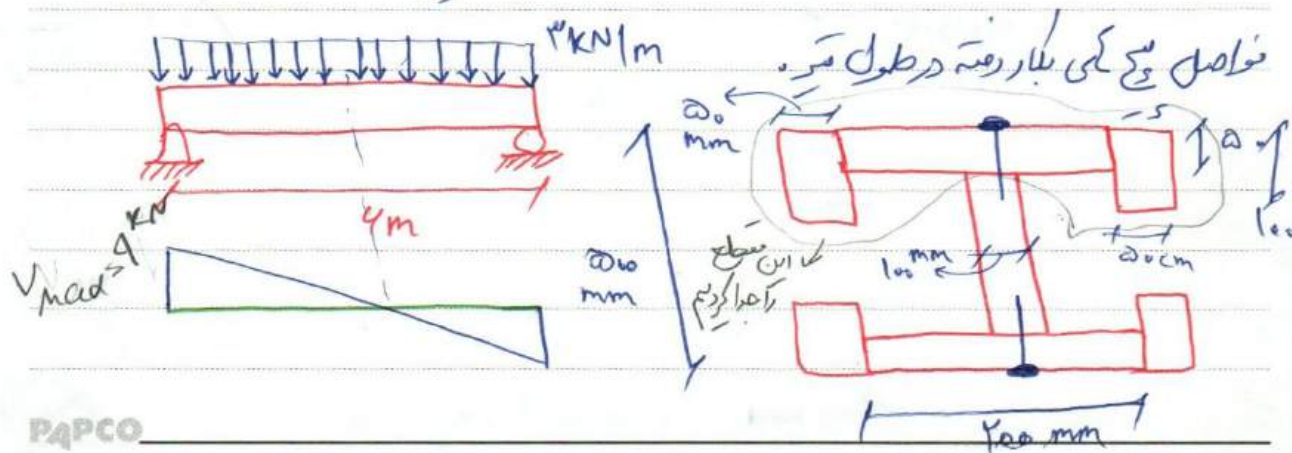


هر چه به سمت پایین تر حرکت کنیم A^*
بزرگتر می شود و مقدار Q هم بزرگتر می شود.

مثال) مطلوبست محاسبی توزیع تنش ناشی از نیروی برشی V بر روی یک مقطع مستطیلی



مثال) برای ترشکل مقابل دهانه $4m$ و بارگسترده 3 kN/m ، مقطع ترشکل از قطعات
چوبی متصل به یکدیگر توسط پیچ‌هایی به قطر 10 mm در طول ترشکل بوقلمانی باشد.
تکین یافته است. در صورتیکه نیروی برشی قابل تحمل توسط هر پیچ برابر 2 kN باشد، مطلوبست



Subject:

Year:

Month:

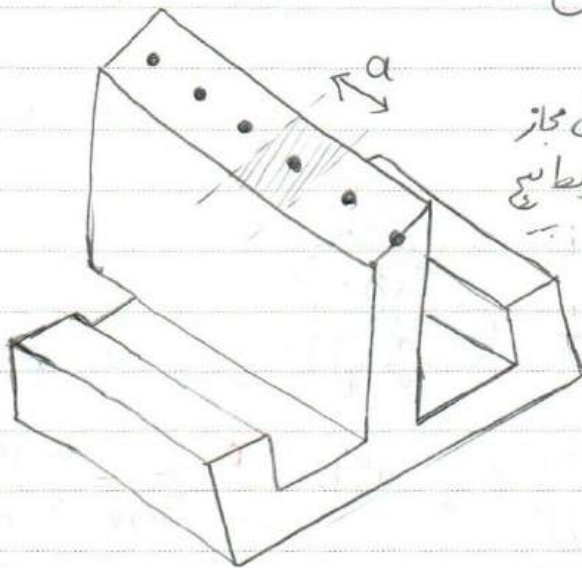
Date:

()

$$V_{max} = q \text{ KN}$$

✓✓

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \rightarrow q = \frac{V \cdot Q}{I}$$



نیروی برشی مجاز
قابل تحمل متوسط

$$F = q \cdot a$$

$$I = \frac{200 \times 10^3}{12} - \frac{100 \times 10^3}{12} - \frac{100 \times 10^3}{12}$$

$$= 2,34 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$Q = A^* \cdot \bar{y} = [200 \times 10 \cdot (200 - 10)] + 2[10 \times 100 \cdot (200 - 50)]$$

$$Q = 6,120 \times 10^4 \text{ mm}^3$$

(KN) (mm³)

$$q = \frac{9 \times 6,120 \times 10^4}{2,34 \times 10^9} = 14,2 \times 10^{-3} \frac{\text{KN}}{\text{mm}} \checkmark$$

(mm²)

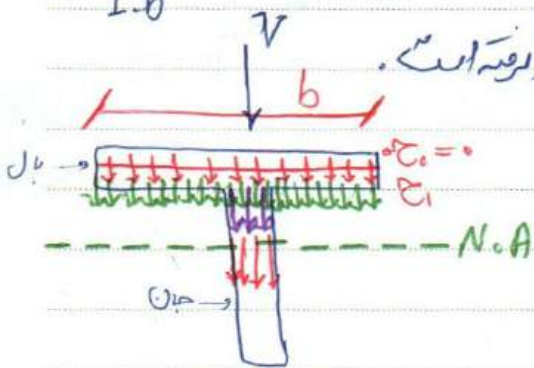
$$F = q \cdot a$$

$$2 \text{ KN} = 14,2 \times 10^{-3} \cdot a \rightarrow a = 142 \text{ mm} \checkmark$$

توزیع تنش برشی ناشی از نیروی برشی در مقاطع دارای بال و جان

$$C = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b}$$

مقطع T شکل مقابل که تحت نیروی برشی V قرار گرفته است.



در محل اتصال جان و بال اگر کمی بالاتر از محل اتصال را بگیریم عرض b همان است که در شکل نشان داده شده است ولی اگر کمی پایین تر در نظر بگیریم عرض جان است.

ما بخواهیم رابطه C اگر b کوچکتر باشد C بزرگتر است هر چه به سمت $N.A$ نزدیک شویم C بیشتر می شود.

$$C_1 = \frac{V}{I} \cdot \frac{Q_1}{b}$$

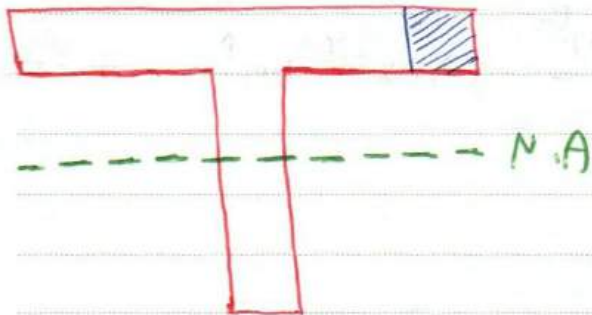
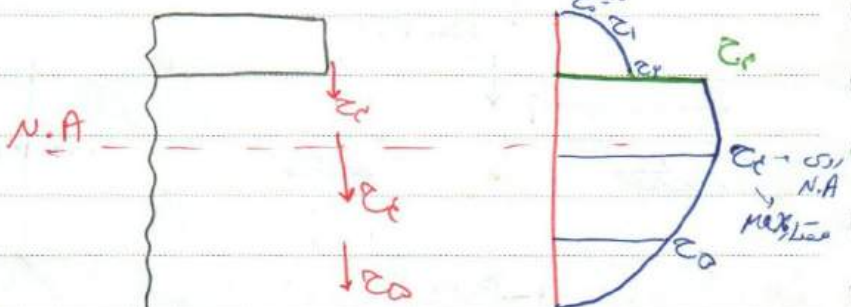
$$C_r = \frac{V}{I} \cdot \frac{Q_r}{b}$$

$$C_p = \frac{V}{I} \cdot \frac{Q_p}{t}$$

$$C_s = \frac{V}{I} \cdot \frac{Q_s}{t}$$

$$C_o = \frac{V}{I} \cdot \frac{Q_o}{t}$$

تراز محل
اتصال بال
و جان

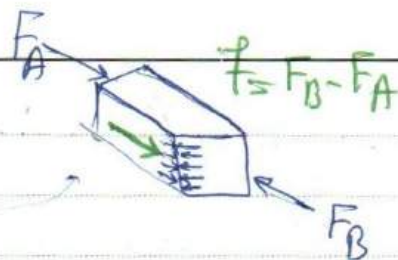
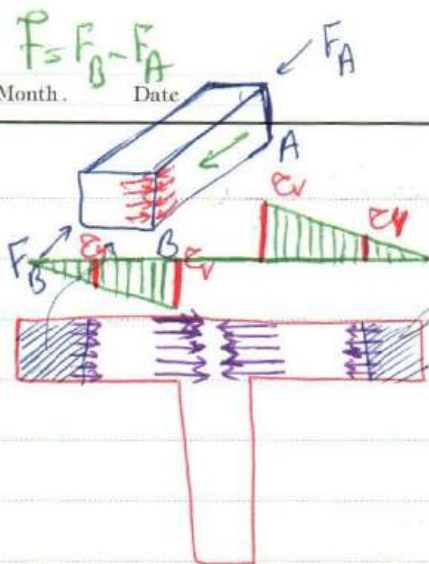


Subject:

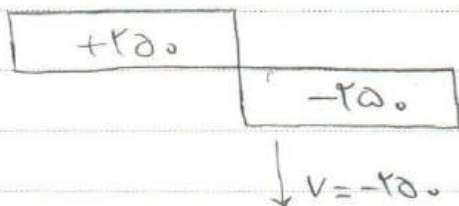
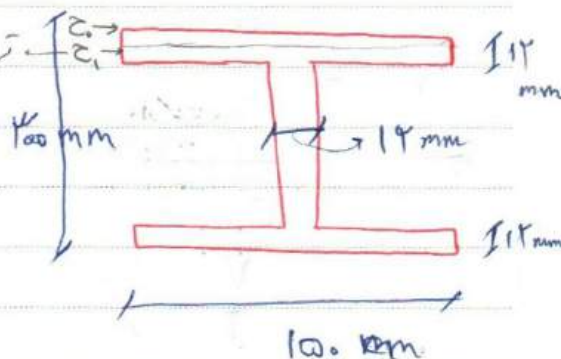
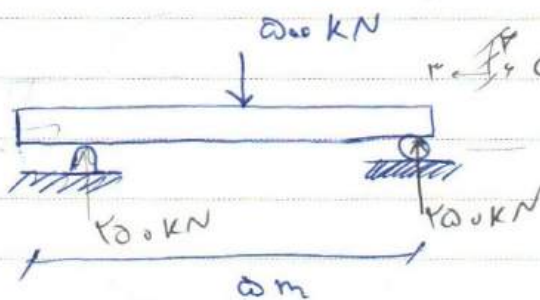
Year:

Month:

Date:



مثال) برای ترسیم مقابل با مقطع I شکل مطلوب است توزیع تنش برشی در مقطع زیر



$$I = \frac{100 \times 300^3}{12} - \frac{(100 - 12)(300 - 24)^3}{12} = 9.47 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\Sigma = 0$$

$$\sigma_{\text{برشی}} = \frac{250 \times 10^3}{9.47 \times 10^9 \times 12} \times \frac{(4 \times 100)(100 - 12)}{100} = 2.12 \text{ N/mm}^2$$

تکانه من انتقال

$$\tau = \frac{V}{I} \times \frac{(12 \times 150)(144)}{t} = \frac{477,1}{150} = 3,18$$

بال و جان

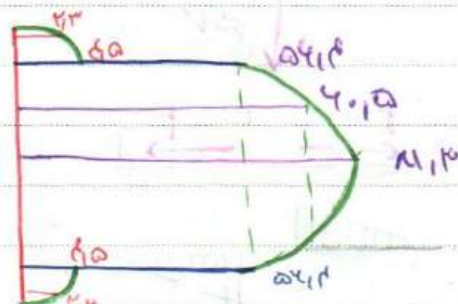
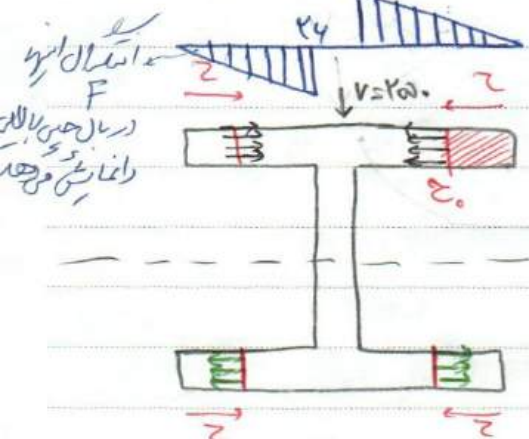
$$\tau_p = \frac{477,1}{12} = 39,75 \text{ N/mm}^2$$

تکانه وسط نشی بالایی مقطع

$$\tau_f = 20,5 \text{ N/mm}^2$$

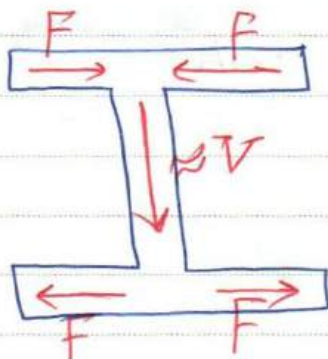
تکانه خنثی

$$\tau_a = \frac{250 \times 10^3}{451,7 \times 10^4} \times \frac{[(12 \times 150)(144) - (12 \times 12) \frac{12}{2}]}{12} = 11,12 \text{ N/mm}^2$$



• $z \leq 49$

$$\tau_f = \frac{VQ}{I \cdot b} = \frac{250 \times 10^3}{451,7 \times 10^4} \times \frac{(12 \times 150)(144)}{12}$$



Subject:

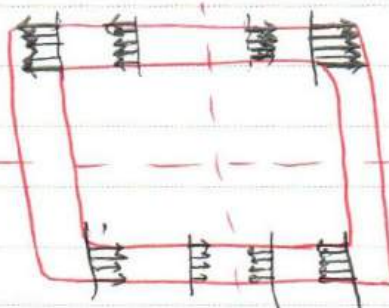
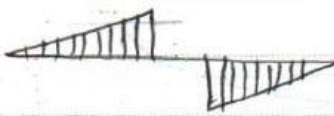
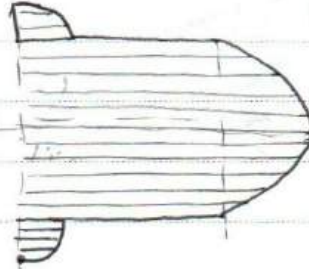
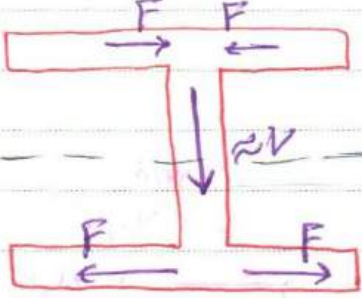
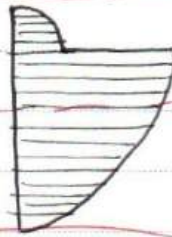
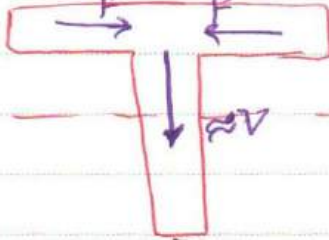
Year:

Month:

Date:

()

جریان برشی در مقاطع جان و بال - مرکز برش



N.A

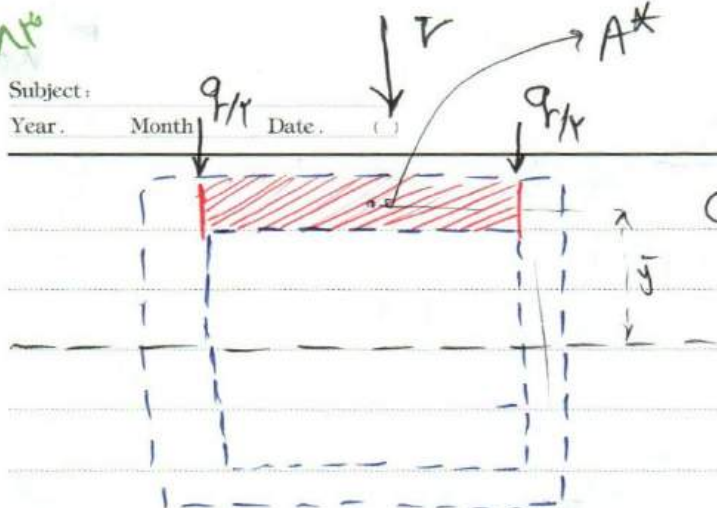
№

Subject :

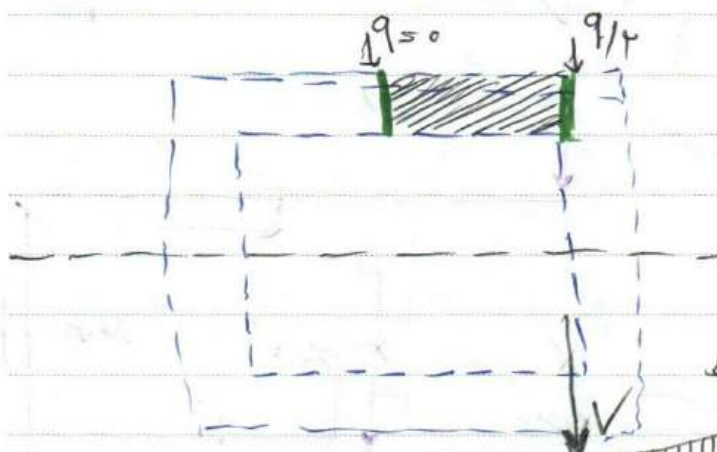
Year .

Month

Date .



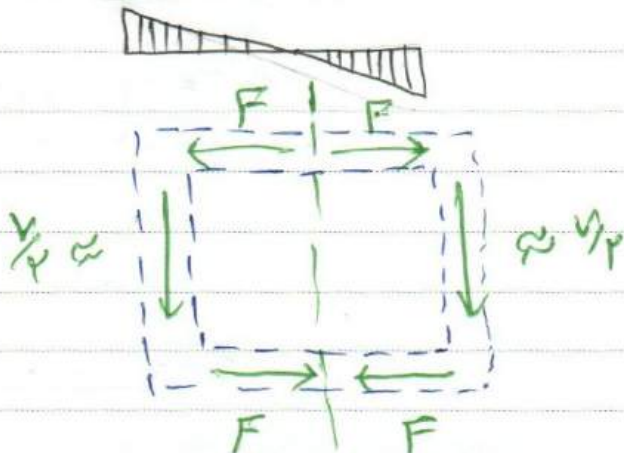
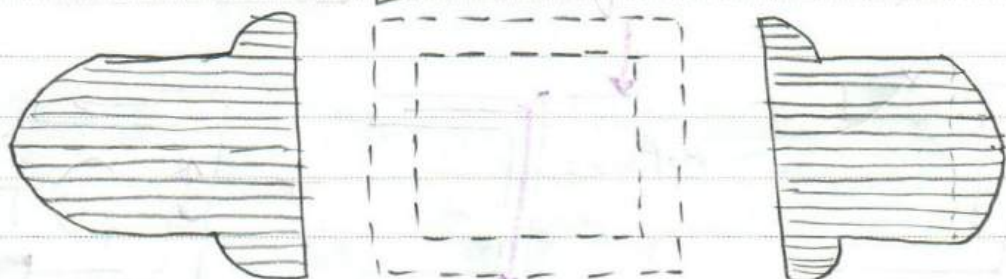
$$q = \frac{V A^*}{I} \rightarrow Q = A^* \bar{y}$$



$$\bar{q} = \frac{V \cdot A^*}{I} \rightarrow \bar{Q} = \frac{A^*}{2} \cdot \bar{y}$$

$$N \cdot A \quad \bar{q} = \frac{q}{2}$$

میان دو لبه $q/2$ را از تقاطع داشتیم باید در وسط
که آن $q/2$ گردد.



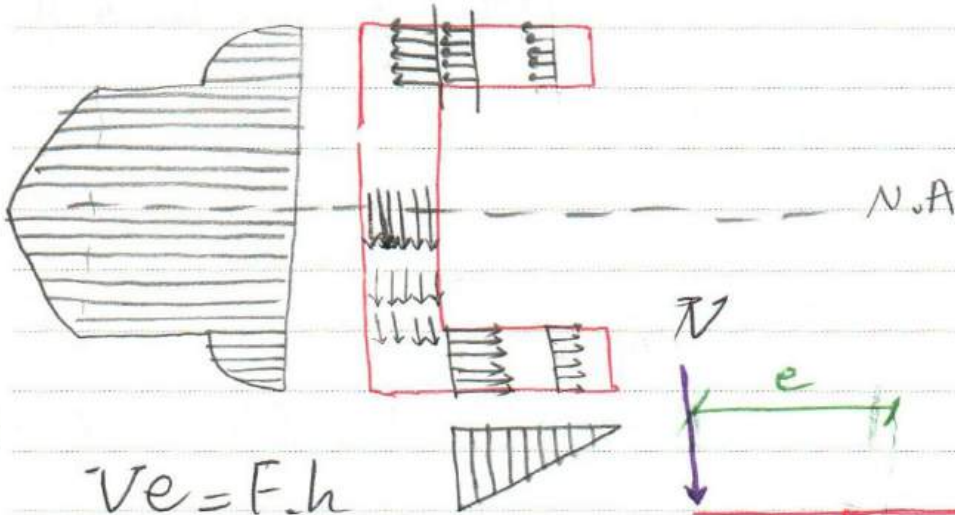
Subject:

Year.

Month.

Date.

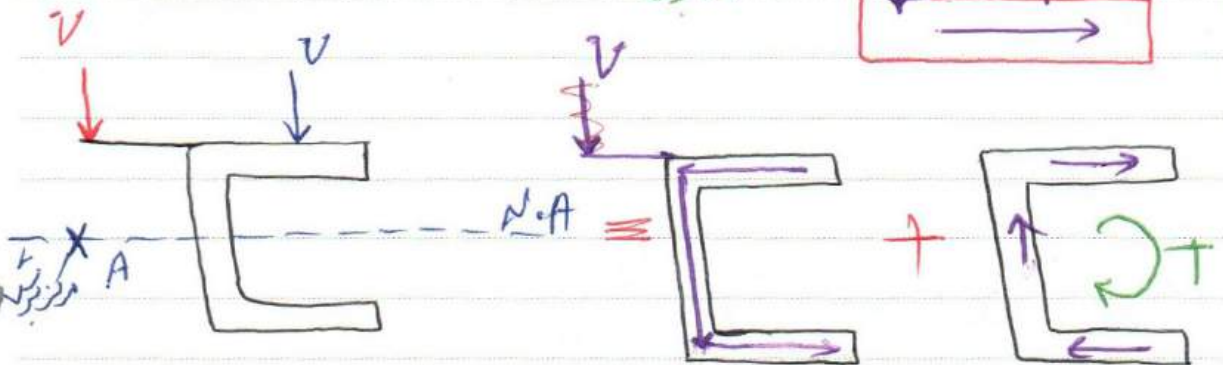
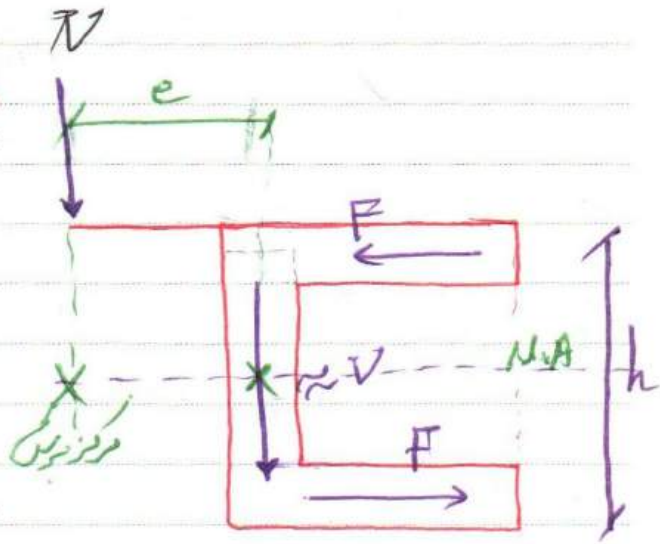
()



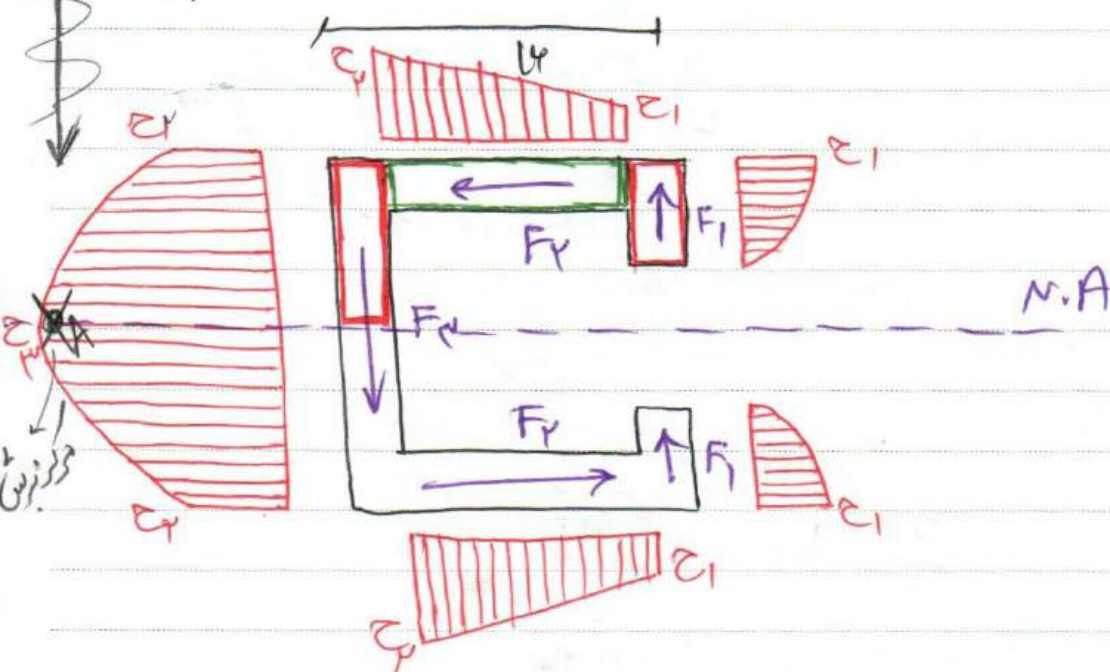
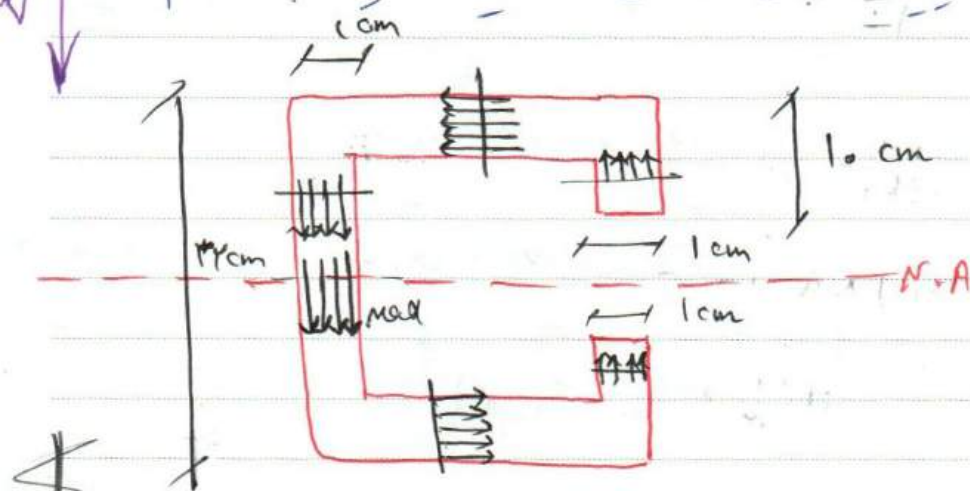
$$V_e = F \cdot h$$

مركز ثقل

$$e = \frac{F \cdot h}{V}$$



مثال) مطلوب است تعیین مرکز برش در مقطع مذکور تحت نیروی برشی قائم $\downarrow$



$$I = \frac{14 \times 12^3}{12} - \frac{10 \times 12^3}{12} - \frac{1 \times 12^3}{12} = 120 \text{ cm}^4$$

$$\tau_1 = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} = \frac{V}{I} \times (10 \times 1 \times 11) \quad \checkmark \quad Q = A^* y$$

$$\tau_2 = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} = \frac{V}{I} (10 \times 1 \times 11 + 12 \times 1 \times 10/2) = \frac{2412}{I} \quad \checkmark$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

14

 $A^* \bar{y}$

$$Z_r = \frac{V Q_r}{I \cdot t} = \frac{V}{I} (10 \times 1 \times 11 + 1^* \times 1 \times 10 \times 10 + 14 \times 1 \times 1) = \frac{6000 V}{I}$$

$$F_1 \approx \frac{1}{r} \epsilon_1 \times 10 \times 1 = \frac{1}{r} \times \frac{110 V}{I} \times 10 \times 1 = \frac{220 V}{I}$$

$$F_r = \frac{1}{r} (\epsilon_1 + \epsilon_r) \times 1^* \times 1 = \frac{1}{r} \left(\frac{110 V}{I} + \frac{1400 V}{I} \right) \times 1^* \times 1 = \frac{1510 V}{I}$$

$$F_v = \epsilon_r \times 1^* \times 1 + \frac{r}{\mu} \lambda (\epsilon_v - \epsilon_r) \times 1^* \times 1 = 14190 \frac{V}{I}$$

$$V = F_v - r F_1 = 14190 \frac{V}{I} - 1100 \frac{V}{I} = 13090 \frac{V}{I}$$

$\approx 13.09 V$
 $\approx 13.09 V$
 $\approx 13.09 V$

$$\sum M_0 = 0 \quad e = \dots$$

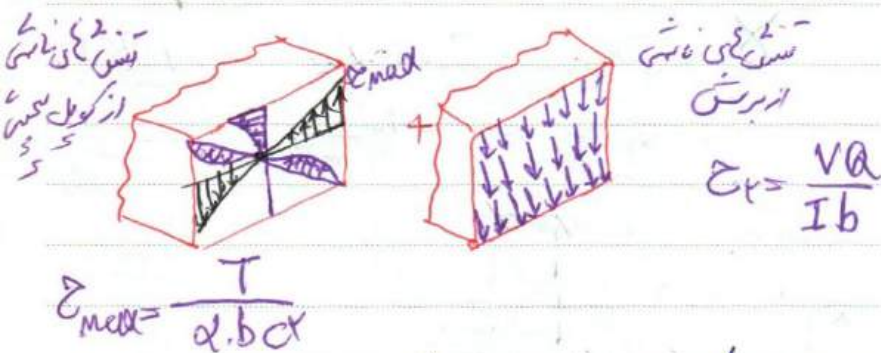
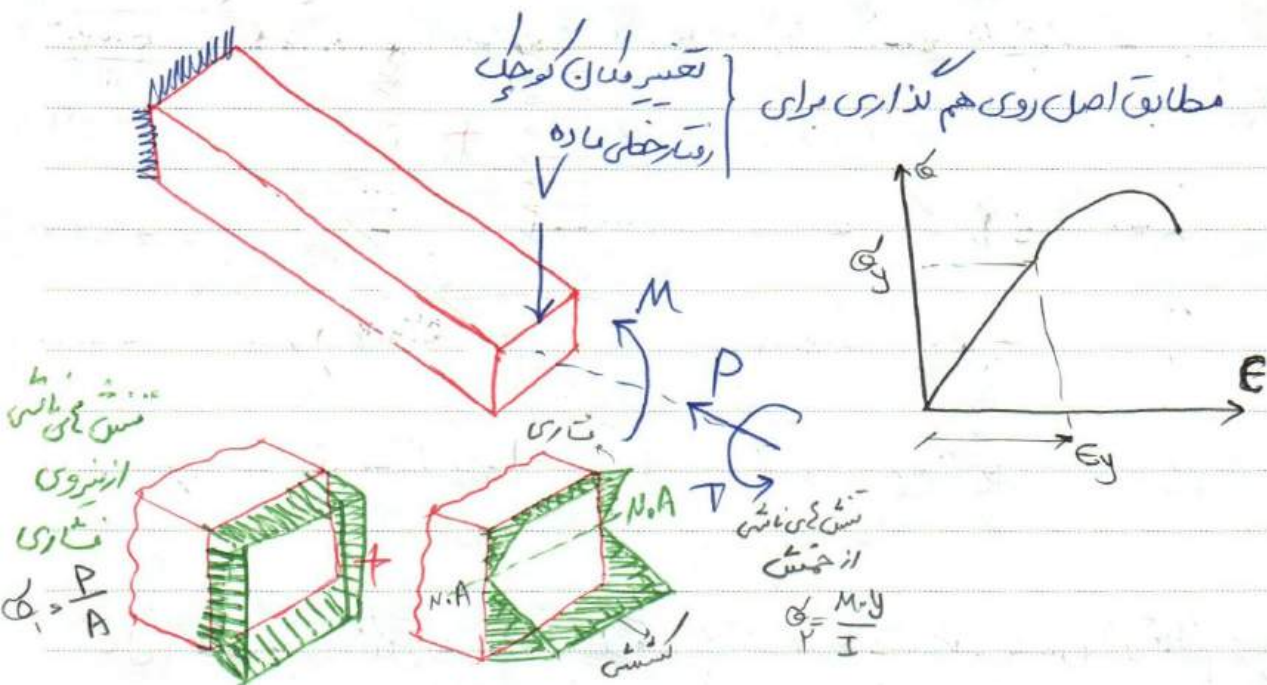
$$V \cdot e = F_r \times r_1 + r \times F_1 \times 10$$

$$13090 \frac{V}{I} + 220 \frac{V}{I}$$

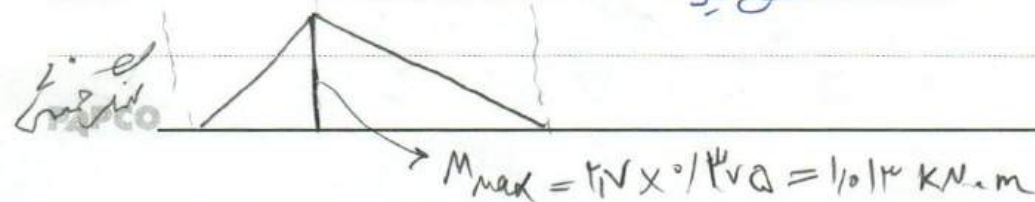
ترکیب تنش (تنش های مرکب)

Subject :

Year , Month , Date , ()



مثال) تیر شک مقابل تحت اثر نیروی کشش ۲۵ kN و بار متمرکز ۲۰ kN قرار گرفته است

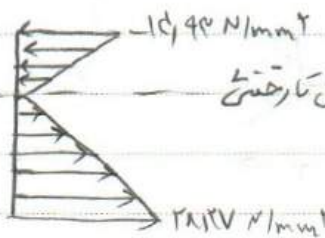
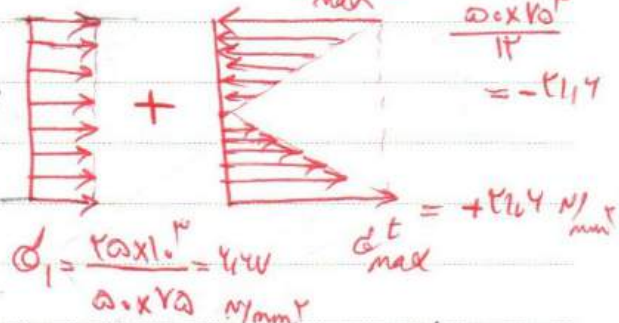
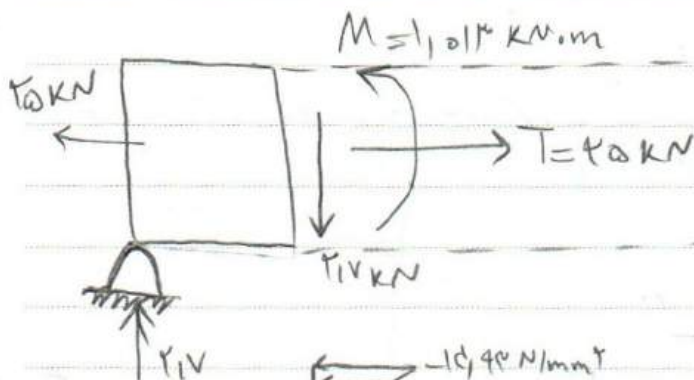


Subject:

Year: Month: Date: ()

①

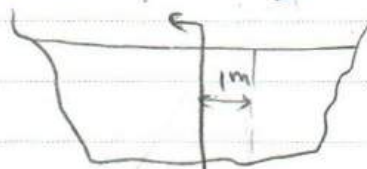
②



وقت ترکیب تنش داریم کل تا خنثی کل تا خنثی

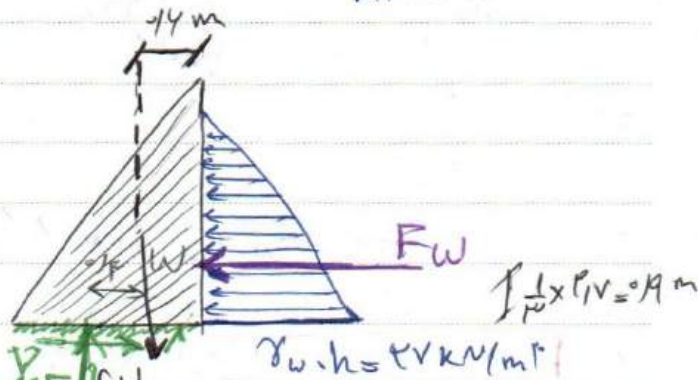
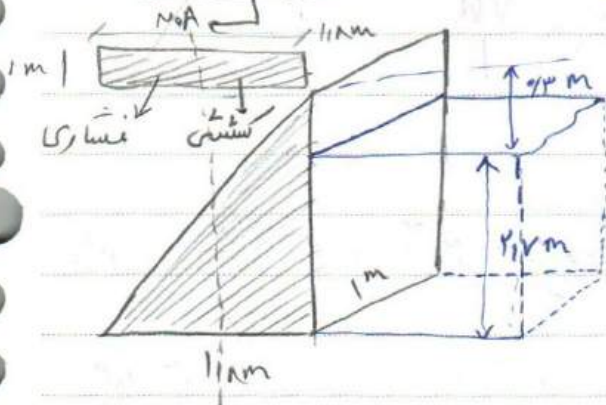
تغییر می کند.

مثال) سد بتنی مثل زیر را در نظر گرفته - مطلوب است تعیین تنش های قائم در سطح



$$\delta_c = \text{وزن مخصوص بتن} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

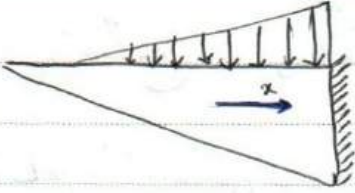
$$\delta_w = \text{وزن مخصوص آب} = 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$



$$W_c = \gamma_c \cdot \delta_c = \frac{11 \times 14}{2} \times 1 \times 25 = 1912.5 \text{ kN}$$

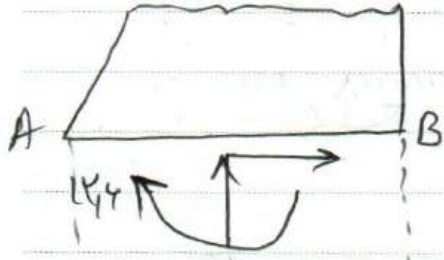
$$F_w = (\gamma_w \cdot h) \frac{h}{2} \times 11 = \frac{20 \times 10}{2} \times 11 = 1100 \text{ kN}$$

نردی P را در مرکز سطح در نظر می گیریم که بگویم توزیع یکنواخت بوده W_c را با P و با M جایگزین کردیم.

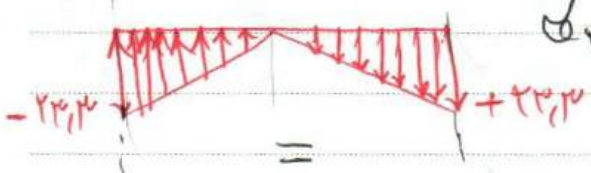


$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 & V &= F_1 = 40 \text{ kN} \checkmark \\ \sum F_y &= 0 & P &= W_0 = 40 \text{ kN} \checkmark \\ \sum M_0 &= 0 & M &= 40 \times 9 - 4 \times 9 \times 4.5 \\ & & &= 121.5 \text{ kN.m} \checkmark \end{aligned} \right\}$$

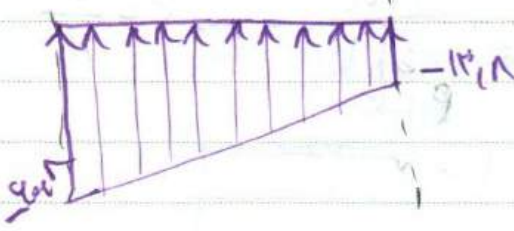
↓
محور N.A. بر حسب منظور است.



$$\sigma_1 = \frac{-P}{A} = -\frac{40}{1 \times 1.8} = -22.2 \text{ kN/m}^2 \quad \sigma_1 \text{ در } \leftarrow$$



$$\sigma_2 = \pm \frac{M \cdot C}{I} = \pm \frac{121.5 \times 0.9}{\frac{1 \times 1.8^3}{12}} = \pm 22.2 \text{ kN/m}^2$$

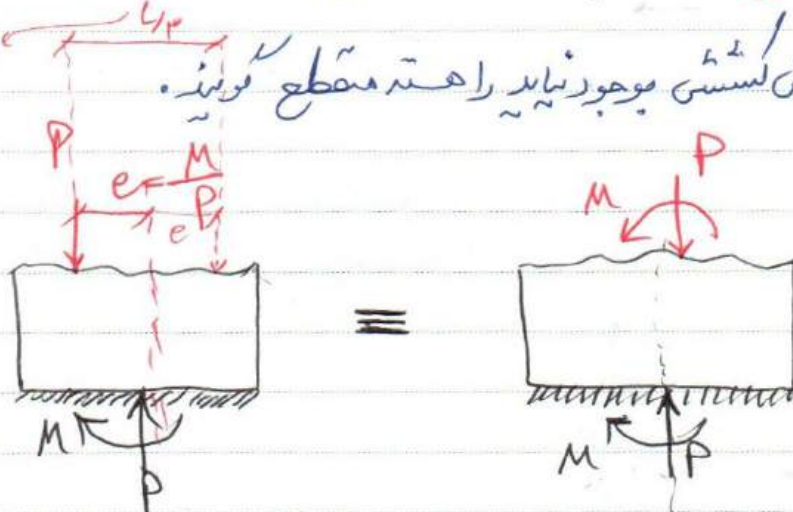


Subject:

Year: Month: Date: ()

هسته مقطع و آن بخش از مقطع که در صورت اعمال بار محوری (فشاری) در

مقطع تنش کششی بوجود نیاید را هسته مقطع می‌گویند.



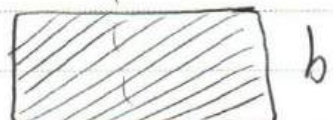
$$\sigma_c = \frac{-P}{A} = \frac{-P}{b \cdot h}$$



$$\sigma_r = \pm \frac{M \cdot r}{I}$$



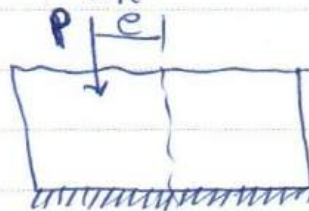
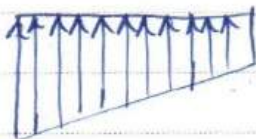
$$= \frac{\pm (P \cdot e) \cdot (h/2)}{\frac{b h^3}{12}} = \pm \frac{P \cdot e}{b h^2} \quad \checkmark$$



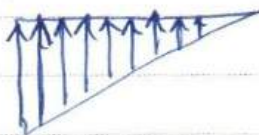
$$\sigma_r = \sigma_c + \sigma_r = \frac{-P}{b h} \pm \frac{(P \cdot e) \cdot \frac{h}{2}}{\frac{b h^3}{12}}$$

در حالت بحرانی $\sigma_c + \sigma_r = 0$ $\frac{-P}{b h} + \frac{P \cdot e}{b h^2} = 0 \rightarrow e = \frac{h}{4}$

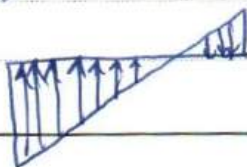
$$e < \frac{h}{4}$$

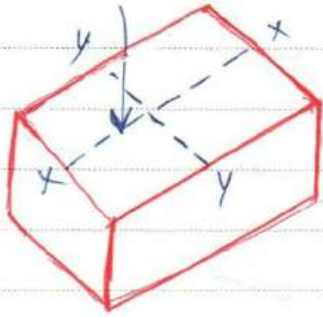


$$e = \frac{h}{4}$$



$$\times \quad e > \frac{h}{4}$$

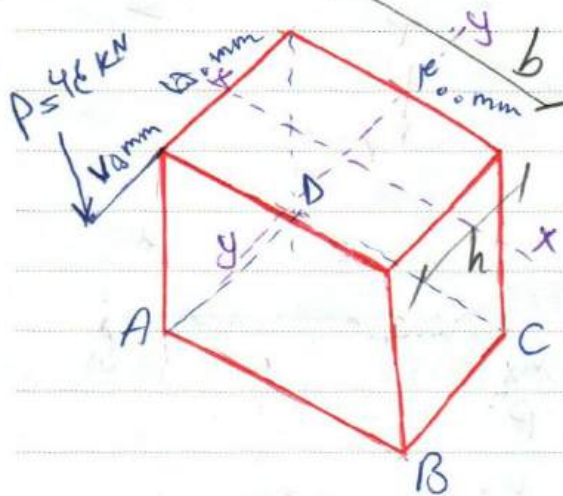




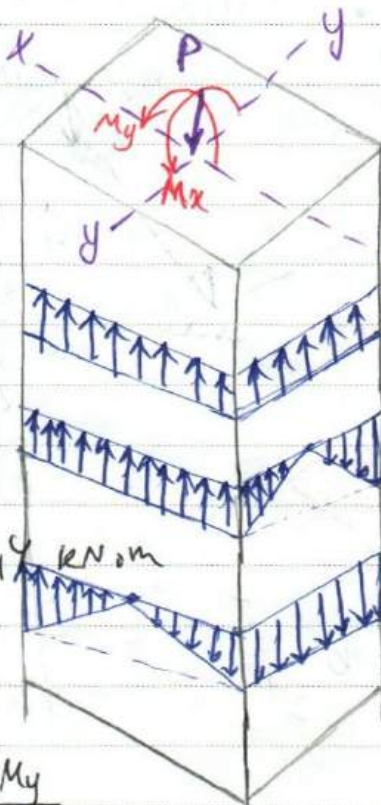
هستنی مقطع در حالت ۳ بعدی :

شدن یک نیروی محوری P در تیر چسبی M_x و M_y

مثال) مطلوبست توزیع تنش ناشی از نیروی $P = 40 \text{ kN}$ در مقطع ABCD از عضو تیر زیر



$$\begin{cases} M_x = 40 \left(0.15 + 0.15 \right) = 12 \text{ kNm} \\ M_y = 40 \left(\frac{0.1}{2} \right) = 2 \text{ kNm} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{-P}{bh} \\ \sigma_2 &= \pm \frac{M_x \cdot y}{I_{xx}} \\ \sigma_3 &= \pm \frac{M_y \cdot x}{I_{yy}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{-P}{bh} \pm \frac{y M_x}{bh^3} \pm \frac{x M_y}{hb^3} \\ &= \frac{-40}{0.1 \times 0.15} \pm \frac{0.15 \times 12}{0.15 \times (0.15)^3} \pm \frac{0.1 \times 2}{(0.15)(0.1)^3} \\ &= -1622 \pm 1000 \pm 1422 \end{aligned}$$

Subject:

Year:

Month:

Date:

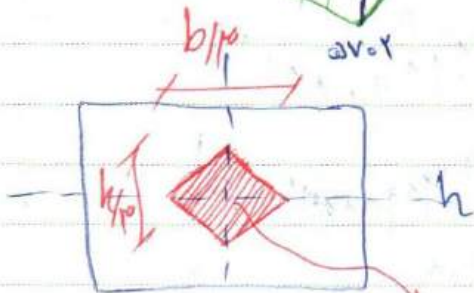
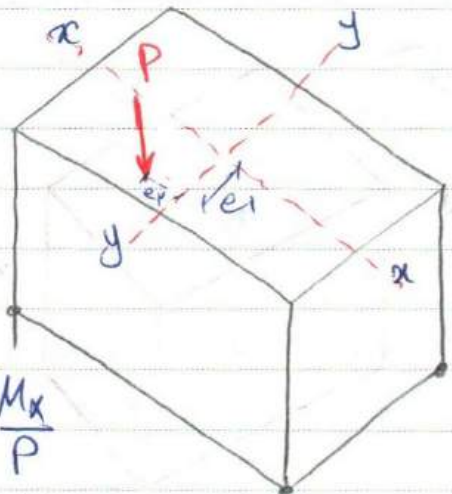
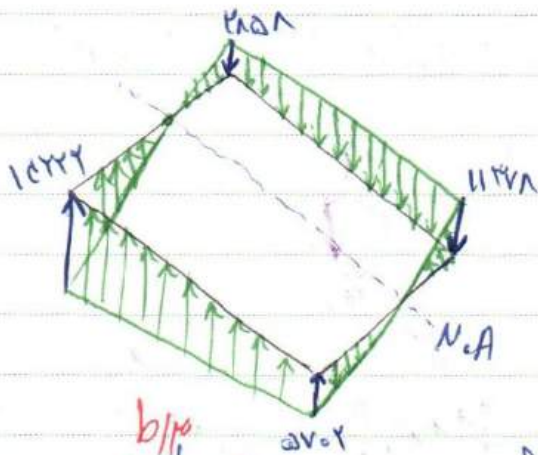
()

$$\phi_A = -1522 - 1200 - 6240 = -10762 \frac{KN}{m^2} \quad \text{فشار}$$

$$\phi_B = -1522 - 1200 + 6240 = 3518 \frac{KN}{m^2} \quad \text{فشار}$$

$$\phi_C = -1522 + 1200 + 6240 = 6918 \frac{KN}{m^2} \quad \text{فشار}$$

$$\phi_D = -1522 + 1200 - 6240 = -6562 \frac{KN}{m^2} \quad \text{فشار}$$



$$\begin{cases} e_x = \frac{M_x}{P} \\ e_y = \frac{M_y}{P} \end{cases}$$

هسته مقطع در حالت
معمولی برای مقطع مستطیلی

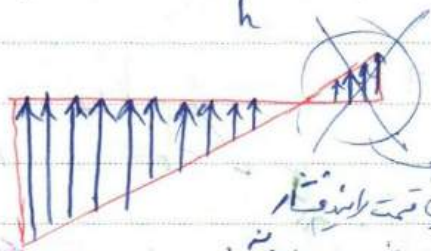
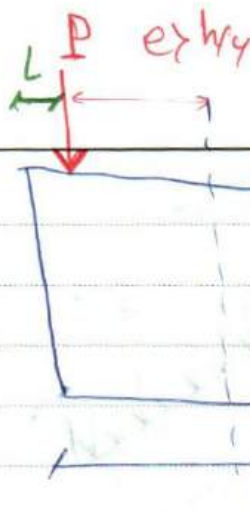
۹۳

Subject :

Year . Month . Date . ()

$$P = \frac{\sigma \cdot L \cdot b}{r}$$

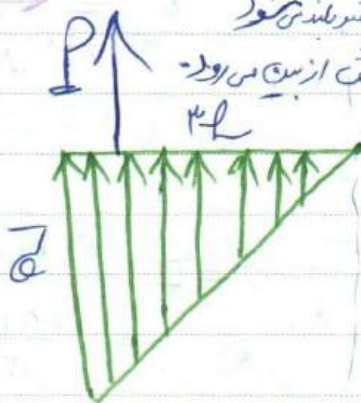
$$\sigma = \frac{r \cdot P}{L \cdot b}$$



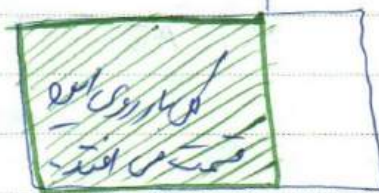
در این قسمت را می بینیم

به سمت بالا می شود و عضو را می کشد

و اگر این مقدار تنش از این می رود



σ

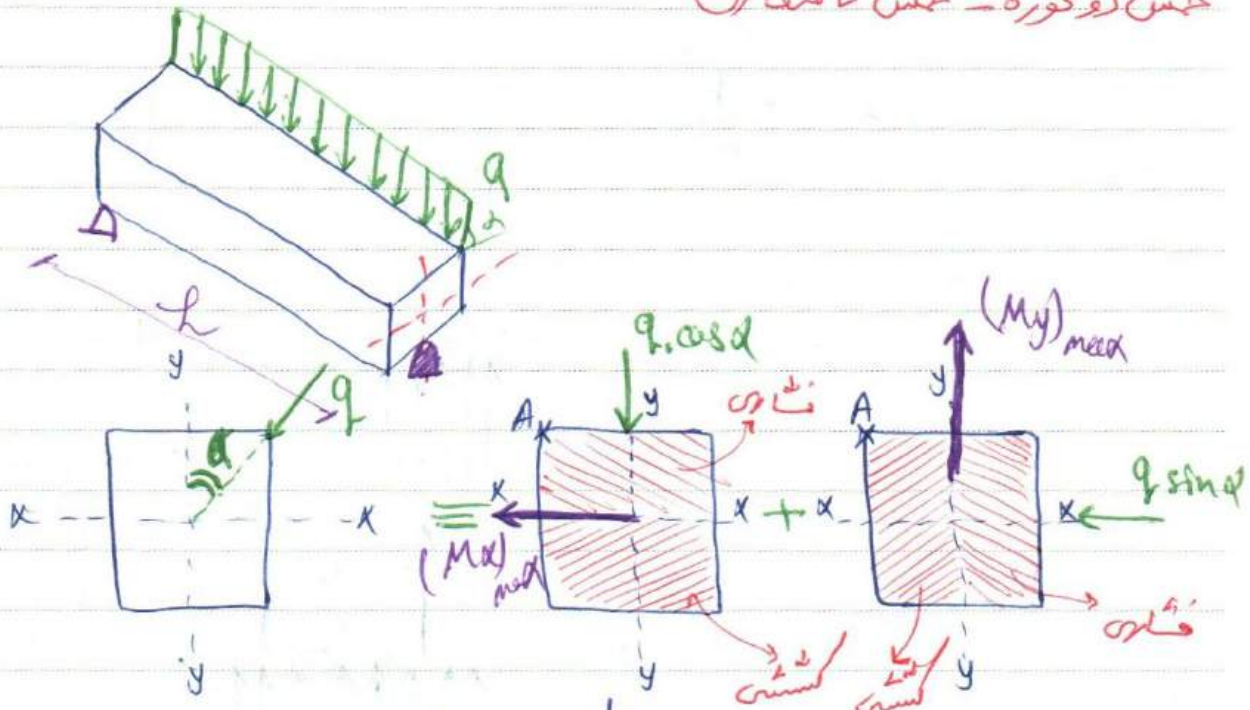


قسمت از این

Subject :

Year. Month. Date. ()

خمش دو محوره - خمش نامعيار



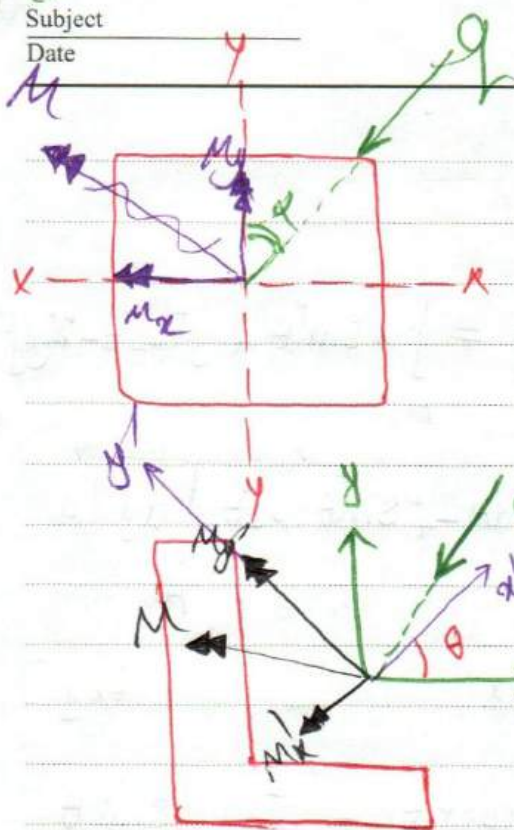
$$\sigma = \pm \frac{(M_x)_{max} \cdot \frac{h}{2}}{\frac{bh^3}{12}} \pm \frac{(M_y)_{max} \cdot \frac{b}{2}}{\frac{hb^3}{12}}$$

$$\sigma_A = - \frac{4(M_x)_{max}}{bh^3} + \frac{4(M_y)_{max}}{hb^3}$$

$$\sigma_B = - \frac{4(M_x)_{max}}{bh^3} - \frac{4(M_y)_{max}}{hb^3}$$

$$M_s = \frac{qL^2}{8}$$

$$\sigma_D = + \frac{4(M_x)_{max}}{bh^3} + \frac{4(M_y)_{max}}{hb^3}$$



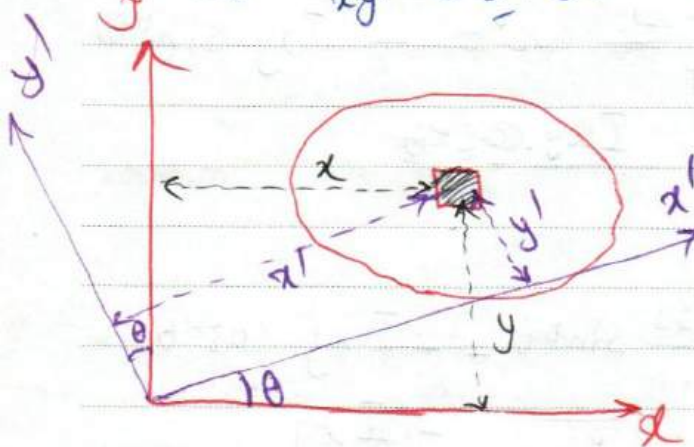
$$\left\{ \begin{aligned} C_x &= \pm \frac{M_{xy} \cdot C_y}{I_{yy}} \\ C_y &= \pm \frac{M_{xy} \cdot C_x}{I_{xx}} \end{aligned} \right.$$

من توان برای سلاک متب M برای سلاک

روی دو سلاک x و y تجزیه کرد

$$I_{x'y'} = 0$$

با داکوتی 2 زاویه دورانی که در آن دستگاه میان اینرسی $I_{x'y'} = 0$ گردد



$$\left\{ \begin{aligned} I_{xx} &= \int_A y^2 dA \\ I_{yy} &= \int_A x^2 dA \\ I_{xy} &= \int_A xy dA \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_{x'x'} &= \int_A y'^2 dA \\ I_{y'y'} &= \int_A x'^2 dA \\ I_{x'y'} &= \int_A x'y' dA \end{aligned} \right.$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$I_{x'x'} = \int_A (x\sin\theta + y\cos\theta)^2 dA = \int_A (x^2\sin^2\theta + y^2\cos^2\theta - 2xy\sin\theta\cos\theta) dA$$

$$= \sin^2\theta \int_A x^2 dA + \cos^2\theta \int_A y^2 dA - \underbrace{2\sin\theta\cos\theta}_{\sin 2\theta} \int_A xy dA$$

$\frac{1-\cos 2\theta}{2}$ $\frac{1+\cos 2\theta}{2}$ $\sin 2\theta$

I_{yy} I_{xx} I_{xy}

$$I_{x'x'} = \frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} + \frac{I_{xx} - I_{yy}}{2} \cos 2\theta - I_{xy} \sin 2\theta$$

$$I_{y'y'} = \frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} - \frac{I_{xx} - I_{yy}}{2} \cos 2\theta + I_{xy} \sin 2\theta$$

$$I_{x'y'} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{2} \sin 2\theta + I_{xy} \cos 2\theta$$

$$I_{x'y'} = 0 \Rightarrow \frac{I_{xx} - I_{yy}}{2} \sin 2\theta = -I_{xy} \cos 2\theta$$

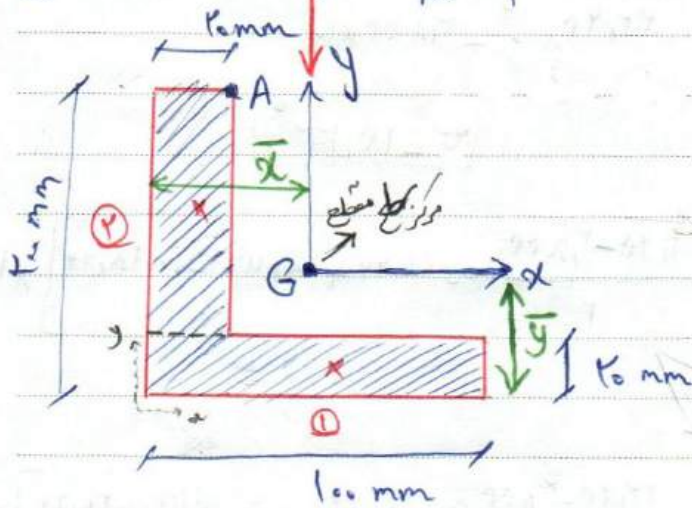
$$\tan 2\theta = \frac{-2I_{xy}}{I_{xx} - I_{yy}}$$

94

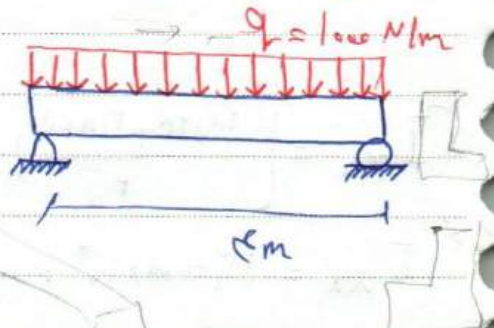
Subject
Date

$$q = 1000 \text{ N/m}$$

مثال) مطلوبست محاسبی تنش حاصل از بار قائم $q = 1000 \frac{N}{m}$ (به ازای هر متر طول)



مقطع عبوری نماید (در نقطه A)



$$\bar{x} = \frac{(100 \times 20)(20) + (100 \times 20) \times 10}{100 \times 20 + 100 \times 20} = 22.13 \text{ mm} \checkmark$$

$$\bar{y} = \frac{(100 \times 20)10 + (100 \times 20)(110)}{100 \times 20 + 100 \times 20} = 46.13 \text{ mm} \checkmark$$

$$I_{xx} = \left[\frac{100 \times 20^3}{12} + (100 \times 20)(46.13 - 10)^2 \right] + \left[\frac{20 \times 100^3}{12} + (20 \times 100)(110 - 46.13)^2 \right]$$

$$I_{xx} = 2148 \times 10^4 \text{ mm}^4 \quad \text{I}$$

$$I_{yy} = \left[\frac{20 \times 100^3}{12} + (20 \times 100)(20 - 22.13)^2 \right] + \left[\frac{100 \times 20^3}{12} + (100 \times 20)(110 - 46.13)^2 \right]$$

$$I_{yy} = 21844 \times 10^4 \text{ mm}^4 \quad \text{II}$$

$$I_{xy} = \left[0 + (100 \times 20)(20 - 22.13)(10 - 46.13) \right] +$$

$$\left[0 + (100 \times 20)(10 - 46.13)(110 - 46.13) \right] = -21130 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{x'y'} = 0 \rightarrow \tan 2\theta = \frac{-2(-2142 \times 10^4)}{22142 \times 10^4 - 21422 \times 10^4} = 1.021$$

$$\theta = 18.13^\circ$$

$$I_{x'x'} = \left[\frac{22142 + 21422}{2} \right] + \frac{22142 - 21422}{2} \cos 2\theta + 21422 \sin 2\theta \times 10^4$$

$$I_{x'x'} = 22142 \times 10^4 \text{ mm}^4 \checkmark$$

$$I_{y'y'} = \left[\frac{22142 + 21422}{2} - \frac{22142 - 21422}{2} \cos 2\theta - 21422 \sin 2\theta \right] \times 10^4$$

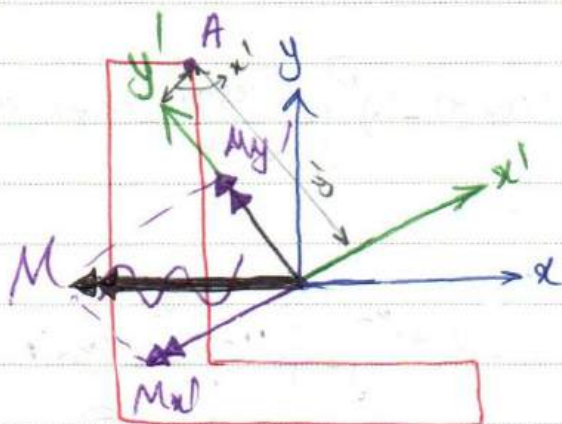
$$I_{y'y'} = 21422 \times 10^4 \text{ mm}^4 \checkmark$$

$$I_{x'y'} = 0 \checkmark$$

$$I_{xx} + I_{yy} = I_{x'x'} + I_{y'y'} \checkmark$$

رابطه برای چرخش کردن واطمینان

I_{max} I_{min}



$$M = \frac{qL^2}{8} = \frac{1000 \times 6^2}{8} = 4500 \text{ N.m}$$

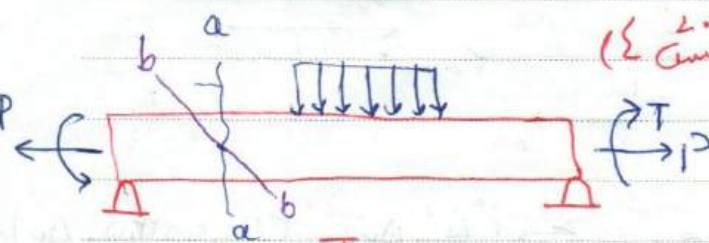
$$\begin{cases} M_{x'} = M \cdot \cos 18.13^\circ = 4271 \text{ N.m} \\ M_{y'} = M \cdot \sin 18.13^\circ = 1404 \text{ N.m} \end{cases}$$

$$\phi_A = - \frac{M_{x'} \cdot y'_A}{I_{x'x'}} - \frac{M_{y'} \cdot x'_A}{I_{y'y'}}$$

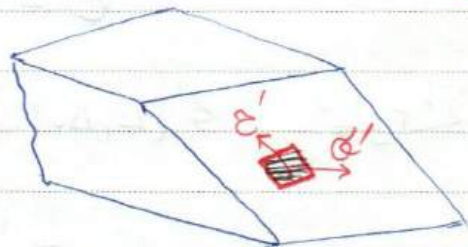
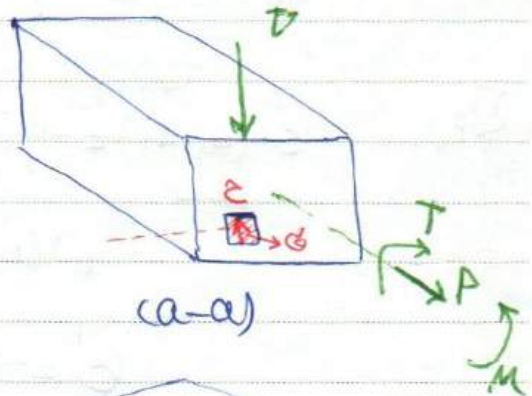
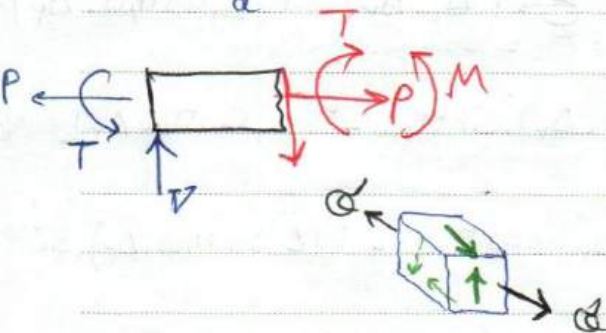
$$A \begin{cases} x_A = x_0 - y_0 \theta = -1.1 \text{ mm} \\ y_A = x_0 \theta - y_0 = 125.17 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 16.1^\circ & \sin 16.1^\circ \\ -\sin 16.1^\circ & \cos 16.1^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.1 \\ 125.17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 122.9 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$$\phi_A = - \frac{(1438 \times 10^3)(122.9)}{22.95 \times 10^4} - \frac{(644 \times 10^3)(27)}{2.53 \times 10^4} = -15.22 \text{ rad}$$

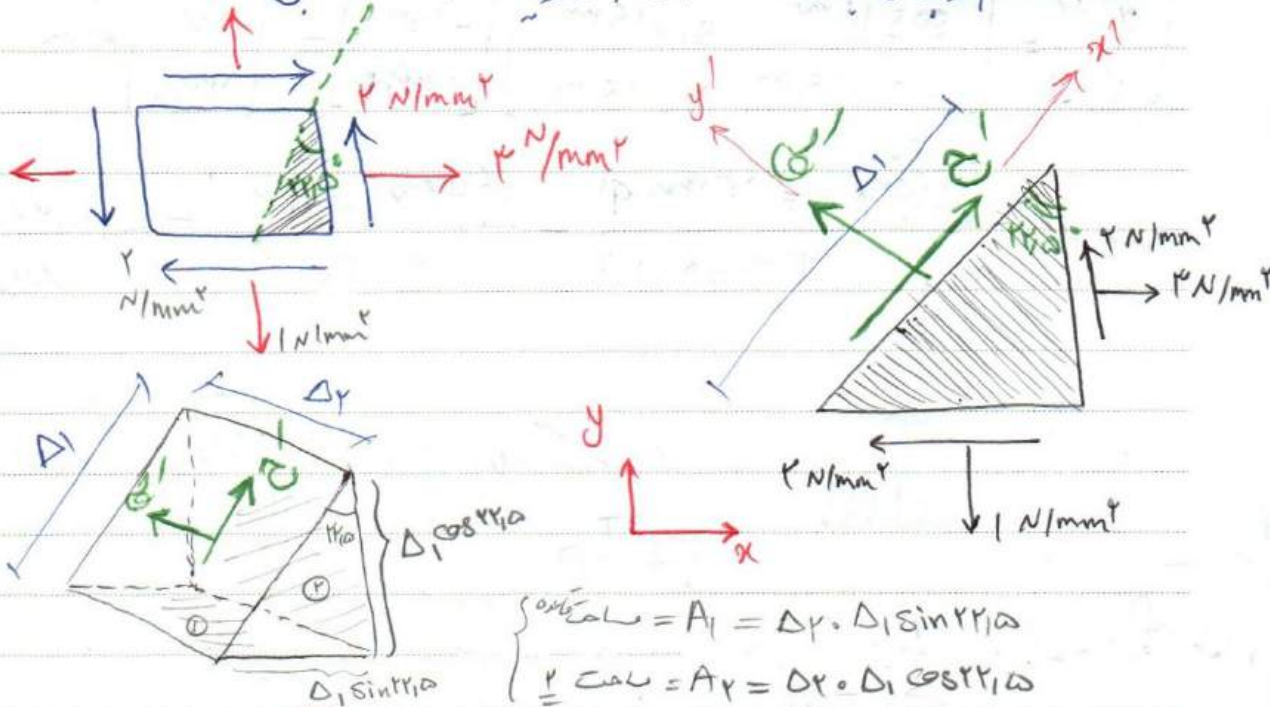


تشد بر روی صفحات مورب (تبدیل تنش)



مثال) در صورتی که برای جسمی تنش در نقاطی از آن مطابق شکل باشد مطلوب است تعیین

تنش های قائم و برشی بر روی صفحه ای با زاویه 22.5° مطابق شکل.



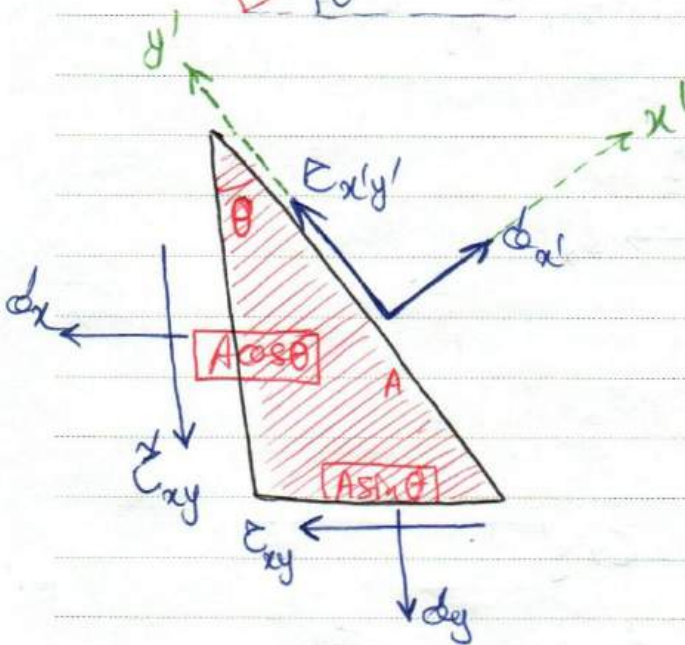
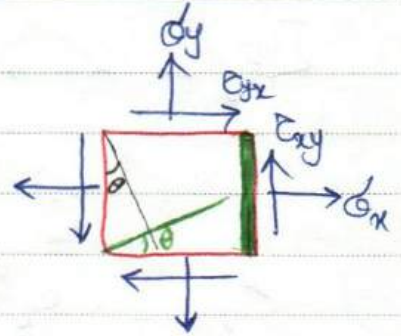
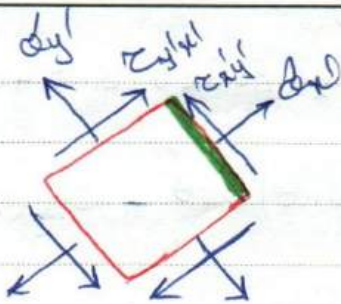
$$\sum F_{x'} = 0 \quad p' (\Delta_1 \Delta_2) = -p (\Delta_1 \cos \theta \Delta_2) \sin \theta - q (\Delta_1 \cos \theta \Delta_2) \cos \theta + q (\Delta_1 \sin \theta \Delta_2) \cos \theta + p (\Delta_1 \sin \theta \Delta_2) \sin \theta$$

$$p' = -1.12 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$

$$\sum F_{y'} = 0 \quad q' (\Delta_1 \Delta_2) = p (\Delta_1 \cos \theta \Delta_2) \cos \theta - q (\Delta_1 \cos \theta \Delta_2) \sin \theta + q (\Delta_1 \sin \theta \Delta_2) \sin \theta - p (\Delta_1 \sin \theta \Delta_2) \cos \theta$$

$$q' = 1.12 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$

تعیین تنش کمی بر روی المان کعبه اندازه‌ی θ دوران کرده است.



$$\sum F_{x'} = 0$$

$$\sum F_{x'} = 0 \quad \sigma_{x'} A = \sigma_x (A \cos \theta) \cos \theta + \tau_{xy} (A \cos \theta) \sin \theta + \sigma_y (A \sin \theta) \sin \theta + \tau_{xy} (A \sin \theta) \cos \theta$$

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos 2\theta} + \sigma_y \frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos 2\theta} + \tau_{xy} \frac{\sin 2\theta}{\sin 2\theta}$$

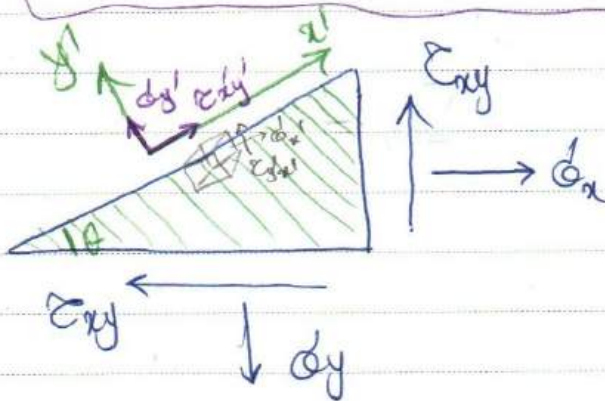
$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\sum F_{y'} = 0 \rightarrow \tau_{x'y'} A = -\sigma_x (A \cos \theta) \sin \theta + \tau_{xy} (A \cos \theta) \cos \theta + \sigma_y (A \sin \theta) \cos \theta - \tau_{xy} (A \sin \theta) \cos \theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta + \sigma_y \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$\frac{1}{2} \sin 2\theta$
 $\frac{1}{2} \sin 2\theta$
 $\cos 2\theta$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{x'} = 0 \rightarrow \tau_{y'x'} = \tau_{x'y'} \\ \sum F_{y'} = 0 \rightarrow \sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \end{array} \right.$$

تنش های اصلی و صفحات مربوط به آن

برای بین تنش های قائم و کمترین و بیشترین که از روابط ① و ② نسبت به θ مشتق می گیریم

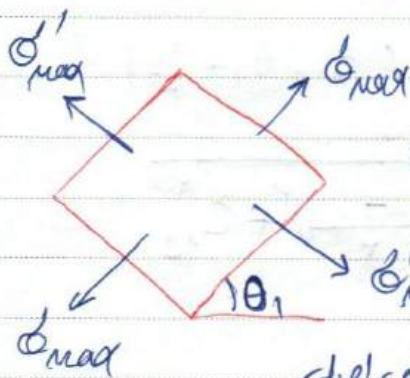
$$\frac{d\sigma_{x'}}{d\theta} = 0 \quad -(\sigma_x - \sigma_y) \cdot \sin 2\theta_1 + 2\tau_{xy} \cdot \cos 2\theta_1 = 0$$

$$\tan 2\theta_1 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \rightarrow (2\theta_1, 2\theta_1 + \pi)$$

دو جواب داریم که به صورت $(\theta_1, \theta_1 + \frac{\pi}{2})$ که مربوط به دو صفحه عمود بر هم که تحت زاویه θ_1

θ_1 دوران کرده است. با قرار دادن زوایای فوق از رابطی ② در روابط ① و ② داریم

$$\sigma_{max, min} \equiv \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

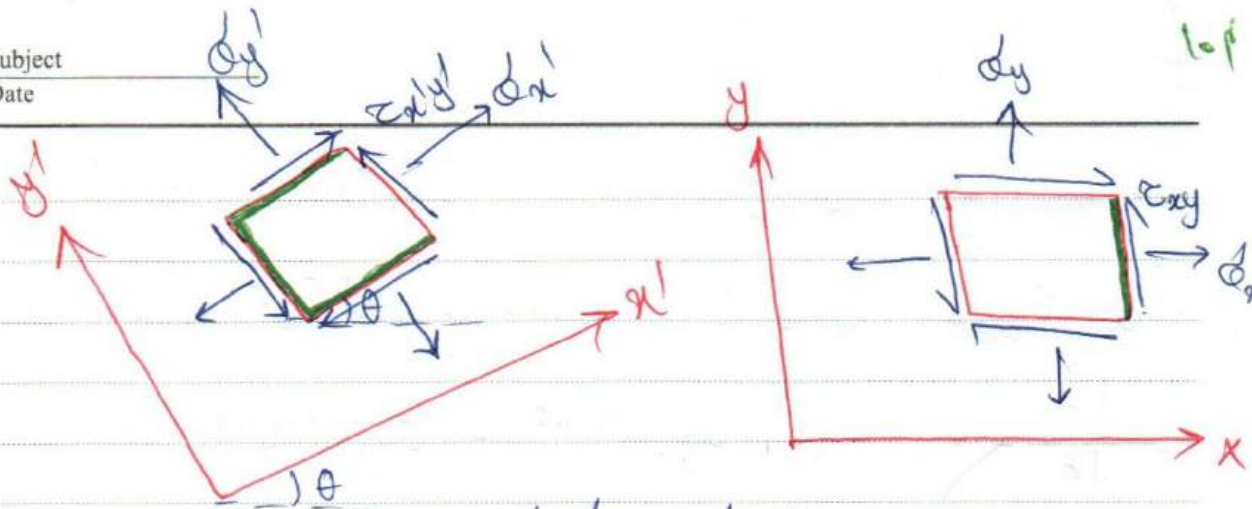


در صورتیکه صفحات مربوط به تنش برشی صفر را نخواهیم

از رابطی ③ $\tau_{xy} = 0$ که زاویه دوران θ_1

بدست می آید ← بنابراین بر روی صفحات تنش های اصلی

تنش برشی صفر می باشد.

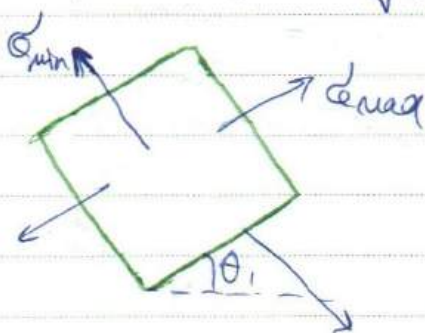


$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta & (1) \\ \sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta & (2) \\ \tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta & (3) \end{cases}$$

تشریحی، عملی و تجربی

$$\frac{\partial \sigma_{x'}}{\partial \theta} = 0 \rightarrow \tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad \left(\theta_1, 2\theta_1 + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\sigma_{\max} \text{ min} = \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4)$$

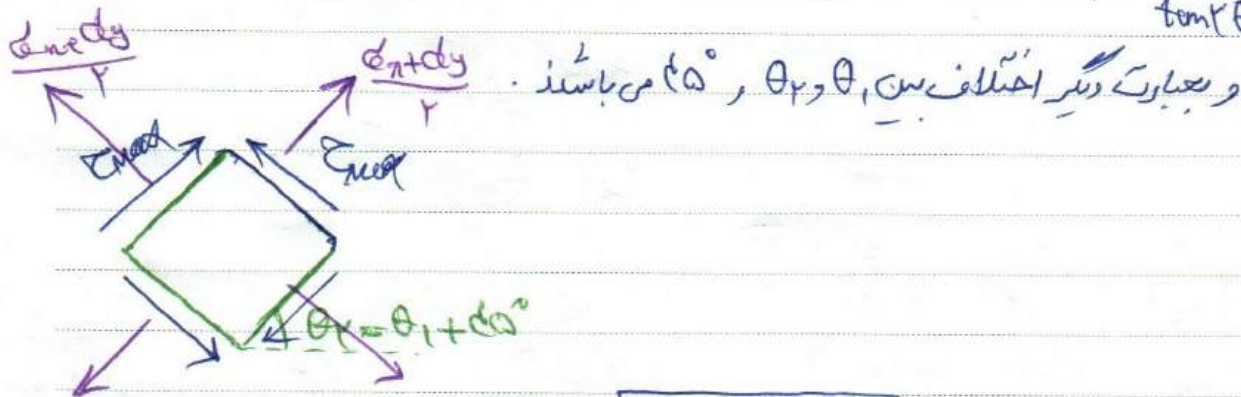


تشریح کی برقی مائیکروسیسٹم و صفات مربوطہ آن

$$\frac{d\sigma_{xy}}{d\theta} = 0 \quad - (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta_r - 2\tau_{xy} \sin 2\theta_r = 0$$

$$\textcircled{4} \quad \tan 2\theta_r = - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad \begin{matrix} (2\theta_r, 2\theta_r + \pi) \\ (\theta_r, \theta_r + \frac{\pi}{2}) \end{matrix}$$

$\tan 2\theta_r = -1$ ← نتیجہ میں شود کہ $2\theta_r, 2\theta_r + \pi$ عمود پر یک دوسرے میں ہوں گے۔



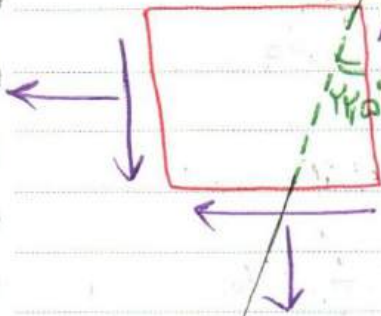
$$\sigma_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3)$$

جائیداری (4) در (3) $\sigma_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ (4) σ_{max} و σ_{min} (5) σ_{max} و σ_{min} (6) σ_{max} و σ_{min} (7) σ_{max} و σ_{min} (8) σ_{max} و σ_{min} (9) σ_{max} و σ_{min} (10) σ_{max} و σ_{min} (11) σ_{max} و σ_{min} (12) σ_{max} و σ_{min} (13) σ_{max} و σ_{min} (14) σ_{max} و σ_{min} (15) σ_{max} و σ_{min} (16) σ_{max} و σ_{min} (17) σ_{max} و σ_{min} (18) σ_{max} و σ_{min} (19) σ_{max} و σ_{min} (20) σ_{max} و σ_{min} (21) σ_{max} و σ_{min} (22) σ_{max} و σ_{min} (23) σ_{max} و σ_{min} (24) σ_{max} و σ_{min} (25) σ_{max} و σ_{min} (26) σ_{max} و σ_{min} (27) σ_{max} و σ_{min} (28) σ_{max} و σ_{min} (29) σ_{max} و σ_{min} (30) σ_{max} و σ_{min} (31) σ_{max} و σ_{min} (32) σ_{max} و σ_{min} (33) σ_{max} و σ_{min} (34) σ_{max} و σ_{min} (35) σ_{max} و σ_{min} (36) σ_{max} و σ_{min} (37) σ_{max} و σ_{min} (38) σ_{max} و σ_{min} (39) σ_{max} و σ_{min} (40) σ_{max} و σ_{min} (41) σ_{max} و σ_{min} (42) σ_{max} و σ_{min} (43) σ_{max} و σ_{min} (44) σ_{max} و σ_{min} (45) σ_{max} و σ_{min} (46) σ_{max} و σ_{min} (47) σ_{max} و σ_{min} (48) σ_{max} و σ_{min} (49) σ_{max} و σ_{min} (50) σ_{max} و σ_{min} (51) σ_{max} و σ_{min} (52) σ_{max} و σ_{min} (53) σ_{max} و σ_{min} (54) σ_{max} و σ_{min} (55) σ_{max} و σ_{min} (56) σ_{max} و σ_{min} (57) σ_{max} و σ_{min} (58) σ_{max} و σ_{min} (59) σ_{max} و σ_{min} (60) σ_{max} و σ_{min} (61) σ_{max} و σ_{min} (62) σ_{max} و σ_{min} (63) σ_{max} و σ_{min} (64) σ_{max} و σ_{min} (65) σ_{max} و σ_{min} (66) σ_{max} و σ_{min} (67) σ_{max} و σ_{min} (68) σ_{max} و σ_{min} (69) σ_{max} و σ_{min} (70) σ_{max} و σ_{min} (71) σ_{max} و σ_{min} (72) σ_{max} و σ_{min} (73) σ_{max} و σ_{min} (74) σ_{max} و σ_{min} (75) σ_{max} و σ_{min} (76) σ_{max} و σ_{min} (77) σ_{max} و σ_{min} (78) σ_{max} و σ_{min} (79) σ_{max} و σ_{min} (80) σ_{max} و σ_{min} (81) σ_{max} و σ_{min} (82) σ_{max} و σ_{min} (83) σ_{max} و σ_{min} (84) σ_{max} و σ_{min} (85) σ_{max} و σ_{min} (86) σ_{max} و σ_{min} (87) σ_{max} و σ_{min} (88) σ_{max} و σ_{min} (89) σ_{max} و σ_{min} (90) σ_{max} و σ_{min} (91) σ_{max} و σ_{min} (92) σ_{max} و σ_{min} (93) σ_{max} و σ_{min} (94) σ_{max} و σ_{min} (95) σ_{max} و σ_{min} (96) σ_{max} و σ_{min} (97) σ_{max} و σ_{min} (98) σ_{max} و σ_{min} (99) σ_{max} و σ_{min} (100) σ_{max} و σ_{min}

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

برقی بدست میں آئی

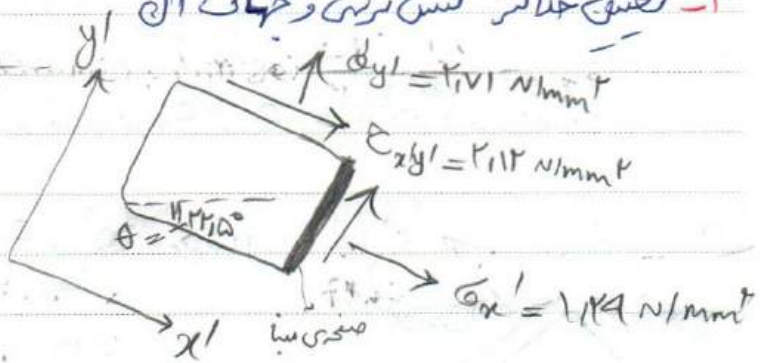
مثال) برای مثال قبل مطلوب است ؟



۱- تعیین تنش‌های بر روی صفحات 22.5° $\sigma_{x'y'} = 2.15 \text{ N/mm}^2$

۲- تعیین تنش‌های اصلی و جهات آن

۳- تعیین جهات تنش برشی و جهات آن

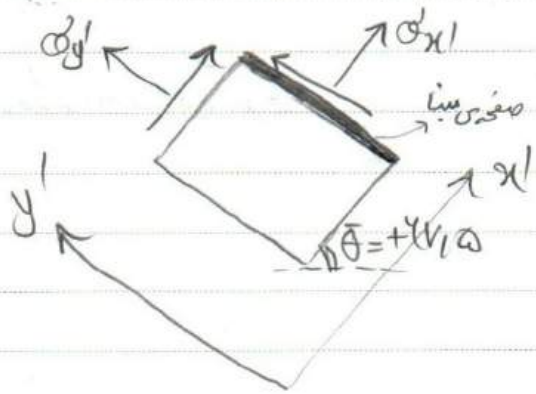


$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(-\theta) + \tau \sin(-\theta) = 1.19 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(-\theta) - \tau \sin(-\theta) = +2.17 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(-\theta) + \tau \cos(-\theta) = +2.12 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

برای زاویه دوران را به فرم زیر در نظر بگیرید



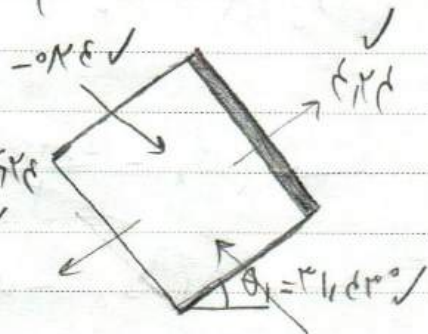
$$\tan 2\theta_1 = \frac{r_x(r)}{r-1} = r \rightarrow (r\theta_1 = 45^\circ, r\theta_1 + \pi)$$

$$(\theta_1 = 45^\circ, \theta_1 + \pi/4)$$

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{r+1}{r} \pm \sqrt{\left(\frac{r-1}{r}\right)^2 + r^2} = r \pm r/r = \begin{cases} r/r N/mm^2 \\ -r/r N/mm^2 \end{cases}$$

این دو تنش همواره در یک راستا است برای $\sigma_{\max, \min}$ روی تمام ضلع ظاهر می‌شود

$$\textcircled{1} \quad \sigma_{x'} = \frac{r+1}{r} + \frac{r-1}{r} \cos 2\theta_1 + r \sin 2\theta_1 = r/r$$



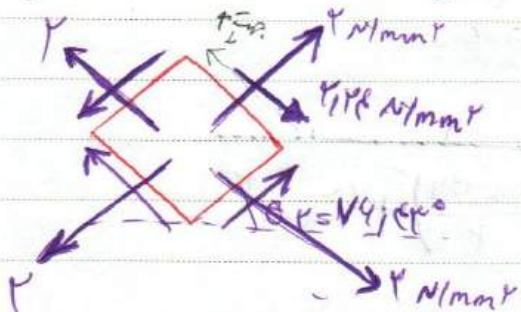
$$(4) \rightarrow \tan 2\theta_r = \frac{-1}{\tan 2\theta_1} = -0$$

$$(r\theta_r = 135^\circ, r\theta_r + \pi)$$

$$(\theta_r = 67.5^\circ, \theta_r + \pi/4)$$

$$\textcircled{2} \quad \sigma_{\max} = \pm r/r N/mm^2$$

$$\Rightarrow \tau_{x'y'} = -\frac{r-1}{r} \sin 2\theta_1 + r \cos 2\theta_1 = -r/r N/mm^2$$



$$\sigma_{x'} = \sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{r} = \frac{r+1}{r} = r/r N/mm^2$$

با در نظر گرفتن روابط ۱ و ۳

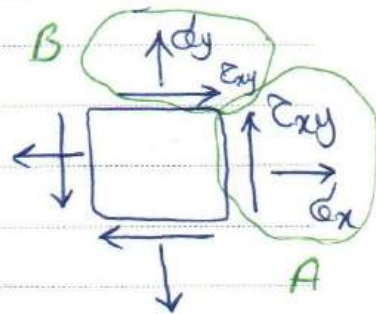
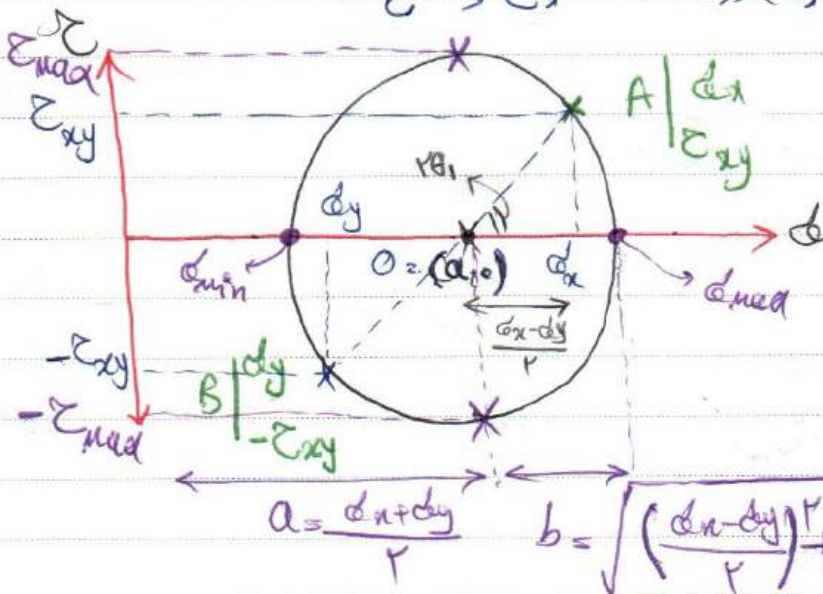
$$\left(\sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \right)^2$$

$$\left(\tau_{x'y'} \right)^2 = \left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \right)^2$$

$$\rightarrow \left(\sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \left(\tau_{x'y'} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \left(\tau_{xy} \right)^2$$

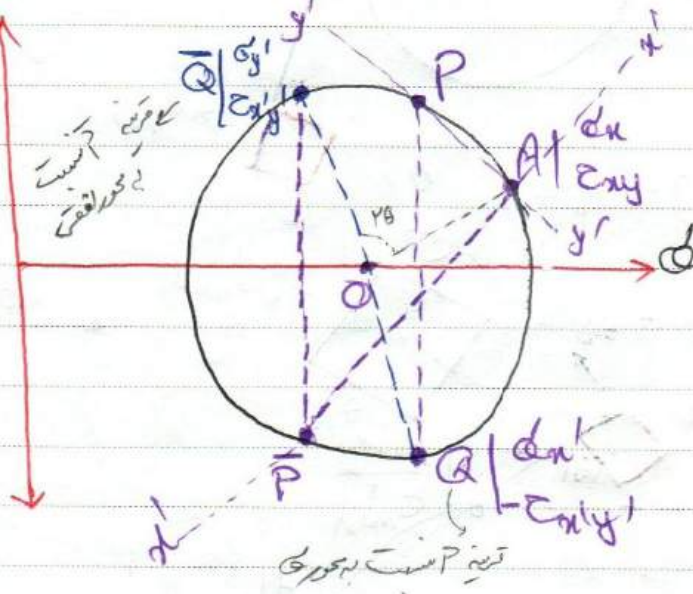
$$\rightarrow (\sigma_x - a)^2 + (\tau_{x'y'})^2 = b^2$$

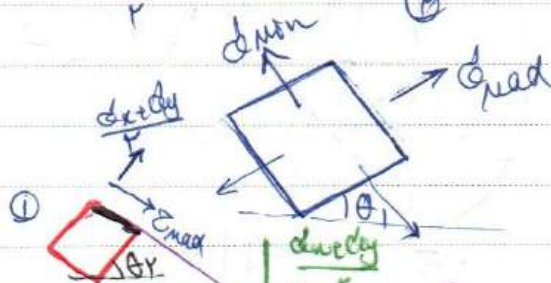
معادله دایره ای با مرکز $(a, 0)$ در دستگاه σ و τ شعاع b



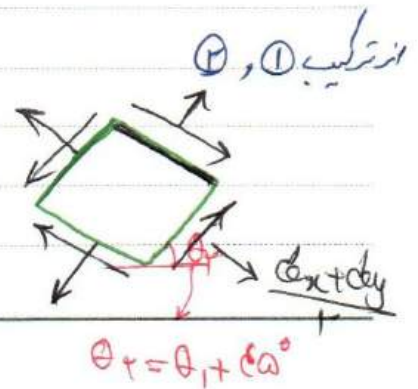
- فرض کنید تنش بر روی نقطه ای به صورت $A \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}$ (یا قرینه نسبت به 0 به صورت $B \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}$)
برای تعیین وضعیت تنش بر روی صفحه ای مطابق شکل
۱- ابتدا دایره ای با مرکز $O(a, 0)$ و شعاع b رسم کنید.
۲- نقطه ای A را بر روی دایره مشخص نموده، از آن خطی موازی محور x' - y' را رسم نمایید.

- ۳- قرینه نقطه ای P نسبت به محور افقی، نقطه ای Q وضعیت مشخص بر روی صفحه ای مورد نظر
۴- ح α من باشد.

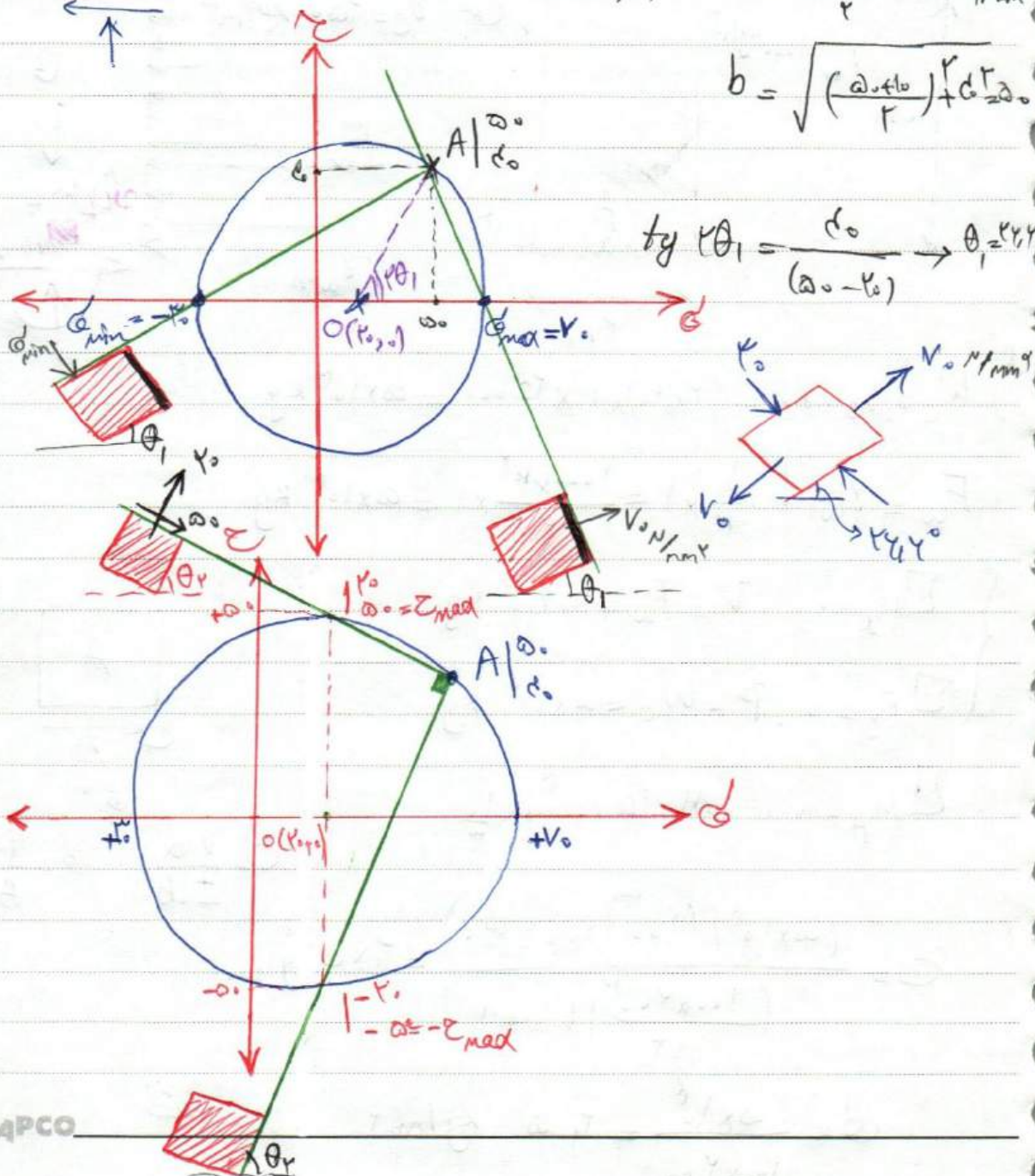
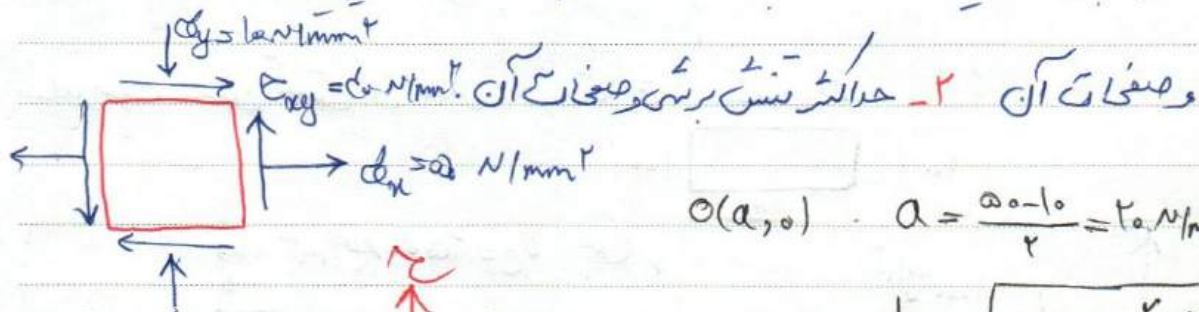


$$\tan \psi = \frac{r \sum_{xy}}{d_x - d_y} \rightarrow d_{1,r} = \frac{d_x + d_y}{r} + \sqrt{\left(\frac{d_x - d_y}{r}\right)^2 + \sum_{xy}}$$


از ترکیب ① و ② ←

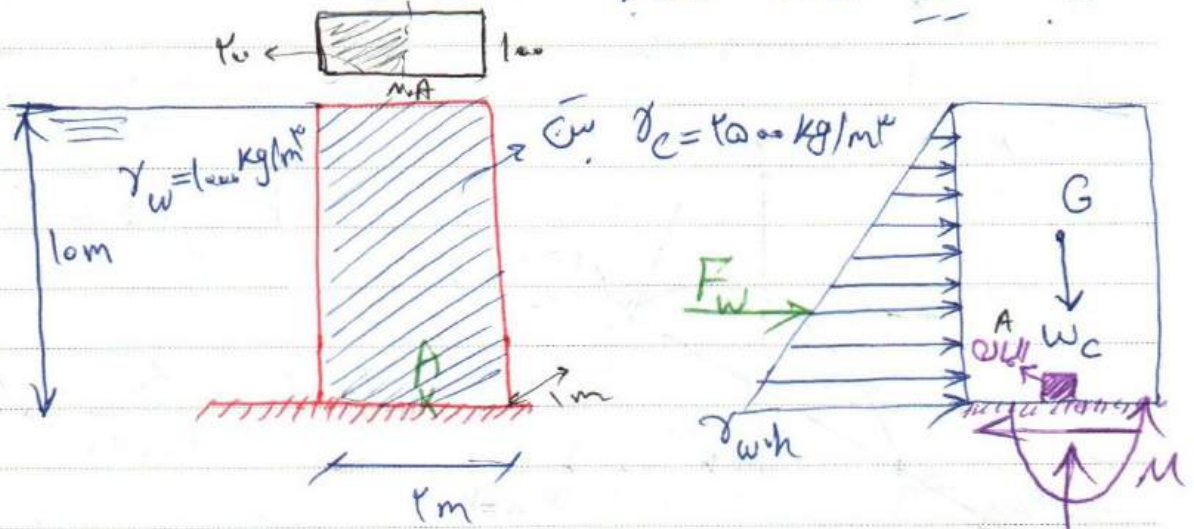


مثال) برای وضعیت تنش مطابق شکل مطلوب است ۱- تعیین حدالتر تنش های اصلی



مثال) برای شکل مقابل از دیوار بتن برای ذخیره آب استفاده شده است.

مطلوبه تعیین تنش های اصلی و جهات آن در نقطه A



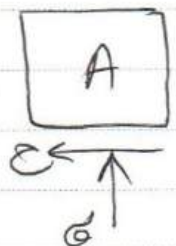
$$W_c = V_c \cdot \gamma_c = (2 \times 10) \times 1 \times 2500 = 50000 \text{ kg}$$

$$F_w = \gamma_w \cdot h \cdot \frac{h}{2} \times 1 = \frac{10000 \times 10^2}{2} \times 1 = 50000 \text{ kg}$$

$$\sum F_x = 0 \quad V = F_w = 50000 \text{ kg}$$

$$\sum F_y = 0 \quad P = W_c = 50000 \text{ kg}$$

$$\sum M_A = 0 \quad M = (50000) \times \frac{10}{2}$$



$$\sigma = \frac{VQ}{I \cdot b} \quad \tau = \frac{P}{A}$$

$$\sigma = \frac{(50000) \left(\frac{100 \times 100 \times 50}{12} \right)}{(100 \times 200)^2} = 12500 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma = \frac{50000}{100 \times 200} = 250 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{فشار عمود بر سطح})$$

تنش
معمولی



Subject :

Year . Month . Date . ()

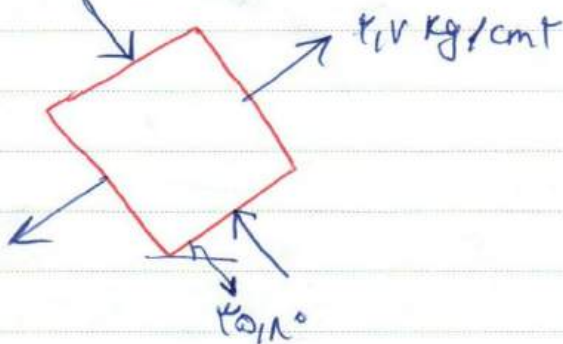
$$\tan \theta_1 = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{\tau(r, a)}{0 + \tau_1 a} = \tau$$

تangent of angle of rotation

$$\theta_1 = \tau a, 1^\circ$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = \begin{cases} + \tau_1 \text{ kg/cm}^2 \\ - \sigma_1 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

~~$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$~~



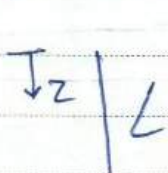
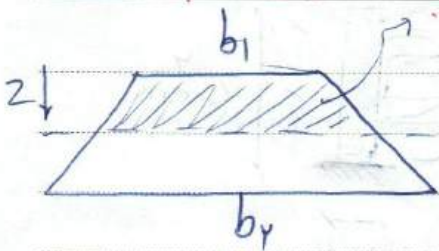
Subject:

Year. Month. Date. ()

TA حسین نصیر زارانی
حیث انصاری ۹۲۲

درسیه ۲۴
شبه ۲۱۰

حل ترین مکان جاذب (الترجول) شنه

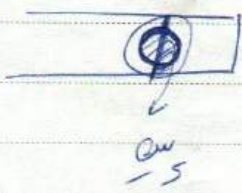
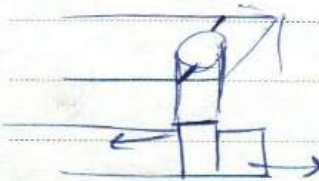


$$\phi = \frac{F \uparrow}{A \uparrow}$$

ϕ

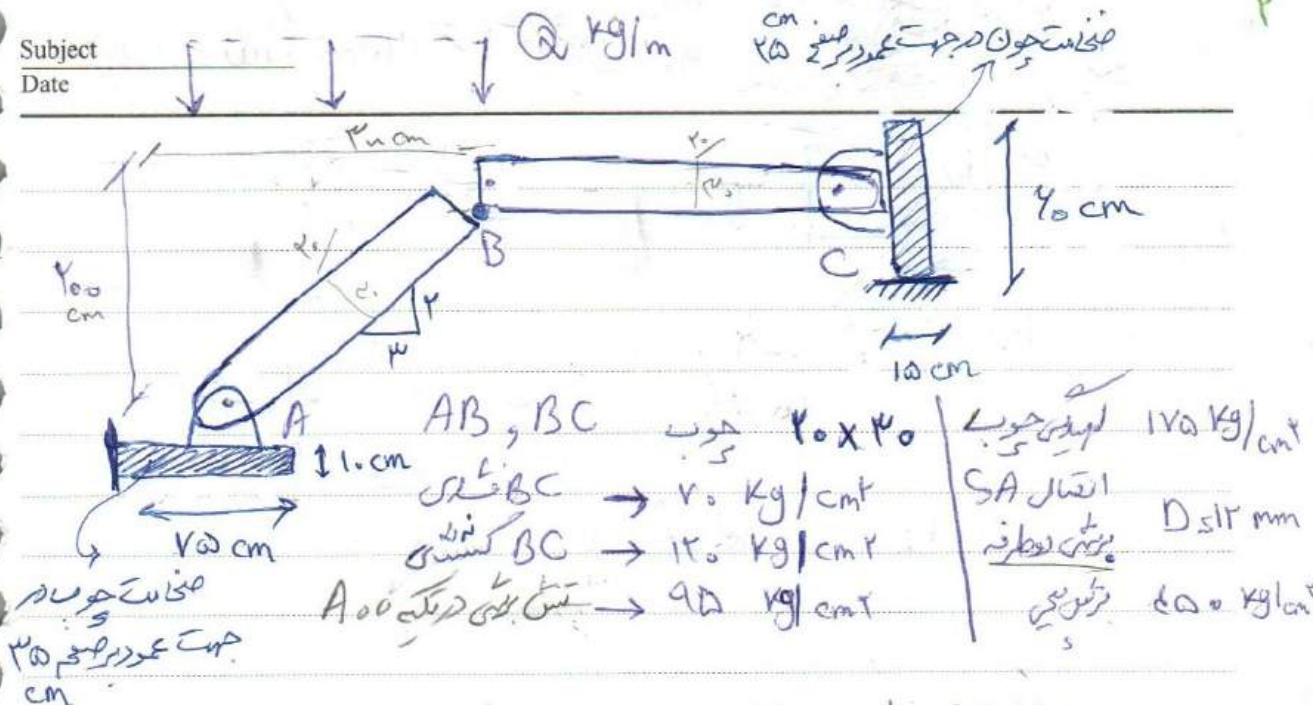
$$\phi = \frac{\rho g(z) \times L \times g}{b(z) \times L}$$

$$\phi = f(z)$$



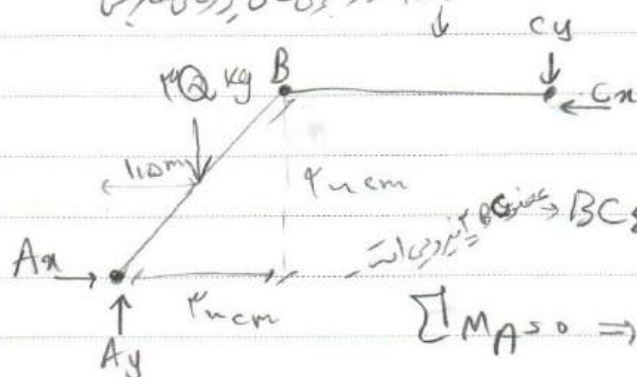
فشار

۵



دعای گرام آکراد برای تمامی نیروهای خارجی

هر دو عضو AB و BC فاری هستند.



المرء $\sum M = 0$ وادعوه BC در نظر بگیریم

$$BC_{\text{gas}} \rightarrow BC_{\text{g}} \quad C_y = 0$$

$$\sum M_{A^{50}} \Rightarrow C_x \times 7 - Q \times P \times \frac{P}{4} = 0 \rightarrow C_x = \frac{9}{4} Q$$

$$\sum F_n = 0 \Rightarrow A_n = C_n = \frac{qQ}{d} \text{ kg}$$

$$\sum F_{y,0} \Rightarrow Ay = 1.2 \text{ kN}$$

نشان دهنی عضو BC: $V_{os} = \frac{C_x}{r_o \times r_p} = \frac{9 \text{ Q/r}}{r_m} \Rightarrow Q = \dots$

$A = \frac{Q}{v \times t} \Rightarrow Q = A \times v \times t$

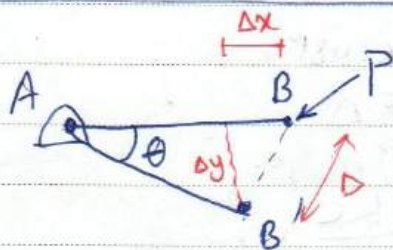
لا بد من $V_{\text{او}} = \frac{A_{\text{و}}}{V_{\text{و}} \times \epsilon_{\text{و}}} = \frac{Q}{V_{\text{و}} \times \epsilon_{\text{و}}} \Rightarrow Q = \checkmark$

در ۲ معادله دست آمده داریم صفحه و صفحه قبل مقدار Q_{min} به نظر می آید.

Colours $IV \omega_s \frac{C_m}{90 \times 25} = \frac{9Q/d}{20 \times 25} \rightarrow Q = \dots$

مقطع A $\omega_o = \frac{\omega A}{2 \times (\pi \times \frac{1}{2} \times \frac{r^2}{d})} =$

مقطع C $\omega_o = \frac{C \omega'}{2 \times (\pi \times \frac{1}{2} \times \frac{r^2}{d})} = \frac{9Q/d}{\frac{2188}{d} \pi}$

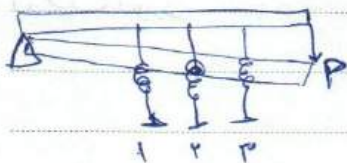


$\sigma = E \epsilon$

نسبت کشش و

$\frac{F_x}{A} = E \frac{\Delta x}{L} \Rightarrow$ این رابطه در راستای محور عضو در دست است.

$\frac{P \cos \theta}{A} = E \frac{\Delta \sin \theta}{L}$



ممان انحنای

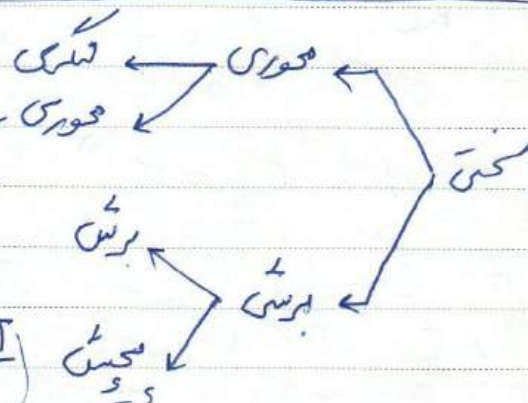
$\frac{EI}{L}$

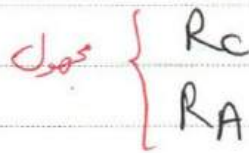
$\frac{EA}{L}$

$\frac{GA'}{L}$

$\frac{GJ}{L}$

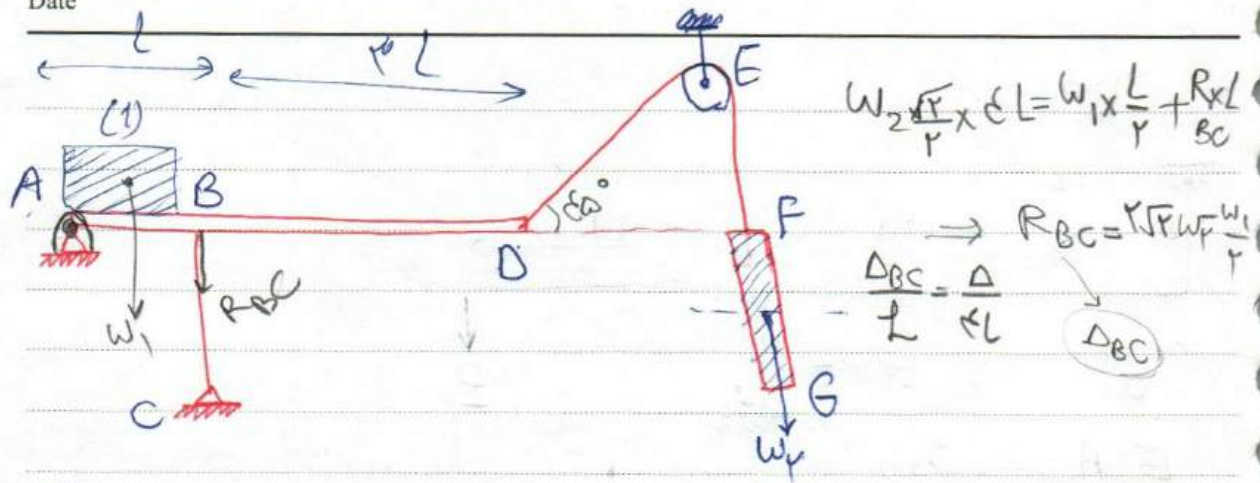
ممان انحنای قطری





$$R_C = \frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} R_A$$

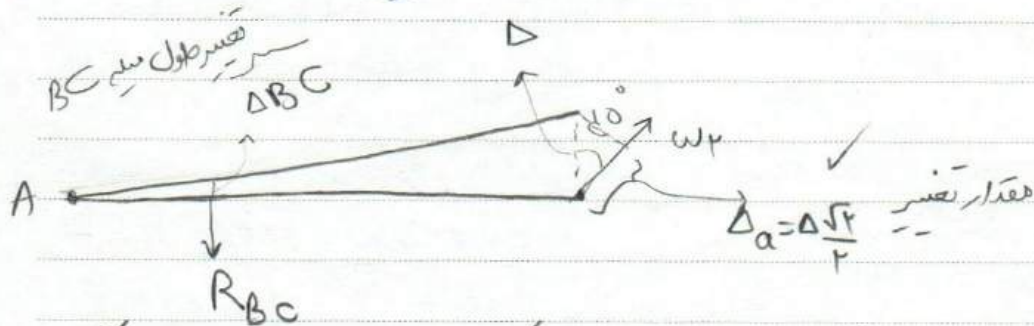
باجل میں ابعاد
 Δ و F_{BC} و F_{AB} و F_{DE}
 میں ایک



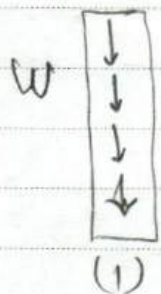
AD = صلب

مركب

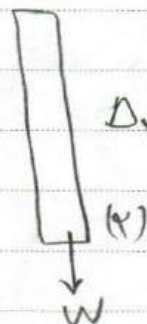
با توجه به بارگذاری (1) بر روی عضو AD مقدار بالا و پایین شدن FG را بدست آورید



در اثر وزن FG مقدار تغییر طول در عضو FG داریم که به خاطر وزن خودش (بارگسترده)



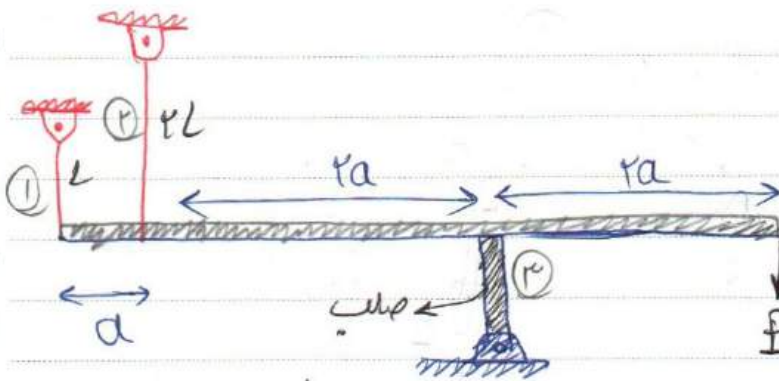
$$\Delta = \frac{wL}{2EA}$$



$$\Delta_r = \frac{WL}{EA}$$

طول است

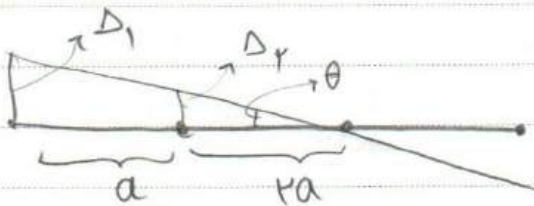
$$F_1, F_r, F_c \rightarrow ?$$



E, A (دو شمشیر)

$$F_r - F_1 - F = P$$

$$\sum M_{(r)} = 0 \Rightarrow P \times r = F_r \times r + F_1 \times r \quad (II)$$



$$\Delta r = \frac{r}{r} \Delta_1$$

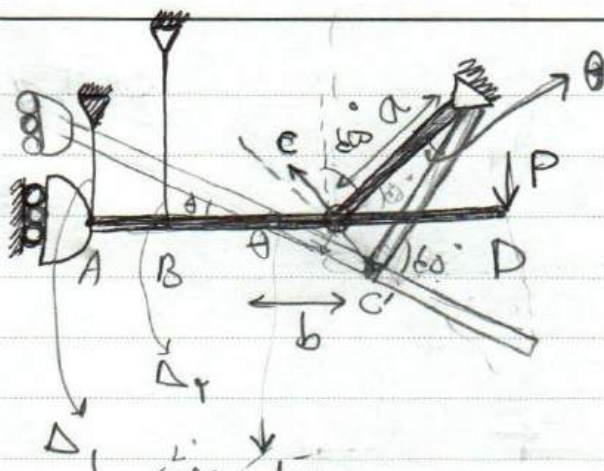
$$\frac{F_r \times (rL)}{EA} = \frac{r}{r} \times \frac{F_1 \times (L)}{EA}$$

$$F_r = \frac{1}{r} F_1 \quad (I)$$

در مرحله I و II مقدار F_1 و F_r بر حسب P حساب می شود پس F_r هم بدست می آید.

من آید.

10 cm 20 cm 20 cm

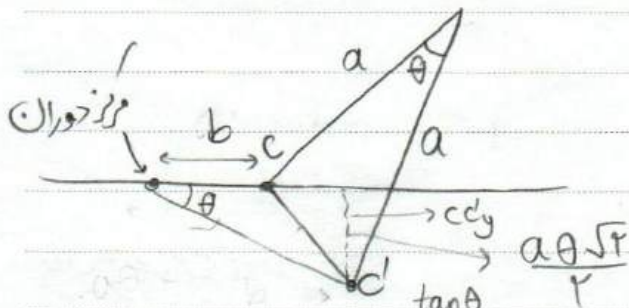


$$CC' = a\theta$$

$$CC'_y = a\theta \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$b\theta = a\theta \frac{\sqrt{r}}{r}$$

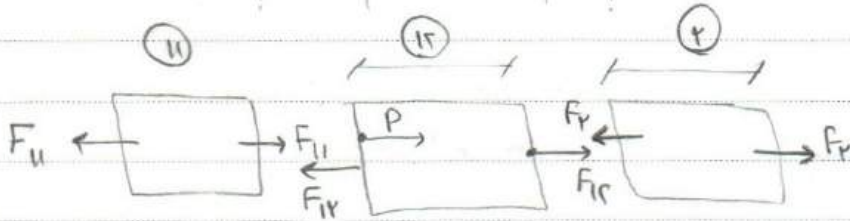
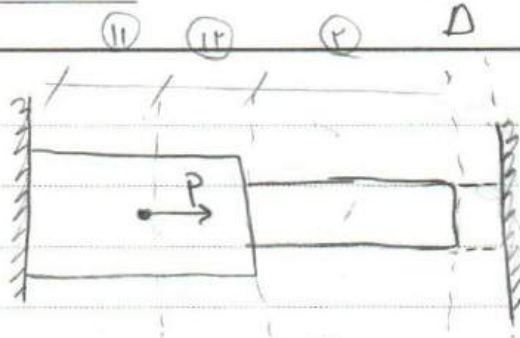
$$b = \frac{a\sqrt{r}}{r} \checkmark$$



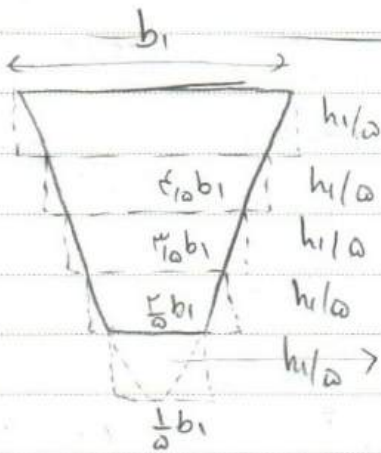
$$\tan \theta = \frac{a\theta \frac{\sqrt{r}}{r}}{b + a\theta \frac{\sqrt{r}}{r}}$$

$$(b + \frac{a\theta \sqrt{r}}{r}) \times \theta = a\theta \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$b\theta + \frac{a\theta^2 \sqrt{r}}{r} = a\theta \frac{\sqrt{r}}{r} \rightarrow b = \frac{a\sqrt{r}}{r} \checkmark$$

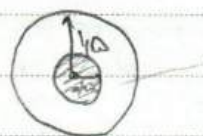
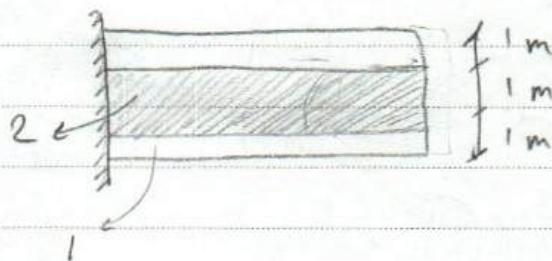


$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial y}{\partial y} - \frac{\nu \partial z}{\partial z} + \alpha \Delta T$$



$$\frac{F_I}{r E \left(\frac{b_1}{3} \times h \right)} + \frac{F_R}{r E \left(\frac{r b_1}{3} \times h \right)} + \frac{F_I h}{E \left(\frac{r b_1}{3} \right)}$$

این وزن در خروجی E باقی می ماند.



مثال

$$E_1 = 200 \text{ GPa}$$

$$E_2 = 100 \text{ GPa}$$

$$\alpha_1 = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

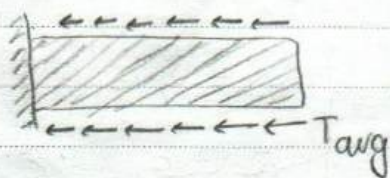
$$\alpha_2 = 2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\Delta\theta = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

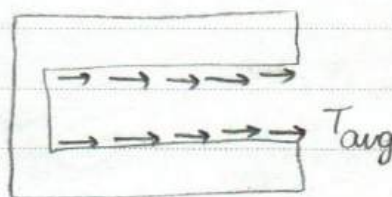
$$\Delta_1 = \Delta_2$$

دو جسم ۱ و ۲ مانند یک در هم فروخته اند در اثر افزایش دمای ۲۰

مطلوبت تنش برشی موجود در هر کدام از اجزاء.



(۲)



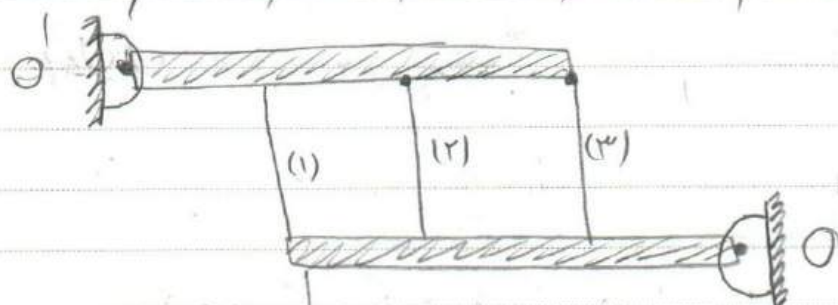
(۱)

F

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 \quad \alpha_1 \Delta\theta + \frac{T_{avg} \times (2\pi R_1 \times L)}{E_1 A_1 \times 2} = \alpha_2 \Delta\theta - \frac{T_{avg} (\pi R_2^2 L)}{2 E_2 A_2}$$

$$10 \times 20 + \frac{7 (\pi \times 10^2 \times 10)}{200 \times 10^9 (\pi \times 10^2 - \pi \times 10^2)} = 2 \times 10^{-5} \times 20 - \frac{T_{avg} (\pi \times 10^2 \times 10)}{2 \times 10^9 \times 10^2 \times \pi \times 10^2}$$

T_{avg} بدست بیاید مقدار تغییر طول هر کدام را هم می توان حساب کرد.



شکل معادلی تحت نیروی P
قرار گرفته
مطلوبه F_1 و F_2 و F_3

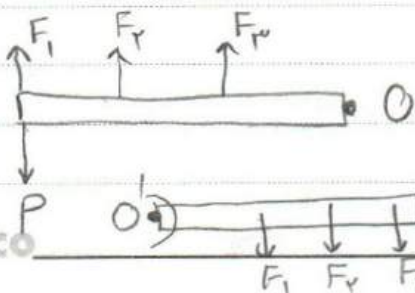


توجه: تغییر طول در این بار
گونه‌ای است که از بالا طول
کم و از پایین طول زیاد می‌شود.

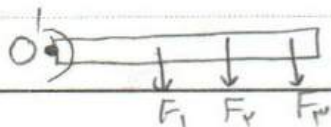
$$\begin{aligned} \epsilon_p &= 3\theta_1 - \theta_2 \\ \epsilon_r &= 2\theta_1 - 2\theta_2 \\ \epsilon_l &= \theta_1 - 3\theta_2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \textcircled{1} &\Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \frac{3}{2}\epsilon_p - \frac{\epsilon_r}{2} \\ \theta_2 = \frac{\epsilon_r}{2} - \frac{\epsilon_l}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_1 \\ \theta_2 &= \theta_2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 2\epsilon_r - \epsilon_p = \epsilon_l \\ \Rightarrow 2F_r - F_1 = F_p \end{cases} \quad \textcircled{I}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \frac{3}{\lambda}\epsilon_l - \frac{\epsilon_r}{\lambda} \\ \theta_2 = \frac{\epsilon_l}{\lambda} - \frac{3\epsilon_r}{\lambda} \end{cases}$$



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow 2F_1 + 2F_2 + F_3 = 2P \quad \textcircled{II}$$



$$\sum M_{O'} = 0 \Rightarrow 2F_3 + 2F_2 + F_1 = 0 \quad \textcircled{III}$$

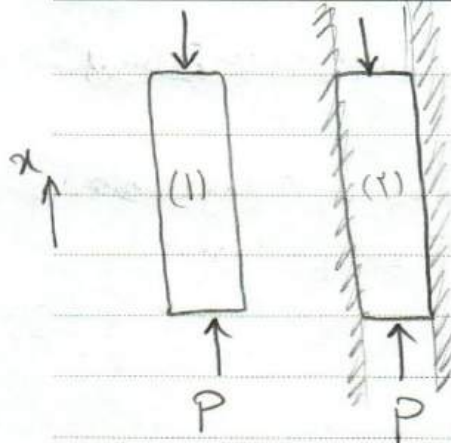
هر یک 3 معادله F_1 و F_2 و F_3 محاسبه می‌شود

$$\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = ? \quad \text{مطلوبه نسبت}$$

(مثال)

در تیر (1) و (2) در دو طرف تیر مد تیر یکسان به تیر قرار داریم

که مانع تغییر طول در آن جهت می شود.



$$(1) \rightarrow \epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\epsilon_{v_1} = \frac{\sigma_x}{E} (1 - 2\nu)$$

$$(2) \quad \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \left(\frac{\sigma_z}{E} + \frac{\sigma_y}{E} \right) \quad (I)$$

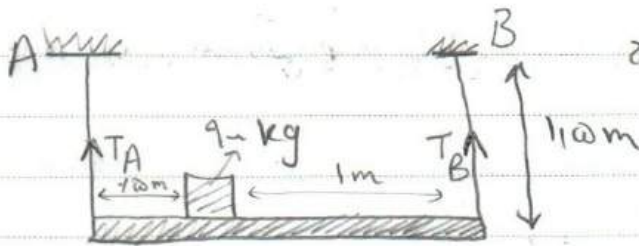
$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{(1-\nu)}{E} (\sigma_z + \sigma_y) = \frac{2\nu \sigma_x}{E} \quad (II)$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} = 0$$

با استفاده از I و II داریم

$$\epsilon_{v_2} = \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \left(1 - \frac{2\nu}{1-\nu} \right) = \frac{\sigma_x}{E} \left(\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \right)$$

$$\frac{\epsilon_{v_2}}{\epsilon_{v_1}} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \geq 1$$



مطلوبه: محاسبه تغییر شکل قائم جسم

$$\sum M_B = 0 \quad 900 \times 9 \times 1 = 1.1 T_A$$

$$\Rightarrow T_A = 4000 \text{ N}$$

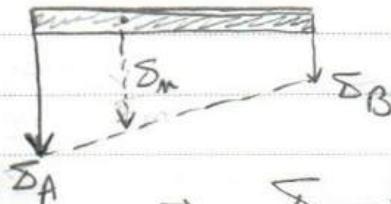
$$T_B = 4000 \text{ N} \Rightarrow \sum F_y = 0$$

$$A_A = 40 \text{ mm}^2 \quad E_A = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$A_B = 40 \text{ mm}^2 \quad E_B = 0.17 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta_B = \frac{T_B \times L}{AE} = \frac{4000 \times 1.1}{40 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^5} = 0.55 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_A = \frac{T_A \times L}{AE} = \frac{4000 \times 1.1}{40 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^5} = 0.55 \times 10^{-3} \text{ m}$$



$$\Rightarrow \Delta_m = 0.55 \times 10^{-3} + \left[\frac{0.55 \times 10^{-3}}{1.1} \right] = [0.55 + 0.5] \times 10^{-3} = 1.05 \times 10^{-3} \text{ m}$$

مثال: ضخامت اولیه ورق برابر است با 10 mm و تحت اثر نیروی $P_x = 100 \text{ kN}$ و $P_y = 400 \text{ kN}$ قرار گیرد.

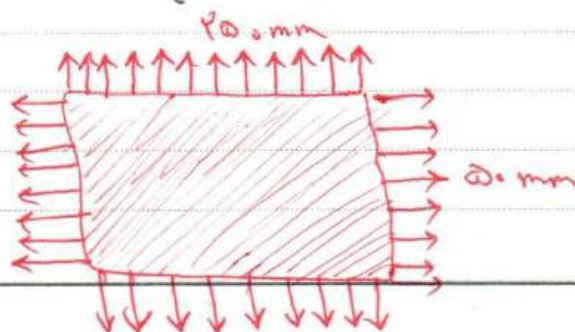
$$E = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_x = 200 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.25 \quad \sigma_y = 100 \text{ MPa}$$

تغییر ضخامت ورقه را بدست آورید.

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \times \frac{\sigma_y}{E} - \nu \times \frac{\sigma_x}{E} = -0.25 \times \left[\frac{100 \times 10^3}{10 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^5} + 100 \right]$$

$$\epsilon_z = -215 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta_z = \nu \epsilon_z = 10 \times (-215 \times 10^{-4}) = -215 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

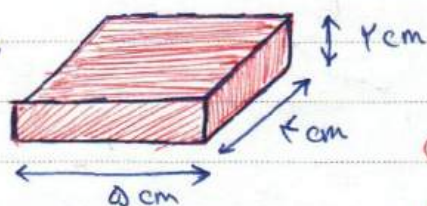
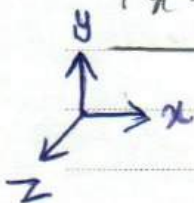


ادامه مثال صفحه‌ی قبلی: اگر $P_y = 0$ باشد مقدار P_x ای را بدست آورید. همین مقدار تغییر

ضخامت را ایجاد کند.

$$\epsilon_z = -\alpha \times 10^{-4} = -0.25 \times \frac{\sigma_m}{E} \Rightarrow \sigma_m = \frac{140}{500}$$

$$P_m = \sigma_m A_m = \frac{140}{500} \times 500 = 140 \text{ kN} \Rightarrow P_m = 140 \text{ kN}$$



مثال
ماده‌ی مقابل در راستای y محدود شده است یعنی در راستای y جایگزین ندارد.
 $\sigma_m = 5 \text{ kg/cm}^2$
 $\alpha = 0.25$

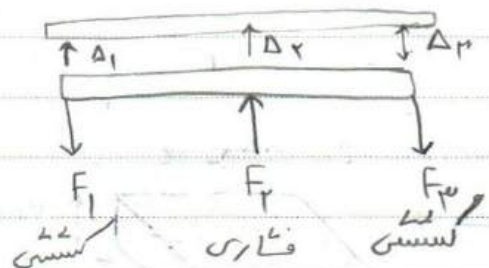
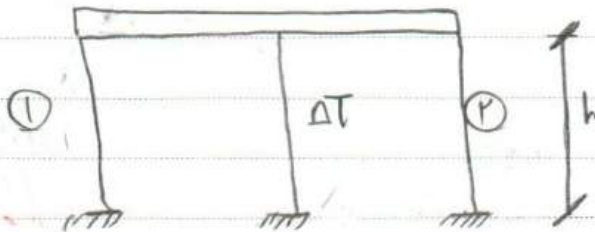
$$\epsilon_y = 0 \Rightarrow \epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \left[\frac{\sigma_m + \sigma_z}{E} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - 0.25 \times \frac{5}{E} \Rightarrow \sigma_y = 1.25 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_y = \sigma_y \times A_y = 1.25 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow$$

$$F_y = \sigma_y \times A_y = 1.25 \text{ kg/cm}^2 \times 20 \text{ cm}^2 = 25 \text{ kg} \Rightarrow F_y = 25 \text{ kg}$$

تیرهای موجود در شکل به ۳ پایه وصل شده است و پایه میانی و وسطی تحت تغییر دما ΔT شده است. مطلوب است نیروی موجود در ۲ تیر دیگر.



$$\Delta_3 = \Delta_2 = \Delta_1$$

نیرو تنش در میله میانی
 ΔT افزایش دما در میله میانی است.

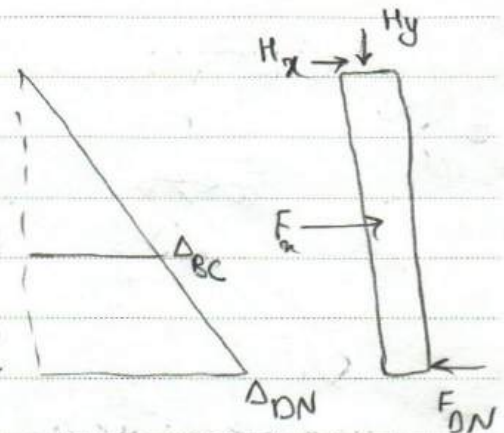
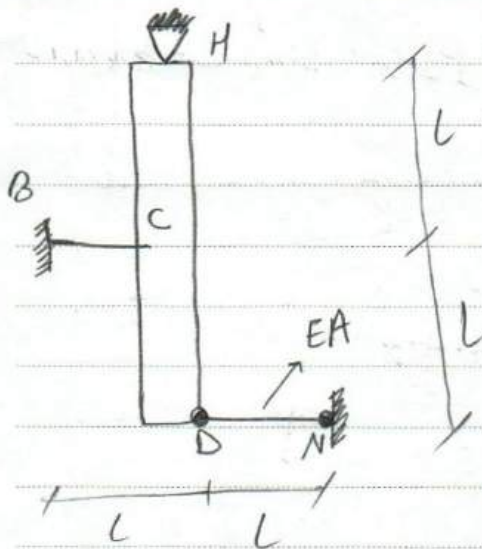
$$\begin{aligned} \sum m_A = 0 &\rightarrow 2F_1 = F_2 \quad \text{I} \\ \sum m_B = 0 &\rightarrow F_1 = F_2 \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow F_2 = F_1 + F_3 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{F_1 h}{EA} \\ \Delta_2 &= -\frac{F_2 h}{EA} + \Delta T \alpha h \end{aligned} \right.$$

$$\frac{F_1 h}{EA} = -\frac{F_2 h}{EA} + \Delta T \alpha h \Rightarrow F_1 + F_2 = \Delta T \alpha EA \quad \text{II}$$

$$\begin{aligned} \text{I, II} &\rightarrow 2F_1 = \Delta T \alpha EA \rightarrow F_1 = \frac{1}{2} \Delta T \alpha EA \\ &\alpha_1 = \frac{1}{2} \Delta T \alpha \quad \checkmark \end{aligned}$$

در عضو BC انشایش دمای به اندازه ΔT داریم

عکس العمل چگونه است H ؟



$$\Delta_{DN} = 2\Delta_{BC}$$

$$\sum M_H = 0$$

$$F_{BC} \times L = F_{DN} \times 2L$$

$$\Rightarrow F_{BC} = 2F_{DN} \quad \text{(I)}$$

$$\Delta_{BC} = \alpha \Delta T L - \frac{F_{BC} L}{EA}$$

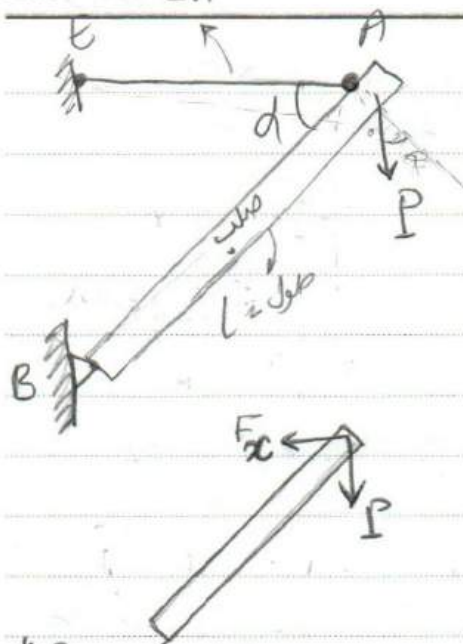
$$\Delta_{DN} = -\frac{F_{DN} L}{EA}$$

$$\text{(I), (II)} \Rightarrow \begin{cases} F_{BC} = \frac{L}{\alpha} \alpha \Delta T EA \\ F_{DN} = \frac{L}{\alpha} \alpha \Delta T EA \end{cases} \quad \text{(III)}$$

$$\Rightarrow -\frac{F_{DN} L}{EA} = 2L \alpha \Delta T - \frac{2F_{BC} L}{EA}$$

$$\Rightarrow 2F_{BC} - F_{DN} = 2\alpha \Delta T EA \quad \text{(II)}$$

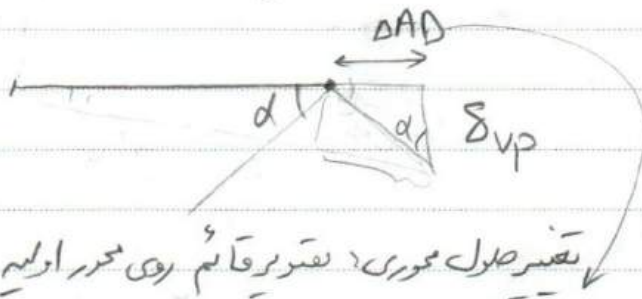
سازه زیر تحت بارگذاری متمرکز P است.



$$\sum M_B = 0$$

$$\Rightarrow PL \cos \alpha = F_x L \cos \alpha$$

$$\Rightarrow F_x = P \cot \alpha$$



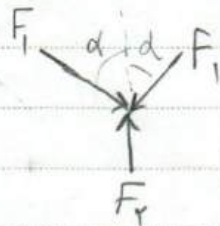
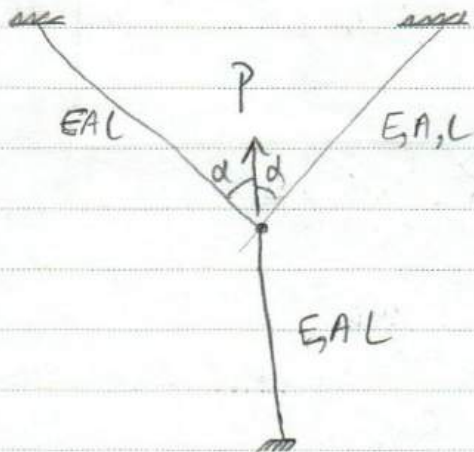
تغییر طول محوری و تغییر قائم روی محور اولیه * از نقطه جدید عمود بر راستای قائم

$$\Delta_{AD} = \frac{P \cot \alpha L \cos \alpha}{EA}$$

$$\delta_{vp} = \Delta_{AD} \cot \alpha = \frac{P \cot^2 \alpha L \cos \alpha}{EA}$$

یعنی خودکشی هم نفوذ کرده !!

Q10



$$\Delta_1 \cos \alpha = \Delta$$

$$\Delta_1 = \frac{F_1 L}{EA}$$

$$\Delta = \frac{F_r L}{EA}$$

$$F_r \cos \alpha = F_1$$

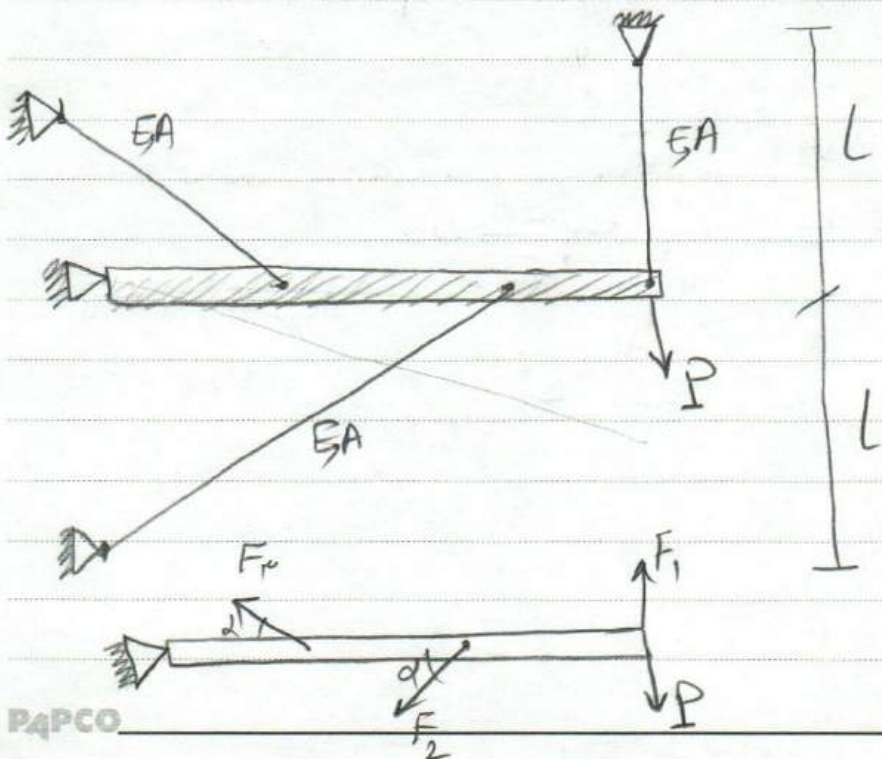
$$\sum F_y = 0 \quad P = F_r + 2 F_1 \cos \alpha \quad (II)$$

$$P = F_r + 2 F_r \cos^2 \alpha$$

$$\rightarrow F_r = \frac{P}{1 + 2 \cos^2 \alpha}$$

$$F_1 = \frac{P \cos \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha}$$

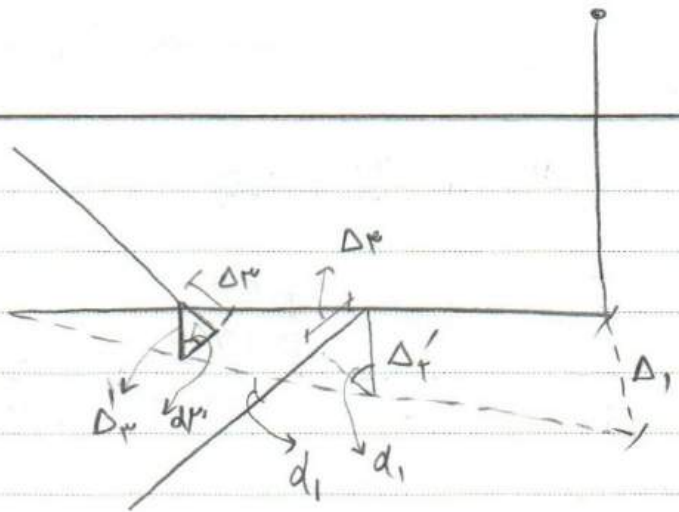
Q11



$$\Delta_1 = \frac{F_1 L}{EA}$$

$$\Delta_r = \frac{F_r \sqrt{\omega} L}{EA}$$

$$\Delta_r = \frac{F_r \sqrt{r} L}{EA}$$



$$\begin{cases} \Delta_r' = \frac{1}{r} \Delta_1 \\ \Delta_r' = \frac{r}{r} \Delta_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta_r = \sin d_r \Delta_r' \\ \Delta_r = \sin d_1 \Delta_r' \end{cases}$$

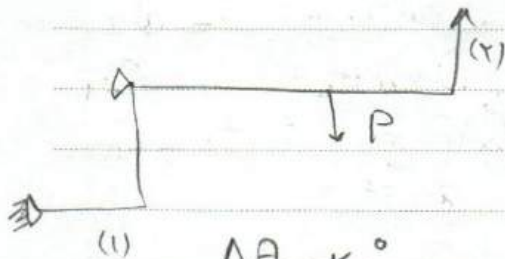
$$\begin{cases} \Delta_r = \frac{1}{r} \sin d_r \Delta_1 \\ \Delta_r = \frac{r}{r} \sin d_1 \Delta_1 \end{cases}$$

$$\sum M_O = 0 \rightarrow rP = rF_1 + rF_r \sin d_1 + F_1 \sin d_r$$

$$\Rightarrow rP = rF_1 + \frac{r}{\sqrt{\omega}} F_r + \frac{1}{\sqrt{r}} F_r$$

$$rP = \frac{rEA\Delta_1}{L} + \frac{r}{\sqrt{\omega}} \underbrace{\Delta_r \frac{EA}{\sqrt{\omega}L}}_{r \sin d_1 \Delta_1} \rightarrow \frac{1}{r} \sin d_r \Delta_1$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial v}{\partial x} - \nu \frac{\partial w}{\partial x} + \alpha \Delta T$$



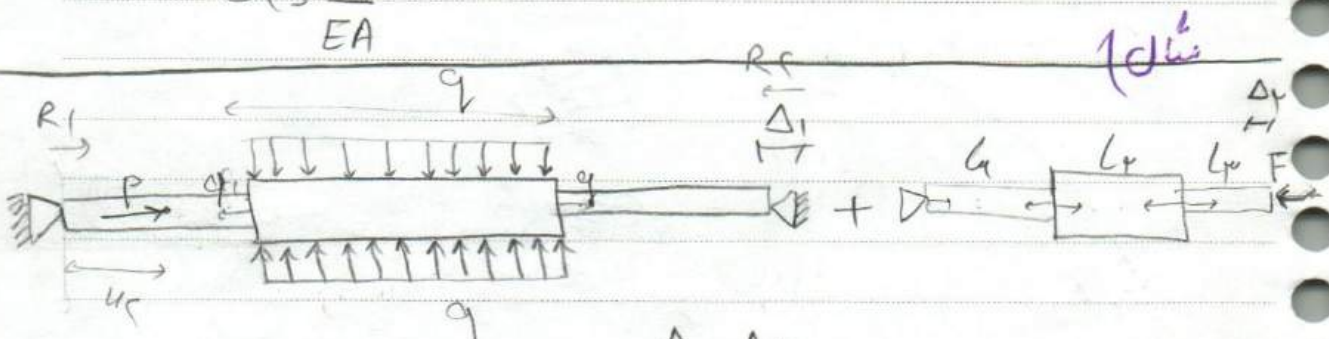
$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-2\nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y) + \alpha \Delta T \right]$$

$$\Delta \theta_1 = \tau_0$$

$$\epsilon_1 = \frac{F_1}{EA} + \alpha \Delta \theta$$

$$R_1 + P - q + q$$

$$\sigma_r = \frac{F_r}{EA}$$

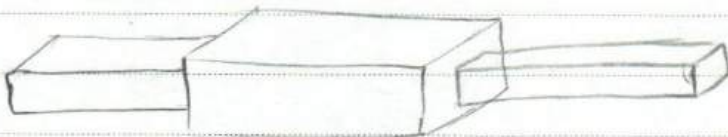


$$\Delta_1 = \frac{P \times (L_1/r)}{EA_1} + r \times \frac{q}{E} \times L_r$$

$$\Delta_1 = \Delta_r$$

$$\Delta_r = \frac{FL_1}{EA_1} + \frac{FL_r}{EA_r} + \frac{FL_r}{EA_r}$$

2 قسم و 3 قسم و 4 قسم و 5 قسم

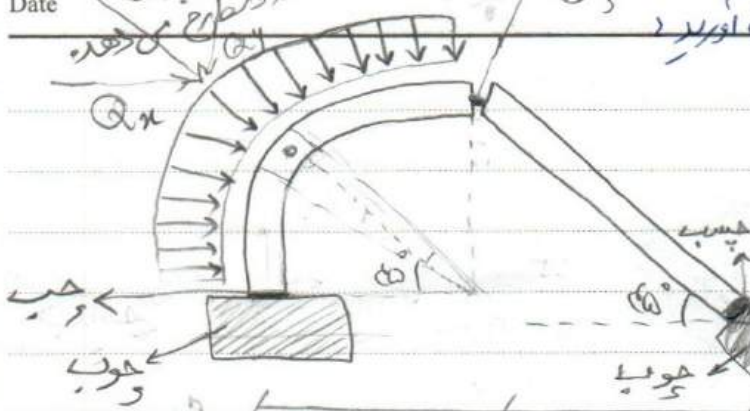


عکس العمل
در دو طرف می دهد

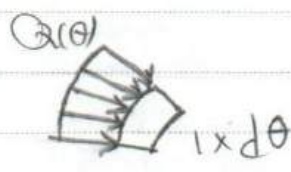
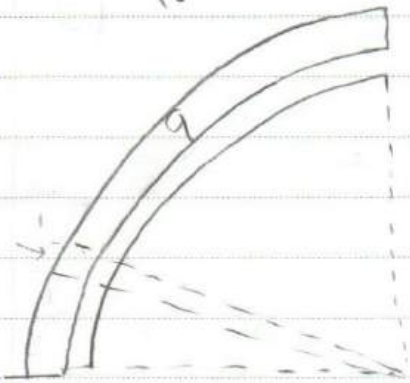
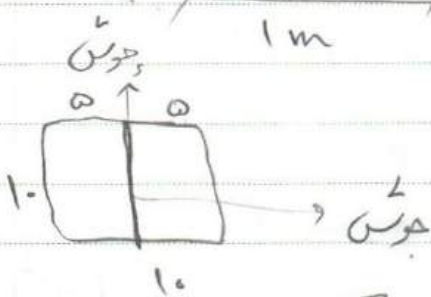
مثال) هر کدام از اعضای شکل زیر از دستگیره با جوش در یک صفحه به هم متصل اند
شکل شده است موارد زیر را بدست آورید

$q_{max} = ? \text{ kg/m}$

۲۰



- ۱) تنش نرمال اعضا = σ_{a1} ✓
- ۲) تنش برشی مجازی = τ_{a2} ✓
- ۳) تنش برشی مجازی پیچ = τ_{a3} ✓
- ۴) تنش در جوب = τ_{a4} ✓
- ۵) استرسی در جوب = σ_{a5} ✓
- ۶) تنش برشی مجاز حسب = τ_{a6} ✓
- ۷) تنش برشی مجاز جوش = τ_{a7} ✓



$Q(\theta) = q \times r \times d\theta$

$Q_x = \int_0^{\pi/2} q \cos \theta d\theta = q$

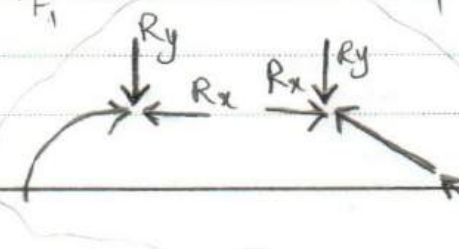
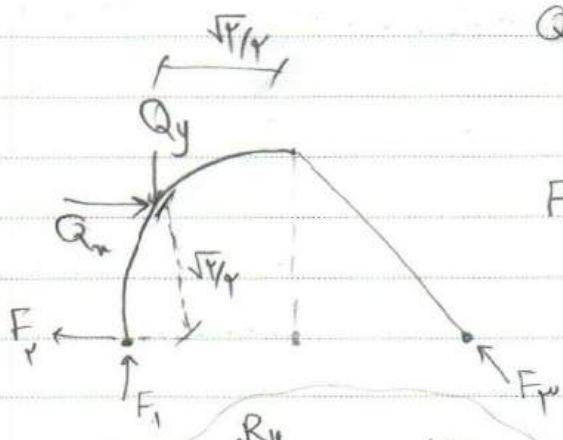
$Q_y = \int_0^{\pi/2} q \sin \theta d\theta = q$

$F_1 = \frac{q}{2}$

حل از نظر استاتیکی

$F_r = q(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) = 1.7q$

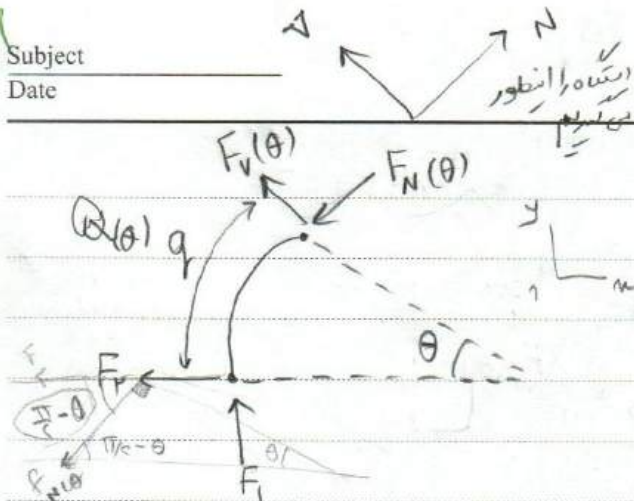
$F_r = q$ نیروی اعضا



$R_x = F_r \frac{\sqrt{2}}{2}$

$R_y = F_r \frac{\sqrt{2}}{2}$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = F_r = q$



$$\begin{cases} \sum F_N = 0 \\ \sum F_V = 0 \end{cases}$$

$$Q_x(\theta) = \int_0^\theta q \cos \theta d\theta$$

$$Q_y(\theta) = \int_0^\theta q \sin \theta d\theta$$

$$\begin{cases} F_N(\theta) + F_r \sin \theta - F_\theta \cos \theta = 0 \quad \checkmark \\ -Q_x(\theta) \cos \theta + Q_y(\theta) \sin \theta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_N(\theta) = \frac{\sqrt{r}}{r} q \sin \theta + \frac{1}{r} q \cos \theta \\ F_V(\theta) = \frac{\sqrt{r}}{r} q \cos \theta - \frac{1}{r} q \sin \theta \end{cases}$$

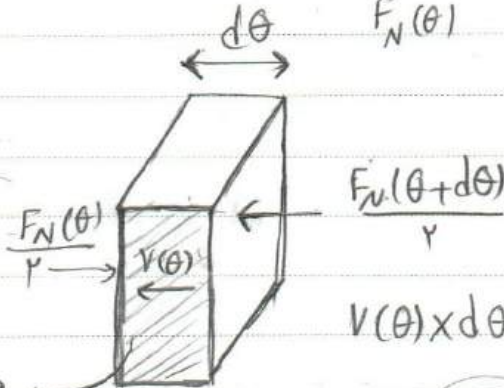
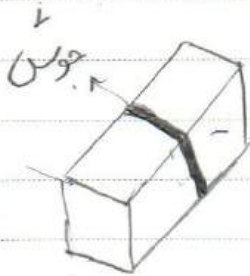
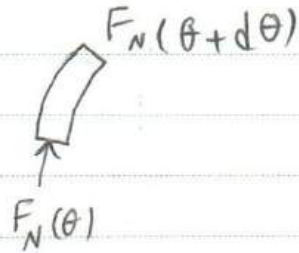
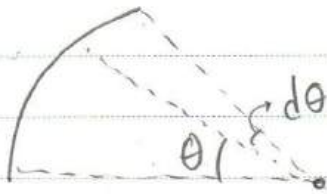
$$\frac{dF_N(\theta)}{d\theta} = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{r}}{r} \cos \theta - \frac{1}{r} \sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \rightarrow F_{N_{max}} = q \frac{(1+\sqrt{r})}{r}$$

$$\frac{dF_V(\theta)}{d\theta} = 0 \Rightarrow -\frac{\sqrt{r}}{r} \sin \theta - \frac{1}{r} \cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4} \text{ یا } \theta = \frac{3\pi}{4}$$

$$\rightarrow F_{V_{max}} = \frac{q\sqrt{r}}{r}$$

در عضو سمت راست چون عضو خمیری است در محل حساب تنش برشی صفر در نظر گرفته می شود

ادامه در صفحه بعدی



$$V(\theta) \times d\theta \times a = \frac{F_N(\theta + d\theta) - F_N(\theta)}{r}$$

$$V(\theta) = \frac{F_N(\theta + d\theta) - F_N(\theta)}{r a d\theta} \quad \text{تعریف مشتق}$$

صفحه ای که می بینیم در این کتاب دارد

تشت برشی در وسط

هر عضو مشتق نیروی محوری شده است.

$$V(\theta) = \frac{1}{r a} \frac{dF_N(\theta)}{d\theta} = \frac{1}{r a} \left(-\frac{\sqrt{r}}{r} q \cos\theta - \frac{1}{r} q \sin\theta \right)$$

$$\frac{dV(\theta)}{d\theta} = \frac{dF_N(\theta)}{d\theta^2} = -\frac{\sqrt{r}}{r} \sin\theta - \frac{1}{r} \cos\theta = 0 \quad \theta = -\frac{\pi}{2}$$

$$\theta = 0$$

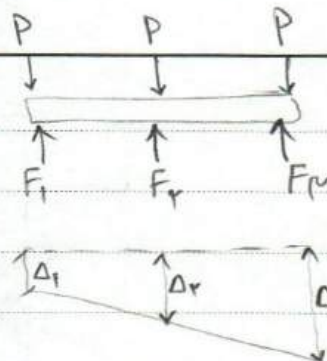
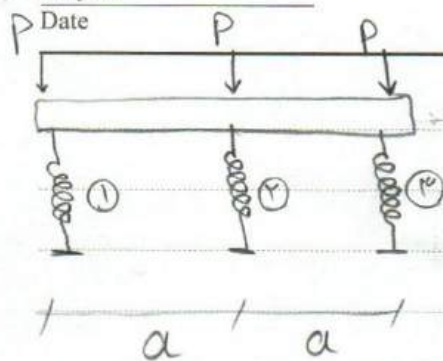
$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$V\left(\frac{\pi}{2}\right) = V_{max} = \frac{1}{r a} q = \tau_{az}$$

22

Subject

Date



$$\sum M_r = 0$$

$$\Rightarrow F_1 = F_3$$

$$\Delta_2 = \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{2}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 3P$$

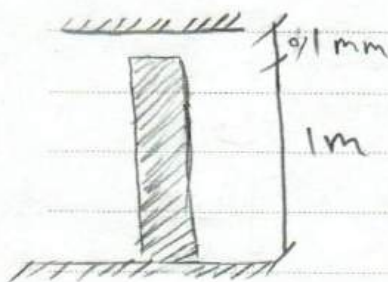
$$2F_1 + F_2 = 3P$$

$$F_2 = k_2 \Delta_2 \Rightarrow \Delta_2 = \frac{F_2}{k_2}$$

$$F_1 = k_1 \Delta_1 \Rightarrow \Delta_1 = \frac{F_1}{k_1}$$

$$F_3 = k_3 \Delta_3 \Rightarrow \Delta_3 = \frac{F_3}{k_3}$$

$$\Rightarrow 2 \frac{F_2}{k_2} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_3}{k_3} \Rightarrow \frac{2F_2}{k_2} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_1}{k_3}$$



$$\Delta = \frac{PL}{EA}$$

$$0.01 \text{ cm} = \frac{P \times 100 \text{ cm}}{11 \times 10^6 \times 10^{-4}} \Rightarrow P = 1100 \text{ kg}$$

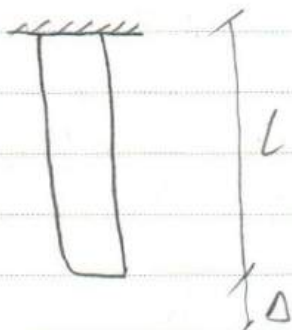
$$\begin{cases} E = 11 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ A = 10^{-4} \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\alpha = 14 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

$$\rho = 11 \text{ kg/cm}^3$$

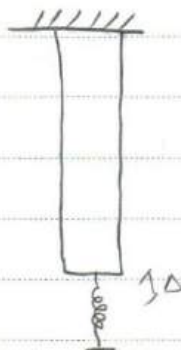
$$0.01 \text{ cm} = L \alpha \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{0.01}{100 \times 14 \times 10^{-6}}$$

$$\checkmark \frac{1}{14} \times 10^4 = \Delta T$$



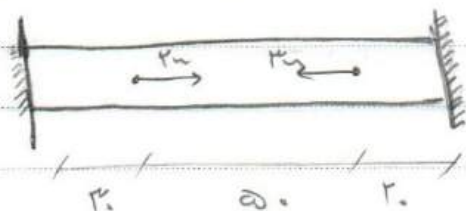
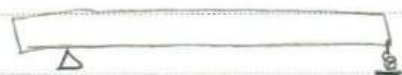
$$W_{tot} = W$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{WL}{EA}$$



$$\Delta = \frac{WL}{rEA} = \frac{FL}{EA}$$

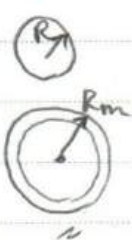
$$F = K\Delta$$



نقطه

دایره تو خالی

دایره پر



$\sum \sigma_{max}$

$$\frac{TR}{J}$$

$$\frac{TRm}{J}$$

J

$$\frac{\pi R^4}{4}$$

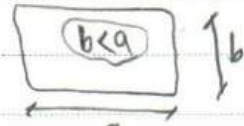
$$\frac{\pi (R_o^4 - R_i^4)}{4}$$

$\oint$

$$\int \frac{T dx}{G \cdot J}$$

$$\int \frac{T dx}{\theta \cdot J}$$

سطح

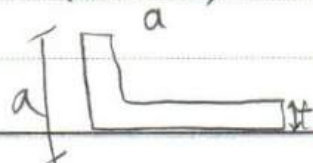


$$\frac{T}{a b^3}$$

$$\beta a b^3$$

$$\frac{TL}{\beta G a b^3}$$

جدار نازک باز



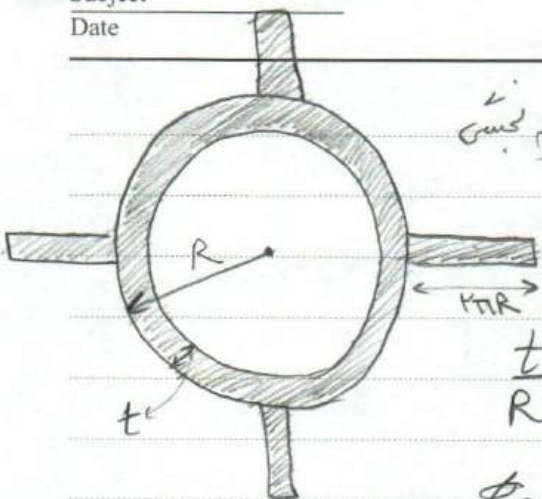
$$\frac{T}{k a t^3}$$

$$\frac{1}{r} a t^3$$

$$\frac{TL}{GJ}$$

$$\frac{a}{b} > 1$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{r}$$



بیشتر به شکل متابلی وارد می شود و خواهیم بینیم هم به شکل

توسط دایره و هم به شکل توسط مستطیل که کامل می شود.

$$\frac{t}{R} = 0.1$$

$$G_c = G_s$$

$$\phi_c = \phi_s$$

نسبت های مستطیلی

نسبت دایره ای

$$\frac{T_c L_c}{G_c J_c} = \phi_c$$

$$\frac{T_s L_s}{G_s J_s} = \phi_s$$

$$T_s + T_c = T$$

$$J = \int r^2 dA$$

$$J_c = 2\pi R^3 t$$

$$J_s = \pi (R + \pi R)^2 \times \pi R t$$

$$T_s = \frac{G_s \frac{J_s}{L_s}}{\frac{G_c J_c}{L_c} + \frac{G_s J_s}{L_s}} \cdot T$$

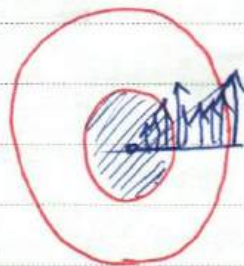
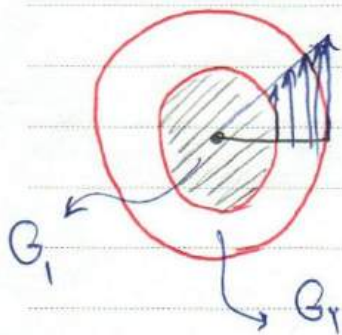
Subject _____

Date _____

24

YV

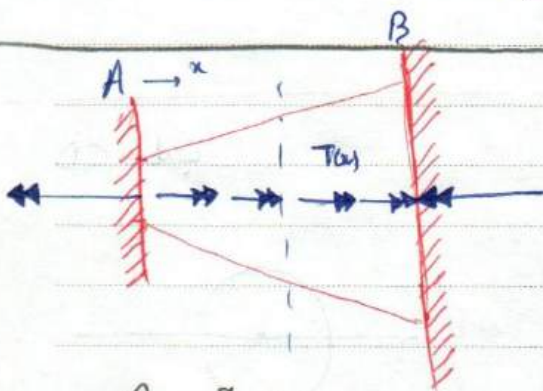
Subject _____
Date _____



$$\tau = G\gamma$$

$$G_1 > G_r$$

$$\phi = \int_0^L \frac{T(x)}{GJ(x)} dx$$



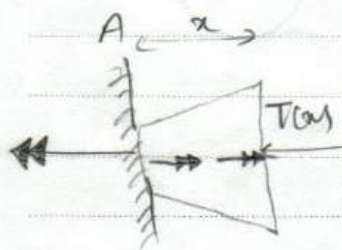
$$r(A) = 10 \text{ cm}$$

$$r(B) = 20 \text{ cm}$$

$$T(x) = 100x - 10^6 x^2 \frac{\text{Nmm}}{\text{m}}$$

$$r(x) = 10 + 10x$$

$$J(x) = \frac{\pi}{64} (10 + 10x)^4$$



$$T(x) + T(A) = \int_0^x (100x - 10^6 x^2) dx = 100x^2 - 10^6 x^3$$

$$T(x) = 100x^2 - 10^6 x^3 - T(A)$$

$$\frac{1}{G} \int_0^L \frac{(100x^2 - 10^6 x^3 - T(A))}{\frac{\pi}{64} (10 + 10x)^4} dx = \int_0^L \frac{T(A)}{\frac{\pi}{64} (10 + 10x)^4} dx$$

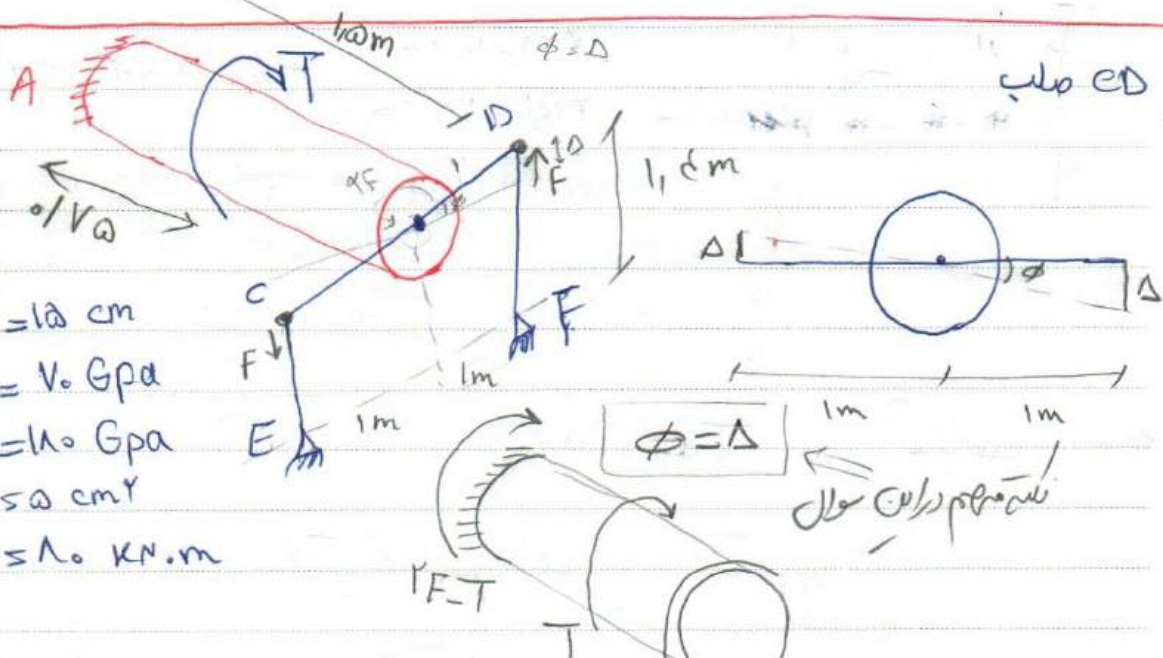
$$\left[\int_0^L \frac{100[x^2 - 10^6 x^3]}{(x+1)^4} dx - \int_0^L \frac{10^6 x^3}{(x+1)^4} dx \right]$$

$$\int \left(\frac{(x+r)}{(x+r)^r} + \frac{r}{(x+r)^r} \right) dx$$

$$\frac{(x+r)^{-r+1}}{(x+r)^{-r}} = \left(\frac{1}{(x+r)^r} - \frac{r}{(x+r)^r} \right)$$

$$(x^r + rx + rx^r + 1) - 0$$

$$\frac{1}{x+r} - \frac{rx + rx^r + 1}{(x+r)^r}$$



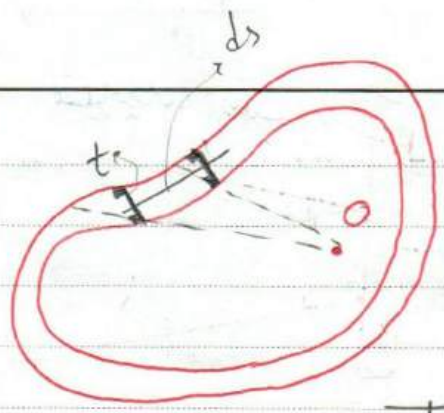
$R = 10 \text{ cm}$
 $G = 10 \text{ GPa}$
 $E = 10 \text{ GPa}$
 $A = 10 \text{ cm}^2$
 $T = 10 \text{ kN.m}$

$$\phi = \Delta$$

$$\int \frac{(T - rF) dx}{GJ} + \int \frac{rF dx}{GJ} = \frac{FL}{EA}$$

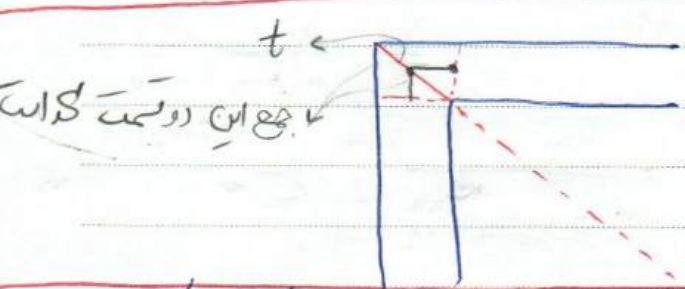
$$\frac{(rF - 10) \times 10}{GJ} + \frac{rF \times 10}{GJ} = \frac{F \times 10}{E \cdot A}$$

(A)

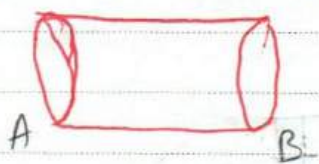


$$\tau = \frac{T}{r(A)t}$$

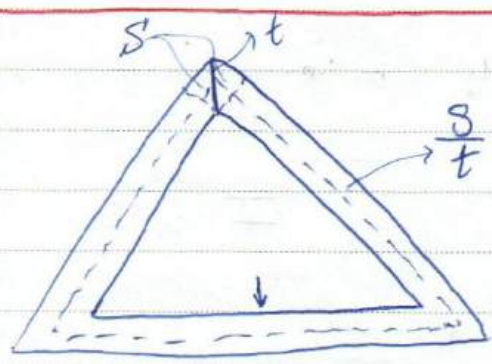
$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T(x)}{G(x)(A(x))^2} \times \oint \frac{ds}{t(s,x)}$$



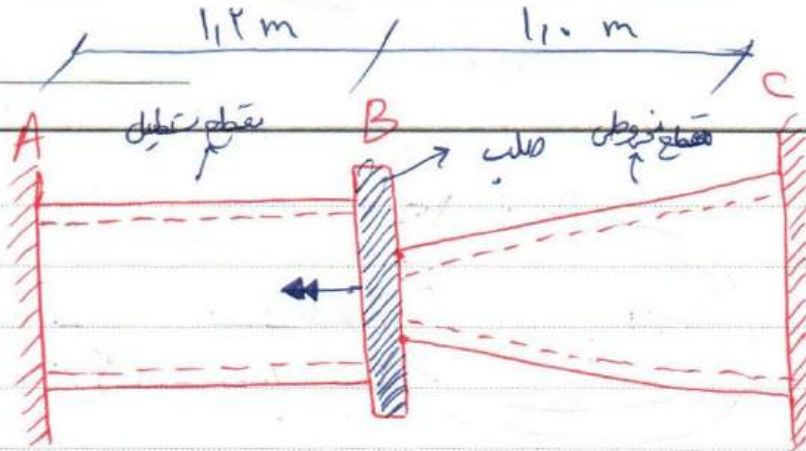
همه ضلع یکسان به هم می گویند که $\phi_{AB} = 0$ در واقع هر چه قدر یک سمت آن بزرگتر



سمت دیگر نیز همان قدر بزرگتر می شود.



$$\frac{s}{t} = \oint \frac{ds}{t}$$

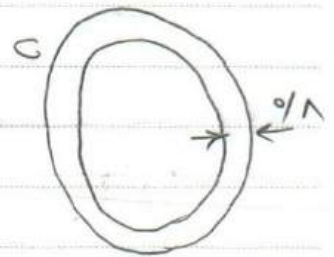


$$\phi_{BA} = \phi_{BC}$$

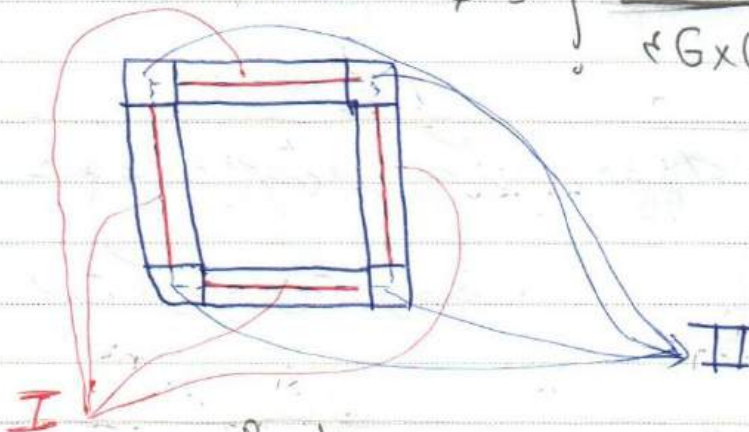


$$t = 0.1$$

$$\begin{aligned} r_B &= 1 \text{ cm} \\ r_C &= 4 \text{ cm} \\ t &= 0.1 \end{aligned}$$



$$\phi = \int \frac{T_{BA}}{G \times (4r^3) \times 1.1} \times \frac{ds}{t}$$

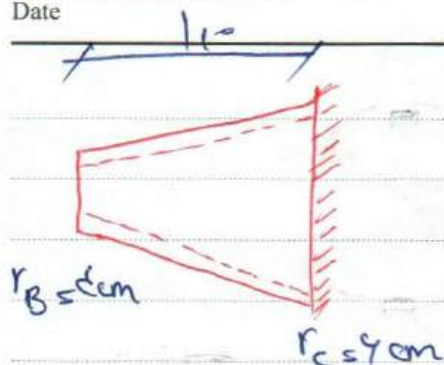


$$\oint \frac{ds}{t} = \frac{1}{0.1} \times (4 \times 10) + r \times \frac{0.1}{0.1 \sqrt{2}}$$

قطر هر کمان
از مربع هر یک

$$\phi_{BA} = 1174 \times 10^{-4} \times T_{BA}$$

II



$$r(x) = d + rx$$

$$\phi_{BC} = \int_0^l \frac{T_{BC} dx}{G \times \pi x^3 \cdot \frac{1}{16} (d + rx)^4 \times 10^{-8}} =$$

$$= 14.22 \times 10^6 T_{BC} J(x)$$

$$14.22 T_{BC} = 14.22 T_{BA}$$

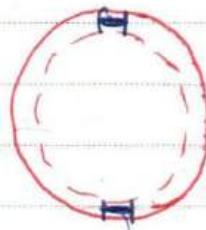
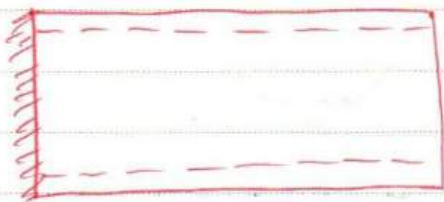
$$T_{BA} + T_{BC} = 100 \rightarrow \begin{cases} T_{BA} = 65.9 \text{ KN.m} \\ T_{BC} = 34.1 \text{ KN.m} \end{cases}$$

$$\tau = \frac{T_{BA}}{r(A)t} = \frac{T_x (d + rx)}{\pi x^3 \frac{1}{16} (d + rx)^4 \times 10^{-8}} =$$

$$\frac{T}{J(x)}$$

$$\tau_{BC} = \frac{T}{\pi x^3 (d + rx)^4 \times 10^{-8}}$$

$$x = 0 \rightarrow r = 4\text{cm} \rightarrow \tau_{BC \text{ max}} = \frac{65.9 \times 10^3}{\pi \times 4^3 \times 10^{-8} \times 10^{-8}}$$



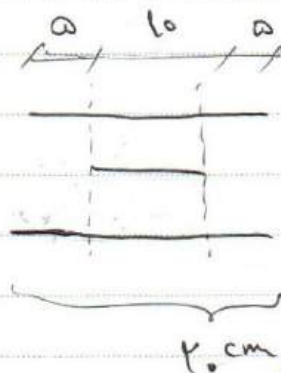
$$\tau_{max} = ?$$

$$r_{حسب} = 1.2 \text{ cm}$$

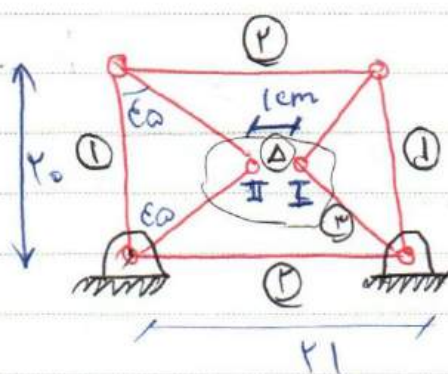
$$\tau_{all \text{ قطر}} = 1500 \text{ kg/cm}^2 = \frac{TR}{J} \cdot \frac{TR}{r^2 \Delta t}$$

$$r_{قطر} = 1.2 \text{ cm}$$

$$\tau_{حسب \text{ all}} = 1500 \text{ kg/cm}^2$$



به صورت تئوری حل می کنیم



دو نقطه I و II را روی هم می کشیم و بیچ می کشیم

با ۳ حالت در نظر بگیریم

۱) اعضای ۳ تغییر طول ندهد ۱ بدهد

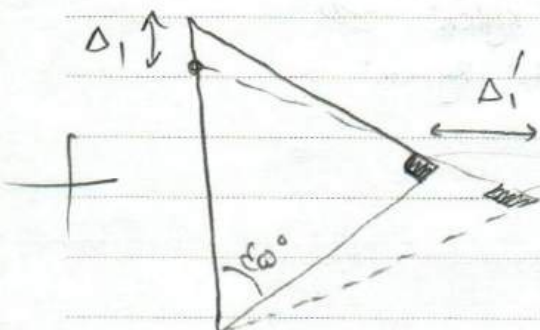
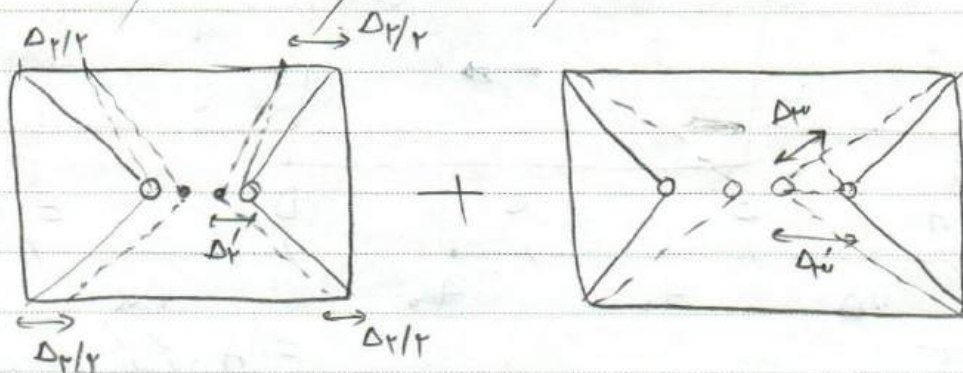
۲) ~ ~ ~ ~ ~ ۲ بدهد

۳) ~ ~ تغییر طول دهند ۱ و ۲ ثابت بماند

پس جمع تغییر طول این ۳ حالت برابر کن این مقدار Δ که فاصله I و II

است میں بائیں 2

$$\Delta = \boxed{1 \mid 2, 3} + \boxed{2 \mid 3, 1} + \boxed{3 \mid 1, 2}$$



ہو کہ دو زاویہ 90° است
Δ و Δ' مل کر بنند

$$\Delta_1 = \Delta'_1$$

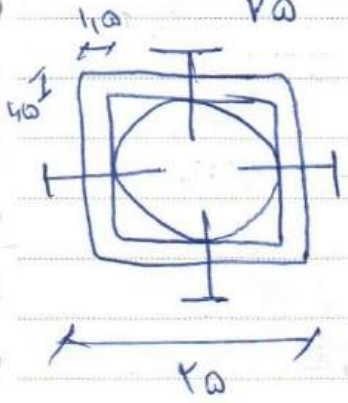
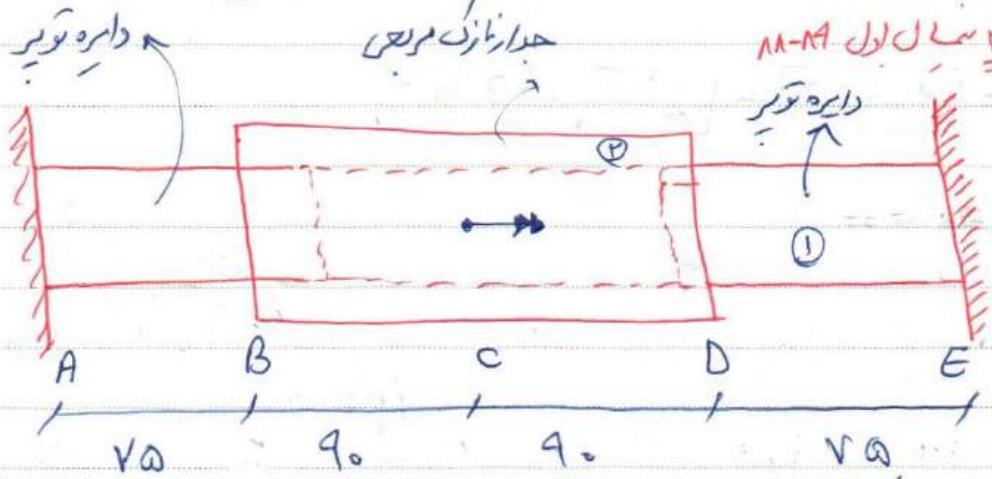
جمع بعضی طول کی 3 حالتوں میں Δ سے دو نقطوں I و II است

$$\frac{C_{max}}{I} \frac{1}{t}$$

$$\frac{J}{X}$$

$$\int \frac{T}{\epsilon(A)^2 B} \oint \frac{ds}{t} dn$$

ج سوال ۳ سال اول ۸۸-۸۹



الف) عکس العمل تکیه‌گاه A و E
 $G_1 = 212 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ درین
 $G_2 = 117 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ مربع



$$T = T_A + T_E$$

$$A \rightarrow B \quad \phi_1 = \frac{T_A L_{AB}}{J_{AB} G_{AB}} \quad (A) = (20 - 11)^2$$

$$B \rightarrow C \quad \phi_2 = \int \frac{T_A}{\epsilon(A)^2 G_{BC}} \left(\oint \frac{ds}{t} \right) dn$$

$$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 = 0$$

$$\phi_1 = \frac{T_A \times 70}{212 \times 10^4 \times 212 \times 10^4}$$

$$\phi_2 = \frac{T_A \times 90}{117 \times (20 - 11)^2 \times 117 \times 10^4} \times \frac{(20 - 11)}{11}$$

$$\phi_3 = \dots$$

$$\phi_4 = \dots$$

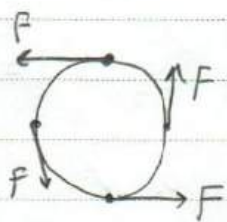
بنابراین $T_A = T_E = \frac{T}{2}$ منطبق
 من شوند

ب) تنش برشی اعصاب $450 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ، تنش برشی $9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و حد اکثر طول کشش T

$$\text{کودک کشش} = \frac{T}{\gamma}$$

مقاطع دایره‌ای $\epsilon = \frac{TR}{J} \rightarrow 450 = \frac{T_1 \times \frac{\pi r^2}{2}}{\frac{\pi r^4}{32}} \rightarrow T_1 = 12519 \text{ kg.m}$

مقاطع مربعی $\epsilon = \frac{T}{\gamma(A)t} \rightarrow 450 = \frac{T_r}{1.0(25-1.0) \times 1.0} \rightarrow T_r = 1075 \text{ kg.m}$

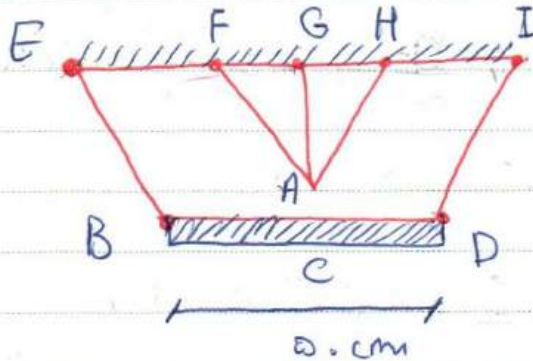


$$\begin{aligned} \frac{T_r}{r} &= F \times (r) = 2FD \\ &= 2 \epsilon AD = 2 \epsilon \frac{\pi D^2}{4} D \end{aligned}$$

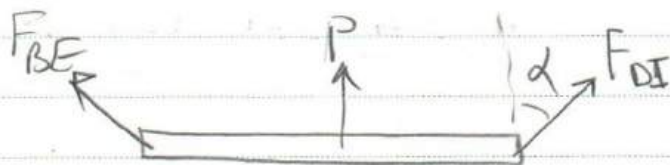
$$\Rightarrow T_r = 2 \times 9 \times \frac{\pi}{4} \times 4 \times 10^2 \times \pi \times r$$

$$T_r = 667 \text{ kg.m} \times r$$

$$\min \{T_1, T_r, T_r\} \Rightarrow (T_{\max} = 1075 \text{ kg.m})$$



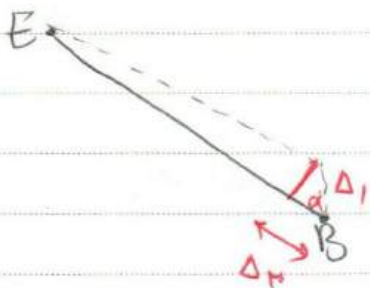
$A = 1 \text{ cm}^2$
 $E = 1 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$
 نیروی دایره ای اعمال می شود



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{DI} = F_{BE}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{DI} \cos \alpha = P$$

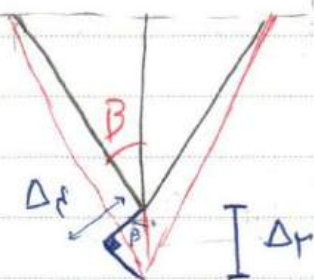
$$\cos \alpha = 0.125 \checkmark$$



$$\Delta_1 = \frac{\Delta_r}{\cos \alpha}$$

$$\Delta_r = \frac{F_{DI} L_{DI}}{F_{DI} A_{DI}} = \frac{0.125 P \times 6 \text{ cm}}{1 \times 10^4 \times 1 \text{ cm}^2}$$

$$\begin{cases} \Delta_r = 7.5 \times 10^{-5} \text{ cm} \\ \Delta_1 = 6 \times 10^{-5} \text{ cm} \end{cases}$$



$$\Delta_r = \frac{\Delta_r}{\cos \beta}$$

$$F_{FA} = F_{AH} \quad \beta = 33.7^\circ$$

$$F_{AF} \cos \beta + F_{AG} = P \quad \text{I}$$

$$\Rightarrow \Delta_r = \frac{F_{AF} \times 6 \text{ cm}}{1 \times 10^4 \times 1 \text{ cm}^2} \quad \left. \begin{array}{l} F_{AF} = N \times F_{AG} \\ \text{II} \end{array} \right\}$$

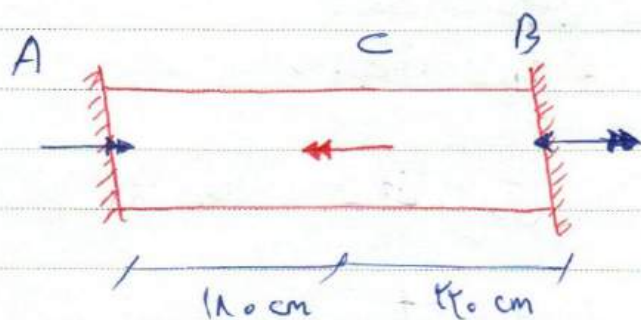
$$\Rightarrow \Delta_r = \frac{F_{AG} \times 6 \text{ cm}}{1 \times 10^4 \times 1 \text{ cm}^2}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{II} \rightarrow r_x \cdot \omega \cdot F_{AG} \times \cos \beta + F_{AG} = P \Rightarrow F_{AG} = \frac{P}{r_x \cdot \omega} = 0.144 P$$

$$\Rightarrow F_{AF} = 0.144 P \quad \Delta_1 + \Delta_2 = r_1 \cdot \omega \text{ cm}$$

$$= \frac{F_{AG} \times r_1 \cdot \omega}{4.14 \times 10^4} + 0.144 \times 10^{-4} P = r_1 \omega$$

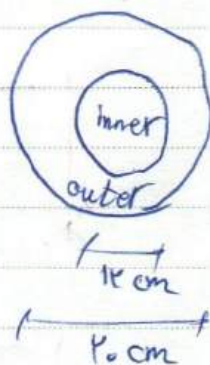
$$\Rightarrow P = 0.144 \times 10^4 \checkmark$$



$$[G_i \text{ and } G_o]$$

$$T_{in} + T_{out} = T$$

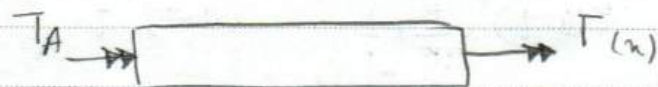
$$\phi_{in} = \phi_{out}$$



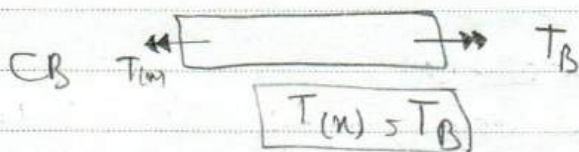
$$\frac{T_{in} L}{G_{in} J_{in}} = \frac{T_{out} L}{G_{out} J_{out}}$$

$$T_{in} = \frac{G_{in} J_{in}}{G_{in} J_{in} + G_{out} J_{out}} \times T$$

$$\begin{cases} T_{in} = 0.144 T \\ T_{out} = 0.144 T \end{cases}$$



$$T(n) = -T_A$$



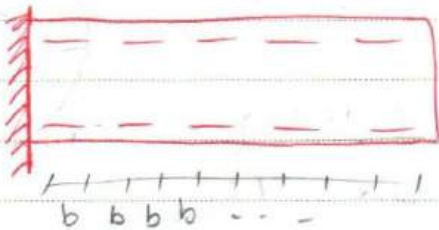
$$T(n) = T_B$$

$A \rightarrow B \quad \phi_s = 0 \quad \phi_{AC} + \phi_{CB} = 0$

$$\frac{T_{in, AC} L_{AC}}{G_{in} J_{in}} + \frac{T_{in, CB} L_{BC}}{G_{in} J_{in}} = 0 \quad \leftarrow \phi$$

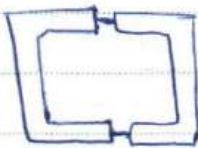
$$0.45(-T_A) \times 18.0 + 0.45 T_B \times 12.0 = 0$$

$$\Rightarrow T_A = 1.122 T_B \Rightarrow \begin{cases} T_A = 0.55 T \\ T_B = 0.45 T \end{cases} \checkmark$$



مقاومت جوش

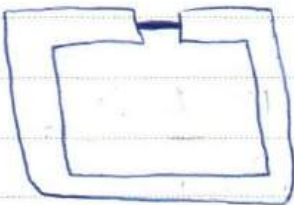
$$q_s \cdot \pi t$$



$$= \frac{T}{\pi(A)} = \frac{T}{\pi(a-t)^2}$$

$$\sum \frac{q}{\text{مقاومت}} = \frac{T}{\pi(a-t)^2 \times \frac{1}{r}}$$

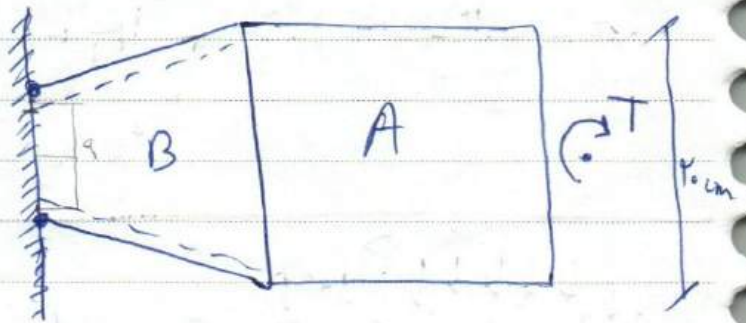
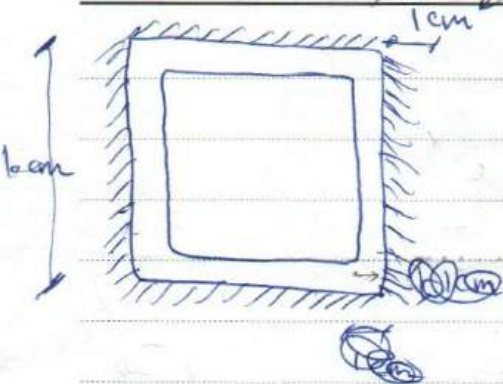
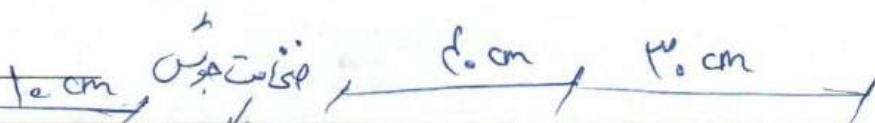
$$\Rightarrow \tau_{all} = \frac{T}{\pi(a-t)^2 \times \frac{1}{r} \times \frac{1}{r}} = \frac{\pi T}{(a-t)^2 t}$$



این سوال هم در مسائل
شکل بالایی در جدول کنترل
کنده ماعط جوش بود

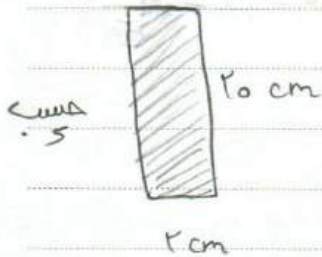
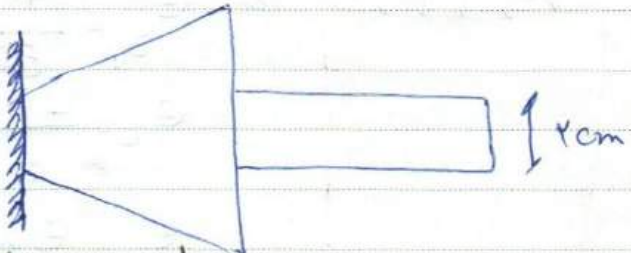
29

Subject
Date

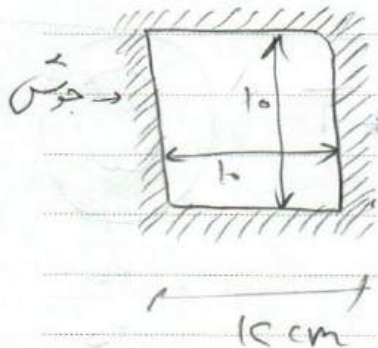


PLA $10 \times 10 \times 1$

$$\rho = 1.2 \text{ kg/cm}^3$$



$$\rho = \frac{T}{d b t} = \frac{1000 \times 100}{1 \times 10 \times 1} = 10000 \text{ kg/cm}^3$$



$$\rho = \frac{T}{V A t} = \frac{1000 \times 100}{1 \times 10 \times 1} = 10000 \text{ kg/cm}^3$$

$$\phi = \phi_A + \phi_B$$

$$d_{\text{avg}} = d \left(1 + \frac{1.2x}{d_0} \right)$$

$$C_{\text{avg}} = \left(1 + \frac{1.2x}{d_0} \right) \rho$$

$$= \frac{TL}{\rho b c^3 G} + \int \frac{T}{\rho A^2 G} \frac{ds}{t} dx$$

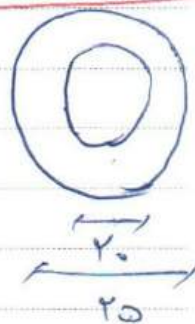
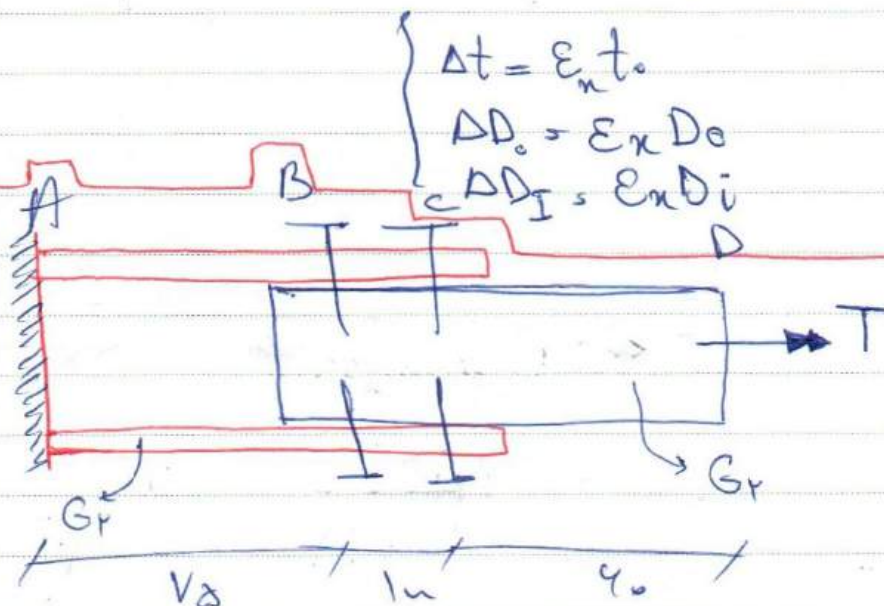
B دھندلے

A دھندلے

$$G_2 = \frac{P}{F} - (121.0 - 0)$$

$$\epsilon_z = \frac{-P}{E}$$

$$E_x = E_y = \frac{0}{E} - \frac{0}{E} (0 - P) = \frac{P}{E}$$



$G_1 = 1.0^d \text{ kg/cm}^2$ $G_2 = 5^d \text{ kg/cm}^2$ $T = 1 \text{ hr}$ $T = 1 \text{ hr}$ $T = 1 \text{ hr}$

$C_p = 2 \text{ kJ/m}^2 \text{ } T_{\text{max}} = ?$

$$\phi_{CB} = \phi_{CB} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{T_1 L_1}{G_1 J_1} &= \frac{T_2 L_2}{G_2 J_2} \\ T_1 + T_2 &= T \end{aligned} \right\}$$

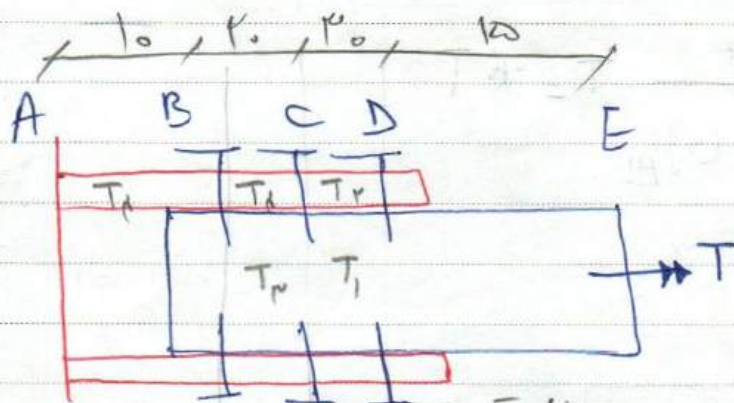
T_1 سهم لوله توپر

T_2 سهم لوله توخالی

$$T_1 = \frac{K}{K+1} T = \frac{K}{K+1} \text{ kg.m}$$

$$T_2 = \frac{1}{K+1} T = \frac{1}{K+1} \text{ kg.m}$$

$$\phi_{AD} = \phi_{AB} + \phi_{BC} + \phi_{CD} = \frac{T_1 L_{AB}}{G_1 J_1} + \frac{T_2 L_{BC}}{G_2 J_2} + \frac{T_1 L_{CD}}{G_1 J_1}$$



$$= 0.1 \text{ } \checkmark$$

نیروی برشی در مقطع هر یک از اجزا

$$\left\{ \begin{aligned} T_1 + T_2 &= T \\ \phi_{CD} &= \phi_{CD} \end{aligned} \right.$$

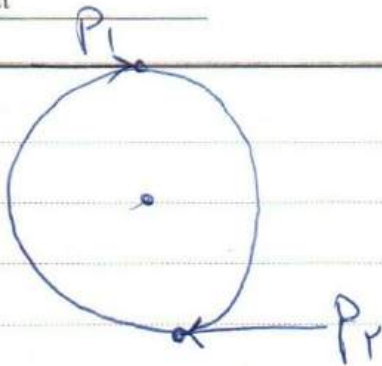
$$\frac{T_1 L_{CD}}{G_1 J_1} = \frac{T_2 L_{CD}}{G_2 J_2}$$

$$T_1 = T_2$$

$$T_1 = T_2$$

$$\left\{ \begin{aligned} T_2 + T_1 &= T \\ \phi_{BC} &= \phi_{BC} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{T_2 L_{BC}}{G_2 J_2} = \frac{T_1 L_{BC}}{G_1 J_1}$$



$$P_1 r + P_r r = T \quad \text{--- (I)}$$

$$\phi = \frac{T_{st} L}{G_{st} J_{st}}$$

$$\Delta_1 = L \alpha \Delta T - \frac{P_1 L}{EA} = \Delta \quad \text{--- (II)}$$

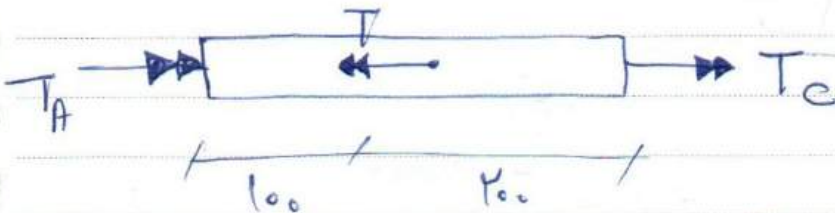
$$\Delta_r = \frac{-P_r L}{EA} + \text{Err} = \Delta \quad \text{--- (III)}$$

$$\left. \begin{aligned} J_{st} &= \pi r^4 = 4646 \\ J_{al} &= \frac{\pi}{2} (12^4 - 1^4) = 28624 \end{aligned} \right\}$$

$$G_{st} = 6 G_{al}$$

$$T_{st} = \frac{(GJ)_{st}}{(GJ)_{st} + (GJ)_{al}} \cdot T = 0.6 T$$

$$\frac{L}{EA} = 1.44 \times 10^{-4}$$



$$\left. \begin{aligned} -1/8 T_A \times l_0 + 1/8 T_C \times r_0 &= 0 \\ T_A + T_C &= T \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} T_A &= 2 T_C \\ T_A &= 2/3 T \end{aligned}$$

$$\phi = \frac{1/8 (2/3 T) \times l_0}{2 \times 10^9 \times 4646} = \Delta \quad \text{--- (I)}$$

24

Subject _____

Date _____

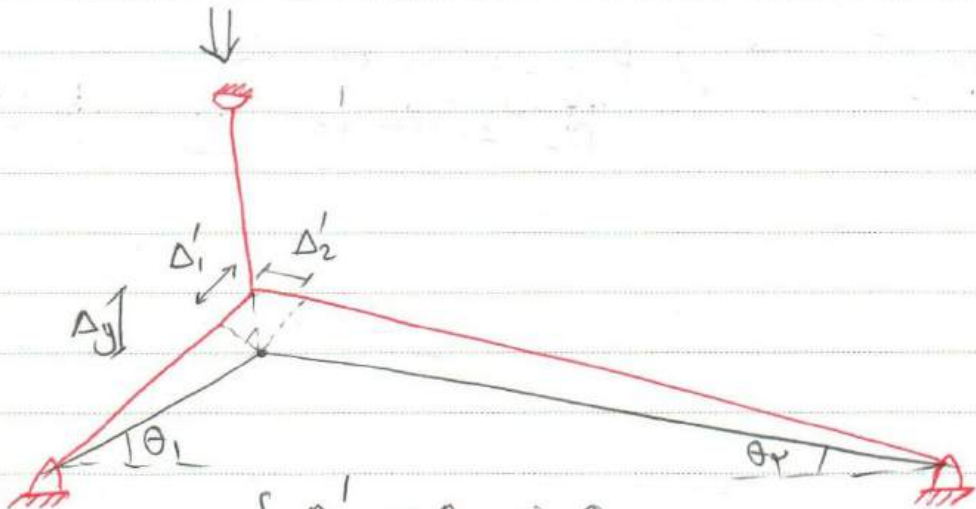
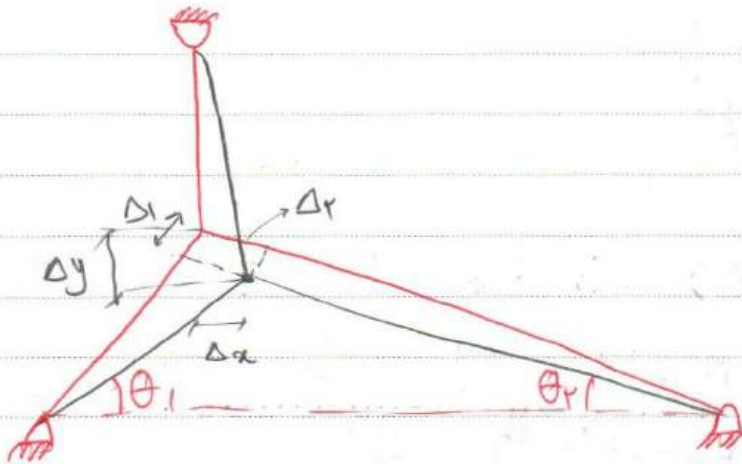
$$(6000 - 1.4 \times 10^4 P_1) \times 10^{-4} = \Delta$$

$$-1.4 \times 10^4 P_1 \times 10^{-4} + \text{Err} = \Delta$$

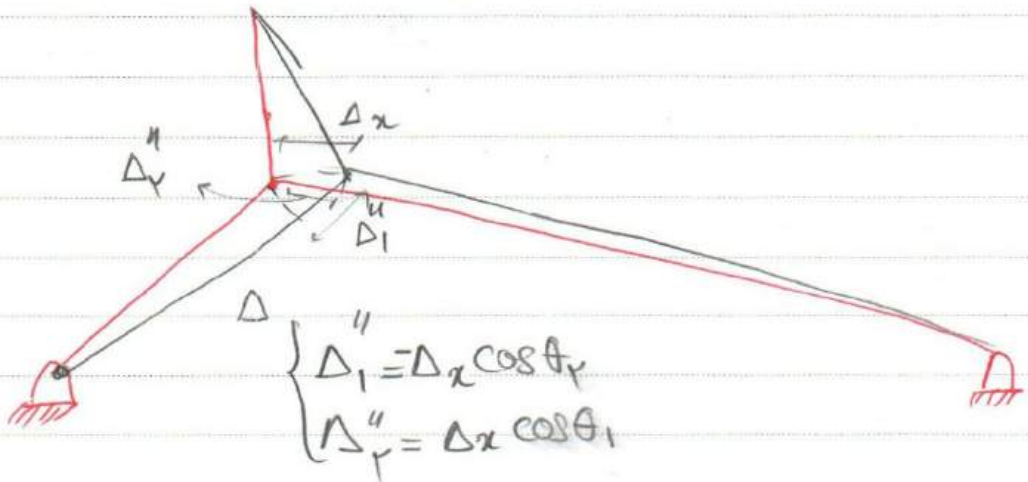
$$0.001 (P_1 + P_2) \times 10^{-4} = \Delta$$

$$\begin{aligned} \text{Err} = 0 & \rightarrow \begin{cases} P_1 = 1411 \text{ kg} & \text{نقص} \\ P_2 = 814 \text{ kg} & \text{نقص} \end{cases} \\ \text{Err} = 0.1 \text{ cm} & \rightarrow \begin{cases} P_1 = -1450 \text{ kg} & \text{زيادة} \\ P_2 = 89100 \text{ kg} & \text{نقص} \end{cases} \end{aligned}$$

تغییر طول مایل



$$\begin{cases} \Delta'_1 = \Delta y \sin \theta_1 \\ \Delta'_2 = \Delta y \sin \theta_2 \end{cases}$$

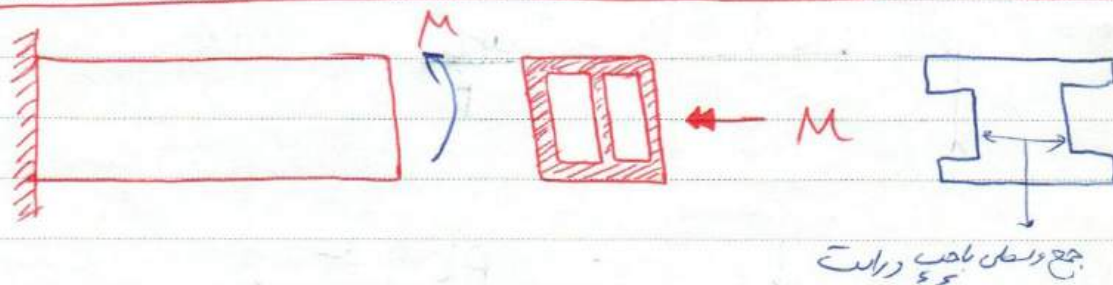


$$\begin{cases} \Delta''_1 = \Delta x \cos \theta_2 \\ \Delta''_2 = \Delta x \cos \theta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta_l = \Delta_l' + \Delta_l'' \\ \Delta_r = \Delta_r' + \Delta_r'' \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} &(\Delta_l = \Delta_y \sin \theta_l - \Delta_x \cos \theta_r) \cos \theta_l \\ &(\Delta_r = \Delta_y \sin \theta_r + \Delta_x \cos \theta_l) \cos \theta_r \end{aligned} \right\} +$$

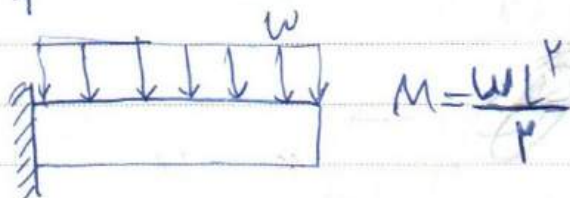
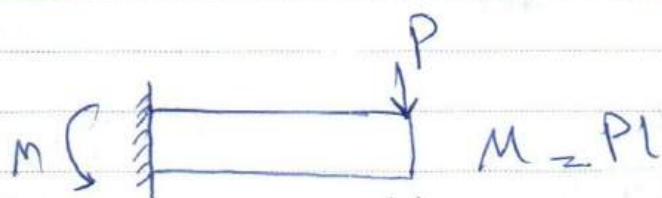
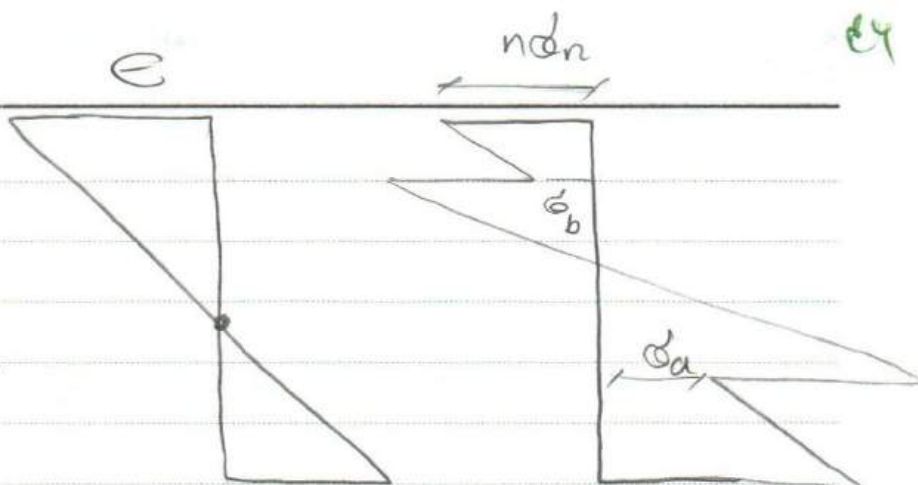
$$\Delta_l \cos \theta_l + \Delta_r \cos \theta_r = \Delta_y (\sin \theta_l \cos \theta_l + \sin \theta_r \cos \theta_r)$$



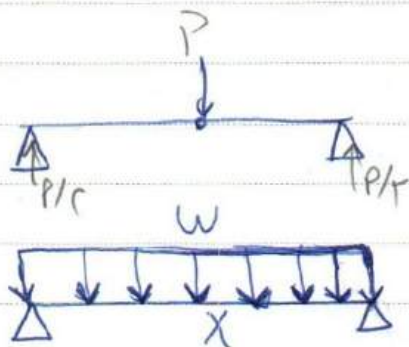
$$\begin{aligned} E_r &= E_l + E_r \\ E_r &= E_l + E_r \\ \frac{E_r}{E_l} &= N \\ \text{میانگین} &= \begin{aligned} &= \begin{aligned} &= \begin{aligned} &= \end{aligned} \end{aligned} \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\phi = \frac{MC}{I}$$

$$\phi_r = \frac{MC}{I} \times r$$

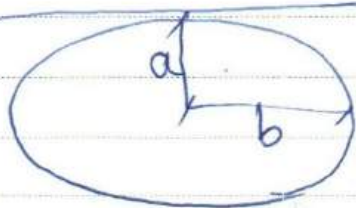


$n\phi_r$
Strain



$$\frac{Pl}{4} = T_{max}$$

$$\frac{wl^2}{8} = M_{max}$$



$$A = \pi ab$$

$$I_{xx} = \pi \frac{ba^3}{4}$$

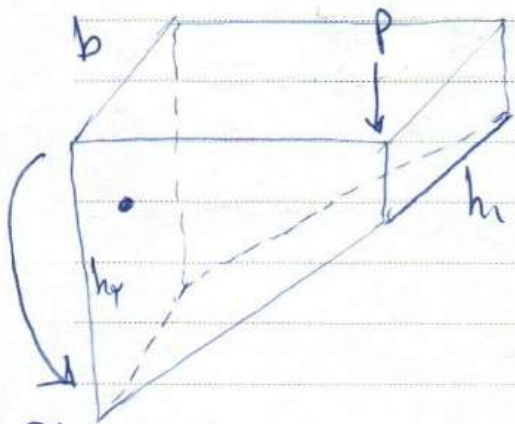
$$I_{yy} = \pi \frac{ab^3}{4}$$

87

Subject _____

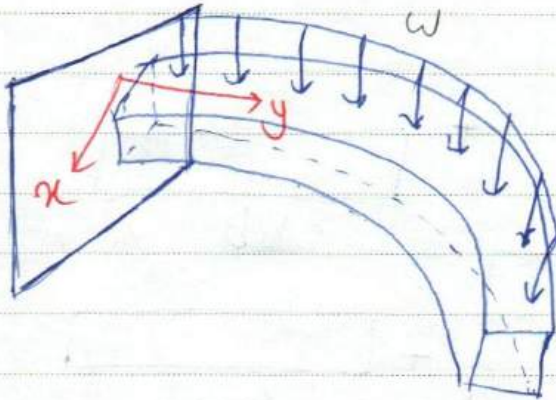
Date _____

شکل (1)

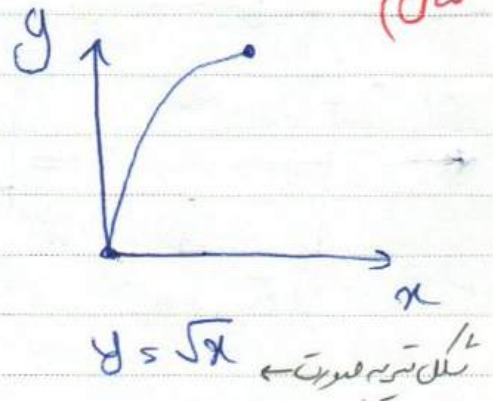


$$\left\{ \begin{aligned} C &= \frac{h r}{r} \\ I &= \frac{b h r^3}{12} \end{aligned} \right.$$

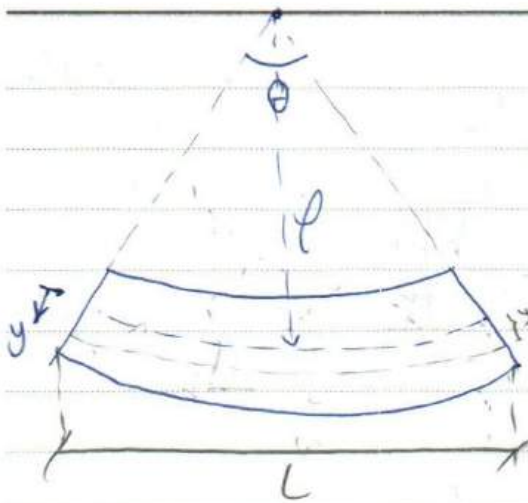
$$\frac{PL}{2}$$



شکل (2)



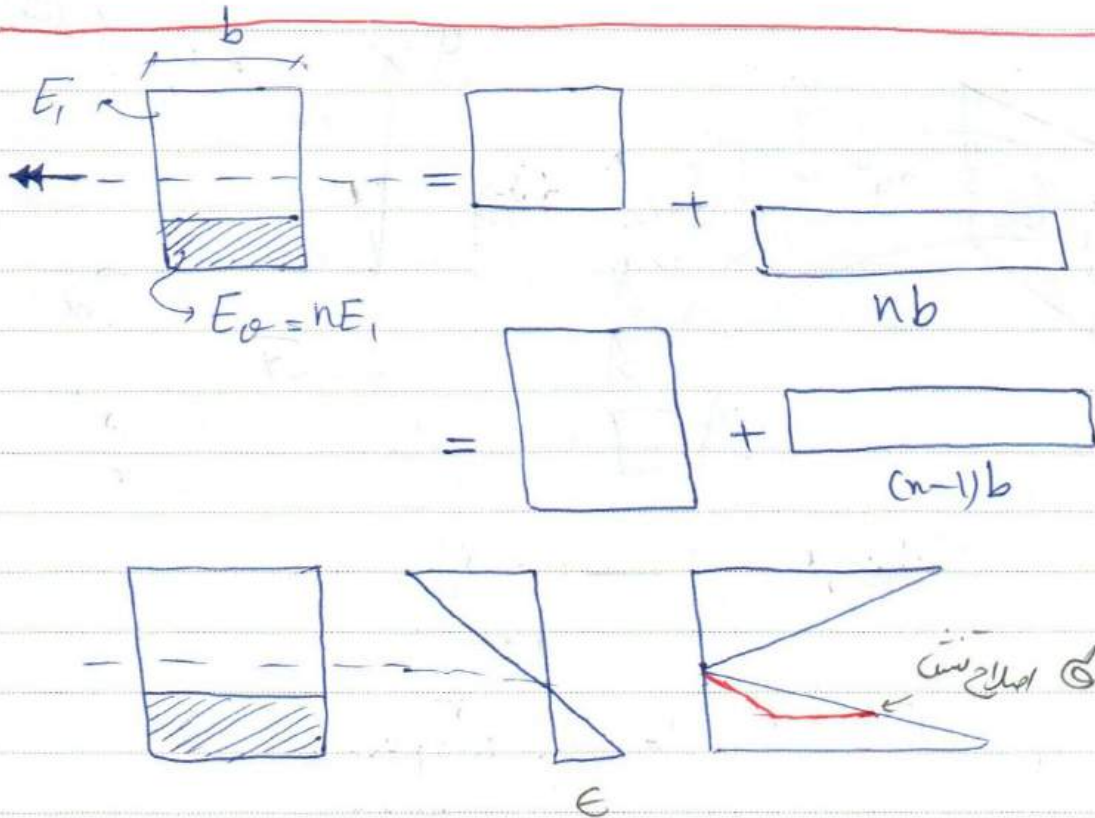
جای بعد از شل شود

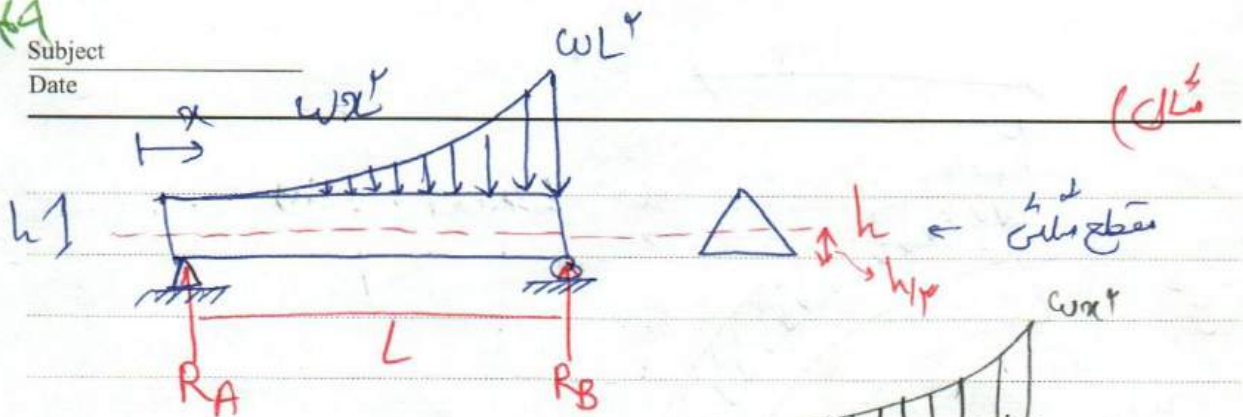


$$\epsilon = \frac{(\rho + y)\theta - \rho\theta}{\rho\theta} = \frac{y\theta}{\rho\theta} = \frac{y}{\rho}$$

$$\epsilon_x = \frac{y}{\rho}$$

$$\rho\theta = L$$





$$\Delta = \int_0^L \epsilon_x dx$$

$$\epsilon_x = \frac{M(x)C}{IE}$$

$$A = \int_0^a kx^r dx \rightarrow A = \frac{xy}{r}$$

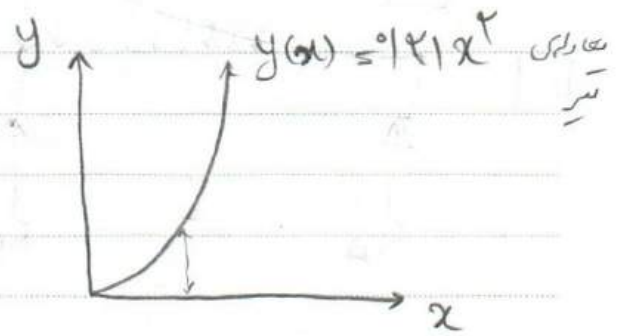
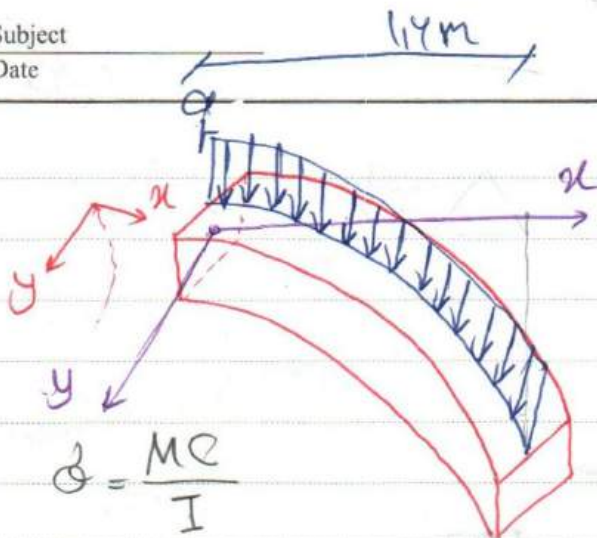
$$\frac{x(n+1)}{n+r} = \frac{rx}{r}$$

$$\sum M_B = 0 \quad R_A \times L - \left(\frac{wL^r}{r} \times L \right) \left(L - \frac{rL}{r} \right) = 0 \rightarrow R_A = \frac{wL^r}{r}$$

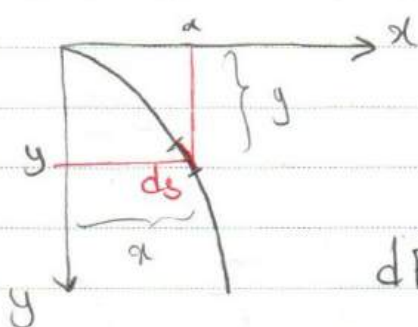
$$R_A \times x - \left(\frac{wx^r}{r} \times x \right) \left(x - \frac{r}{r} x \right) - M(x) = 0$$

$$\Rightarrow M(x) = \frac{wL^r}{r} x - \frac{wx^r}{r}$$

$$\Delta = \int_0^L \epsilon_x \cdot dx = \int_0^L \frac{\left(\frac{wL^r}{r} x - \frac{wx^r}{r} \right) \left(\frac{r}{r} \right)}{E \frac{bh^r}{r}} dx$$



$$\phi = \frac{M\theta}{I}$$



عول x بگیریم
عول y بگیریم

$$dF = q ds$$

$$\begin{cases} dM = dF \cdot x = q x ds & M = \int q x ds \\ dT = dF \cdot y = q y ds & T = \int q y ds \end{cases}$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

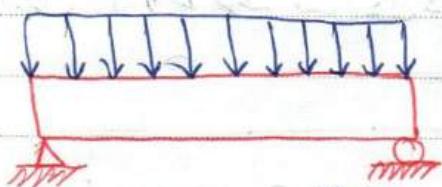
$$y = \frac{1}{10} x^2 \rightarrow dy = \frac{1}{5} x dx$$

$$ds^2 = dx^2 (1 + \frac{1}{25} x^2)$$

$$ds = dy (1 + \frac{1}{25} x^2 \frac{y}{x})$$

$$M = \int_0^{11.2} q x \sqrt{1 + \frac{1}{25} x^2} dx$$

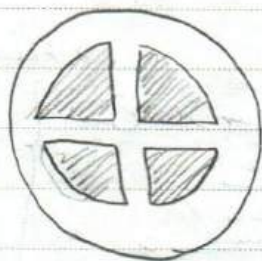
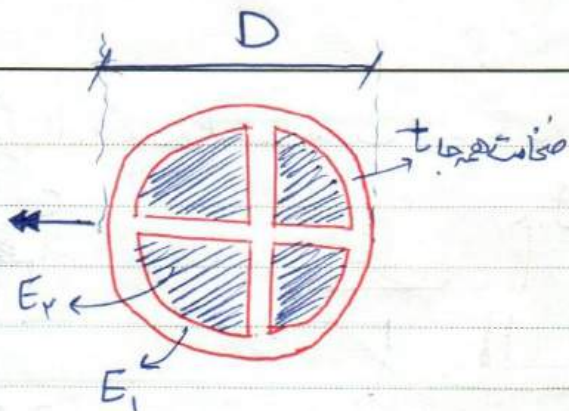
$$T = \int_0^{11.2} q y \sqrt{1 + \frac{1}{25} x^2} dy$$



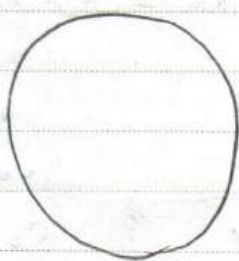
$$M_{max} = \frac{qL^2}{8}$$

$$\delta = \frac{M_{max}}{EI}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 2$$

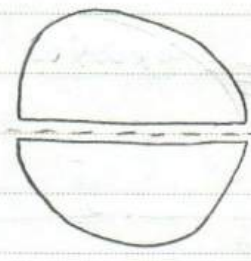


=



D

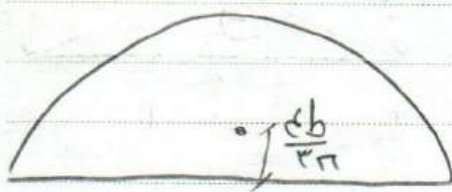
+



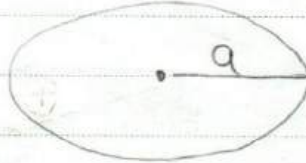
D - 2t

↑

رنگ دایره را در راستای x بگیریم و به صورت 2 نیم دایره که به اندازه rی t فاصله گرفته اند



b |



$$A = \pi ab$$

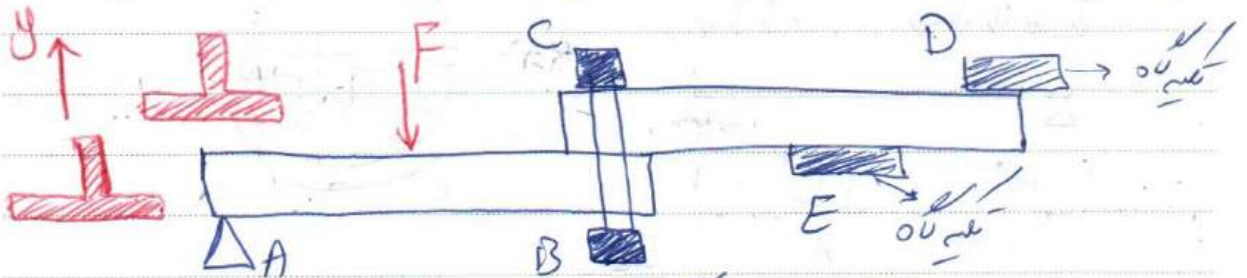
$$I_{xx} = \frac{\pi ab^3}{4}$$

$$A = \frac{\pi ab}{2} \quad I_{xx} = \frac{\pi ab^3}{4}$$

$$I_{N.A} = \frac{\pi r^4}{4} - \frac{\pi r^4}{2} \times \left(\frac{4r}{3\pi} \right)^2 + \frac{\pi r^4}{2} \left(\frac{4r}{3\pi} + \frac{t}{2} \right)^2$$

$$I = \frac{\pi R^4}{4} + 2 \left(\frac{\pi r^4}{4} + \dots \right)$$

مثلاً نیروی F را با توجه تنش کمی مجاز به پایداری داده شده اعضا بدست آورید.



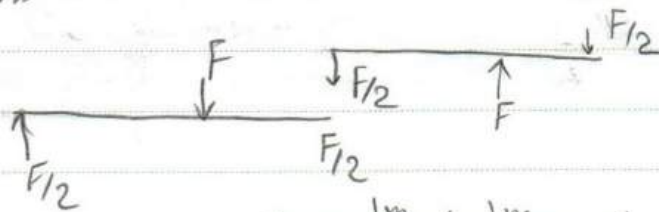
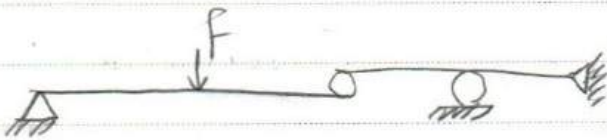
$$A_D = 50 \times 50 \times 50$$

$$\left. \begin{array}{l} 50 \text{ kg/cm}^2 = \text{تنش مجاز به پایداری} \\ 10 \text{ kg/cm}^2 = \text{تنش مجاز برشی} \end{array} \right\}$$

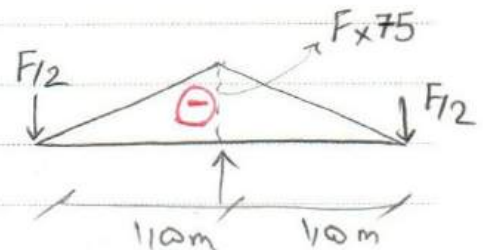
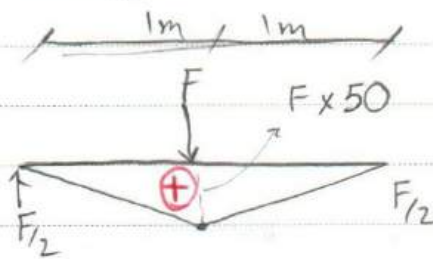
$$A_E = 50 \times 50 \times 50$$

اعضاء ۲

$$\left. \begin{array}{l} 70 \text{ kg/cm}^2 = \text{تنش مجاز به پایداری} \\ 100 \text{ } \sim \text{کشش} \\ 50 \text{ } \sim \text{فشاری} \end{array} \right\}$$



نمودار تنش برشی دو تیر



$$\bar{y} = \frac{30 \times 10 \times 20 + 50 \times 10 \times 5}{30 \times 10 + 50 \times 10} = 17.5 \text{ cm} \checkmark$$

$$I_{xx} = \frac{1}{12} \times 10 \times 30^3 + (30 \times 10)(20 - 17.5)^2 + \frac{1}{12} \times 50 \times 10^3 + (50 \times 10)(5 - 17.5)^2$$

$$= 101447 \text{ cm}^4 \checkmark$$

$$\phi = \frac{MY}{I}$$

AB نسبت فشاری بر: $100 = \frac{50 F_x (\phi_0 - 12.5)}{10144V} \Rightarrow F_1 = 7896 \text{ kg} \checkmark$

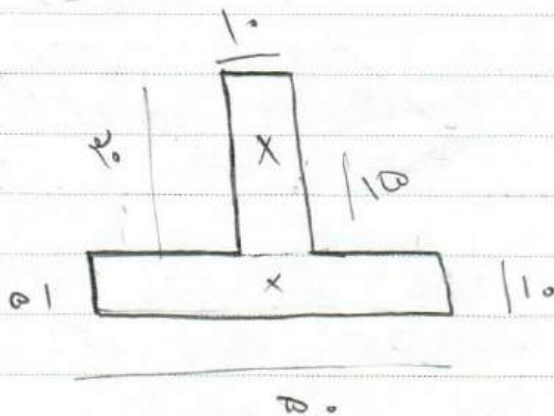
AB نسبت کششی بر: $\phi_0 = \frac{50 F_x (-0 + 12.5)}{10144V} \Rightarrow F_2 = 4507 \text{ kg} \checkmark$

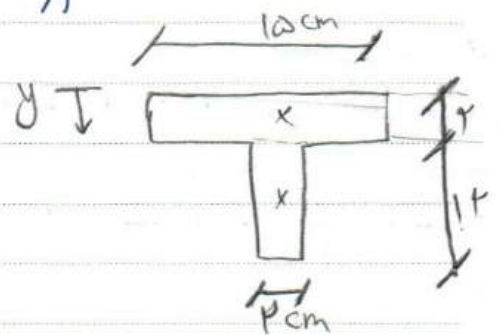
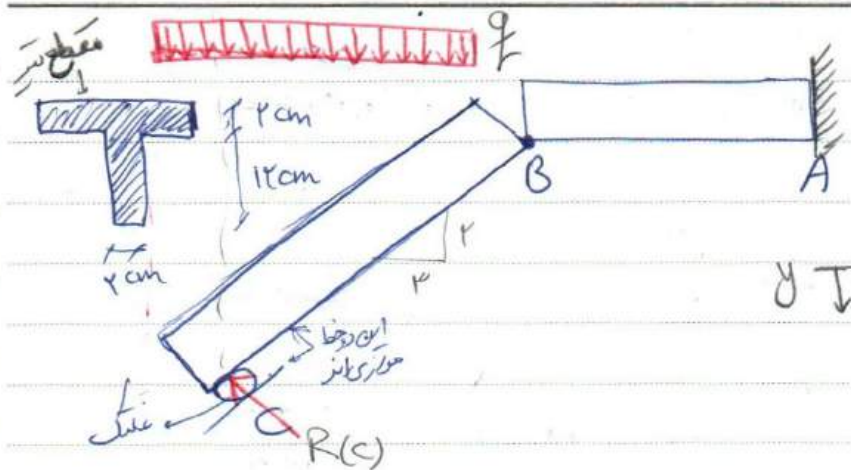
CD نسبت فشاری بر: $100 = \frac{75 F_x 12.5}{10144V} \Rightarrow F_3 = 10856 \text{ kg} \checkmark$

CD نسبت کششی بر: $\phi_0 = \frac{75 F_x (\phi_0 - 12.5)}{10144V} \Rightarrow F_4 = 1972 \text{ kg} \checkmark$

E نسبت کششی بر: $200 = \frac{F}{5 \times 5} \Rightarrow F_5 = 1350 \text{ kg} \checkmark$

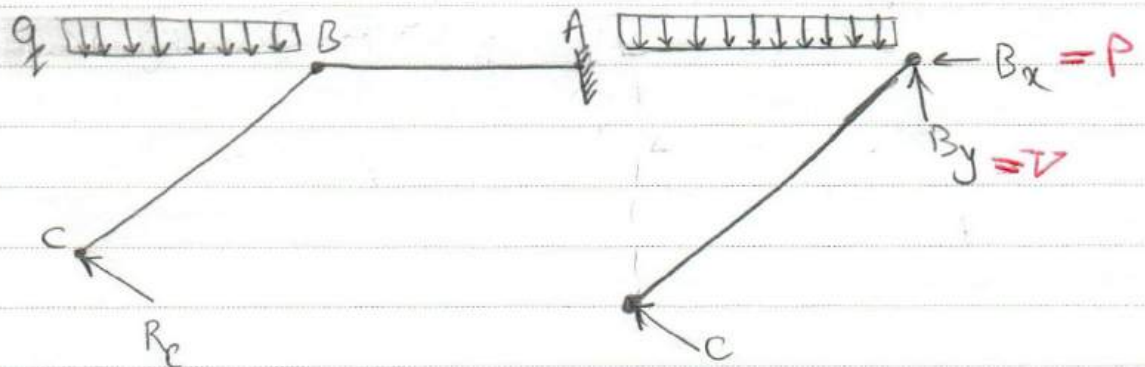
D نسبت کششی بر: $10 = \frac{F/2}{5 \times 5} \Rightarrow F_6 = 500 \text{ kg} \checkmark$





$$\bar{y} = \frac{10 \times 1 \times 1 + 1 \times 11 \times (4 + 1)}{10 \times 1 + 11 \times 1} = 6.1 \text{ cm}$$

$$I_{xx} = \frac{1}{12} \times 10 \times 1^3 + 10 \times 1 \times (6.1 - 1)^2 + \frac{1}{12} \times 1 \times 11^3 + 11 \times 1 \times (11 - 6.1)^2 = 901 \text{ cm}^4$$

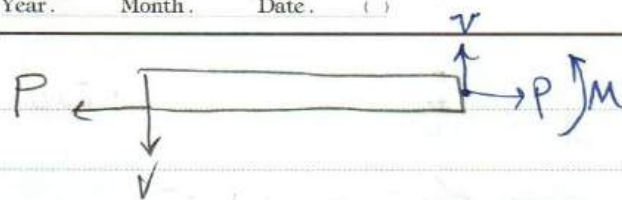


$$\sum M_B = 0 \quad R_c \sqrt{17} = 1q \times 4 \quad \rightarrow \quad R_c = 1.194q$$

$$\begin{cases} R_x = 0.896 \times 1.194q \\ R_y = 1.194q \end{cases} \quad \begin{aligned} B_x &= R_x = 0.896q = P \\ B_y + R_y &= 1q \Rightarrow B_y = 1.194q = V \end{aligned}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()



در این مرکز سطح

$$M = -V \times 200 + P \times (150 - 50)$$

$$M = -1440 \times 200 + 0.1440 \times 900 = -288 \text{ g}$$

مقدار M منفی است یعنی
مقدار آن مخالف چیزی شد که در شکل
است یعنی تار یا لایه کشش و تار یا سیم کشش است.

$$\sigma = \frac{(288 \text{ g})(150 - 50)}{900} = 2 \text{ g kg/cm}^2$$

فشاری کشش

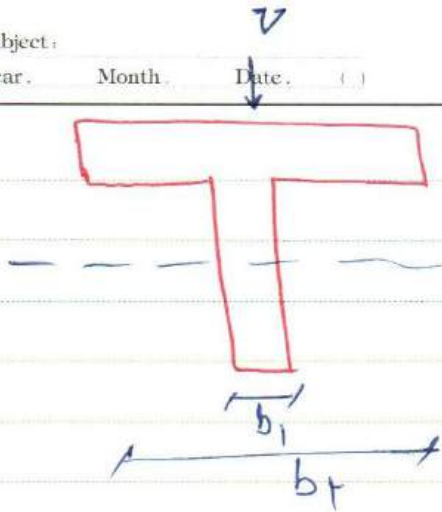
$$\sigma = \frac{(288 \text{ g})(50)}{900} = 1.6 \text{ g kg/cm}^2$$

کشش کشش

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{0.1440 \text{ g}}{900} = 0.16 \text{ g kg/cm}^2$$

کشش کشش

نکات :



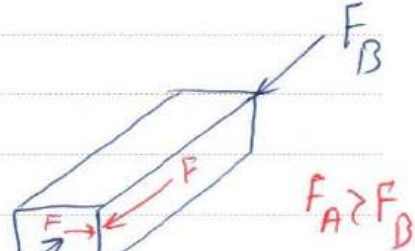
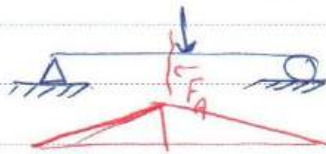
* در صورت تغییر بار برش، تغییراتی داریم

* درجه ای نامتوازن تنش برش افقی داریم

* تنش برش افقی توزیع خطی دارد

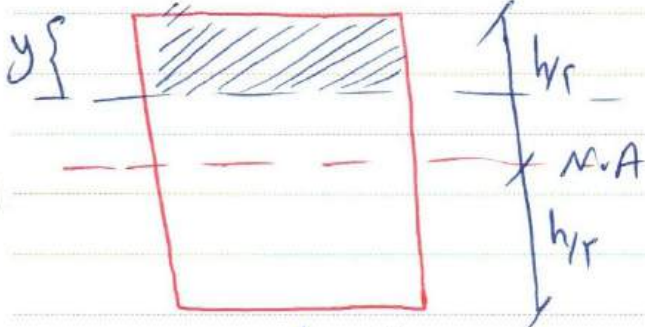
$$q = \tau b = \frac{VQ}{I}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{VQ}{Ib}$$

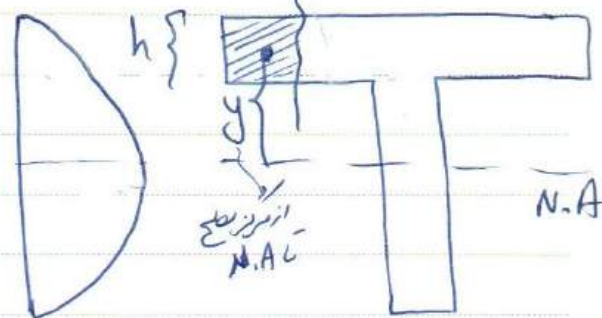


چون $F_A > F_B$ در راستای طول داریم و بیشترین تنش را داریم

$F_B < F_A$



$$Q = (b \times y) \left(\frac{h}{2} - \frac{y}{2} \right)$$



$$Q = (h_1 \times x) y$$

* تنش برش افقی توزیع خطی دارد

* تنش برش عمودی درجه 2 است

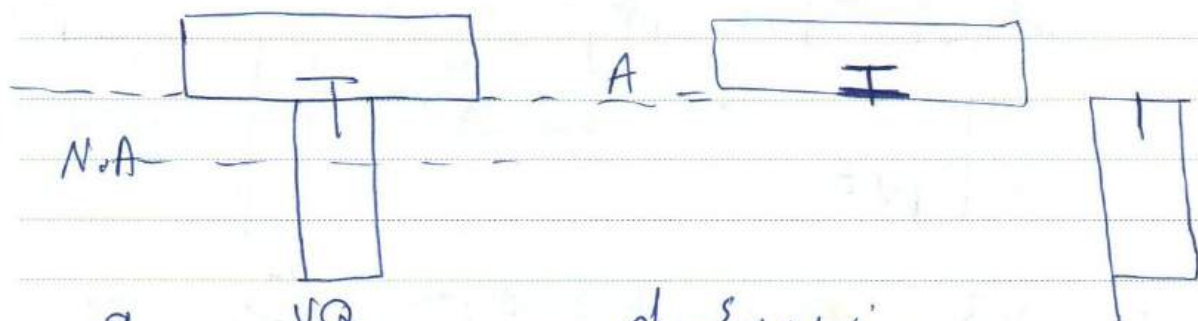
چنانچه تنش برش در واحد طول است

* با تغییر ضخامت برش و چنانچه برش تغییر نمی کند

QV

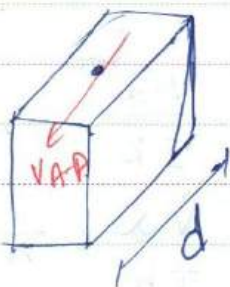
Subject:

Year. Month. Date. ()

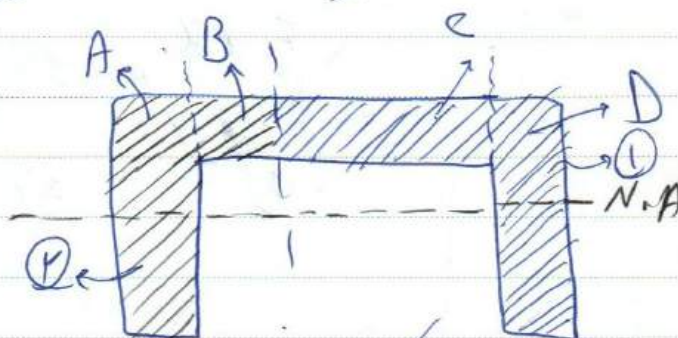
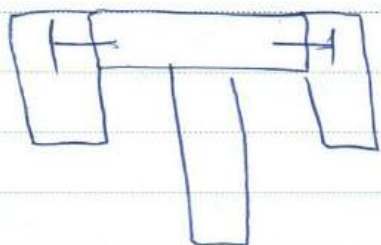


$$q_{A-A} = \frac{VQ}{I}$$

$$d = \sum r d \sin \theta$$



$$v_{A-A} = q \cdot d \Rightarrow \sum = \frac{V_{A-A}}{\pi d^2}$$



$$\sum \frac{VQ}{Ib}$$

$$q_{A-A} = Q_1 + Q_2 \text{ so}$$

$$N.A.U.$$

$$\begin{cases} Q_1 = Q_A + Q_B \\ Q_2 = Q_C + Q_D \end{cases}$$

$$\rightarrow Q_A = Q_B$$

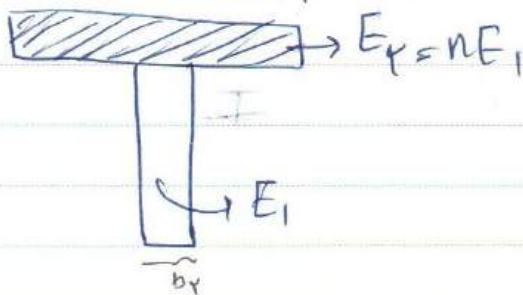
Subject:

Year:

Month:

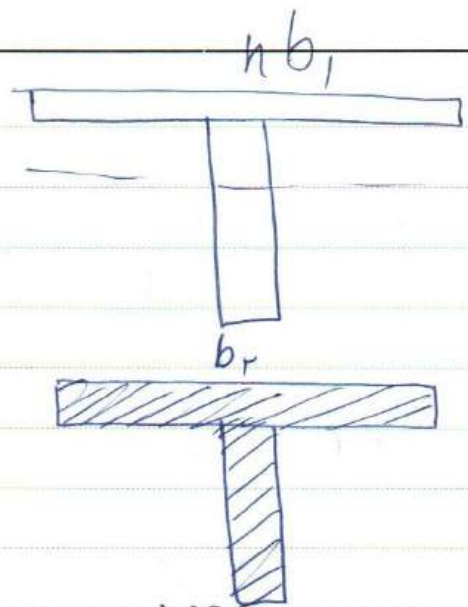
Date:

b



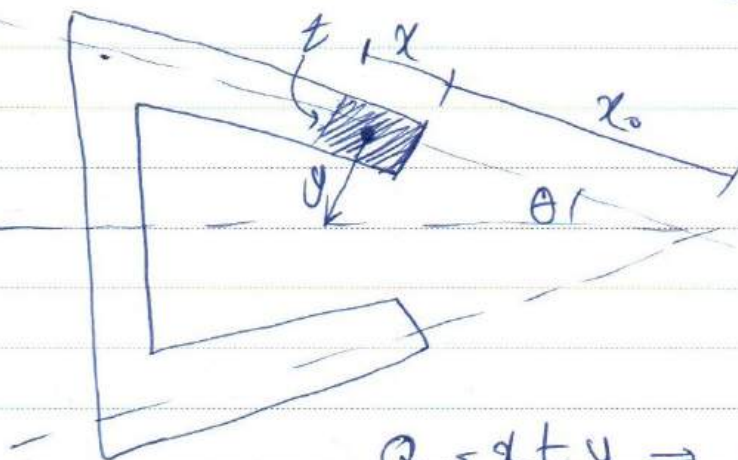
$$Z_1 = \frac{VQ}{I b} \times n$$

$$Z_r = \frac{VQ}{I b_r}$$



$$Z_1 = \frac{VQ}{I b}$$

$$Z_r = \frac{VQ}{I b} \times \frac{1}{n}$$

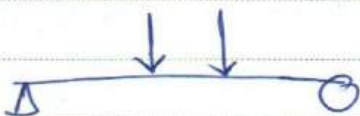
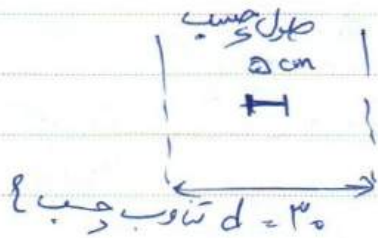
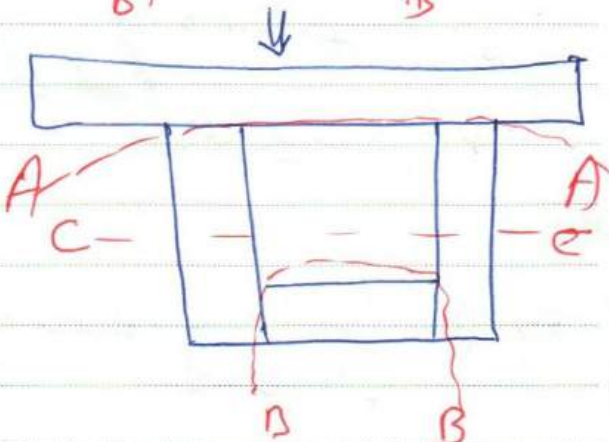
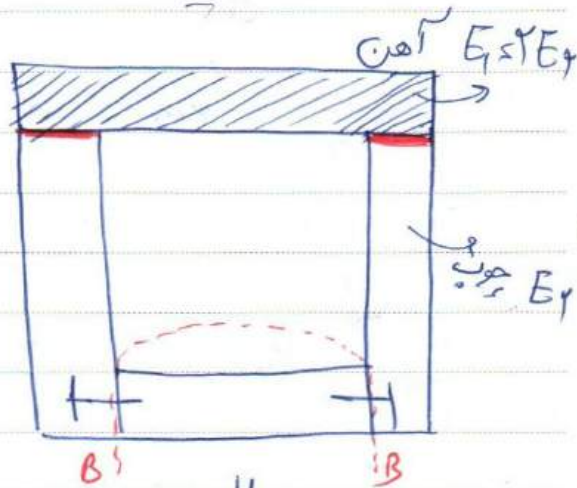
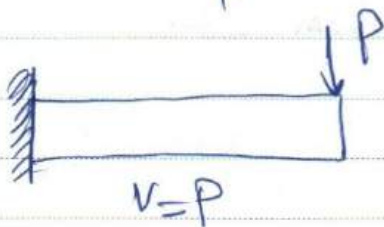
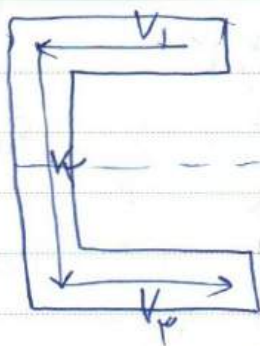


$$Q = xty \Rightarrow xt \left(\frac{x}{r} + x_0 \right) \sin \theta$$

$$y \left(\frac{x}{r} + x_0 \right) \sin \theta$$

برای بررسی تعادل درناوین V را در جایی میزنیم

ناوین تراوس دهیم -

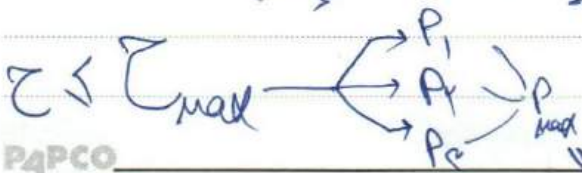


$$V = q \times d$$

$$q = \frac{V}{d}$$

$$C = \frac{V}{A}$$

$$q = \frac{VQ}{I}$$



- ۱ تبدیل مقطع به مقطع یکپارچه
- ۲ محاسبه مرکز سطح (N.A)
- ۳ محاسبه I
- ۴ محاسبه V_{max} در تیر
- ۵ برش A-A
- ۶ برش B-B
- ۷ برش C-C (M.A)

$$\min \{P_1, P_2, P_3\}$$

Subject:

Year:

Month:

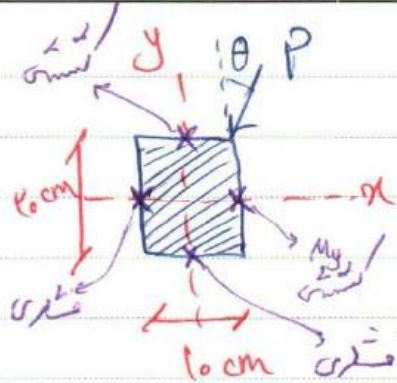
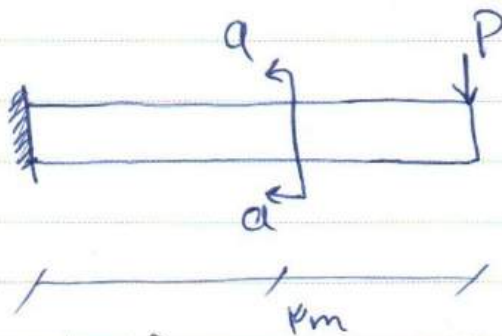
Date: ()

9, 14, 15

مادة

٩٥

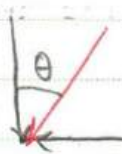
مثال



$$\sigma_{all} = 20 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{all} = ?$$

$$P_y = P \cos \theta$$



$$P_x = P \sin \theta \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{xx} = \frac{1}{12} \times 10 \times 20^3 = 4444 \text{ cm}^4 \\ I_{yy} = \frac{1}{12} \times 20 \times 10^3 = 1444 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$$

$$M_y = 20 \cdot P \sin \theta$$

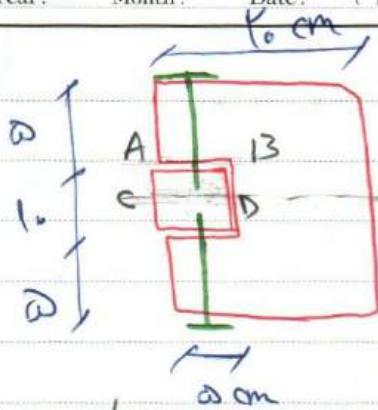
$$M_x = 20 \cdot P \cos \theta$$

$$\delta = \frac{M_x C_y}{I_{xx}} + \frac{M_y C_x}{I_{yy}} =$$

$$\delta = \frac{20 \cdot P \cos \theta \times 10}{4444} + \frac{20 \cdot P \sin \theta \times 20}{1444} = 20$$

$$\Rightarrow P = \frac{22212}{\frac{1}{2} \cos \theta + \sin \theta} \Rightarrow \frac{dP}{d\theta} = 0 \Rightarrow \tan \theta = 2 \Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = 0.447 \\ \sin \theta = 0.894 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{all} = 11111 \text{ kg}$$

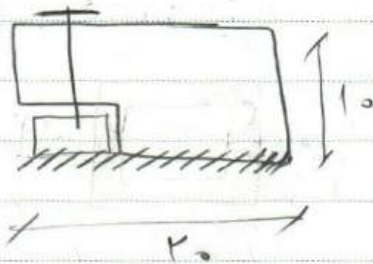


$V_{all} = ?$
نیروی مجاز برش kg معاً هر سطح
فاصله سطح 5 cm
نسبت برش مجاز ۲۰ kg/cm²

مسئله
$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

$$Q = \frac{VQ}{\tau}$$

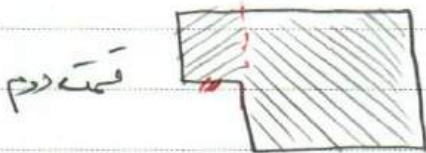
برای این مسئله هر سطح را بدست می آوریم لازم است تا جبران کنیم موجود در شکل را بدست آورده ایم یعنی بالای
شکل را جدا کرده و خواهم داشت.



فاصله سطح
سطح تا فاصله
$$Q_{CE} = \frac{VQ}{I} = \frac{V(20 \times 10 \times 5)}{\frac{1}{12} \times 20 \times 20^3}$$

$$Q_{CE} = Q_{CD} + Q_{DE}$$

$$Q_{CD} = \frac{5}{20} Q_{CE} \quad Q_{DE} = \frac{15}{20} Q_{CE}$$



$$Q_{AB} + Q_{BD} + Q_{DE} = \frac{VQ}{I} = \frac{V_x [(5 \times 5 \times (20 + 5)) + (15 \times 10 \times 5)]}{\frac{1}{12} \times 20 \times 20^3}$$

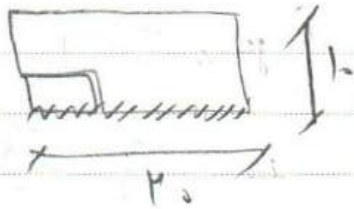
$$= \frac{V}{14,22}$$

$$Q_{DE} = \frac{V}{14,22} \Rightarrow Q_{AB} = \frac{V}{14,22} - \frac{V}{14,22} = 0,141 V$$

$$Q = \frac{F}{a} = \frac{100}{5} = 0,141 V \Rightarrow V = 1418,6 \text{ kg}$$

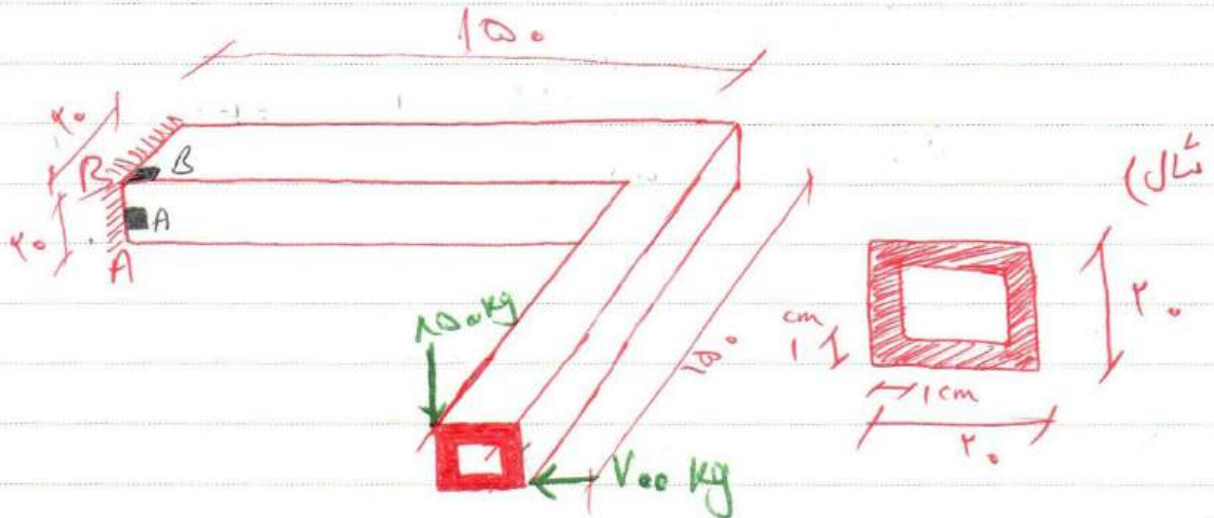
Subject :

Year, Month, Date, ()



$$C_1 = \frac{Vx(20 \times 10 \times 10)}{\frac{1}{12} \times 20 \times 20^3 \times 20} = 20$$

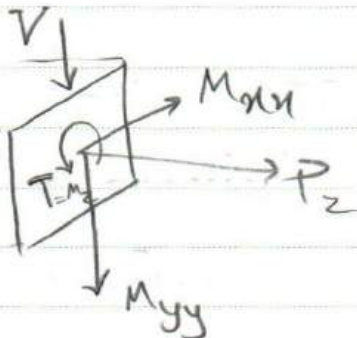
$$\Rightarrow V_r = 2222 \text{ kg} \leftarrow \text{جواب 5}$$



نیروی 100 → برش ، کشش

نیروی 700 → فشار ، کشش دورگوده

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{12} \times 20 \times 20^3 - \frac{1}{12} \times 10 \times 10^3 = 4580 \text{ cm}^4$$



این حالت را در نظر بگیرید
رودنم

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_B &= \frac{-V_{00}}{V_y} + \frac{11710 \times 10^5 \times 10}{(\epsilon \Delta \lambda \omega, \mu) \rightarrow I_x} - \frac{11710 \times 10^5 \times 10}{(\epsilon \Delta \lambda \omega, \mu) = I_x} - \frac{91 \times 10^5 \times 10}{(\epsilon \Delta \lambda \omega, \mu) = I_y} \end{aligned} \right.$$

$$M_{xx} = 120 \times (100 - 20) + 11710 \times 10 = 11710 \times 10 \text{ kg.cm}$$

$$M_{yy} = 100 \times (100 - 10) = 91 \times 10^5 \text{ kg.cm}$$

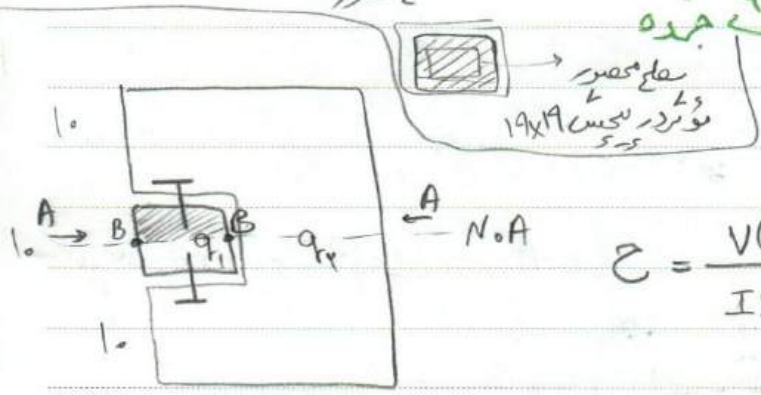
$$T = 120 \times (100 - 10) = 119 \times 10^5 \text{ kg.cm} \quad p = -100 \text{ kg}$$

$$\sigma_A = \frac{-V_{00}}{V_y} - \frac{91 \times 10^5 \times 10}{\epsilon \Delta \lambda \omega} = -232 \text{ kg/cm}^2$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_A &= \frac{-V_{00}}{V_y} - \frac{91 \times 10^5 \times 10}{I} + \frac{M_{xx} \times 0}{\epsilon \Delta \lambda \omega} = -232 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right.$$

$$\epsilon_A = \frac{VQ}{It} + \frac{T}{A} = \frac{120 \times [1 \times (100 - 10) \times 10 + (119 \times 10^5) \times 10]}{I \times (2 \times 1)} + \frac{119 \times 10^5}{1 \times (19 \times 19) \times 1} = 190$$

راه حل TA و تیر برای سوال ۴۱ جزء



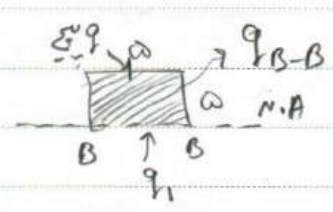
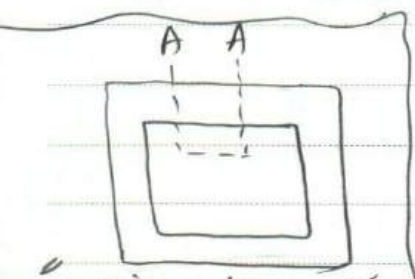
محاسبه I

$$C = \frac{VQ_{AA}}{I \times \frac{y_0}{b}} \Leftrightarrow q_{A-A} = \frac{VQ_{A-A}}{I}$$

$$C_1 = C_2 \Rightarrow \frac{q_1}{10} = \frac{q_2}{10} \Rightarrow q_2 = C \times 10$$

$$q = q_1 + q_2$$

$$q_1 = C \times 10$$



محاسبه I و تیر برای بخش در مقطع

$$q_{B-B} = \frac{VQ_{B-B}}{I}$$

$$q = q_{B-B} + q_{\text{center}}$$

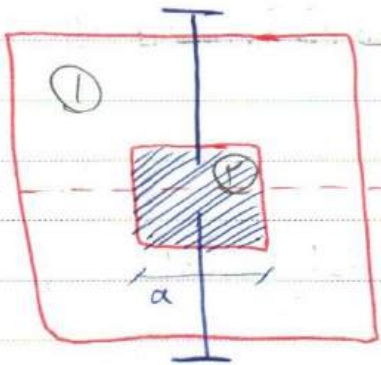
توی این جا این بخش من زنی می باشد که مقدار جریان در یک از نقاط باشد

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$q_1 = q_{B-B} + q_{\text{س}}$$

$$V = q_{\text{س}} \times d \quad \text{فاصله س}$$



N.A

مقدار V نهی سچ را بدست آورید پس اگر

سچ را به حسب تبدیل کنیم مقدار برش را در حسب

بدست آورید

$$a = 50 \text{ cm}$$

$$E_r = 2E_1$$

$$d = 20 \text{ cm}$$

$$V = 10 \text{ kN}$$

این مربع ۵۰×۵۰ تبدیل
مربع ۱۰×۱۰ تبدیل

گام ۱: تبدیل به مقطع یکبارجه

$$\frac{1}{12} (50^4 + 10^4) = 12222 = I \quad \text{گام ۲: محاسبه I} \quad \text{cm}^4$$

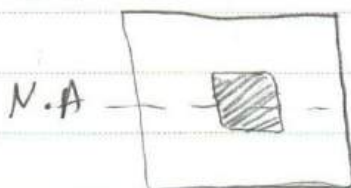
گام ۳: محاسبه Q برای برش A-A

V نهی سچ

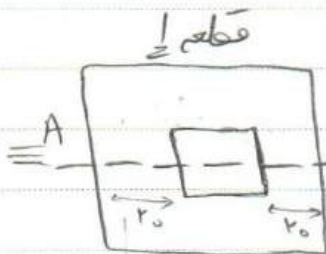
$$Q = \underbrace{A_1 \bar{y}_1}_{50 \times 20 \times \frac{20}{2}} + \underbrace{A_2 \bar{y}_2}_{10 \times 50 \times \frac{50}{2}} = 15750$$

برای برش A-A

برای هر دو قطعه ای

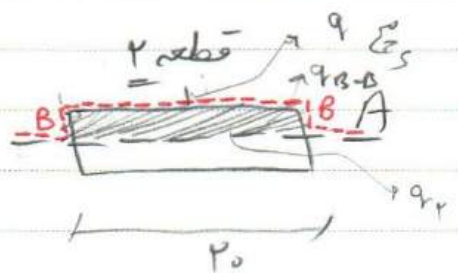


N.A



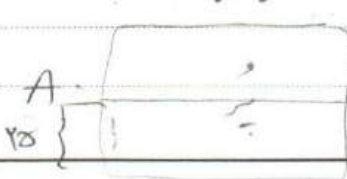
A

a

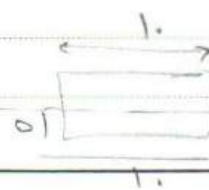


۲ قطعه ۱
۱ قطعه ۲

a



A



A

$$q_{A-A} = \frac{VQ}{I} = 20.12 \frac{N}{mm} \quad \leftarrow \text{گام ۴} : \text{محاسبه } q \text{ برای } A-A$$

$$\sum_{A-A} = \frac{q_{A-A}}{(20+20)} = 50.12 \text{ kPa} \quad \leftarrow \text{گام ۵} : \text{محاسبه تنش در سطح } A-A$$

برای سطح مقطع ۲ قطعه دار / جبران در میان کرد

گام ۶ : محاسبه تنش قطعات ① و ②

$$\sum_1 = 50.12 \text{ kPa}$$

تنش در مقطع ۱

$$\sum_2 = 100.12 \text{ kPa}$$

چون $E_1 = E_2$ و $\sum_1 = \sum_2$

گام ۷ : محاسبه q برای قطعات ① و ②

$$q_1 = \sum_1 \times 20 = 20.12 \text{ N/mm}$$

$$q_2 = \sum_2 \times 10 = \sum_{A-A} \times 20 = 100.12 \text{ N/mm}$$

گام ۸ : محاسبه Q_{B-B}

$$Q_{B-B} = 20 \times 50 \times \frac{20}{2} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$q_{BB} = \frac{V Q_{B-B}}{I} = \frac{V \times 1000}{I} = 0.19 \text{ N/mm} \quad \leftarrow \text{گام ۹} : \text{محاسبه } q_{B-B}$$

$$q_2 = q_{BB} + q_{\sum_2} \quad \leftarrow \text{گام ۱۰} : \text{محاسبه } q_2$$

$$V = q_2 \times 20 = 1.9 \text{ kN} \quad \leftarrow \text{گام ۱۱}$$

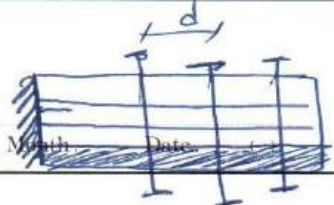
اگر به جای پیچ از چسب استفاده کنیم این محاسبات تا مرحله ۱۰ این است و داریم

$$\text{PAPCO} \quad \text{محاسبه } \sum = \frac{q \times L}{\text{طول پیچ}} = 57.19 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

۱۰ (۵+۱۰+۵) L برای تبدیل cm به mm است

Subject:

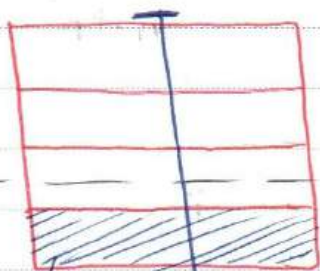
Year:



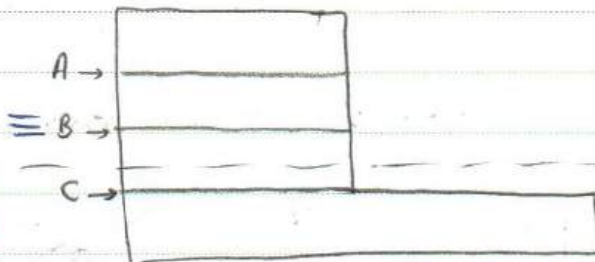
$$\sigma_{all} = \checkmark$$

استطاعت

24



$$E_2 = \gamma E_1$$



(dL)

N.A

$$Q_B > Q_A$$

$$Q_C$$

$$Q_{max} = \max\{Q_A, Q_B, Q_C\}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow N.A$$

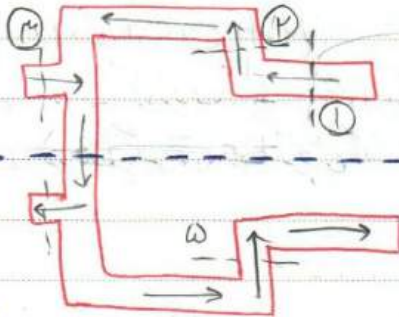
$$\textcircled{2} \rightarrow I$$

$$q_{max} = \frac{V Q_{max}}{I}$$

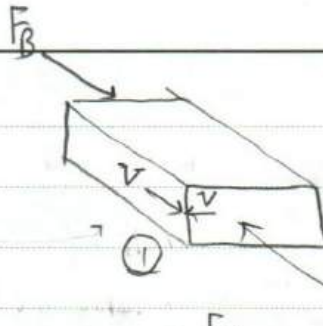
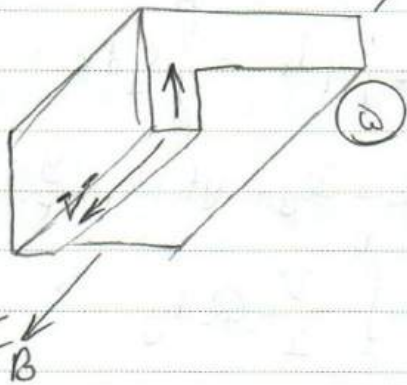
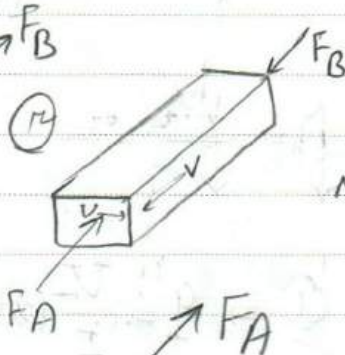
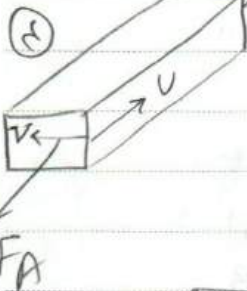
$$\tau_{all} = \frac{q_{max} \cdot d}{\frac{\pi D^2}{4}} \Rightarrow d_{max} = \checkmark$$

shear flow جريان برش

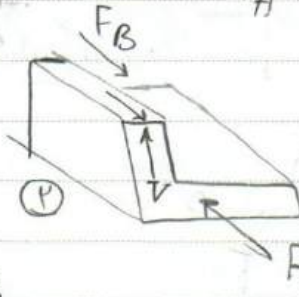
V



$$q = \frac{VQ}{I}$$



$F_A > F_B$

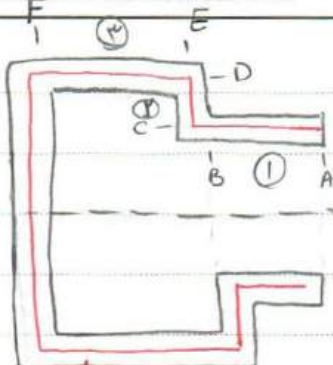


در مقطع کلی بالای N.A جريان برش مستقیم است
 F_B و F_A رو به بیرون هم هستند ولی در مقطع پایین N.A
 F_B و F_A رو به بیرون نیستند

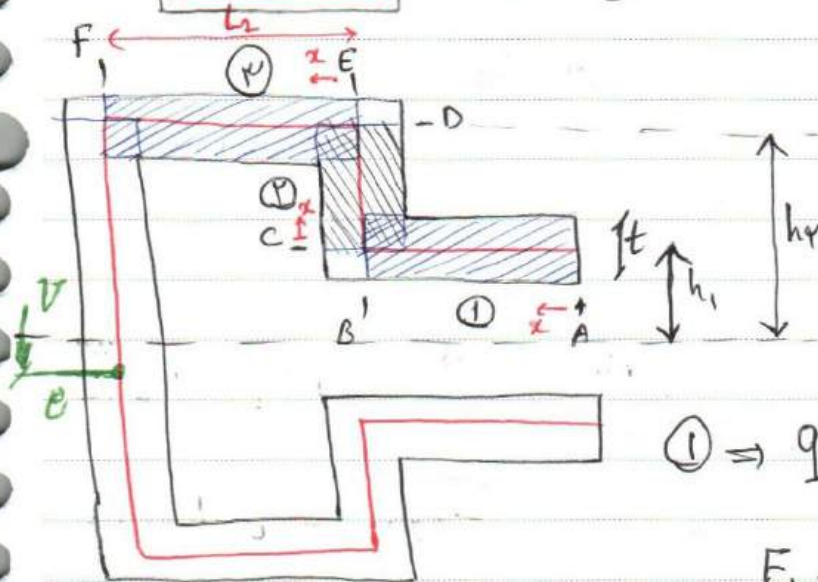
Subject:

Year. Month. Date. ()

مرکز برش مثل زیر را بدست آورید.



گام ۱: بدست آوردن $N.A$
 گام ۲: بدست آوردن I (حول $N.A$)
 گام ۳: در نظر گرفتن خط فرضی که از وسط مقطع می گذرد.



$$① \Rightarrow q = \frac{V}{I} (x t h_1)$$

$$F_1 = \int q dx = \int_A^B q dx$$

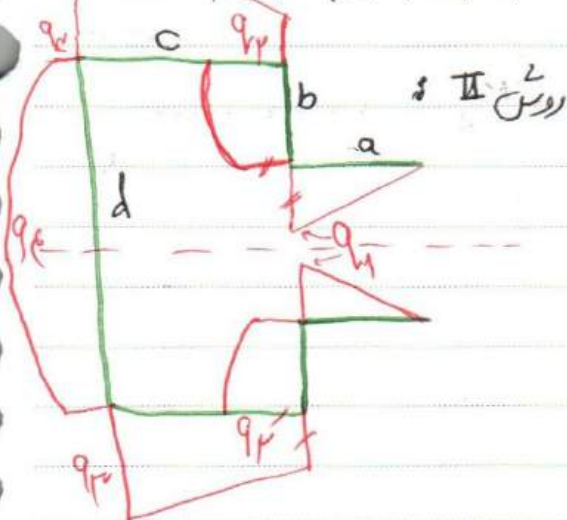
$$V_e = x F_1 h_1 + x F_2 L_2 + x F_3 h_2$$

$$② \Rightarrow Q = Q_B + y t (h_1 + \frac{y}{2})$$

$$F_2 = \int_c^D \frac{V}{I} Q dy$$

$$③ \Rightarrow Q = Q_D + x t h_2$$

$$F_3 = \int_E^F \frac{V}{I} Q dx$$



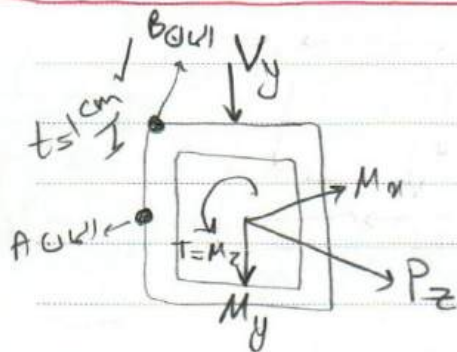
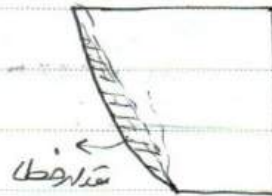
$$F_1 = \frac{1}{r} q_1 \times a$$

$$F_r = \frac{1}{r} (q_r + q_p) \times c$$

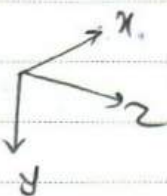
$$F_c = q_c \times d + \frac{r}{p} (q_c - q_r) d$$

$$F_r > \frac{1}{r} (q_r + q_p) d$$

روش II



راه حل TA نشیند برای سوال ۴۲ جزوه TA



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_z = -V_y \text{ kg}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_y = 1100 \text{ kg}$$

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow M_x = 1100 \times (10 - 20)$$

$$+ V_y \times 10$$

$$= 11000 \text{ kg.cm}$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow M_y = V_y \times (10 - 10)$$

$$= 41000 \text{ kg.cm}$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow T = 1100 \times (10 - 10)$$

$$= 11000 \text{ kg.cm}$$

$$\begin{cases} I_x = I_y = \frac{1}{12} (10^4 - 10^4) = 60000 \\ A = 10^2 - 10^2 = 100 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\sigma_A = \frac{-100}{100} - \frac{41000 \times 10}{I_y} = -2220 \text{ kg/cm}^2 \checkmark$$

$$\sigma_B = \frac{-100}{100} + \frac{11000 \times 10}{I_x} - \frac{41000 \times 10}{I_y} = 2220 \text{ kg/cm}^2 \checkmark$$

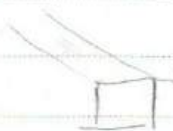
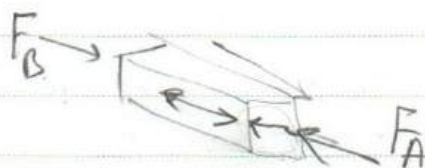
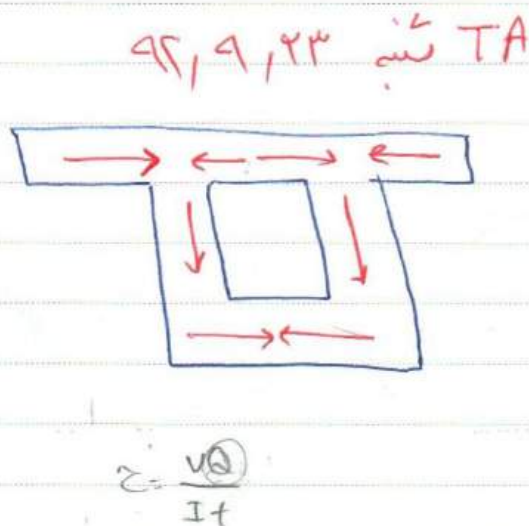
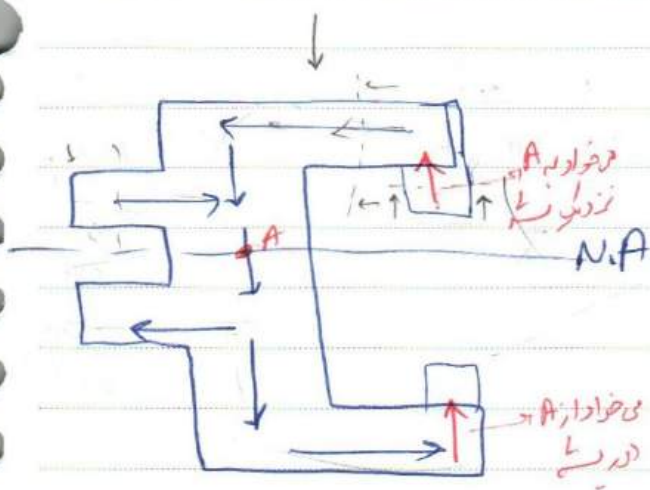
Subject :

Year, Month, Date, ()

$$\sigma_B = \frac{119 \times 10^3}{2 \times (19 \times 19) \times \sqrt{2}} = 114,5 \text{ kg/cm}^2$$

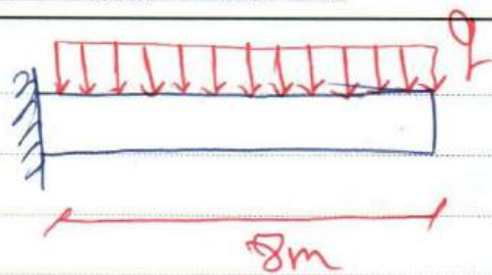
$$\sigma = \frac{T}{2 A t}$$

$$\sigma_A = \frac{1500 \times (2 \times (10 \times 1) \times 5 + (18 \times 1) \times 9,5)}{2 I} + \frac{119 \times 10^3 \times 10}{2 \times (14 \times 9) \times 1} = 190 \text{ kg/cm}^2$$



Subject :

Year , Month , Date , ()



$$\frac{Est}{EAl} = 3$$

$$1000 \text{ kg}$$

$$20 \text{ cm}$$

$$V_{max} = 19 \text{ kg}$$

$$M_{max} = \frac{qL^2}{2} = 192 \text{ kg.m}$$

$$\sigma_{st} = \frac{(192 \times 100) \times 20}{I} \times 10 \leq 1100 \rightarrow q_1 = 19.6 \text{ kg/m}$$

$$\sigma_{Al} = \frac{(192 \times 100) \times 20}{I} \leq 1100 \Rightarrow q_2 = 20 \text{ kg/m}$$

$$\sigma_{st} = \frac{19 [20 \times 20 \times (20 - 10)]}{I \times 20} \times 10 \leq 1100 \rightarrow q_3 = 19.4 \text{ kg/m}$$

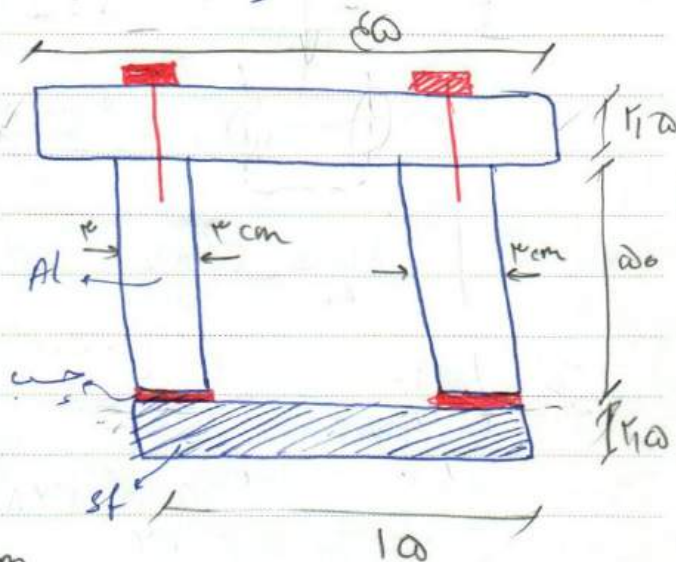
$$\sigma_{all} = \frac{19 [20 \times 20 \times (20 - 10) + (20 \times 10) \times 10]}{I \times 20} \leq 1100$$

$$\sigma_{all} = 9I$$

$$\sigma = \frac{V(Q)}{I t} A \delta$$

$$\Rightarrow q_4 = 20 \text{ kg/m}$$

~ ~ Al ~ ~ ~ ~ ~ 1100
 ~ ~ st ~ ~ ~ ~ ~ 1100
 ~ ~ Al ~ ~ ~ ~ ~ Va.
 ~ ~ st ~ ~ ~ ~ ~ Va.

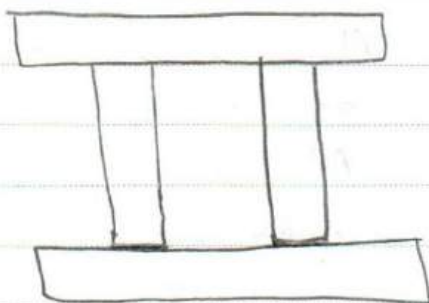


Subject:

Year:

Month:

Date: ()



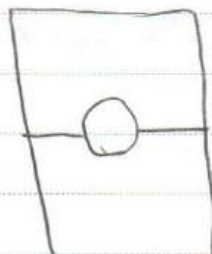
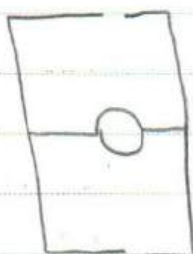
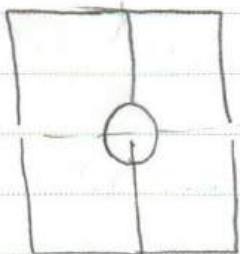
نقطه جوش

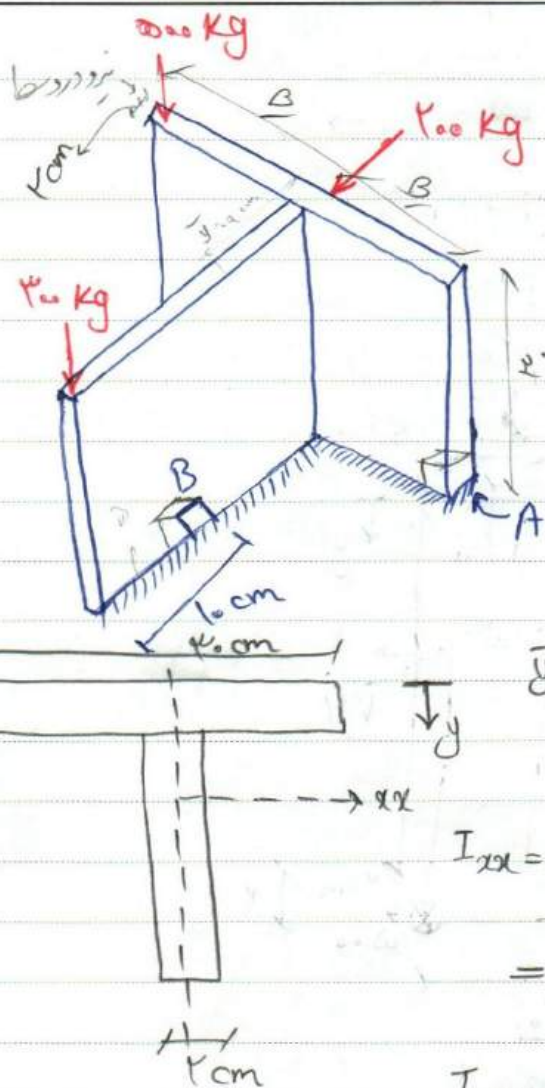
$$\tau_{glue} = \frac{19 [(60 \times 10) \times (1010 - 1, 10)]}{I \times 4} \leq 100$$

$$q_a = 24 \Delta v_a \text{ kg/m}$$

$$q_{bolt} = \frac{19 [(60 \times 10) \times (1010 - 1, 10)]}{I \times 2} \leq \frac{1000}{20}$$

$$q_{rg} = 24 \Delta v_a, \text{ kg/m}$$





دو قطعه $30 \times 30 \times 2$

الف) تنش های روی المان A و B

ب) دوار محور و تنش های اصلی

$$A = 2 \times 30 \times 2 = 120 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{(30 \times 2) \times 1 + (30 \times 2) \times (2 + 10)}{(30 \times 2) + (30 \times 2)} = 4 \text{ cm}$$

$$I_{xx} = \frac{1}{12} \times 30 \times 2^3 + (30 \times 2) \times (4 - 1)^2 + \frac{1}{12} \times 2 \times 30^3 + (30 \times 2) \times (10 - 4)^2$$

$$= 12200 \text{ cm}^4$$

$$I_{yy} = \frac{1}{12} \times 2 \times 30^3 + \frac{1}{12} \times 2^3 \times 30 = 5520 \text{ cm}^4$$

$$\begin{cases} \text{محور} = -100 \text{ kg (فشاری)} \\ \text{برش} = V_y = 200 \text{ kg} \end{cases} \quad \begin{cases} M_x = 30 \times 20 - 100 \times 50 + 200 \times (20 - 9) \\ = 1900 \text{ kg.cm} \\ M_y = 500 \times 10 = 5000 \text{ kg.cm} \end{cases}$$

$$\sigma_A = \frac{-100}{30} + \frac{5000 \times 10}{5520} + \frac{1900 \times 1}{12200} = 2411 \text{ kg/cm}^2 \checkmark$$

$\sigma_A \approx 0$

بار نظر بر تنش برش

$$\leftarrow [A] \rightarrow 2411 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2411 \checkmark \\ 0 \checkmark \end{cases}$$

تنش های اصلی

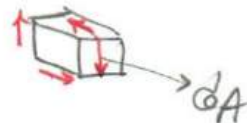
Subject

Year

Month

Date

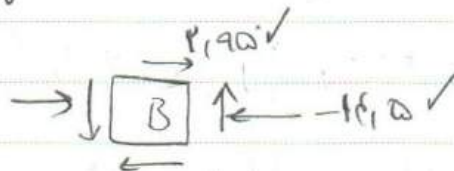
$$\bar{A} = \frac{r_0 \times [(r_0 \times l) \times v_1 \omega]}{I_{xx} M_x \times r_0}$$



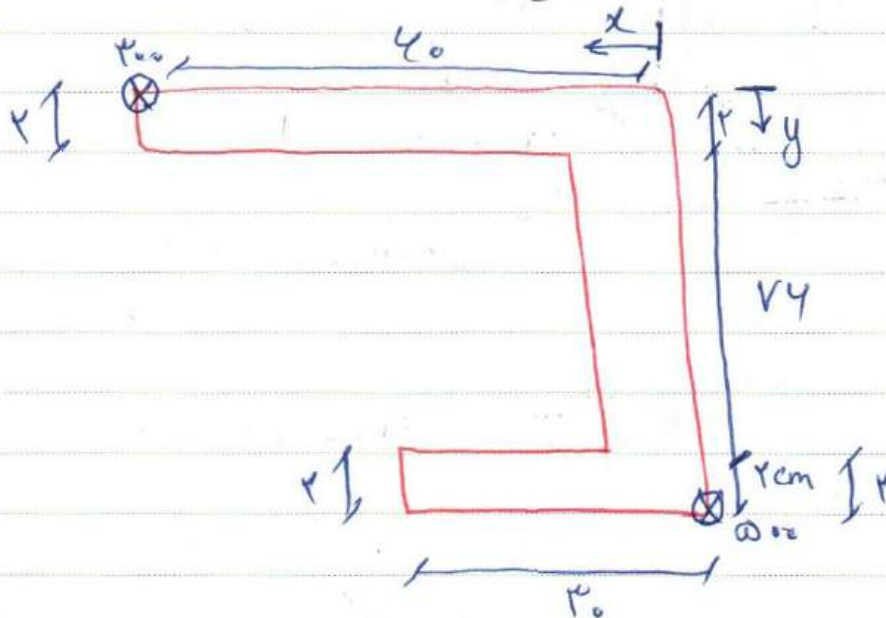
v1

$$\bar{B} = \frac{-100}{120} - \frac{1900 \times 12}{1220 \rightarrow I_{xx}} + \frac{v_0 \times l}{620 \rightarrow I_{yy}} = -16.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{B} = \frac{r_0 \times (r_0 \times l) \times (1 \omega)}{1220 \times r_0} =$$

 I_{xx}


(101)



$$A = 90 \times 2 + 14 \times 2 + 20 \times 2 = 332 \text{ cm}^2$$

Area

$$\bar{x} = \frac{90 \times 2 \times 10 + 14 \times 2 \times 1 + 20 \times 2 \times 10}{332} = 16 \text{ cm} \checkmark$$

$$\bar{y} = \frac{90 \times 2 \times 1 + 14 \times 2 \times 10 + 20 \times 2 \times 14}{332} = 14 \text{ cm} \checkmark$$

$$I_{xx} = \left[\frac{90 \times 2^3}{12} + (90 \times 2)(10 - 1)^2 \right] + \left[\frac{2 \times 14^3}{12} + (2 \times 14)(10 - 1)^2 \right] + \left[\frac{20 \times 2^3}{12} + (20 \times 2)(14 - 1)^2 \right] = 330.210 \checkmark$$

$$I_{yy} = \left[\frac{r \times r_0^2}{12} + (40 \times r)(r_0 - 1c)^2 \right] + \left[\frac{r \times r_0^2}{12} + (r \times r_0)(1c - 1a)^2 \right] + \left[\frac{v4 \times r^2}{12} + (r \times v4) \times (1c - 1)^2 \right] = 91019 \checkmark$$

$$I_{xy} = \left[0 + (40 \times r)(1c - r_0)(rr - 1) \right] + \left[0 + (r \times v4)(1c - 1)(rr - r_0) \right] + \left[0 + (r_0 \times r) \times (1c - 1a)(rr - v4) \right] = -172012$$

$$\tan \theta = \frac{-172012}{170000 - 91019} = 0.421 \Rightarrow \theta = 10.192^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \theta = 0.176$$

$$\Rightarrow \cos \theta = 0.985$$

$$I_{x'x'} = \frac{170000 + 91019}{2} + \frac{170000 - 91019}{2} \times 0.176 + 172012 \times 0.985 = 121121 \checkmark$$

$$I_{y'y'} = 172012 \text{ cm}^4 \quad \text{و } I_{x'y'} = 0 \checkmark$$

$$P = -120 \text{ kg.cm}$$

$$11441 = M_x = -120 \times rr + 20 \times 1c$$

$$9097 \text{ kg.cm} = M_y = +120 \times (40 - 1c) - 20 \times 1c$$

$$\Rightarrow M_{x'} = M_x \cos \theta - M_y \sin \theta = 9097 \text{ kg.cm}$$

$$\Rightarrow M_{y'} = M_x \sin \theta + M_y \cos \theta = 11031 \text{ kg.cm}$$

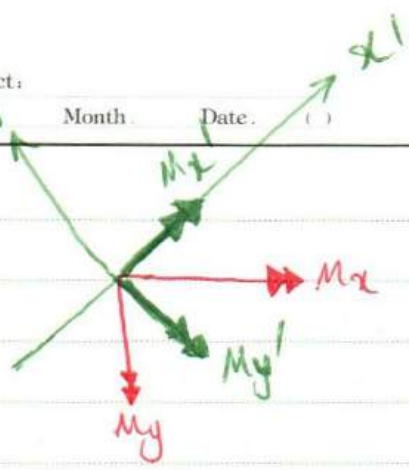
Subject:

Year:

Month:

Date:

()



$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1d - y_0 \\ r - y \end{bmatrix}$$

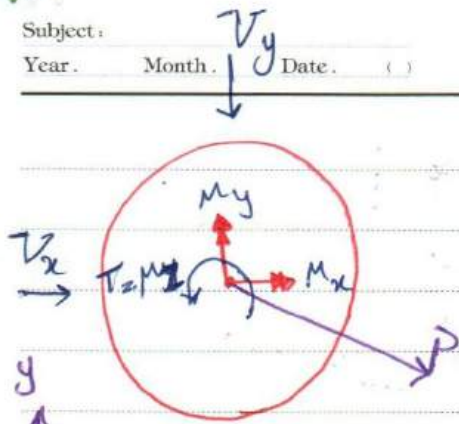
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_{a1v} \\ +r_{1d} \end{bmatrix}$$

$$d_A = \frac{-P}{A} + \frac{M_{x'} y'_A}{I_{x'x'}} - \frac{M_{y'} x'_A}{I_{y'y'}}$$

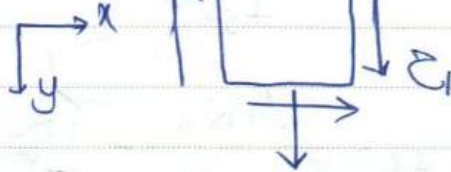
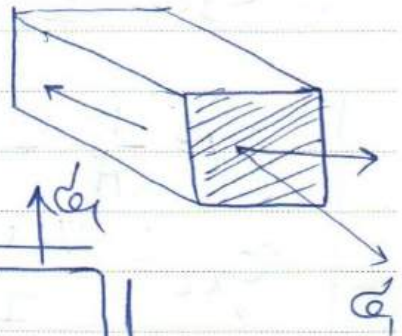
Subject:

Year: Month: Date: ()



(10)

$$\left\{ \begin{aligned} d_1 &= \frac{P}{A} + \frac{M_x C_y}{I_{xx}} \\ \epsilon_1 &= \frac{V_x Q_y}{I_{yy} b_y} - \frac{TR}{J} \end{aligned} \right.$$



$$\left\{ \begin{aligned} d_v &= \frac{P}{A} - \frac{M_y C_x}{I_y} \\ \epsilon_v &= \frac{V_y Q_x}{I_{xx} b_x} - \frac{TR}{J} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} d_c &= \frac{P}{A} - \frac{M_x C_y}{I_x} \\ \epsilon_c &= \frac{V_x Q_y}{I_{yy} b_y} + \frac{TR}{J} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} d_e &= \frac{P}{A} + \frac{M_y C_x}{I_y} \\ \epsilon_e &= \frac{V_y Q_x}{I_{xx} b_x} + \frac{TR}{J} \end{aligned} \right.$$

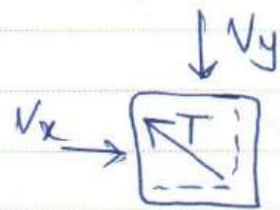
Subject:

Year. Month. Date. ()

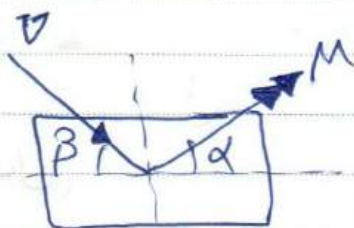
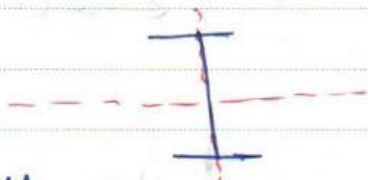
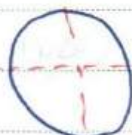
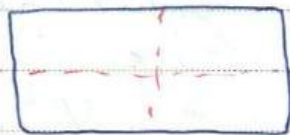
$$\begin{cases} \sigma_a = \frac{P}{A} + \frac{M_x C_y}{I_x} \\ \tau_{xyz} = \frac{V_x Q_y}{I_y b_y} - \frac{TR}{J} \\ \tau_{yzz} = \frac{V_y Q_x}{I_x b_x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_y = \frac{P}{A} - \frac{M_y C_x}{I_y} \\ \tau_{xz} = \frac{V_x Q_y}{I_y b_y} & \tau_{yz} = \frac{V_y Q_x}{I_x b_x} - \frac{TR}{J} \\ \tau_{yzz} = \frac{V_y Q_x}{I_x b_x} - \frac{TR}{J} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_z = \frac{P}{A} + \frac{M_x C_y}{I_x} - \frac{M_y C_x}{I_y} \\ \tau_{xz} = \frac{V_x Q_y}{I_y b_y} - \frac{\sqrt{f}}{2} \frac{TR}{J} \\ \tau_{yz} = \frac{V_y Q_x}{I_x b_x} - \frac{\sqrt{f}}{2} \frac{TR}{J} \end{cases}$$



این روابط برای حالتی صادق است که $I_{xy} = 0$ باشد اگر مقطع دارای تقارن
 باشد $I_{xy} = 0$ است.



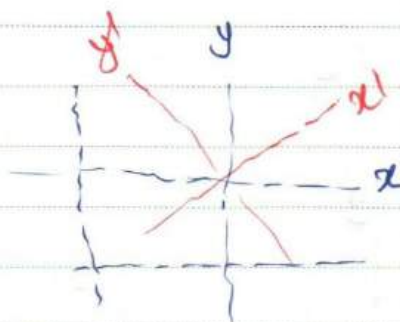
اگر محورهای $I_{xy} = 0$ بصورتی که معلوم نباشد
معمولاً به جهت آسان مرکز سطح مقطع (x-y)

معمولاً ۲ محاسبه I_{xx} و I_{yy} و I_{xy} حول محورهای گذرنده از مرکز سطح

$$\tan 2\alpha = \frac{-2I_{xy}}{I_x - I_y} \leftarrow \text{معمولاً ۳ محاسبه } \alpha$$

$\alpha > 0 \leftarrow$ جهت مثبت

معمولاً ۴ محاسبه $I_{x'}$ و $I_{y'}$ و $I_{x'y'}$



$$I_{x'} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - I_{xy} \sin 2\alpha$$

$$I_{y'} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha + I_{xy} \sin 2\alpha$$

$$I_{x'y'} = 0$$

معمولاً ۵ محاسبه $I_{x'}$ و $I_{y'}$ و $I_{x'y'}$ (اغماً از همان - برش) روی محورهای $x'-y'$ تصویر می کشیم.

Subject:

Year:

Month:

Date:

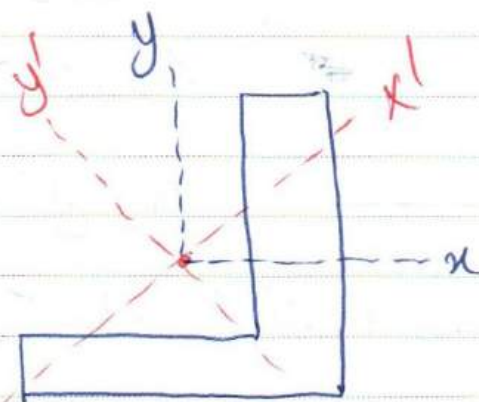
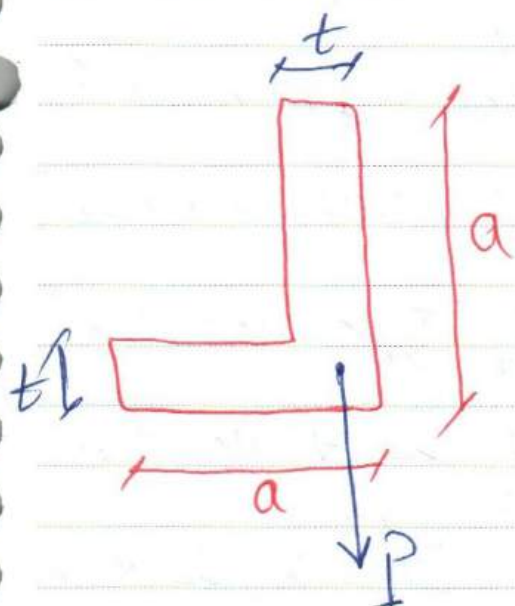
()

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

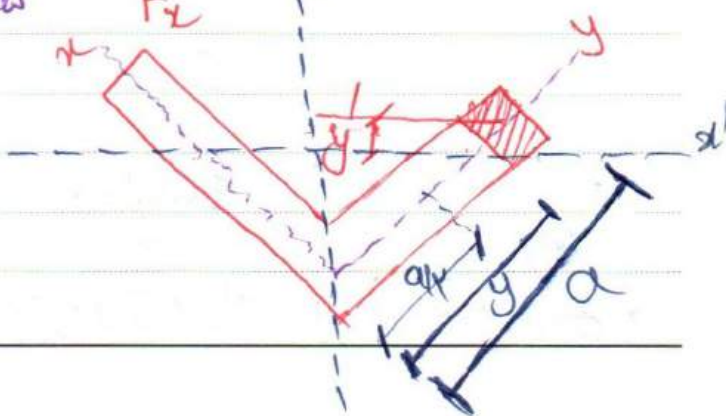
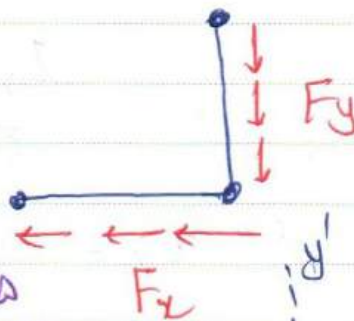
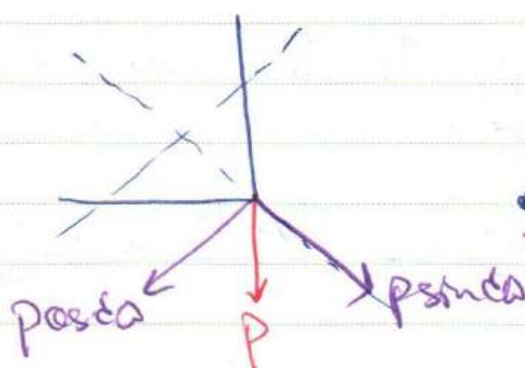
معمولاً ۲ دایره مماس بر نقاطی در نظر
در دستگاه جدید

$$\alpha = \frac{M_{x'y'}}{I_{x'x'}} \pm \frac{M_{y'y'}}{I_{y'y'}}$$

مماس بر تنش σ



مثال



$$\bar{y}' = \left(\frac{1}{r}(a+y) - \frac{1}{r}a \right) \cos \alpha$$

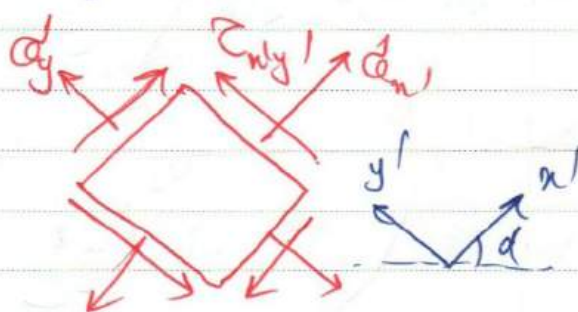
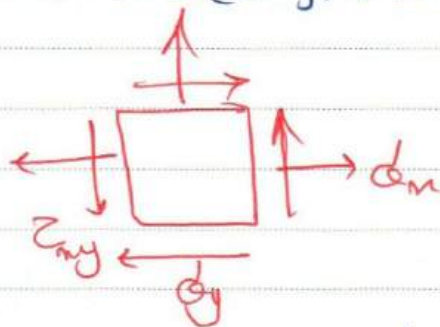
$$Q = t(a-y) \bar{y}' = \frac{1}{r} t(a-y) \cos \alpha$$

$$Z = \frac{V_{yl} Q}{I_{x'l} t} = \frac{r(P(a-y)y)}{t a^r}$$

$$Z_r = \frac{V_{xl} Q}{I_{y'l} t} = \frac{rP(a^r - y^r)}{t a^r}$$

$$x' = \frac{1}{r}(a+y) \cos \alpha$$

$$Q = (a-y) + x' = \frac{1}{r}(a^r - y^r) \cos \alpha$$



$$C_{max} \text{ and } C_{min} = \frac{b \cos \alpha + c \sin \alpha}{r} \pm C_{max}$$

$$C_{med} = \sqrt{\left(\frac{b \cos \alpha - c \sin \alpha}{r} \right)^2 + C_{xy}^2}$$

$$C_{xy} = 0 \Rightarrow \text{about } C_{max} \text{ and } C_{min}$$

$$C_{max} \text{ and } C_{min} = \frac{b \cos \alpha}{r}$$

Subject:

Year:

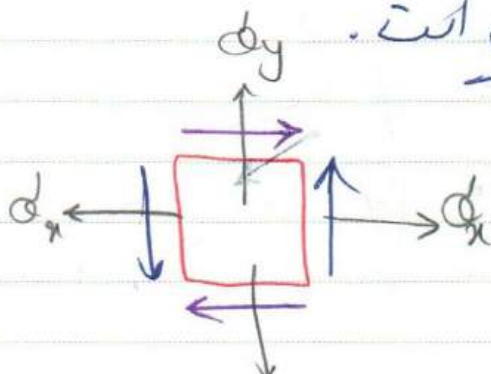
Month:

Date:

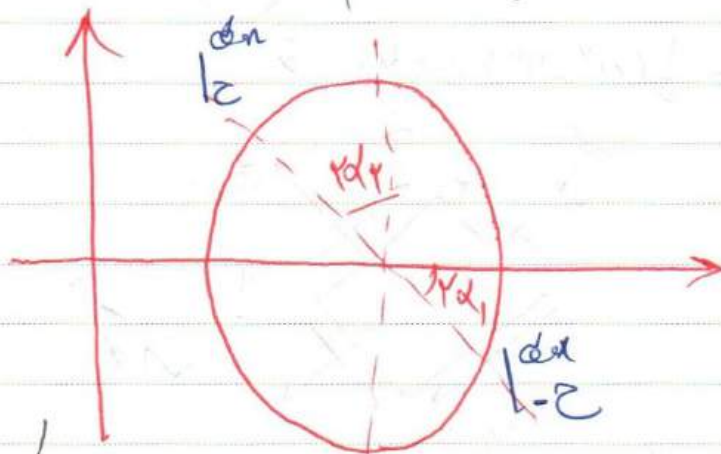
صفحات اصلی این

$$\phi_n = \phi_y \Rightarrow \tau_{max} = \tau_{xy}$$

چرخش نشان + و غیره نشان - است.

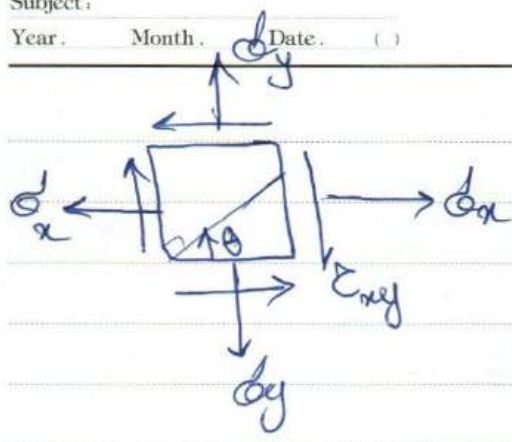


شماره دایره = $\frac{\phi_n + \phi_y}{2}$ شعاع دایره = $\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\phi_x - \phi_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

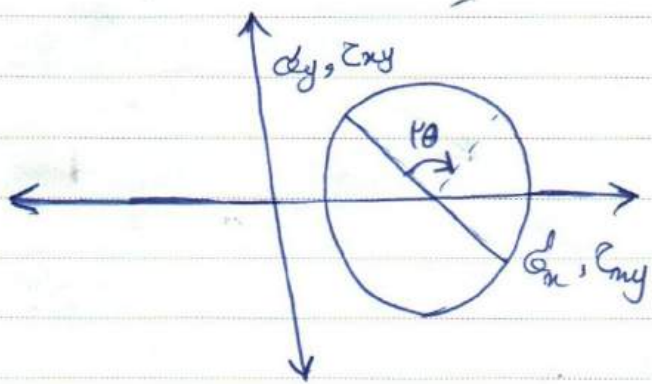


نکته مهم: اگر نخواهیم به کمک روش غیر از روش استاندارد دایره موهر استفاده کنیم
 می توان گفت اگر همان مد نظریا به اندازه θ درجه ساعتگرد بچرخانیم آنگاه یک
 دایره موهر برای بدست آوردن تنش باید به اندازه θ درجه خلاف ساعتگرد یا در جهت مخالف
 حرکت کرد و برعکس.

Subject :
 Year : Month : Date : ()



پیش از سادگی
 =
 دایرهی موهر خلاف زاویه المانی



Subject.

Year. Month. Date. ()