



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

جزوه درس :
مقاومت مصالح ۱

استاد :
جناب آقای دکتر کبیر

نگارش:
حمید کاظم
(کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر)
(دانشجوی کارشناسی ارشد گرایش سازه دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

« بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ »

حمید کاظم

معاونت مصالحو

صنایع آثار و کتب کبیر

خلاصه و مباحث درس ۵

فصل اول ۵

مفاهیم تنفس: نرفال، برشی، لاسیدی، موفه، کم تنفس، برعکس تنفس، سیدار، ضربات اطمینان

فصل دوم ۵

بارندار محوری: تنفس محوری، کرنش محوری (محدود کننده تغییر شکل)،
در تمام تنفس کرنش (رابطه بین بار و تغییر شکل)، کرنش، خشکی، تحلیل
ساده ای نامتناسباتی، بارندار تر حرارتی، ضربات براسون، مکرر
تنفس، قانون هوک (رابطه بین تنفس و کرنش در حالت خطی) برای
حالت ۲ بعدی و ۳ بعدی تنفس، تغییر شکل بر ماندگار، تنفس ای
لین فاند.

فصل سوم ۵

بیش: مقاطع دوار، تنفس برشی، کرنشی، تغییر شکل بیجشی (ارادی)
بیجشی)، مکرر تنفس، مسائل نامتناسب (بیجشی، طراحی محورهای انتقال
قدرت، تغییر شکل بر ماندگار) در بیجشی، مقاطع محدود باز در
بیجشی، مقاطع غیر دوار

فصل چهارم

خمش (خمش خالص $\frac{N}{m}$) : کدات خمش، تخریب تنش ناشی از خمش، خمش در مصالح مرکب، مرکز تنش در خمش، تقعر شکل پای غیر اریض، خمش ناقص، بارهای محوری خارج از مرکز، ترکیب تنش محوری و خمش.

فصل پنجم

برش : کدات برش، تنش برشی در تیر، مصالح جدا سازنده، مرکز برش، مصالح مرکب، ترکیب تنش.

* ترکیب تنش به جمع بندگی می باشد که خوانده ام.

{ Mechanics of solids
 { strength of materials → مقاومت مصالح



اهداف درس ۵

۱۱ استحکام strength

۱۲ صلبیت (فیزیکال) در برابر بار دانه Ridity

۱۳ پایداری الاستیک Elastic stability

این ۳ هدف، در مکانیک محاسبات در صورت زیر خلاصه و تشریح می‌نمایم:
 موضوع از علم مکانیک است که با استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی و تحقیق
 فیزیکال، مقاومت (استحکام) و صلبیت (تغییر شکل) و پایداری از یک شیء اعضا
 بررسی می‌گردد.

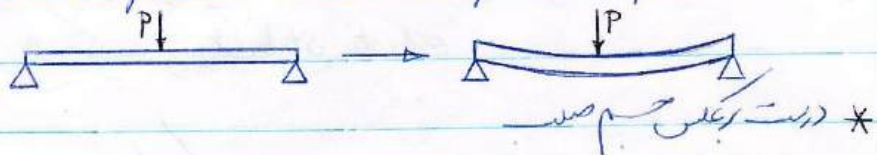
مفاهیم اساسی درس ۵

۱۱ جسم صلب (rigid body) ۵ به آن جسمی گویند که در اثر اعمال نیروهای خارجی
 تغییر شکل نسبی بین اجزا و تشکیل دهنده آن صفر باشد یعنی به عبارت
 Relative Displacement Between Particles = ۰



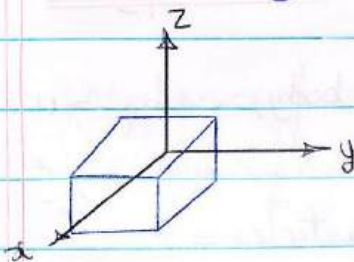
جسمی در اثر نیرو تغییر شکل می‌دهد (حرکت جسم صلب)

۱۲ جسم شکل پذیر (Deformable body) ۸ به آن جسمی نوید که در اثر اعمال نیروها و یا خارجی تغییر شکل نسبی بین اجزای آن شکل دهنده آن صورت
 Relative Displacement Between particles $\neq 0$.

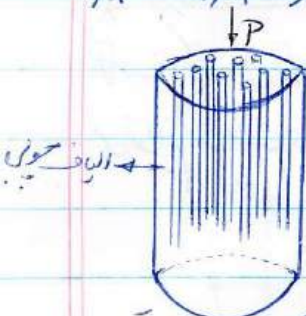


۱۳ جسم همگن (Homogen) ۸ به جسمی نوید که ویژگی آن (P) در تمام نقاط ثابت باشد. مثلاً فولاد (با تویب شدن) * بتن اگر خوب ریزه شود همگن نمی گردد. مصالح همگن نیست.

۱۴ ایزوتروپ (Isotrop) ۸ به جسمی نوید که خواص مصالح آن در تمام جهات یکسان باشد. مثلاً در فلزات متقابل از خواص یکسان به نام ایزوتروپیک * به عکس انیستروپیک مثال می دهد



۵) **انستروپ (Anisotrop)** : به جسم گویند که رفتارش در سه جهت x, y, z یکسان نیست.



این جن فکال را از این حالت خوب است. خوب نیروی وارده P را به سراسر اتم تر P تحمل می کند. چون در حالت عواری (P) بار را الیاف تحمل می کنند ولی در حالت عمود (P) عوارض مانند الیاف به محدودتر بار را تحمل کرده و لذا اتم است بار در صورت عواری با الیاف اعمال شود.

۶) **اورتوتروپ (Orthotrop)** : اجسامی که در سه راستای متعامده خواص متفاوتی داشته باشند.

تعادل اجسام : اجسام در حال تعادل از روابط زیر پیروی می کنند:

$$\sum F = 0, \quad \sum M = 0$$

برای پیدا کردن فرمول های تعادل، سه جهت x, y, z را در نظر می گیریم و داریم:

$$\sum F = 0 \rightarrow \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow \sum M_x = 0, \quad \sum M_y = 0, \quad \sum M_z = 0$$

* در معادلات مصالح روابط اول احتساب به منظور تقسیم و کسب نیروهای داخلی
احتساب یکبار می رود.

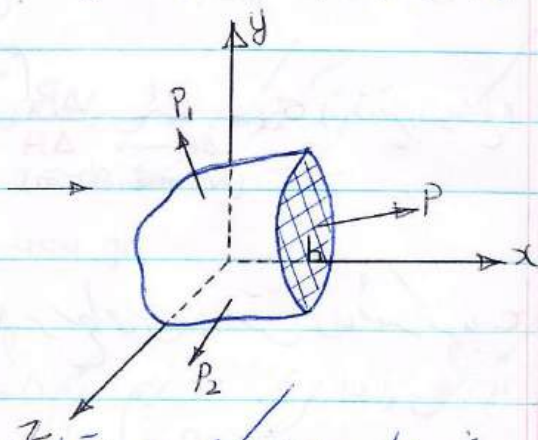
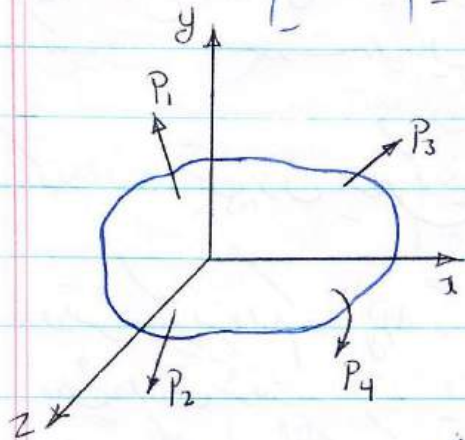
$$\hat{P} = P_x \hat{i} + P_y \hat{j} + P_z \hat{k} \quad \text{بردارهای نیرو}$$

$$\hat{M} = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k} \quad \text{بردارهای گشت}$$

می توانیم بنویسیم

مفهوم تنش (Concept of stress)

از جسمی در فضای xyz در حال تعادل تحت عمل نیروی P_1, P_2, P_3 قرار گرفته باشد، وقتی شکل را برش می زنیم خواهم داشت:



برش را طوری می زنیم که مجبوریم بر مقطع عمود باشد

P برکشی نیروی که در اجزای در سطح مقطع می باشد که P_1, P_2 دارای برکشی صورت

برای بیان مفهوم تنش روی سطح مقطع تقسیم بندی می انجامیم فرض کنیم مساحت سطح مقطع A داشته باشد که شود خورد ΔA باشد؛ در این صورت می توان گفت که آن ΔP نیرو وارد می شود که اگر آن را بصورت بردار نویسیم

مختصات دایره ای:

$$\vec{\Delta P} = \Delta P_x \hat{i} + \Delta P_y \hat{j} + \Delta P_z \hat{k}$$

چون $\vec{P}$ بر سطح عمود است پس ΔP نیز بر سطح عمود می باشد. بنابراین ΔP_x بر سطح عمود و ΔP_y و ΔP_z بر سطح مماس هستند. لذا اثر تنش در صورت زیر بیان می کنیم:

$$\tau_{xx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta A} \quad (\text{تنگ نیرو در واحد سطح})$$

که به σ_x تنش نرمال یا عمود گویند

روشنی دیگر نیز داریم که ΔP_y و ΔP_z بر سطح مماس تنش می یابند که با τ مخالف داده می شوند.

$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta A}$$

لازم بدانکه سطحی است که در آن تنش وارد می شود

یعنی سطحی که نیرو بر آن عمود است

$$\tau_{xz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$$

همه است از نظر طراحی باید بدانیم تنش در یک راستا باشند

* اولین بار تنش τ تنش را به صفحه ای که روی آن عمل می کند نیرو می سازد و بر نیروی دوم نشاندهنده جهت آن می باشد.

در سیستم واحد (SI) نیرو را N یا kN و سطح را mm^2 می‌نویسند.
 پس واحد تنش $\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$ یا MPa است.

$$1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 10 \text{ kg/cm}^2$$

در گت قدم و اینرکشنهای واحدی تنش psi است که

$$\text{psi} = \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \rightarrow \begin{cases} \text{in} = 25.4 \text{ mm} \\ \text{lb} = 454 \text{ gr} \end{cases}$$

از این رابطه می‌توانیم بدست آوریم:

$$\sigma_{yy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta A}$$

$$\tau_{yz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$$

$$\tau_{yz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$$

* تنش یک تانسور (Tensor) است. یعنی برداری است که سطح داشته باشد. در این معنی که علاوه بر مقدار و راستا، سطحی که بر آن اعمال می‌شود نیز معلوم باشد.

Tensor از نظر شکل یک پیکان در کنار بالافراست

فازیکس تانسور را درضا در صورت زیر می نویسم:

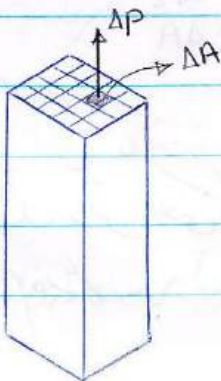
دارا ۹ موله است $\rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

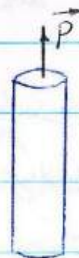
۰- تانسور

اگر تابع بارهای نیوتنه باشد نیست تبدیل در فضا می شود (زیرا دارد اینجک که حجم شد!!)

تعریف هندسی تنش (Exact Define)

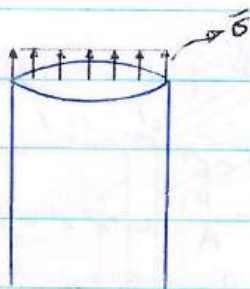
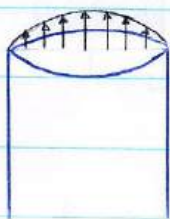


$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

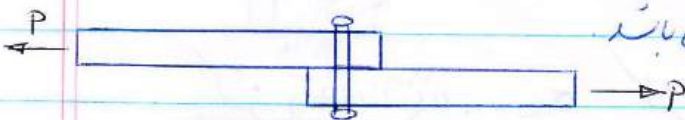


$$\bar{\sigma} = \frac{P}{A}$$

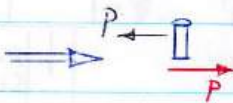
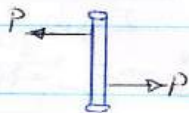
در واقع وقتی P به سطح اعمال می شود، نیروی کم در صورت متقابل می درند
 اگر ما وارده صورت تابع از مختصات سطح بیان شود می توان
 شدت تنش را در صورت متقابل نشان داد.



ولی در تنش متقابل نیز که در صورت متقابل فرض می شوند
 (حکمی حجم اندازده اند)

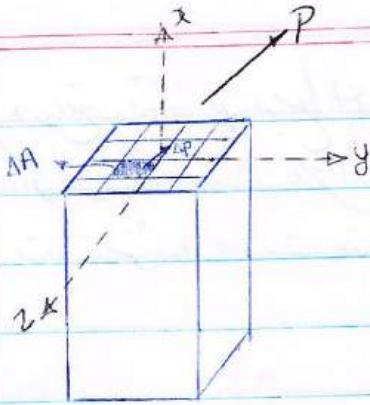


فرض کنیم عضو در صورت متقابل باشد



$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{P}{A}$$

* اگر به اندازه ضخامت عضو از محل اعمال بار برداشتم تنش یکنواخت می شود.



$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta A}$$

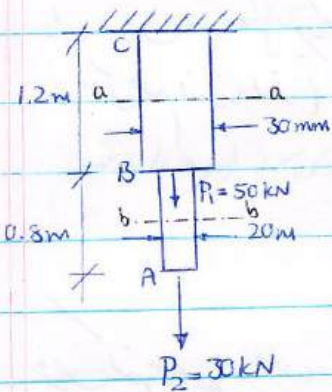
$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta A}$$

$$\tau_{xz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$$

مثال: محاسبه تنش در ریب جرقه

حل: در ریب قطعه مقطع جسم توزیع تنش یکنواخت است

در اینجا از فرض $\sigma = \frac{P}{A}$ استفاده می کنیم



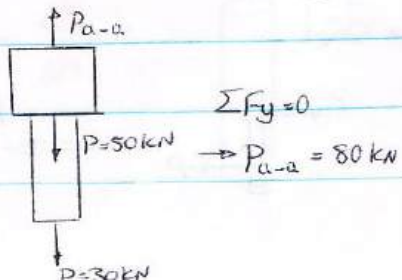
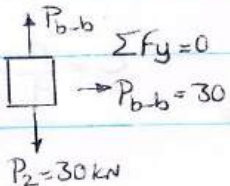
$$A_{a-a} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30)^2}{4}$$

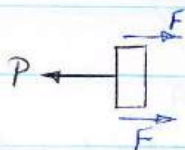
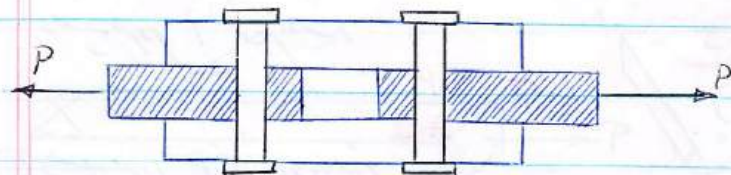
$$P_{a-a} = 80 \text{ kN}$$

$$A_{b-b} = \frac{\pi (20)^2}{4}$$

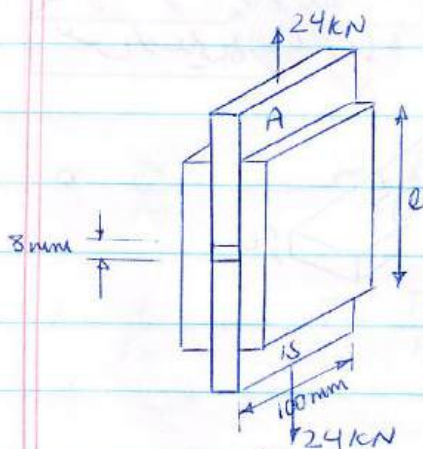
$$P_{b-b} = 30 \text{ kN}$$

$$\sigma_{a-a} = +95.5 \text{ MPa} \quad \sigma_{b-b} = +113.2 \text{ MPa}$$

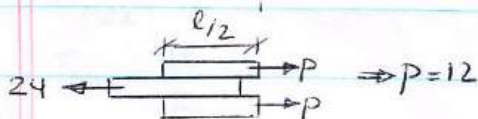
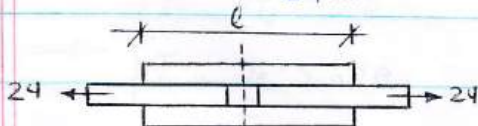




$$2F = P \Rightarrow F = P/2 \Rightarrow \tau = \frac{P}{2A}$$



مثال ۵ اگر در اینم تنش برشی متوسط
حد اکثر 800 kpa باشد و قصد برقیه A، B
8mm باشد، طول لایحه را پیدا کنید و برآورد
تنش برشی از 800 kpa تجاوز نکند.



$$\tau = \frac{12 \times 10^3}{(e/2 - 4) 100} = 800 \times 10^{-3}$$

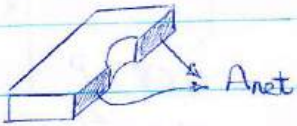
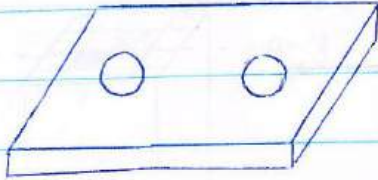
$$\Rightarrow e = 308 \text{ mm}$$

و شد نیرو در کم گشتی باشد

$$\sigma = \frac{P}{A_{net}}$$

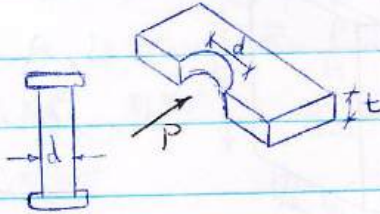
و شد نیرو در کم فشاری باشد

$$\sigma = \frac{P}{A_{net}}$$

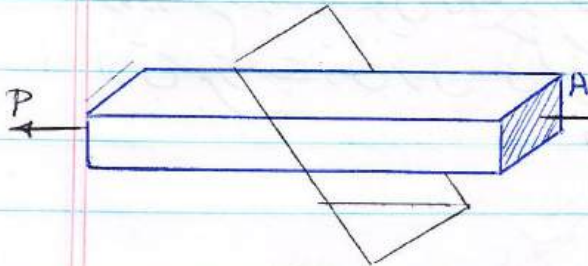


نسبت کششی (کشش) و

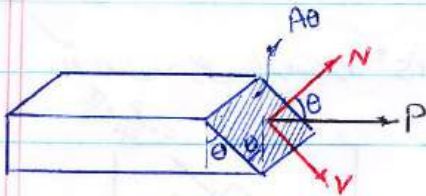
$$\sigma_b = \frac{P}{dt}$$



مولفه های تنش بر روی سطح شیب دار



$$\sigma_0 = \frac{P}{A}$$



$$\begin{cases} N = P \cos \theta \\ V = P \sin \theta \end{cases} \quad A = A_0 \cos \theta$$

$$A =$$

$$\sigma = \frac{N}{A_0} \Rightarrow \sigma = \frac{P \cos \theta}{A / \cos \theta} \Rightarrow \sigma = \frac{P}{A} \cos^2 \theta$$

$$\tau = \frac{V}{A_0} \Rightarrow \tau = \frac{P \sin \theta}{A / \cos \theta} \Rightarrow \tau = \frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta$$

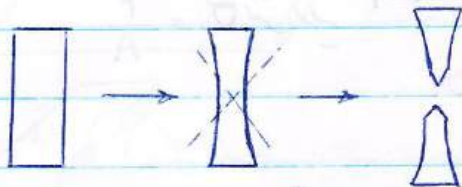
$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma = \sigma_0 \cdot \cos^2 \theta \\ \tau = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\theta \end{cases}$$

$$\sigma_{\text{Max}} = \sigma_0$$

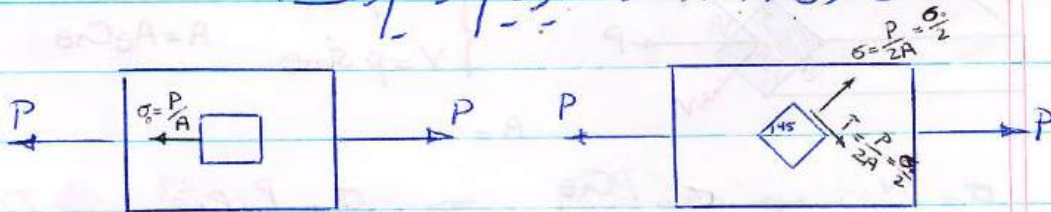
$$\tau_{\text{Max}} = \frac{\sigma_0}{2}$$

* اگر $\theta = 0^\circ$ باشد σ ، ماکزیمم می شود.
* اگر $\theta = 45^\circ$ باشد τ ، ماکزیمم می شود.

فولاد تنگ سازه که رانگس می دهند، فولاد متوالاً کشیدنی است و برشی است.
 افتادن چمبرزدانند و تنش نرمال حاصل کشیدنی است.



اگر همان بار را به 45° بچرخانیم خواهم داشت:



بار برشی و محدثه بار برشی می تواند تحمل کند تا گسیخته شود به عبارت دیگر
 بار است که کشیدنی را بار برشی می گویند.

تنش برشی و محدثه تنش برشی می تواند تحمل کند تا گسیخته شود.

بار مجزا (بار طرایی) Manufacturing: کار سرد شدن فولاد در آب سرد است.
 بار مجزا (بار طرایی) در دوز سردی که در آن جابجایی سردی بود پس باقی فولاد در آن
 داخل ایستاد.

Transportation: یعنی کار که در آن فولاد در دوز سردی

Installation: نصب و ایستادن فولاد در دوز سردی است.

Loading: بارگیری فولاد در دوز سردی است.

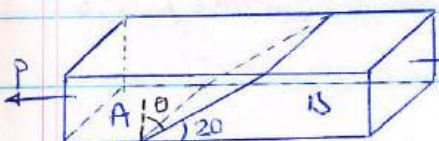
Environment, Material

تأثیر محیط و مواد بر بار مجزا

$$\text{بار مجزا} = \frac{\text{بار طرایی}}{\text{ضریب ایمنی}}$$

بار مجزا: بار که در دوز سردی قرار میگیرد. ضریب ایمنی: ضریبی که در دوز سردی
 قرار میگیرد.

مثال ۸: دو جسم جوی A, B دارای سطح مقطع
 یکسان $70 \times 110 \text{ mm}^2$ تحت یک فشار
 متصل شده اند. اگر بدینم تنش می کششی برای
 است 500 kPa وزن شود تعیین کنید حداکثر نیروی P که بتوانیم بر این عضو وارد
 کردیم.

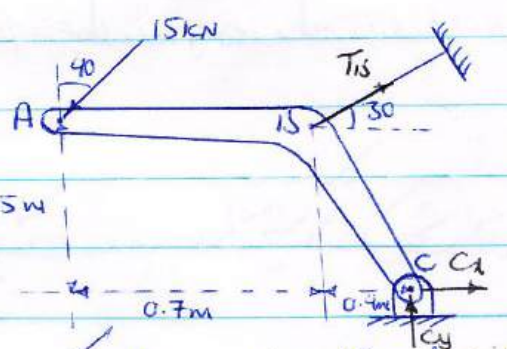
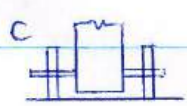


$$\theta = 90 - 20 = 70$$

$$T = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\theta = 500 \times 10^{-3} \text{ (pMPa)}$$

$$\Rightarrow \sigma_0 = \frac{P}{A} \Rightarrow P = \frac{500 \times 10^{-3} \times 2 \times (70 \times 110)}{\sin(2 \times 70)} = 11979 \text{ N} = 12 \text{ kN}$$

مثال ۹: اگر جسم نشان داده شده از فولاد
 باشد فولاد دارای تنش کششی نهایی
 $T = 350 \text{ MPa}$ می باشد. این عدد
 برای این فولاد نقطه تسلیم می شود
 استفاده قرار می گیرد. اگر ضرب این
 عدد نظر بر این شد ۳.۵ در نظر گرفته شود و تعیین کنید فولاد در اچ ای ای می باشد.

$$T_{\text{allowable}} = \frac{350}{3.5} = 100 \text{ MPa}$$

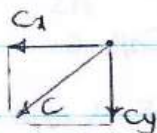
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow T_{15} (0.4 \sin 30 + 0.5 \cos 30) - 15 (1.1 \cos 40) - 15 (0.5 \sin 40) = 0 \Rightarrow T_{15} = 27.58 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -15 \sin 40 + 27.58 \cos 30 + C_x = 0$$

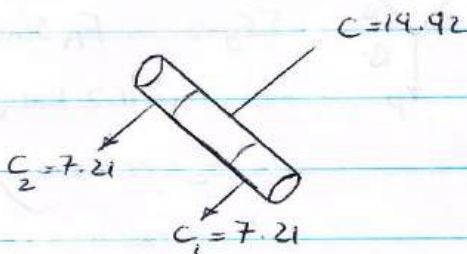
$$\Rightarrow C_x = -14.24$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -15 \cos 40 + T_{15} \sin 30 + C_y = 0$$

$$\Rightarrow C_y = -2.31 \text{ kN}$$

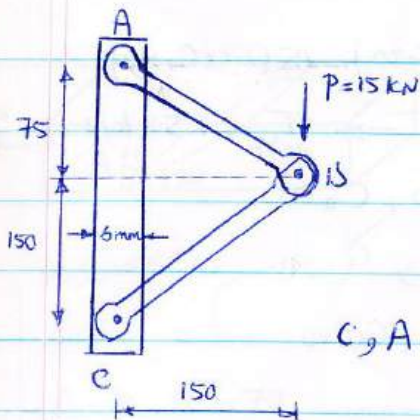


$$C = 14.42 \text{ kN}$$

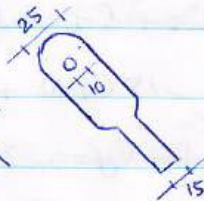
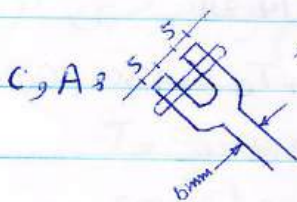


$$\tau = \frac{C/2}{A} = \frac{14.42 \times 10^3}{2 \times \pi (d^2)/4} = 100 \Rightarrow d = 9.58 \text{ mm}$$

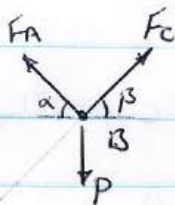
allow
able



مثال: مطلوب است تنش کششی برای قائم در اعضای
 میلبر AB و ISC و همچنین تنش برشی برای
 پی در C. (قطعات پس از بارگذاری در این سازه
 10 mm فرض کنید)



$$\begin{cases} \alpha = 25.56^\circ \\ \beta = 45^\circ \end{cases}$$



$$\sum F_x = 0 \quad -F_A \cos \alpha + F_C \cos \beta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_A \sin \alpha + F_C \sin \beta = P$$

$$\Rightarrow F_A = 11.2 \text{ kN} \quad \text{کشش}$$

$$F_C = 14.1 \text{ kN} \quad \text{فشار}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_A}{A_A} = \frac{11.2 \times 10^3}{6 \times 15} = 124 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_A}{A_{net}} = \frac{11.2 \times 10^3}{2(25-10)5} = 74.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ISC} = \frac{F_C}{A} = \frac{14.1 \times 10^3}{6 \times 15} = 156.67 \text{ MPa}$$

تنش کششی برای قائم

کشش

فشار

* مجموع فشار است A_{net} از خواص

$$\sigma_{dc} = \frac{F_c}{A} = \frac{14.1 \times 10^3}{2 \times 25 \times 5} = 56.4 \text{ Mpa}$$

قشر

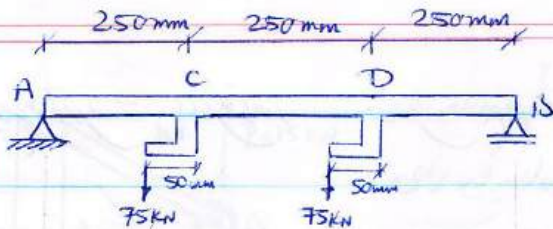
می باشد تنش الاستیک نیست پس باید

$$\sigma_b = \frac{F_c}{A} = \frac{14.1 \times 10^3}{2 \times 10 \times 5} = 141 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_b = \frac{F_c}{A_{cشر}} = \frac{14.1 \times 10^3}{10 \times 6} = 235 \text{ Mpa}$$

می باشد تنش الاستیک نیست پس باید

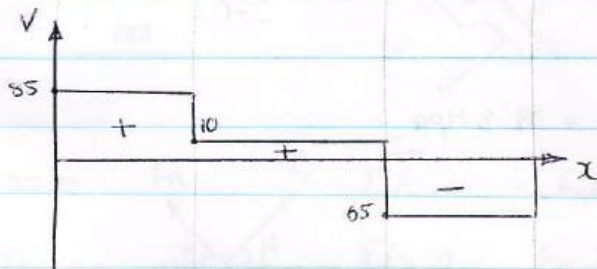
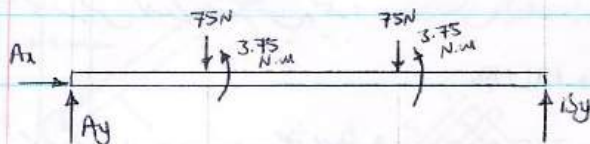
$$\tau = \frac{P}{2A} = \frac{14.1 \times 10^3}{2 \times \pi (10)^2 / 4} = 89.8 \text{ Mpa}$$



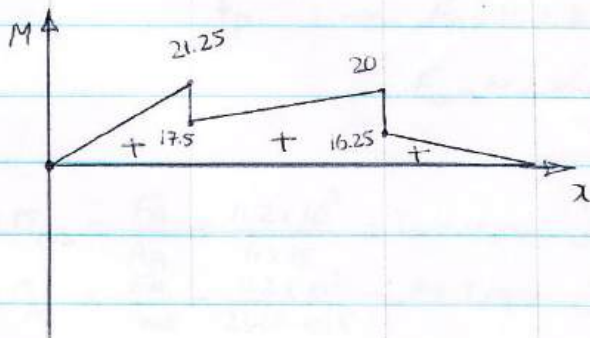
مثال ۵: محاسبه رسم دیاگرام نیروی
برشی و گشتاور

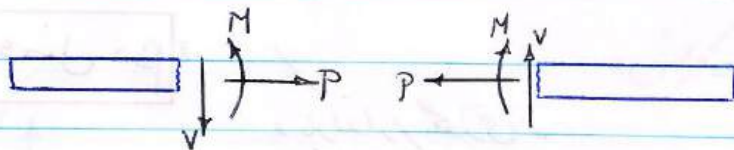
$$\sum M_A = 0, \sum F_y = 0$$

$$B_y = 65 \text{ N} \quad A_y = 85 \text{ N}$$



$$\begin{cases} V_2 - V_1 = \int q dx \\ M_2 - M_1 = \int V dx \end{cases}$$



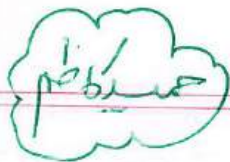


وارداد 8

سؤالات پیچیده در Beer - Johnston 8

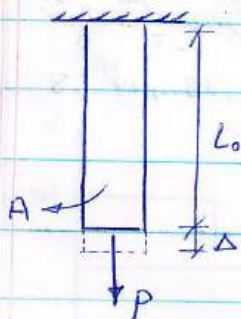
فصل 1 : 55 , 49 , 41 , 36 , 26 , 24 , 20 , 18 , 14 , 8

فصل 7 : 66 , 30 , 20 , 19



فصل دوم

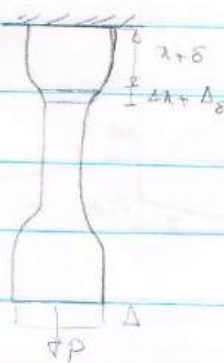
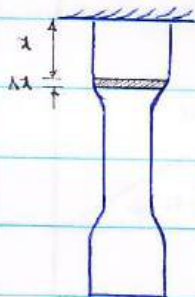
« بارندار محوری »



$$\bar{\sigma} = \frac{P}{A}$$

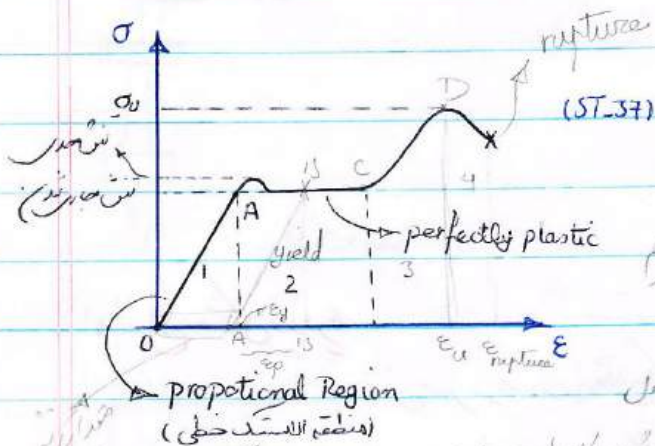
$$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}$$

ع کشش (strain) است و بدون هیچ واحد است.



$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} = \frac{d\sigma}{dx}$$

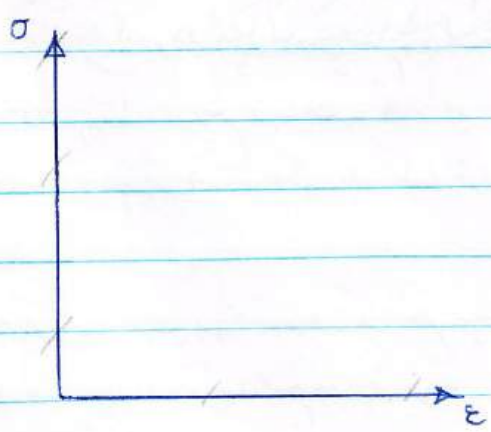
رسم دیاگرام تنش - کرنش

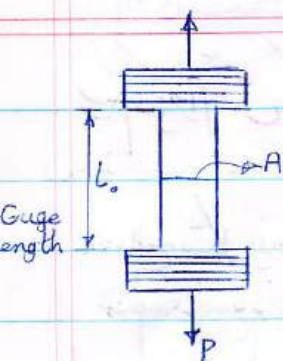


مصلح شکل پذیر فولاد صنعتی (ST-37)
 تنش حین کشش پس از تسلیم در صدم و دردی بود
 که بعد از کشش حین کشش دیگر افزایش پیدا نکردیم
 تا به جایی

در OA که به این مرحله تغییر شکل بر جات اول
 یک بار در کشش انجام شده بود می شود و حالا در مصالح در
 منطقه OA کشش می شود

مصلح توده





اصلاح شکل پذیر و مصالح شکننده دافعه تغییر شکل را نمی پذیرد

اصلاح شکل پذیر

- * در منطقه 1 یا پلاستیک به تنش منفرجه اصلاح و تغییر شکل منوی بود. Linear Elastic 1
- * در منطقه 2 یا yield اصلاح دلی شود و جابجایی شود و هیچ اتفاقی از تنش بر نمی آید. تغییر شکل کامل منوی رخ (پلاستیک) است. 2 yield
- فولاد کار ساخته می شود و پس از کشش به نقطه 1 یا 2 می رسد.
- اگر جابجایی به نقطه 3 یا 4 برسد از نقطه A تا E ϵ_p است. از نقطه 3 یا 4 اصلاح می شود.
- منطقه 5 یا 6 رسم می کنیم (منطقه الاستیک) مقدار طول از صفر است و به مقدار کرنش می آید.
- بعدی می کشیم در طایفه 5 یا 6 منطقه 5 یا 6 تغییر می یابد و در رسم اثر می آید.
- * در 7 یا 8 تغییر در رسم می آید. 7: Strain hardening
- منطقه 8 یا 9 کشش می کشند. در هیچ کشی در دایره و در دایره منطقه می کشند.

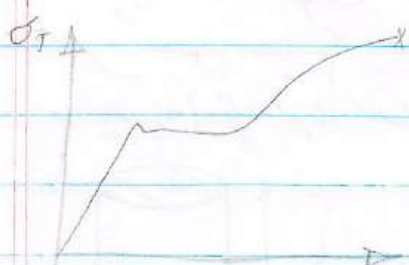
این منطقه ۲ از منطقه ۱ کوچکتر است. فقط در اکثر موارد در منطقه ۱
 Ultimate strain + تنش در منطقه ۱



در منطقه ۲

اینکه با افزایش بار تغییر شکل شود

۴۵ necking



تنش واقعی و کرنش حقیقی در نقطه نبرد سطح مقطع واقعی

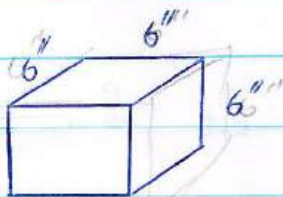
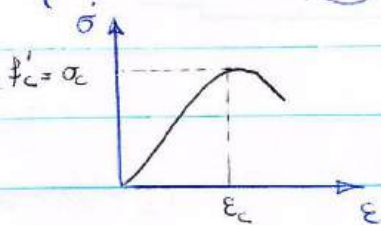
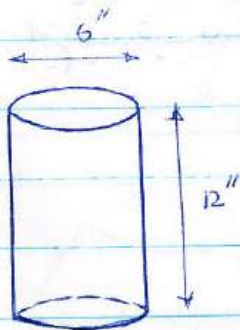
$$\text{True stress } \sigma = \frac{P}{A_T}$$

تغییر شکل پلاستیک در این مصالح برابر با تغییر طولی است که در آن رخ می‌دهد و در آن

فولاد $E = 200 \text{ Gpa} = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

تنش $E = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

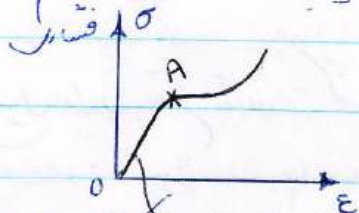
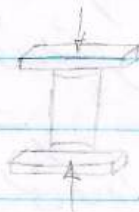
عده مصالح بر دو مقاومت کششی و فشار یکسانی ندارد. تنش مقاومت کششی این
 به نسبت کمتر از فولاد است.
 بتن و سنگ در هیچ مقاومت کششی نمی دارند.
 استاندارد ACI برابر می سه مقاومت فشاری تنش



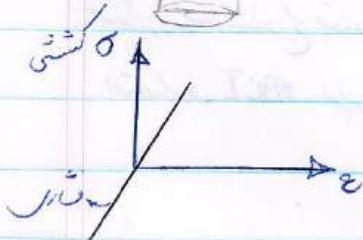
استاندارد آکس σ_c (در این مصالح چون مقاومت فشاری
 بتن زیادتر است می اندازند) را تقسیم بر 1.2 می کنند.

تست فشار فولاده
مقاومت فشار و کشش از مصالح شکل پذیر مانند فولاد در محدوده الاستیک خطی مشخص
بوده و نسبت منحنی ارتجاعی نیز به هم برابر است.

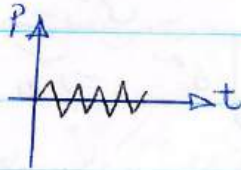
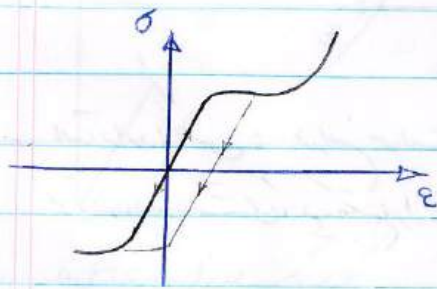
کشش $E = E$ فشار



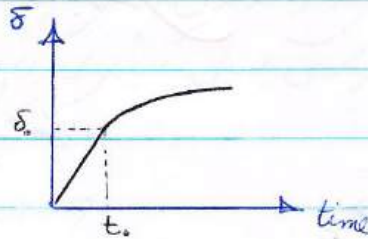
این نسبت با نسبت دجهت کشش برابر است



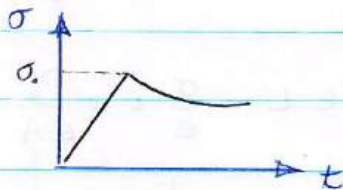
اگر به تنش σ در نمودار دجهت را برآوردیم



خزش



عضو مصالح وقتی که به استقامت پلاستیک می رسد تغییر شکل پرممانی پیدا می کند

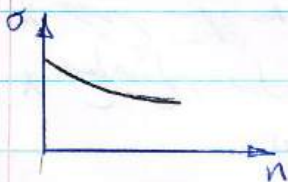


$$\frac{J_0}{A^3} = \delta$$

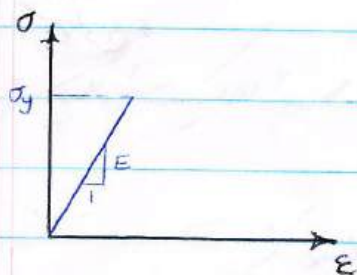
خستگی

فشاری که یک ماده در طول زمان به آن می رسد و باعث خستگی می شود

تعداد چرخه ها



تغییر شکل محصور در اعضا تحت بار محصور



کل فراموشی که در محسوسه الاستیک محسوس است

عضو متحمل عضو یا مقطع متشدد است

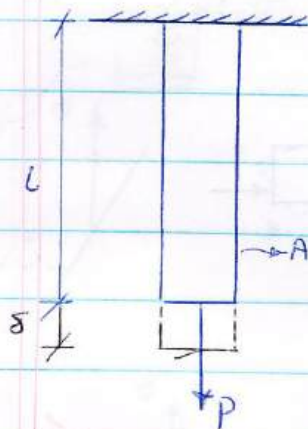
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\sigma = E \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \Rightarrow \delta = \epsilon \cdot L = \frac{\sigma}{E} \cdot L = \frac{PL}{EA}$$

$$\delta = \frac{PL}{EA}$$



* محدودیت در تغییر شکل است. محدودیت عضو متشدد است. تغییر شکل می شود

* سطح مقطع و مدول الاستیک با δ رابطه عکس دارد.

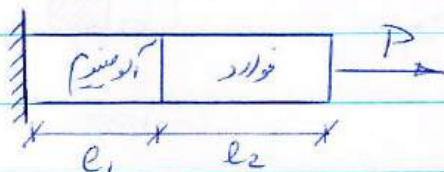
$$1) \delta = \frac{PL}{EA} \Rightarrow P = \frac{EA}{L} \delta \quad (\text{افزودن سختی})$$

ثابت و سختی محصور در واحد طول (stiffness) $\rightarrow \frac{EA}{L}$
 برای یک سازه در یک تغییر محوری دنبال این می‌گردیم $\frac{EA}{L}$ است.

2) $\delta = \frac{PL}{EA}$ (از طول می‌آید)

ثابت درونی محصور در واحد طول (Compliance) $\rightarrow \frac{L}{EA}$

نکته: در رابطه $\delta = \frac{PL}{EA}$ با نیروی P و سطح مقطع A و جنس مصالح با ثابت E می‌توانیم از طول L استفاده کنیم.



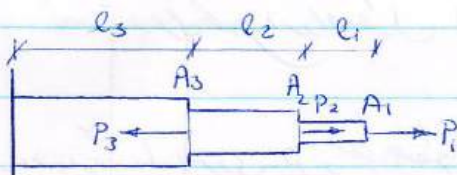
مثال: تغییر طول محصور عضو متوالی را حساب کنید.

$$\delta = \frac{Pl_1}{AE_1} + \frac{Pl_2}{AE_2}$$



$$\delta = \int_0^L \frac{p(x) dx}{AE}$$

مثال تغییر مکان عضو متجانس را بدست آوریم



مثال تغییر مکان بخش از یک عضو
را بدست آوریم

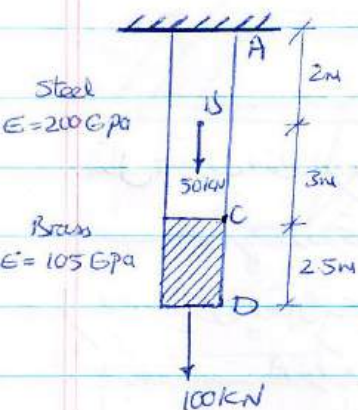
$$\delta = \sum_{i=1}^3 \frac{P_i l_i}{E_i A_i}$$

→ نحوه در تقاطع خاصی به طور نامتناهی تغییراتی در سطح مقطع مایه و در محاسبات مایه
دارند یا نه

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{P_i l_i}{E_i A_i}$$

حرفه در مقطع خاصی در طول عضو در محوری یا خارج مقطع و در طول از یک طرف به صورت توانی پیوسته بیان شوند به طور کلی این توابع باید به گونه ای تغییرات را بیان کنند که در رده در طول عضو باشد و نگاه در طول تغییر شکل محور از رابطه زیر می توان خواص داشت

$$\delta = \int_0^L \frac{P(x) dx}{E(x) A(x)}$$



مثال: قطر عضو را چقدر باید ثابت و 36 است. اگر در این عضو هر قطر شود معلوم است

فرض این تغییر شکل محوری در نقطه C و D

* هرگاه تغییرات بطور پیوسته صورت گیرد از استرین استفاده می کنیم، اما اگر به طور ناگهانی صورت پذیرد از ϵ استفاده می کنیم.

$\delta_{D/A}$ و تغییر شکل محوری D نسبت به A

$$\delta_{D/A} = \delta_D - \delta_A = \delta_{D/C} + \delta_{C/B} + \delta_{B/A}$$

$$\delta_{C/A} = \delta_{C/B} + \delta_{B/A}$$

$$\delta_{C/A} = \frac{100 \times 10^3 \times 3}{200 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} (0.036)^2} + \frac{150 \times 10^3 \times 2}{200 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} (0.036)^2} = 2.95 \text{ mm}$$

$$\delta_D = \delta_{D/C} + \delta_{C/A} = \delta_{D/C} + 2.95 \text{ mm}$$

$$= \frac{100 \times 10^3 \times 2.5}{105 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} (36)^2 \times 10^{-6}} + 2.95 \text{ mm} = 2.34 + 2.95 = 5.29 \text{ mm}$$

مثال: تیوب استوانه‌ای بر روی تیرهای قرار دارد. تیوب خالی است. سیر این جسم

صاف جوش خورده در یک تیر P قرار می‌گیرد.

سیر بر روی تیرهای در سطح مقطع 1100 mm^2 بر روی

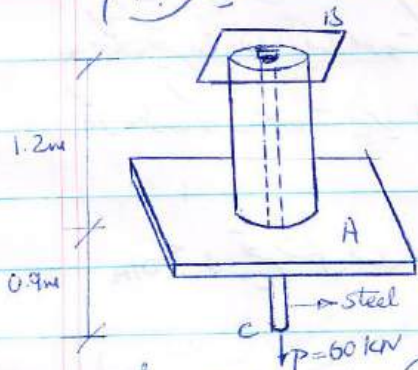
تیرهای 6 سانت قرار گرفته است. سیر فولادی

با قطر 15 mm مطابق شکل از یک صفحه

صاف که در بالای استوانه قرار گرفته است

او کشیده شده. اگر بدانی فولاد از جنس فولاد 200 GPa و آلومینوم 70 GPa باشد.

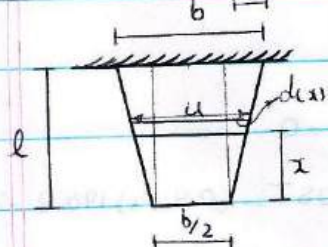
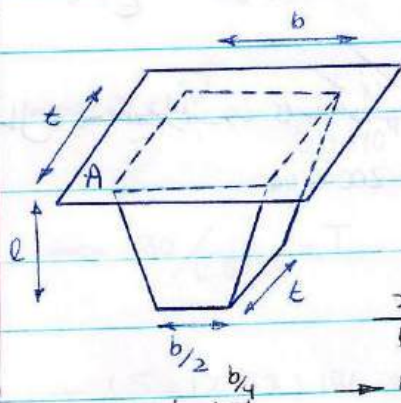
مطلوب است تغییر شکل نقطه C اگر بار 60 kN وضع شود.



$$\delta_c = \delta_{c/IS} + |\delta_{IS/A}|$$

$$= \frac{60 \times 10^3 \times 2.1}{200 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} (15)^2 \times 10^{-6}} + \frac{60 \times 10^3 \times 1.2}{70 \times 10^9 \times 1100 \times 10^{-6}} =$$

$$= 3.56 \text{ mm} + 0.935 \text{ mm} = 4.495 \text{ mm}$$



مثال: صفحه ذوزنقه‌ای در شکل با ضخامت

تخت t از مرکز A معلوم می‌باشد

از مرکز A عطف (حالا) حجم وزن

کنیم، معلوم است تغییر شکل صفحه در طول

وزن: δ

$$\frac{x}{l} = \frac{du}{\frac{b}{4}} \Rightarrow du = \frac{bx}{4l}$$

$$\Rightarrow u = \frac{b}{2} + 2du = \frac{b}{2} (1 + \frac{x}{l})$$

$$A(x) = u(x)t = \frac{bt}{2} (1 + \frac{x}{l})$$

$$p(x) = m(x)g = \rho V(x)g = \rho g t (\frac{b/2 + u(x)}{2}) x$$

$$= \rho g t x (\frac{b/2 (2 + \frac{x}{l})}{2})$$

$$\delta = \int_0^l \frac{p(x) dx}{E A(x)} = \int_0^l \rho g t x (\frac{b(2 + \frac{x}{l})}{4}) \frac{dx}{E \frac{bt}{2} (1 + \frac{x}{l})} = \int_0^l$$

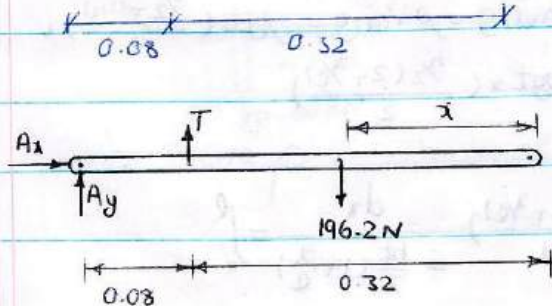
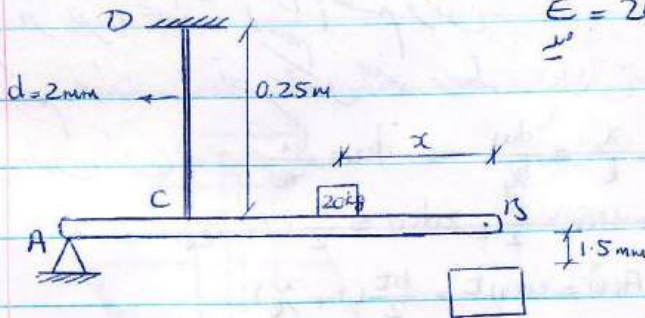
$$= \frac{\rho g}{2E} \int_0^l x \left(\frac{2+x/l}{1+x/l} \right) dx \quad 1+x/l = v \Rightarrow dx = l dv$$

$$= \frac{\rho g}{2E} \int_1^2 l(v-1) \frac{v+1}{v} l dv = \frac{\rho g}{2E} l^2 \int_1^2 \frac{v^2-1}{v} dv = \frac{\rho g}{2E} l^2 \int_1^2 \left(v - \frac{1}{v} \right) dv$$

$$= \frac{\rho g l^2}{2E} \left(\frac{1}{2} v^2 - \ln v \right) \Big|_1^2 = \frac{\rho g l^2}{2E} \left(3/2 - \ln 2 \right) = 0.403 \frac{\rho g l^2}{E}$$

مثال ۱: تغییر طول در یک ستون غیر یکنواخت

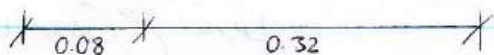
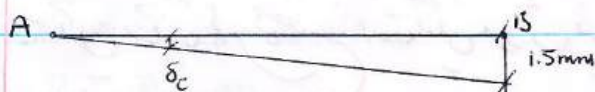
$$E = 200 \text{ GPa}$$



$$\sum M_A = 0$$

$$\Rightarrow 0.08T - (0.4 - 0.08) 196.2 = 0$$

$$\Rightarrow T = (5 - 12.5x) 196.2$$



$$\frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.4} = \frac{\delta_c}{0.08} \Rightarrow \delta_c = 0.3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^{-4} = \frac{T \times 25 \times 10^{-2}}{200 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} (4) \times 10^{-6}} \Rightarrow 3 \times 10^{-4} = T (0.0398) \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow 30 / 0.0398 = T \Rightarrow T = 753.77 \text{ N}$$

$$\rightarrow (5 - 12.5x) 146.2 = 753.77 \Rightarrow x = 0.092 \text{ m}$$

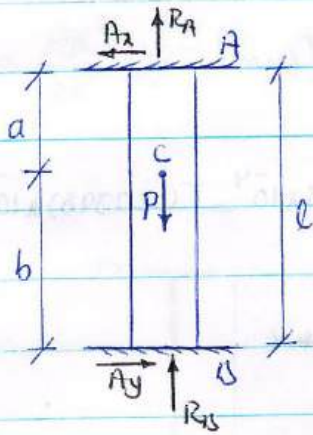
تحليل سازه کارنای معین استاتیکی بر روش نیروها

۱۲ روش سازه بر تغییر شکل

۱۱ روش جمع آثار و

روش

عکس العمل در نقطه ظاهر در A, B, اندیکت آورده

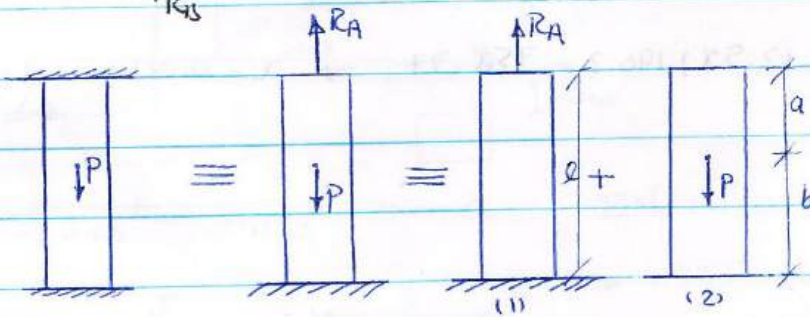


$$\sum M_c = 0 \Rightarrow A_x a + A_y b = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = A_y$$

$$\Rightarrow A_x (a+b) = 0 \Rightarrow A_x = A_y = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B = P$$



$$\delta_A = \delta_A^{(1)} + \delta_A^{(2)} = 0$$

الاستیک، تغییر شکل

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = \delta_A^{RA} + \delta_A^P = 0 \\ R_A + R_B = P \end{array} \right.$$

$$\delta = \delta_A^{RA} + \delta_A^P = 0 \Rightarrow \frac{R_A L}{E \cdot A} - \frac{P \cdot b}{EA} = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{P \cdot b}{L}$$

$$R_A + R_B = P \Rightarrow \frac{P \cdot b}{L} + R_B = P \Rightarrow R_B = P - \frac{P \cdot b}{L} = \frac{P \cdot a}{L}$$

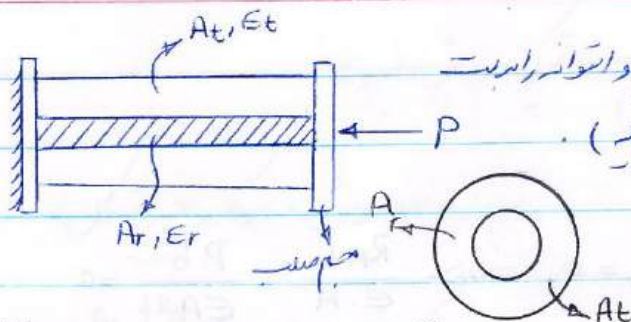
$$\Rightarrow R_A = \frac{P \cdot b}{L}$$

$$R_B = \frac{P \cdot a}{L}$$

پس برای حل باید از روش صحیح استفاده و روش را در تغییر شکل استفاده کنیم.

اصل سوپر پوزیشن (super-position principal) :

اصل سوپر پوزیشن (اصطلاح قوا و جمع آثار) می گوید که تنش که در تغییر شکل می باشد از یک مجموعه نیرو و برآور یک سیستم برابر است با جمع جبری تنش که در تغییر شکل می باشد.



مثال تنش که در موجود در غده و استوانه را بدست آورید (تنش های یکنواخت و غده).
یک غده نهایی وجود دارد.

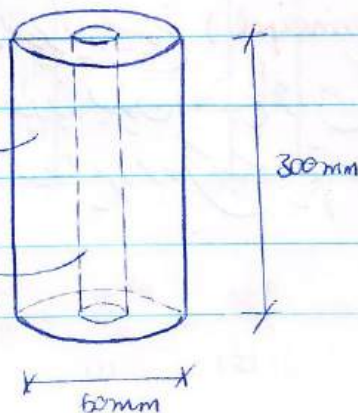
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow P_t + P_r = P \quad (1)$$

$$\delta_t = \delta_r$$

فقدان های تغییر شکل با برابری است.

$$\Rightarrow \frac{P_t \cdot L}{E_t \cdot A_t} = \frac{P_r \cdot L}{E_r \cdot A_r} \Rightarrow P_t = \frac{E_t \cdot A_t}{E_r \cdot A_r} P_r$$

$$\Rightarrow P_t = \frac{E_t \cdot A_t}{E_t A_t + A_r E_r} P, \quad P_r = \frac{E_r A_r}{E_t A_t + A_r E_r} P$$



مثال اگر اصل کل مجموعه را اندازه 0.4 mm یکنواخت گردد، این یکنواخت شدن توسط نیروی محوری موجودی است. محلول است. زیرا این نیروی وارده به این مجموعه و تنش موجود آن در حده برنجی.

$$P = P_a + P_b$$

$$\delta_a = \delta_b = -0.4 \text{ mm} = \delta$$

$$P = \left(\frac{E_a A_a + E_b A_b}{L} \right) \delta$$

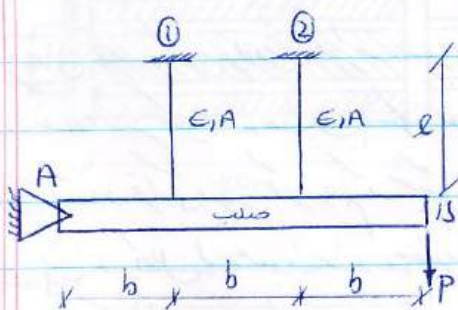
$$A_a = \frac{\pi}{4} (60^2 - 25^2) = 2336.6 \text{ mm}^2$$

$$L = 300 \text{ mm}$$

$$A_b = \frac{\pi}{4} (25)^2 = 490.9 \text{ mm}^2$$

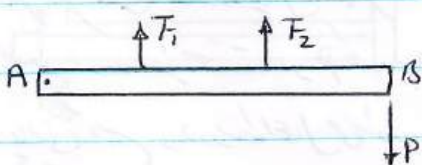
$$\Rightarrow P = -287 \text{ kN}$$

$$\sigma_b = \frac{P_b}{A_b} = \frac{\frac{E_b \cdot A_b \cdot \delta}{L}}{A_b} = \frac{105 \times 10^3 \times (-0.04)}{300} = -0.14 \text{ GPa}$$



مثال ۱ از عضو افقی AIS، استیل و فولاد، تنش کمی بوجود آمده در نقاط ۱، ۲، و ۳ می باشد.

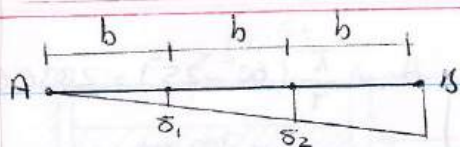
چون عضو صلب است پس تغییر شکل ندارد.



$$\sum M_A = 0 \rightarrow$$

$$F_1 \times b + F_2 (2b) - P(3b) = 0$$

$$\Rightarrow F_1 + 2F_2 = 3P \quad \textcircled{I}$$

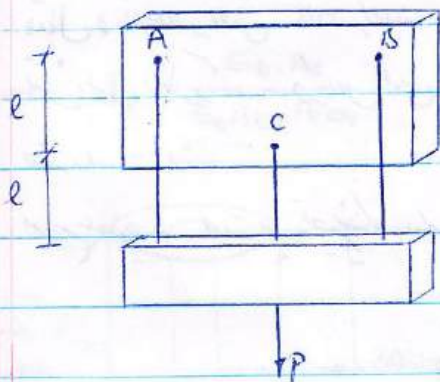


$$\delta_1 = \frac{1}{2} \delta_2$$

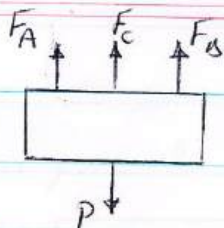
$$\Rightarrow \frac{F_1 L}{EA} = \frac{F_2 L}{2EA} \rightarrow F_2 = 2F_1 \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow 5F_1 = 3P \Rightarrow F_1 = \frac{3}{5}P, \quad F_2 = \frac{6}{5}P$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \frac{3P}{5A} \quad \sigma_2 = \frac{6P}{5A}$$



مثال ۸: یک تیر فولادی با مقطع مربعی برای
 نه دانسته یک عضو مطابق شکل مورد
 استفاده قرار می‌گیرد. اگر بدانی که چگونه
 تیر در کابل به وجود می‌آید، مطلوب است
 نیروهای کششی موجود در کابل به هر کدام
 صحت مورد نظر است. بار P که بر روی
 پائینی آنخ و در وسط اعمال می‌شود.

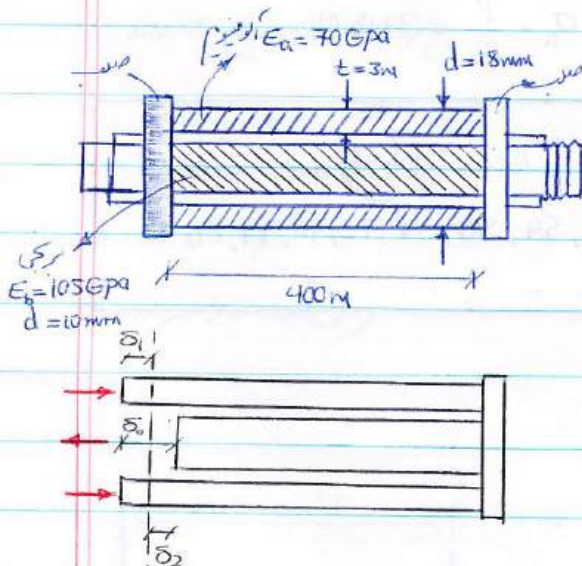


$$F_A + F_B + F_C = P \quad (\sum F_y = 0)$$

$$F_A = F_B \quad (\sum M = 0)$$

$$\delta_A = \delta_B = \delta_C \Rightarrow \frac{F_A (2L)}{EA} = \frac{F_C L}{EA} \Rightarrow F_C = 2F_A = 2F_B$$

$$F_A + F_A + 2F_A = P \Rightarrow F_A = \frac{P}{4}, F_B = \frac{P}{4}, F_C = \frac{P}{2}$$



مثال 6 از فصل حرکت در 2mm باشد

و فاصله آنها را 1/4 تغییر می دهیم
محصولات تنش بر منب ای داده در

Salt ابرخی و نیوتن ابرخی

در ضمن صحت چپ باشد

$$\delta_0 = \frac{1}{4} (2\text{mm}) = 0.5\text{mm}$$

δ_1 - فرود شدن آلومینیم (برسته)

δ_2 - کشید و شدن Salt ابرخی

الطیاف را در تغییر شکل

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta_0 = 0.5\text{mm}$$

$$P_a = P_b = P$$

$$\delta_1 = \frac{P_a \cdot L}{A_a E_a} = \frac{P_a \cdot L}{70 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4} (18^2 - 12^2)}$$

$$\Rightarrow P_a = P_b = 5.621 \text{ kN}$$

$$\delta_2 = \frac{P_b L}{A_b E_b} = \frac{P_b \cdot L}{105 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4} (10)^2}$$

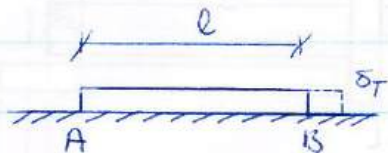
$$\sigma_b = \frac{P}{A_b} = 71.6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{P}{A_a} = 39.8 \text{ MPa}$$

سوالیات پستہار - johnstey - 1

13, 14, 26, 30, 43, 52, 54, 56, 64, 72, 76, 77, 81, 88
96, 102, 112, 118

مسائل مربوط به بارگذاری حرارتی (تغیض)



α : ضریب انبساط

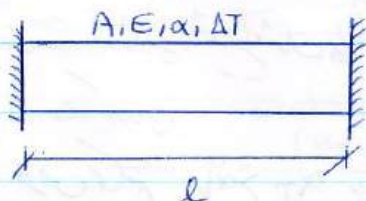
ΔT : اختلاف دما

$$\sigma_T = \alpha \cdot L \cdot \Delta T \rightarrow \sigma_T = \int_0^L \alpha \cdot T(x) \cdot dx$$

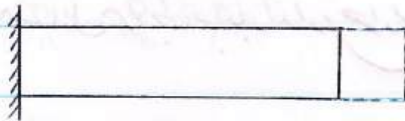
فولاد $\alpha_{\text{Steel}} = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

$$\epsilon_T = \frac{\sigma_T}{L} = \alpha \cdot \Delta T$$

* در مسائل تغییر استاتیکی اثرات بارگذاری حرارتی باعث تنش نمی شود زیرا این در صفا حالت مصالح برابری نمی شود.

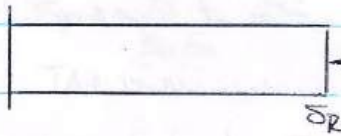


مثال عضو مثال دارای خصوصیات مشخص می باشد. تغییرات تنش در طول ایجاد شده در اثر بارگذاری ΔT دما.



$$\delta_T = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

سازه یک درجه نامعین است



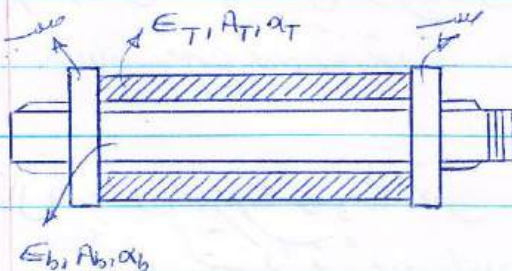
$$R_R \quad \delta_R = \frac{R_R \cdot L}{EA}$$

و اطراف بار تغییر شکل $\delta_T = \delta_R \Rightarrow \alpha \cdot L \cdot \Delta T = \frac{R_R \cdot L}{EA} \Rightarrow R_R = \alpha \Delta T AE$

$$\Rightarrow \sigma_s = E \alpha \Delta T$$

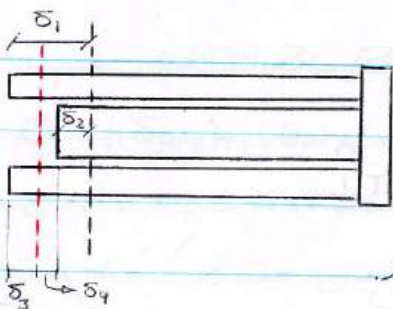
$$\sigma = E \cdot \epsilon_T = E \alpha \cdot \Delta T$$

راه دهنده رابطه مورد نیاز



مثال: تسمی ایجاد شده در Bolt و Nut به سبب افزایش دما ΔT را بدست آوریم. تغییر طول را نیز بدست آوریم.

فرض می کنیم $\alpha_T > \alpha_b$. اگر $\alpha_T = \alpha_b$ باشد تسمی ایجاد نمی شود.



معمولاً صلب است چپ را برنج داریم
موقعیت نهایی صلب در راستا

خط میانی قرار است

در این حالت یونته قسم دهی شود و Salt کشیده می شود.

$$\delta_1 - \delta_3 = \delta_2 + \delta_4 \quad (1) \quad \begin{matrix} \text{یونته} \\ \text{Salt (یونته)} \end{matrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 = \alpha_T \cdot L \cdot \Delta T \\ \delta_2 = \alpha_b \cdot L \cdot \Delta T \end{array} \right.$$

$$(2) \quad P_b = P_t = P$$

برای δ_3 و δ_4 تغییر طول را بدست آوریم و در طولی که بریم وصل را همان l در
طول می گیریم. (برای $l + \delta_2$)

$$\delta_3 = \frac{P \cdot L}{E_T \cdot A_T}$$

$$\delta_4 = \frac{P \cdot L}{E_b \cdot A_b}$$

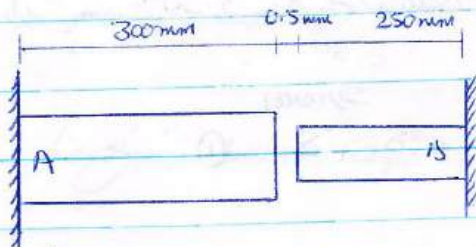
$$(1), (2) \Rightarrow \alpha_T \cdot L \cdot \Delta T - \frac{P \cdot L}{E_T \cdot A_T} = \alpha_b \cdot L \cdot \Delta T + \frac{P \cdot L}{E_b \cdot A_b}$$

$$\Rightarrow P = \frac{(\alpha_T - \alpha_b) \cdot \Delta T}{\frac{1}{E_T \cdot A_T} + \frac{1}{E_b \cdot A_b}}$$

تغییر شکل نهایی

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 = \delta_3 + \delta_4$$

$$\delta = \frac{(\alpha_T E_T A_T + \alpha_b E_b A_b) \Delta T \cdot L}{E_T A_T + E_b A_b}$$



مثال ۶: اگر دمای اینم در ابتدا دمای اولیه باشد ۲۰°C باشد، محاسب کنید درجه دمای تنش
 فولاد در عضو فولادی به میزان $\sigma = -150 \text{ MPa}$

خواص فولاد

$$\begin{aligned} A &= 2000 \text{ mm}^2 \\ E &= 70 \text{ GPa} \\ \alpha &= 2.3 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

خواص آلومینیوم

$$\begin{aligned} A &= 800 \text{ mm}^2 \\ E &= 190 \text{ GPa} \\ \alpha &= 18 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

در این دما طول

فولاد در عضو فولادی را حساب کنید

$$P = \sigma A_B = -150 (800) = -120 \text{ kN}$$

$$(\delta_p)_B = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} = \frac{-120 \times 10^3 \times 250}{190 \times 10^3 \times 800} = -0.1974 \text{ mm}$$



$$(\delta_p)_A = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} = \frac{-120 \times 10^3 \times 300}{70 \times 10^3 \times 2000} = -0.2571 \text{ mm}$$



$$\delta_p = -0.1974 + (-0.2571) = -0.4545 \text{ mm}$$

$$\delta_T = |(\delta_p)_B| + |(\delta_p)_A| + 0.5 \text{ mm} = |\delta_p| + 0.5 \text{ mm}$$

$$\delta_T = 0.5 + 0.4545 = 0.9545 \text{ mm}$$

تا 0.5 mm با افزایش طول دیو می شود. از این جا به بعد تغییر طول به علت وجود تکیه گاه می راند،
چپ خودش را به شکل تن و تولید نیروی کششی می دهد.

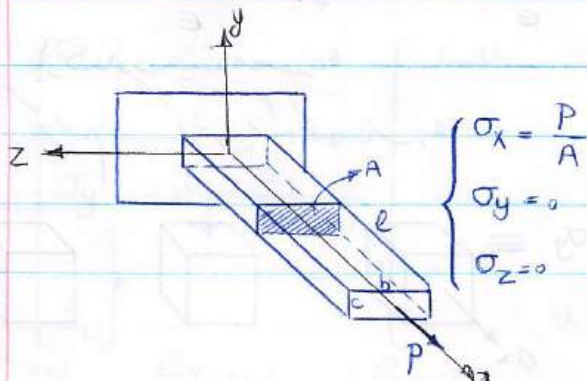
$$\delta_T = \sum \alpha_T \cdot L \cdot \Delta T = 18 \times 10^{-6} \times 250 \times \Delta T + 23 \times 10^{-6} \times 300 \times \Delta T = 0.9545$$

$$\Rightarrow \Delta T = 83.7^\circ$$

$$\rightarrow T = 20 + 83.7 = 103.7^\circ$$

$$\text{مقدار طول واقعی فولاد} = 250 + 18 \times 10^{-6} (250 \times 83.7) - 0.1974 = 250.179 \text{ m}$$

ضریب پواسون 8



$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{P}{EA}$$

از عضو تحت کشش قرار گیرد ابعاد جانبی آن طولی شوند (بار c)
 ثابت می شود برای ابعاد اینز و تورد $\epsilon_y = \epsilon_z$ است
 وقتی تنش (اعمال نیرو) در راستای محور x اعمال شود:

$$\nu = \left| \frac{\text{کاهش جانبی}}{\text{کاهش طولی}} \right| = \left| \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \right| = \left| \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \right|$$

$$\Rightarrow \epsilon_z = -\nu \epsilon_x$$

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ تحت العلاقة هستند

فولاد $\nu = 0.29 - 0.31$

آلومینیم $\nu = 0.2 - 0.25$

$$\epsilon_y = -\nu \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E} = \epsilon_z$$

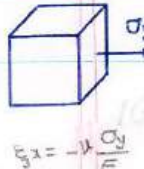
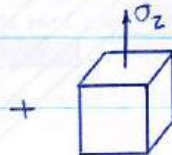
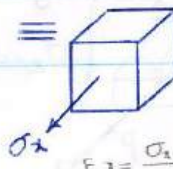
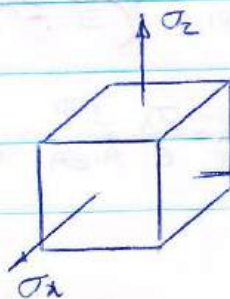
$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

بارگذاری چندمحوره

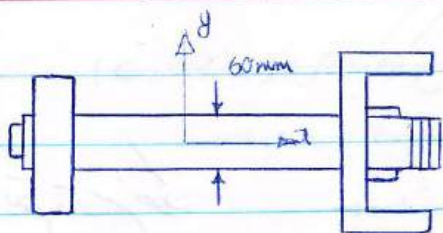
از هم تحت تنش ۳ محوره باشد



$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \end{cases} \rightarrow \text{تقسیم قانون هودک}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix}$$



مثال ۱: اگر در یک کلمه در یک ماده الاستیک خواص
Salt را اندازه 60.13 μm تغییر داده و نیروی
کششی زیاده در Salt را می توانیم

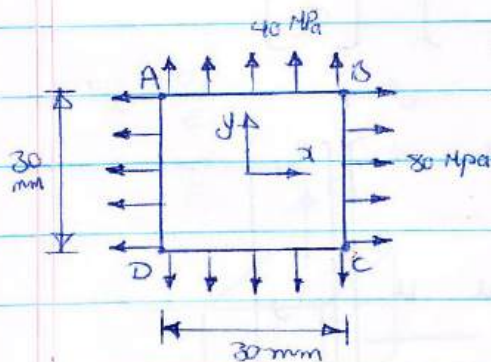
$$E = 200 \text{ GPa}, \quad \nu = 0.29$$

$$\epsilon_y = \frac{-0.13 \times 10^{-3}}{60} = -2.167 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_y = -\nu \cdot \epsilon_x \Rightarrow \epsilon_x = \frac{2.167 \times 10^{-6}}{0.29} = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{P}{AE}$$

$$\Rightarrow P = 79.724 \times 10^{-8} \times 200 \times 10^9 \times 2.826 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow P = 4.22 \text{ kN}$$



مثال ۲: صفحه مقابل یک شش درجه و قرار دارد

محیط - تغییر در اندازه ضلع AB, BC, AC
 $E = 200 \text{ GPa}$

$$\nu = 0.3$$

$$\sigma_x = \epsilon_x \cdot \overline{AB}$$

$$\sigma_y = \epsilon_y \cdot \overline{BC}$$

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \cdot \frac{\sigma_y}{E} = \frac{1}{200 \times 10^3} (80 - 0.3 \times 40) = 340 \times 10^{-6}$$

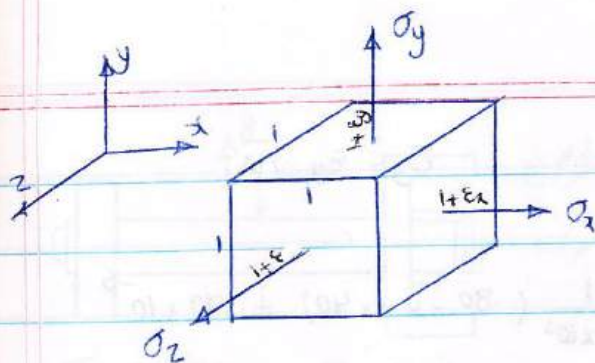
$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \cdot \frac{\sigma_x}{E} = \frac{1}{200 \times 10^3} (40 - 0.3 \times 80) = 80 \times 10^{-6}$$

$$\begin{cases} \delta_{AB} = \epsilon_x \cdot \overline{AB} = 340 \times 10^{-6} \times 30 = +10.2 \mu\text{m} \\ \delta_{BC} = \epsilon_y \cdot \overline{BC} = 80 \times 10^{-6} \times 30 = 2.4 \mu\text{m} \end{cases}$$

$$\Delta AC^2 = (\overline{AB} + \delta_{AB})^2 + (\overline{BC} + \delta_{BC})^2$$

$$\Rightarrow \delta_{AC} = 8.91 \mu\text{m}$$

	σ_x ↙	↑ σ_z	→ σ_y
ϵ_x	$\frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_z}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_y}{E}$
ϵ_y	$-\nu \frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_z}{E}$	$\frac{\sigma_y}{E}$
ϵ_z	$-\nu \frac{\sigma_x}{E}$	$\frac{\sigma_z}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_y}{E}$



گرنش حجم 8

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad L=1 \rightarrow \epsilon = \delta$$

$$V_0 = 1 \times 1 \times 1$$

$$V = (1 + \epsilon_x) \cdot (1 + \epsilon_y) \cdot (1 + \epsilon_z) =$$

$$\Rightarrow V = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z + \epsilon_x \epsilon_y + \epsilon_y \epsilon_z + \epsilon_x \epsilon_z + \epsilon_x \epsilon_y \epsilon_z$$

$$\Rightarrow V \approx 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$e = \frac{V - V_0}{V_0}$$

$$V_0 = abc \rightarrow \frac{V_0}{abc} = 1 \times 1 \times 1$$

$$V = (a + \delta_a)(b + \delta_b)(c + \delta_c) = abc(1 + \epsilon_a)(1 + \epsilon_b)(1 + \epsilon_c)$$

$$e = \frac{V - V_0}{V_0} = \epsilon_a + \epsilon_b + \epsilon_c$$

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

گرنش حجم در سه بعدی حجم سه بعدی است

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \quad \text{می توان گرنش حجم را اگر گرنش در یک$$

$$e = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{E} - \frac{2\nu(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E}$$

$$\Rightarrow e = \frac{(1-2\nu)(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E}$$

حالت خاص: جوجه حجم تحت فشار هیدرواستاتیک (اب) قرار می‌دهد

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$$

$$\Rightarrow e = \frac{-3(1-2\nu)p}{E}$$

ضریب p را با k نشان می‌دهند که به k مدول بزرگ می‌گویند.

مدول بزرگ ضریبی است که در استحکام حجمی مصالح در مقابل فشار هیدرواستاتیک مورد آزمایش قرار می‌گیرد. این ضریب در علم مکانیک خاک مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$e = \frac{-p}{k} \Rightarrow k = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

ماده را به در انظر درش حرکت و بهر دو نسبت این درش به درش باشد داریم

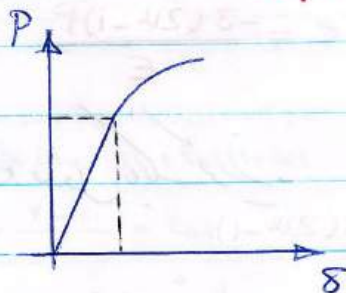
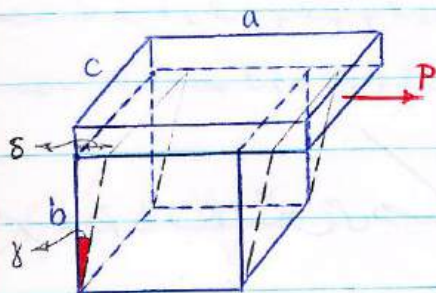
$$e < 0 \rightarrow k > 0 \rightarrow 1 - 2v > 0$$

$$\Rightarrow 0 < v < 1/2 \Rightarrow v_{Max} = 1/2$$

$$0 < v < 1/2$$

* مطابق تعریف مشت است.

گرنش برشی



$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{\delta}{b} \right)$$

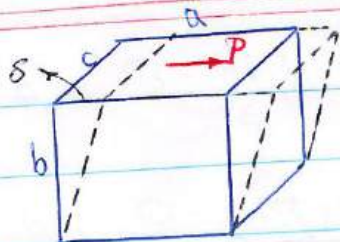
$$\gamma = \frac{\delta}{b}$$

چون δ بسیار کوچک است پس

γ را درش برشی گویند و واحد ندارد. تنها اثرش اینست که در محاسبه زاویه است

* $T = G\delta$ رابطه حوت برای تنش و کرنش برشی می نامند. ثابت G را مدول صلبیت یا مدول برشی ماده گویند.

$$\frac{1}{3}E < G < \frac{1}{2}E$$



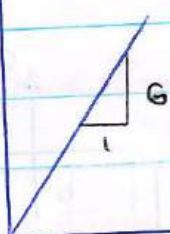
معمولاً برشی

در تغییر شکل برشی با هم سر بردند

تنش برشی $\tau = \frac{P}{a \cdot c}$

T (تنش برشی)

G مدول ارتجاعی برشی



δ (کرنش برشی)

$\tau = G\delta$ رابطه بین تنش برشی و کرنش برشی

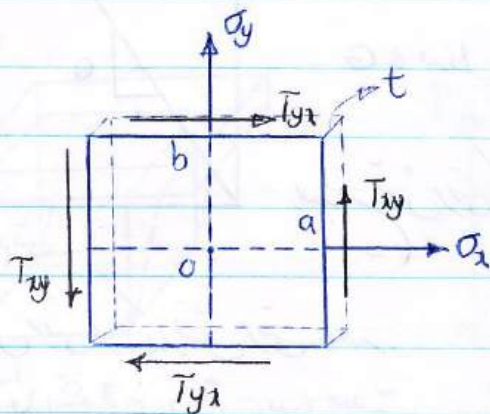
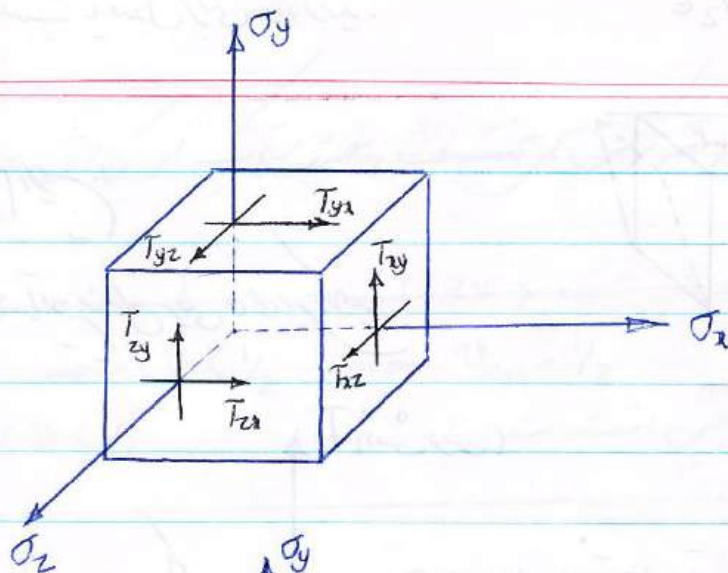
$G = \frac{\tau}{\delta}$ ($T = G\delta$)

G : تنش برشی برای کرنش برشی واحد.
 مدول ارتجاعی در برشی یا مدول صلبیت

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

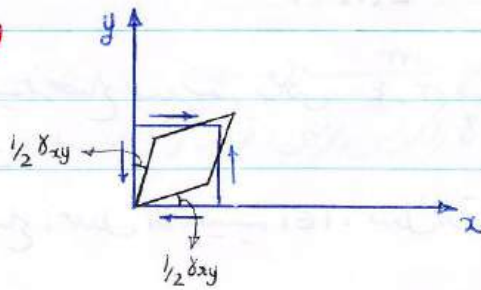
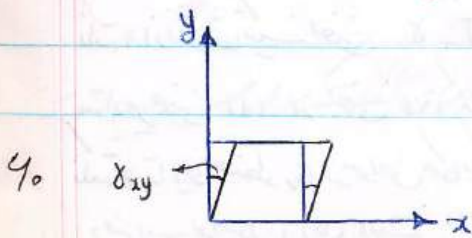
نکته: از نظر شتاب معنی T - δ حرکت از مصالح بسیار شبیه به معنی σ - ϵ است ولی مقادیر معنی (۱) از معنی (۲) کمتر است.

نکته: تا اینجا منظور ما از خواص مکانیکی مصالح، مدول الاستیسیته (E)، مدول ارتجاعی (G) و ضریب پواسون (μ) است.



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow T_{yx}(b \cdot t) a = T_{xy}(a \cdot t) b$$

$$\Rightarrow T_{yx} = T_{xy}$$



معادله‌ای تعیین قانون هooke

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)}{E}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)}{E}$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)}{E}$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

تنش سطح (plane stress)

$$\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

کرنش سطح (plane strain)

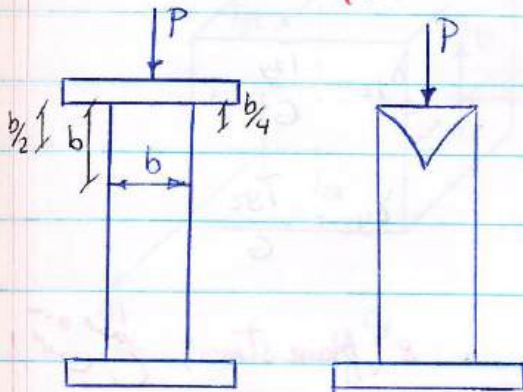
کرنش سطح، تنش سطح و کرنش

نکته: بررسی مقدارهای بالا و بارهای وارد شده بر اجزای کوچک تغییرات در
وجود آمده توسط ترکیبی دلخواه از تنش که وارد یک ماده خاص می‌کنیم، تحت تاثیر
ثابت‌های E ، ν ، G را به طور تجربی یا از معادله‌های تعیین می‌کنیم. در عمل فقط تعیین دو تا
از آن ثابت‌ها برای خواص ماده لازم است، زیرا که

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

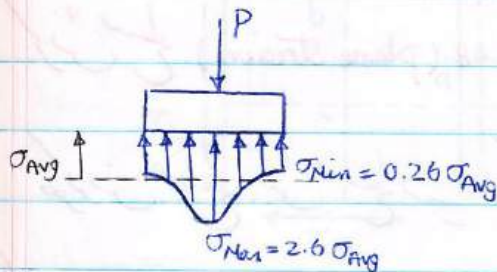
تغریزات

الف، اثر موضعی - ریل در محل تماس با ریل

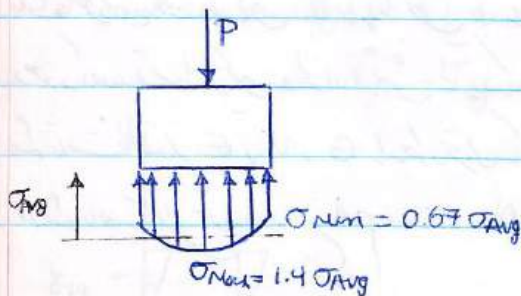


در $b/4$ ، $b/2$ ، b برش

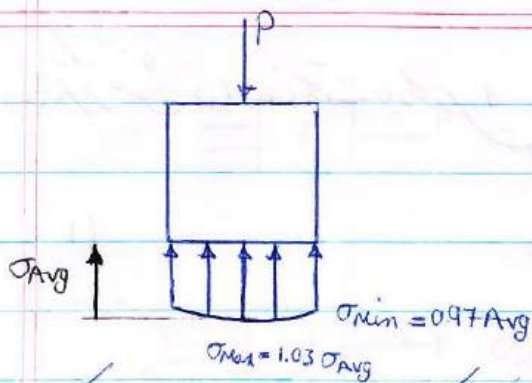
$$\sigma_{Avg} = \frac{P}{A}$$



ب $b/4$



ب $b/2$

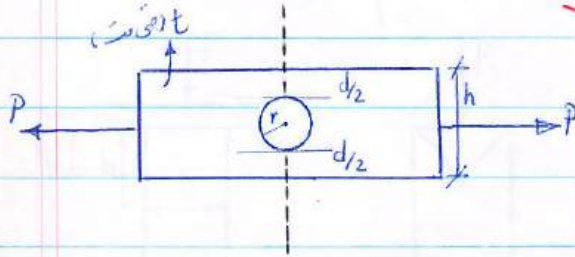


* پذیرش بهتر است از اعمال نیروی واحد صغیری کنیم و در یک رابطه نیروی را اعمال کنیم تا تنش σ_{avg} برابر کل سطح ای در شود.

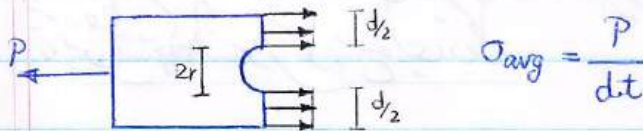
* در زندگی نکته ناخوشایند این است که اگر چیزی کمی ضعیف باشد و این پذیریم اغلب اوقات بهتر است که ضعیف تمام شود (مقاومت می‌خواهد)

این اصل (اصل یکنواختی) می‌تواند در توزیع فشار نیروی یک جسم در صورتیکه از نظر استاتیکی کاملاً یکسان باشند (برای مثال دو مجموعه نیرو یکسان باشد) در بخش‌هایی از جسم که بر اندازه کافی از نقطه اثر نیروها دور هستند (تقریباً بر اندازه عرض مقطع) دارای تاثیر یکسان هستند.

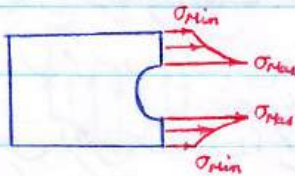
ب. تمرین در اعضا تحت بار محوری



(1)

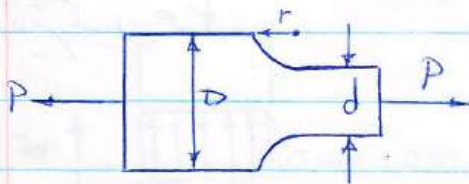


$$\sigma_{avg} = \frac{P}{d \cdot t}$$

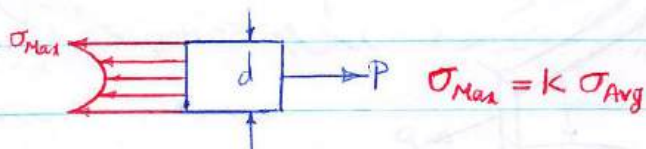
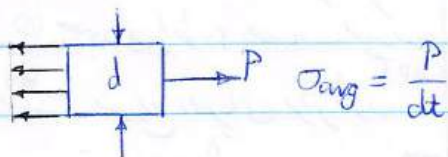


$$\sigma_{Max} = k \sigma_{avg}$$

$k \rightarrow$ تمرین در اعضا تحت بار محوری

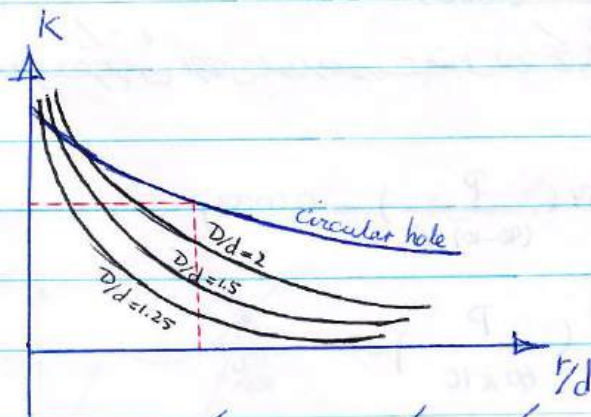


(2)

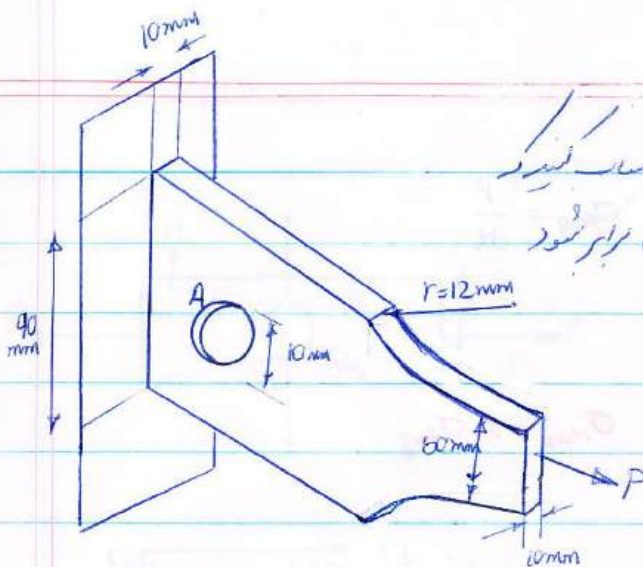


$$K = \frac{\sigma_{\text{Max}}}{\sigma_{\text{Avg}}}$$

* روابط $\sigma = \sigma_{Max}$ ، $\sigma = \sigma_{Max}$ ، $\sigma = \sigma_{Max}$



* طرحین برای راحت تر بودن، سعی می کند از ترسش احتیاط کند و در صورت
وجود آن نیز، می تواند در یکی اتفاق افتد.



الف) مشغولیت محاسبی را طوری حساب کنید
 که تنش در قسمت مشغولیت را به تنشی برابر شود
 با تنش در قسمت Fillet
 ب) اگر تنش میانه 150 Mpa فرض شود
 بار محاسبی را محاسبه کنید.

الف) $K = 2.64$ $r = 5 \text{ mm}$ $d = 90 - 10 = 80$ A قسمت مشغولیت را

$$\rightarrow \frac{r}{d} = \frac{5}{80} = 0.0625$$

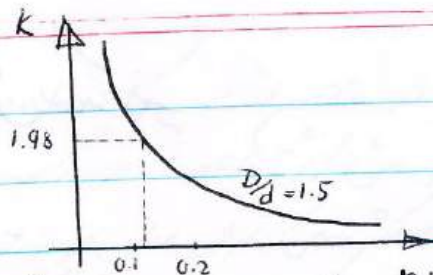
در این قسمت تنش از تنش میانه در صورتی که در قسمت مشغولیت باشد

$$\sigma_{Max}^{hole} = K \cdot \sigma_{Avg} = 2.64 \left(\frac{P}{(90-10) \times 10} \right) = 0.0033P$$

$$\sigma_{Max}^{Fillet} = K \cdot \sigma_{Avg} = K \left(\frac{P}{60 \times 10} \right)$$

$$\sigma_{Max}^F = \sigma_{Max}^h \rightarrow K \left(\frac{P}{600} \right) = 2.64 \left(\frac{P}{800} \right) \Rightarrow K = 1.98$$

$$\frac{D}{d} = \frac{90}{60} = 1.5$$



$$\frac{r}{d} = 0.12$$

مقیاس جدول r/d نسبت سی اس

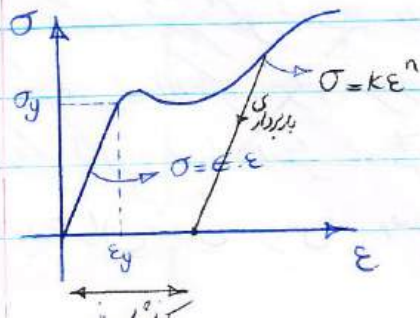
$$\frac{r}{d} = 0.12 \Rightarrow \frac{r}{60 \text{ mm}} = 0.12 \Rightarrow r = 7.2 \text{ mm}$$

$$\sigma = \sigma_{\text{Max}} = 150 \text{ Mpa}$$

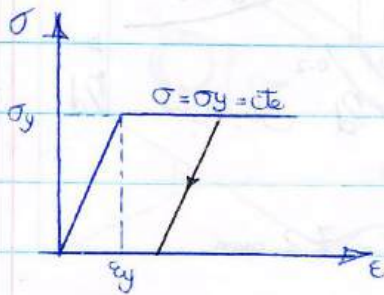
(ب)

$$\Rightarrow 0.0033p = 150 \text{ Mpa} \Rightarrow p = 45.5 \text{ kN}$$

تحلیل غیر ارتجایی اعضا تحت بار محوری



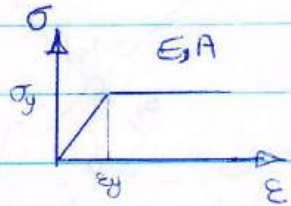
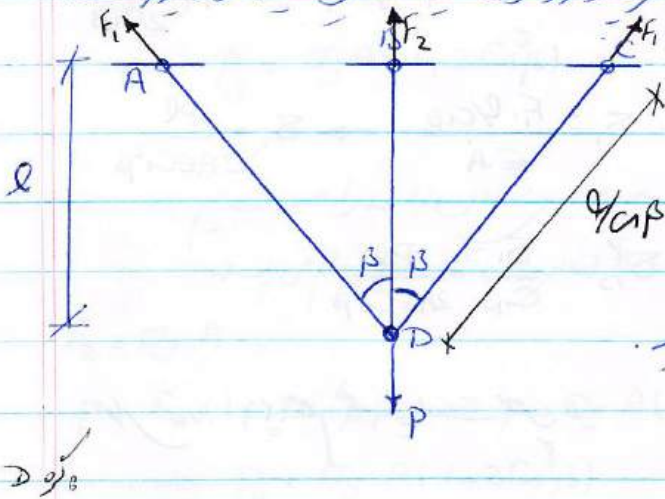
گرفتار شدن و در نتیجه تنش است که تنش را می‌توانند



در دل مصالح اصلاح شده مدل تنش است
این مدل elastic perfectly plastic نام دارد.

نکته: این مدل تنش غیر ارتجاعی در باره بار محض است. این است که بار را به حالت
که در باره بار محض است این شکل نیز دایره داخل معادله تنش که به بارهای می‌تواند
به بارهای تنش می‌تواند کنترل کرد که این دارد منطقه غیر ارتجاعی شده نام
مصرف. اما در این صورت نام محض است این شکل می‌شود. در این نوع باره که
بازی به تنش می‌تواند در این که معمولاً تنش نیز دایره محدود اصلی محض رابطه
بازگشتی تغییر شکل است. داریم. در این صورت می‌تواند کنترل شود که تنش که
در محدوده الاستیک برای هر ماده باشد. در این صورت می‌تواند به حالت تغییر
شکل که از روابط الاستیک خطی نیروی صاف را قرار داد و می‌تواند حاصل شود.
به عنوان مثال: خرابی به این صورت که در نظر می‌گیریم. این خرابی از نظر استاتیکی

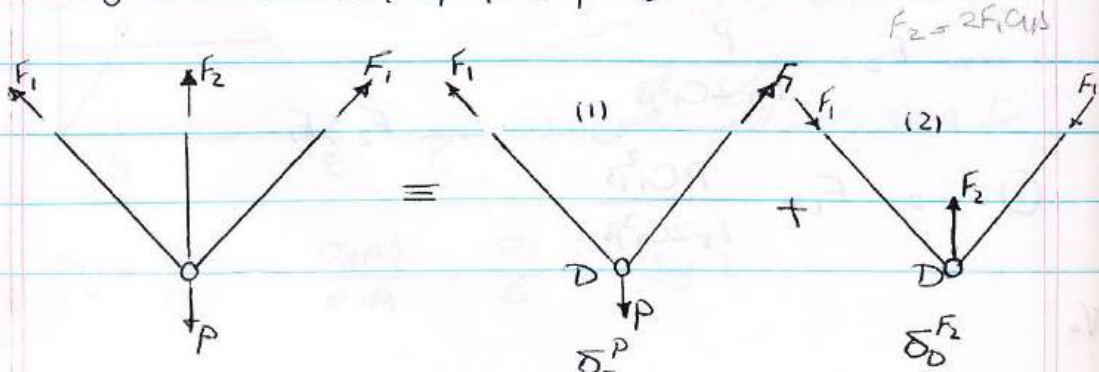
یک درجه خاص است. اگر عضل خون از حد E , A ثابت باشد
و حتی تنش ارتجاعی عضل خون در حد E A ثابت باشد
کینه حرکت می دهد که توان را این خون دارد و نمودار کینه نمودار است



فصلی باغچہ مکمل ایندیزم سے

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_A = F_C = F_1$$

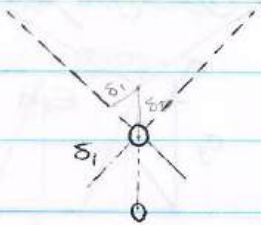
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2F_1 \cos \beta + F_2 = p \quad (1)$$



$$\delta_D^P - \delta_D^{F_2} = \frac{F_2 \cdot l}{EA}$$

$$\delta_D = \frac{\delta_1}{C_1 \beta}$$

(11)



$$2F_1 C_1 \beta = P \Rightarrow F_1 = \frac{P}{2C_1 \beta}$$

$$\delta_1 = \frac{F_1 \cdot l / C_1 \beta}{E \cdot A} \Rightarrow \delta_1 = \frac{Pl}{2AEC_1^3 \beta}$$

$$\delta_D^P = \frac{\delta_1}{C_1 \beta} = \frac{Pl}{2AEC_1^3 \beta}$$

$$\delta_D^{F_2} = \frac{F_2 l}{2AEC_1^3 \beta}$$

برابر شماره (۲) هم صورت است یعنی:

$$\Rightarrow \frac{P \cdot l}{2AEC_1^3 \beta} - \frac{F_2 l}{2AEC_1^3 \beta} = \frac{F_2 l}{A \cdot E}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{P}{1 + 2C_1^3 \beta}$$

$$\Rightarrow F_2 > F_1$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow F_1 = \frac{PC_1^2 \beta}{1 + 2C_1^3 \beta}$$

نیز اینج اولین معیار در حد جاری شدن می رسد پس B است.

$$F_2 = \sigma_y A$$

اولین جاری شدن

$$\Rightarrow P_y = \sigma_y A (1 + 2C_1^3 \beta)$$

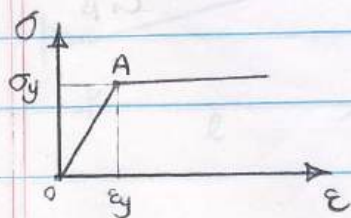
حال باید بار نهایی که تمام اعضا در حد جاری شدن رسیده را حساب کنیم.
تا آخر این بار P تنش اندازنده میسر BSD (مانند F_2) در حد تسلیم می رسد.

$$F_2 = \sigma_y A$$

$$P = F_2 (1 + 2C_1^3 \beta) \Rightarrow P = \sigma_y A (1 + 2C_1^3 \beta)$$

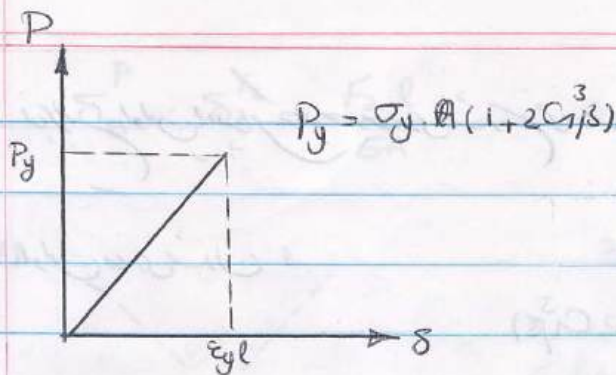
$$\Rightarrow P_y = \sigma_y A (1 + 2C_1^3 \beta)$$

P_y حاصل نیروی است که در سازه وارد می شود تا اولین جاری شدن در سازه بوجود آید.
تغییر طولی در وجود این نیرو را δ_y می گویند.



نقطه A نقطه منقطع الاستیک و انشعاب دارد و اینجاست که

$$\delta_y = \frac{F_2 L}{AE} = \frac{\sigma_y A L}{E \cdot A} = \frac{\sigma_y}{E} \cdot L = \epsilon_y \cdot L$$



مداخلت بار، پهنای میانی شود، در AD، CD نیز جاری شوند. یعنی

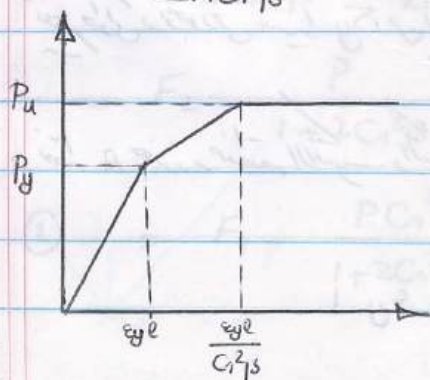
$$F_1 = F_2 = \sigma_y \cdot A$$

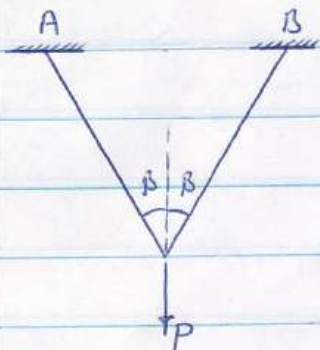
$$2F_1 C_1 \beta + F_2 = P$$

از رابطه ① داریم

$$\Rightarrow P_u = 2\sigma_y A C_1 \beta + \sigma_y A = \sigma_y A (2C_1 \beta + 1)$$

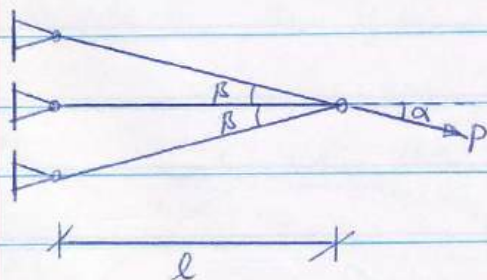
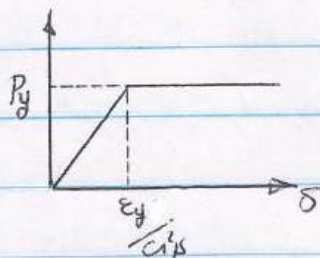
$$\delta_u = \frac{P_u \cdot l}{2EA C_1^3 \beta} = \frac{\sigma_y A l}{2EA C_1^3 \beta} = \frac{\sigma_y \cdot l}{2E C_1^3 \beta} (1 + 2C_1 \beta - 1) = \frac{\epsilon_y l}{C_1^2 \beta}$$





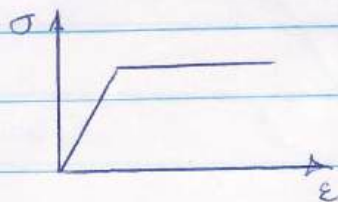
$$\Sigma F_y = 0$$

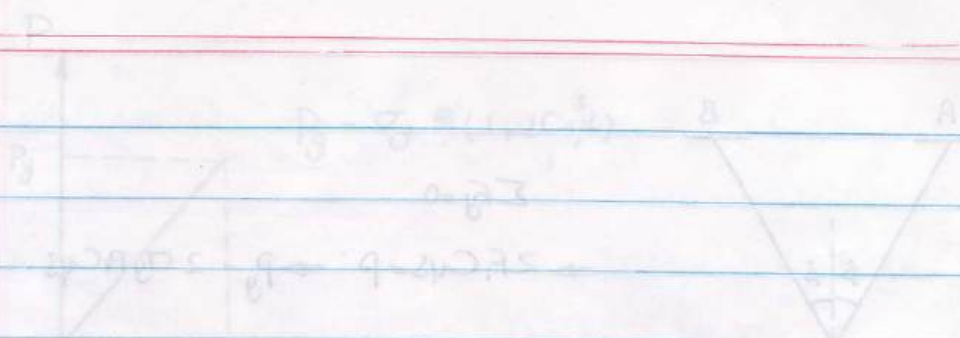
$$\Rightarrow 2F_1 \cos \beta = P \Rightarrow P_y = 2 \sigma_y A \cos \beta$$



مثال ۵: با فرض اینکه سازه در زیر
 صورت زیر باشد مطلوب است تعیین
 بار تغییر مکان، P_u ، P_y
 (حالت بحرانی A, E)

الگوی





$$F_1 = F_2 = 2/3 P$$

$$2F_1 = P$$

$$P = 2F_1$$

All are same

15 - Pressure

2000

1000

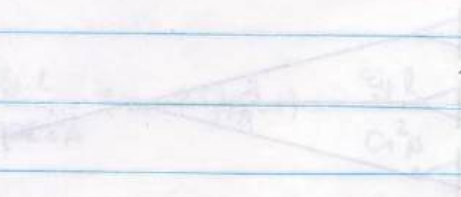
1000

1000

1000

1000

1000



1000

1000

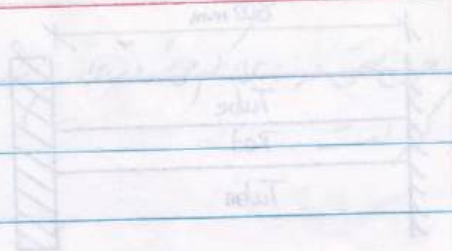
1000

1000

1000

1000

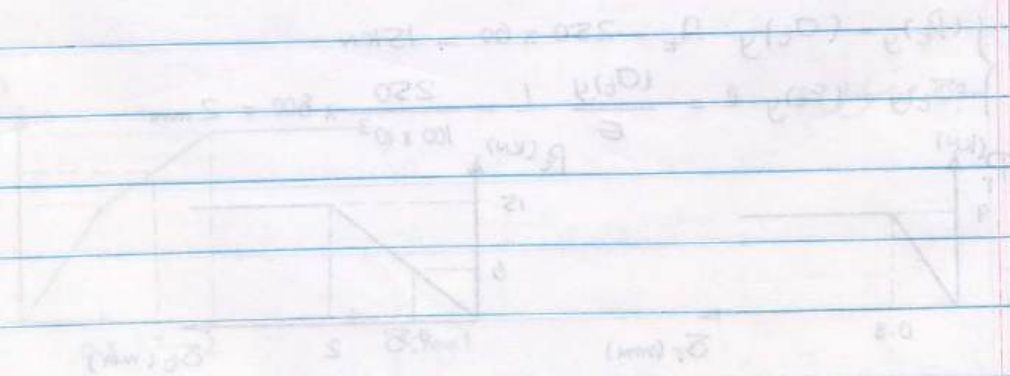
VE

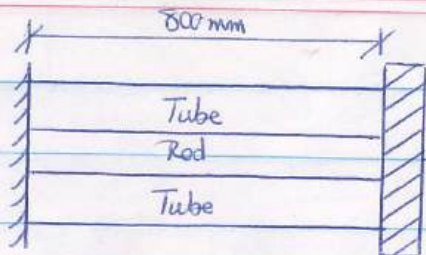


$$P_1 = \frac{3}{5} P \quad P_2 = \frac{3}{5} P$$

$$P_1 = \frac{3}{5} P \quad P_2 = \frac{3}{5} P$$

$$P_1 = \frac{3}{5} P \quad P_2 = \frac{3}{5} P$$





مثال: افت، طول، نرم دیوار زیر
تغییر طول و حد الاستیک در تیر
بر مجموعه اعمال کرد

$E_T = 100 \text{ GPa}$ $A_T = 60 \text{ mm}^2$ $(\sigma_T)_y = 250 \text{ Mpa}$ 19.5 (kN) P اگر P با

$E_R = 200 \text{ GPa}$ $A_R = 45 \text{ mm}^2$ $(\sigma_R)_y = 200 \text{ Mpa}$ اگر σ و ϵ است

بر داشته شود. مطلقاً - حد الاستیک تغییر طول مجموعه تغییر طول را میسر از بر برداری و تنش های پسماند

$$P = P_R + P_T$$

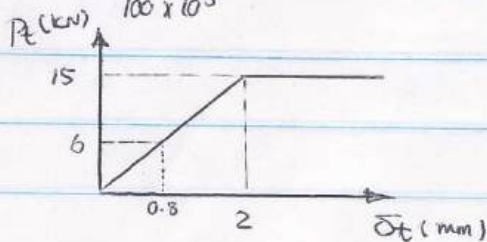
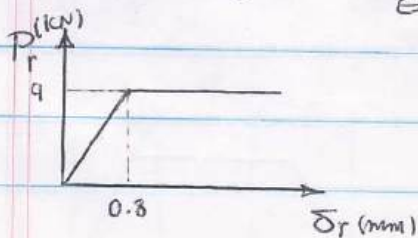
ب (در شکل)

$$(P_R)_y = (\sigma_R)_y \cdot A_R = 200 \times 45 = 9 \text{ kN}$$

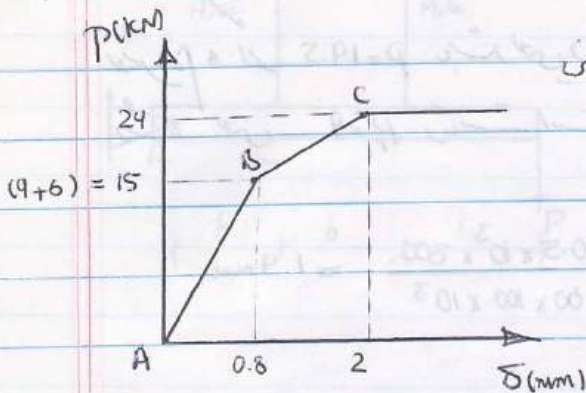
$$(\delta_R)_y = \epsilon_{Ry} \cdot L = \frac{(\sigma_R)_y}{E} \cdot L = \frac{200}{200 \times 10^3} \times 800 = 0.8 \text{ mm}$$

$$(P_T)_y = (\sigma_T)_y \cdot A_T = 250 \times 60 = 15 \text{ kN}$$

$$(\delta_T)_y = (\epsilon_T)_y \cdot l = \frac{(\sigma_T)_y}{E} \cdot L = \frac{250}{100 \times 10^3} \times 800 = 2 \text{ mm}$$



چون بختی در ISC کم می شود بر این سه نکته



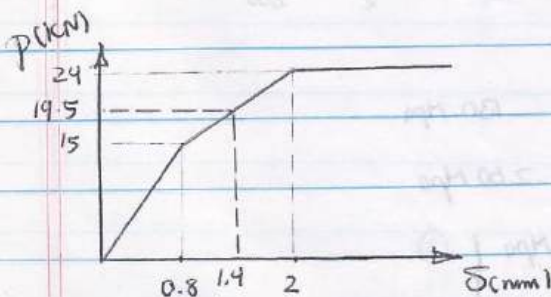
اوشتر دوم

$$\delta_r = \delta_t, \quad P_r + P_t = P$$

$$\Rightarrow \frac{P_r l}{A_r E_r} = \frac{P_t l}{A_t E_t} \Rightarrow P_r = \frac{E_r \cdot A_r}{E_t \cdot A_t} P_t$$

$$P_t = \frac{2}{5} P \quad P_r = \frac{3}{5} P$$

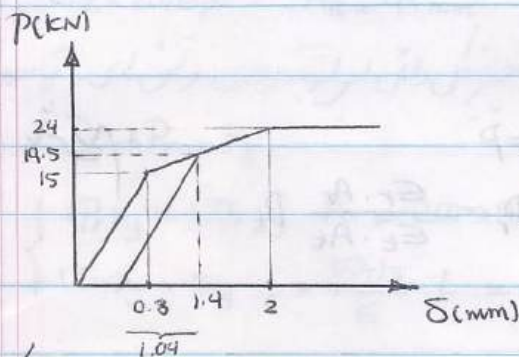
ب) اوشتر اول



لاستیک و اگر $P = 19.5$ باشد یعنی در حد الاستیسیته هستیم که بعد از برداشتن نیرو باز به حالت اولیه برمیگردد.
 ریشه یعنی $P_r = 9$ رهاست است. بنابراین:

$$P_t = 10.5$$

$$\Rightarrow \delta_t = \frac{P_t}{A} \cdot \frac{L}{E_t} = \frac{10.5 \times 10^3 \times 800}{60 \times 100 \times 10^3} = 1.4 \text{ mm}$$



$$\frac{15}{0.8} = 18.75$$

$$\frac{19.5}{18.75} = 1.04$$

$$\Rightarrow 1.4 - 1.04 = 0.36$$

تغییر شکل دائم

$$\epsilon' = \frac{-1.04}{800} = -1.3 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0.36}{800} = 0.45 \times 10^{-3}$$

$$\sigma'_t = -1.3 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^3 = -130 \text{ Mpa}$$

$$\sigma'_r = -1.3 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^3 = -260 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_r^R = \frac{9 \times 10^3}{45} - 260 = -60 \text{ Mpa} \quad \text{①}$$

$$\sigma_t^R = \frac{10.5 \times 10^3}{60} - 130 = 45 \text{ Mpa} \quad \text{②}$$

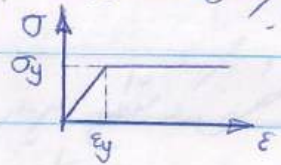
در شماره (2) σ_t^R را می توان از رابطه $\sigma = E \epsilon$ حساب کرد چون نیویب هنوز جاری نشده.
 اما در شماره (1) چون نیویب جاری شده پس دیگر قانون هکوک صدق نیست و باید از تنش کرنش استفاده نمود.



مثال و محاسبه رسم ممتقی P-S

در صورتیکه تلافی باشد پس از $P = P_u$

باید در نظر گرفت که پس از این حالت در صورتیکه
در تغییر شکل باشد، راس را بگیرد.



$$d\epsilon = p \cdot d\epsilon$$

$$d\epsilon = \epsilon \cdot da$$

$$d\epsilon = \int \epsilon \cdot d\epsilon = \int p \cdot d\epsilon = \int p \cdot \epsilon \cdot da$$



2000

$$\frac{2.5 \times 10^8}{45} = 5.5 \times 10^6 \text{ } \mu\text{m}^2$$

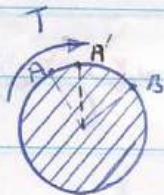
λ_0



فصل سوم

«بجش»

مقاطع دواره



$$T = \text{کویل بجش} (N \cdot mm)$$

محشی در مقطع دایره‌ای دارد که کت بجش مقطع دایره
می‌باشد و فاصله نقطه تغییر یافته از مرکز تغییر می‌کند
لذا مقطع مربعی (یا دایره‌ای) کت بجش محشی تغییر شکل می‌دهد



$$dT = p \cdot df$$

$$dF = \tau da$$

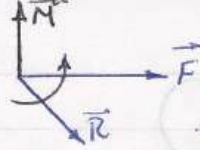
برای آن که در مقطع موجودی است به هم می‌رسد

* کویل بجشی تولید نمی‌شود

$$T = \int dT = \int p \cdot dF = \int p \tau da$$

$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F}$$

م و آنست شست دست راست

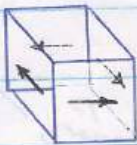


از R به F چابک می‌زنم

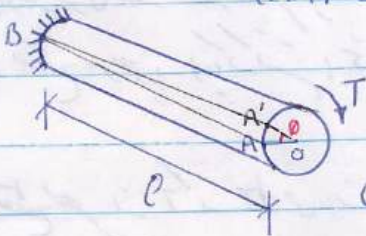
$$T = \int_A \rho \tau da$$

تول یکس

از این سه بعدی را رسم کنیم برش خود را داشته



بسته به تغییر شکل در یکس دایره است (AA')



زاویه حریف را که زاویه یکس است با ρ
عکس می‌دهند
تغییر $OA = C$



$$\frac{\delta}{l} = \frac{AA'}{e} \rightarrow \frac{\delta}{l} = \gamma$$

مچون بسته به تغییر شکل در یکس است تغییر این γ در این حالت γ_{Max}
خواص بود که همان آکوس بوشی فارغ نم می‌باشد

تغیرات تنش

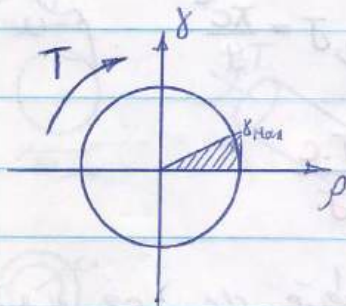
$$\gamma_{Max} = \frac{\overline{AA'}}{L} \quad \overline{AA'} = c\phi \Rightarrow \boxed{\gamma_{Max} = \frac{c\phi}{L}}$$

$$\gamma = \frac{\rho\phi}{L} \quad 0 \leq \rho \leq c$$

ρ: فاصله از محور تا نقطه

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{\gamma_{Max}} = \frac{\rho}{c}$$

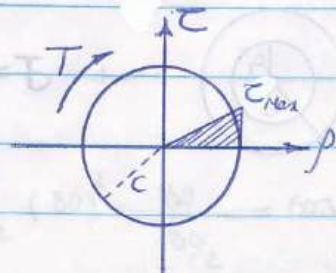
* تغییرات تنش در مقطع مستطیل



$$\tau = G\gamma \rightarrow \tau = G \frac{\rho\phi}{L}$$

در محاسبه ابعاد عرضی داریم

$$\Rightarrow \tau = \frac{\rho}{c} \tau_{Max}$$



$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

مسئله می خواهم بسیم به این طار بین T و T در مقطع دایره ای وجود دارد

$$T = \int_A \rho \tau da \rightarrow T = \int_A \rho \cdot \frac{\rho}{c} \tau_{max} da$$

$$\Rightarrow T = \frac{\tau_{max}}{c} \int_A \rho^2 da$$

$$\text{دایره } I_x = I_y = \frac{\pi c^4}{4}$$

$$J = \int_A \rho^2 da \quad (J = I_x + I_y) \rightarrow \text{دایره } J = \frac{\pi c^4}{2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\tau_{max}}{c} J \Rightarrow \tau_{max} = \frac{T \cdot c}{J}$$

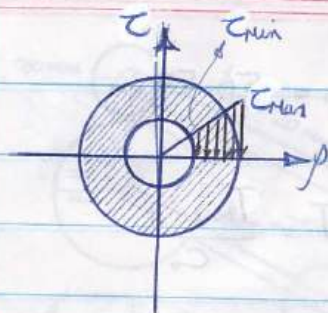
$$\tau = \frac{T \cdot \rho}{J}$$

نکته: این فرمول برای مقاطع توپر است

از مقطع توپر نباشد

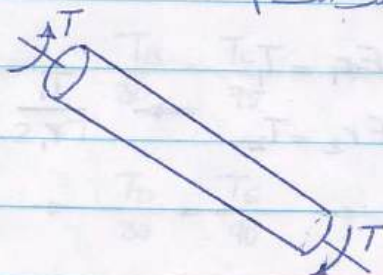
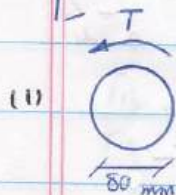


$$\rightarrow J = \frac{\pi}{2} (c_2^4 - c_1^4)$$



$$\tau_{min} = \frac{C_1}{C_2} \tau_{max}$$

مثال: مقدار تorsi در در دو حالت می توان وارد کرد در شش می در شش برقی بازنیم
از 60 Mpa کمتر شود (مصلح شد است)



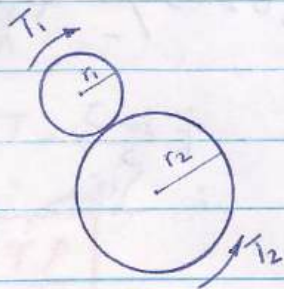
$$1) J = \frac{\pi}{2} C^4 = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32} (80)^4$$

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot C}{J} \Rightarrow T = J \frac{\tau_{max}}{C} = \frac{\pi}{32} (80)^2 \times \frac{60}{80/2} = 6030 \text{ N.m}$$

$$2) \frac{\pi (80)^2}{4} = \frac{\pi}{4} (d_o^2 - 80^2) \Rightarrow C_o = 56.57 \text{ mm}$$

$$\rightarrow J = \frac{\pi}{2} [(56.57)^4 - (40)^4] \Rightarrow T = \frac{\tau_{\text{Max}} \cdot J}{C_o}$$

$$= \frac{60 \times 12.065 \times 10^6}{56.57} = 12800 \text{ kN.mm}$$



$$\begin{cases} Fr_1 = T_1 \\ Fr_2 = T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{T_1}{r_1} = \frac{T_2}{r_2}$$

$$50^4 = x$$

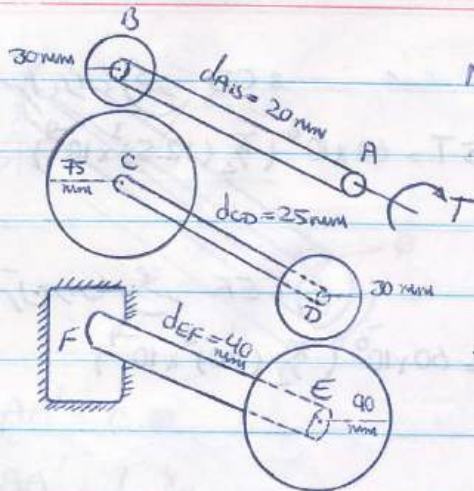
$$50^4 = x \Rightarrow \ln 50^4 = \ln x \Rightarrow 4 \ln 50 = \ln x \Rightarrow x = e^{4 \ln 50}$$

$$\rightarrow \ln 50^4 = \ln x \Rightarrow 4 \ln 50 = \ln x \Rightarrow x = e^{4 \ln 50}$$

$$\rightarrow x = \text{Exp}(4 * \ln 50)$$

$$C^3 = x \Rightarrow 3 \ln C = \ln x \Rightarrow \ln C = \frac{1}{3} \ln x \Rightarrow C = e^{\frac{1}{3} \ln x}$$

$$14 \quad C = \text{Exp}(\frac{1}{3} * \ln x)$$



مثال: محاسبه تنش در یک سیستم انتقال نیرو
ایجاد شده در یک محور با قطر 20 mm و طول 100 mm

$$T = T_{AB}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T = T_{AB} = T_{IS} \\ T_C = T_{CD} = T_D \\ T_E = T_{EF} \end{array} \right.$$

$$\frac{T_{IS}}{r_{IS}} = \frac{T_C}{r_C} \Rightarrow \frac{T_{IS}}{30} = \frac{T_C}{75} \Rightarrow T_C = 2.5 T_{IS} = 2.5 T$$

$$\Rightarrow T_D = 2.5 T$$

$$\frac{T_D}{r_D} = \frac{T_E}{r_E} \Rightarrow \frac{T_D}{30} = \frac{T_E}{90} \Rightarrow T_E = 3 T_D \Rightarrow T_E = 7.5 T$$

$$\tau_{Max} = \frac{T \cdot c}{J} = \frac{T}{\frac{\pi}{2} c^3} \Rightarrow T = \tau_{Max} \left(\frac{\pi}{2} c^3 \right)$$

محاسبه تنش در یک محور با قطر 20 mm و طول 100 mm

$$T = 60 \times 10^6 \left(\frac{\pi}{2} (10)^3 \times 10^{-9} \right) = 94.2 \text{ N.m}$$

انحراف را بر محور CD

$$T_{CD} = T_{Max} \left(\frac{\pi}{2} C^3 \right) \Rightarrow 2.5T = 60 \times 10^6 \left(\frac{\pi}{2} (12.5)^3 \times 10^{-9} \right)$$

$$\Rightarrow T = 73.593 \text{ N.m}$$

انحراف را بر محور EF

$$T_{EF} = T_{Max} \left(\frac{\pi}{2} C^3 \right) \Rightarrow 7.5T = 60 \times 10^6 \left(\frac{\pi}{2} (20)^3 \times 10^{-9} \right)$$

$$\Rightarrow T = 100.48 \text{ N.m}$$

$$\Rightarrow T_{Max} = \min(94.2, 73.593, 100.48) = 73.593 \text{ N.m}$$

گشتش برشی (زاویه)

$$1) \gamma = \frac{\rho}{l}$$

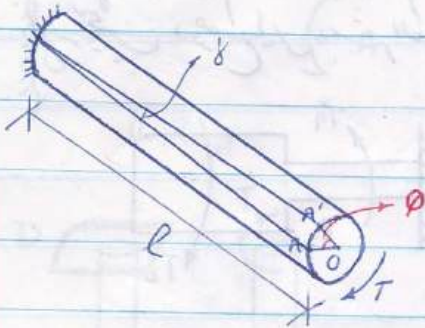
زاویه برشی

تنش برشی

$$2) \tau = \frac{Tr}{J}$$

کمیل برشی

زاویه پخش



از محور به طول L محاسب مصالح ثابت
 با تبدیل این G سطح مقطع ثابت با
 محاسب اینرسی قطب J کثرت طول ثابت
 آثار را بر دقت این فرض در نظر گرفته
 به بدینجهت با ϕ عامل زاویه شود
 زیرا است

$$\begin{cases} AA' = C \cdot \phi \\ AA' = L \cdot \delta_{Max} \end{cases}$$

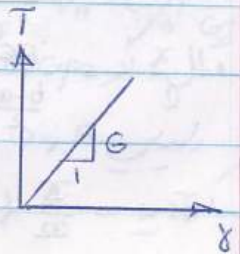
$$\Rightarrow \delta_{Max} = \frac{C \cdot \phi}{L}$$

$$\tau_{Max} = G \delta_{Max}$$

$$\tau_{Max} = \frac{T \cdot C}{J}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tau_{Max} = \frac{T \cdot C}{J} \\ \delta_{Max} = \frac{\tau_{Max}}{G} = \frac{T \cdot C}{G \cdot J} \\ \delta_{Max} = \frac{C \cdot \phi}{L} \end{cases}$$

$$\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$



$$\delta = \frac{PL}{EA} \quad \text{در فرض قبل داریم}$$

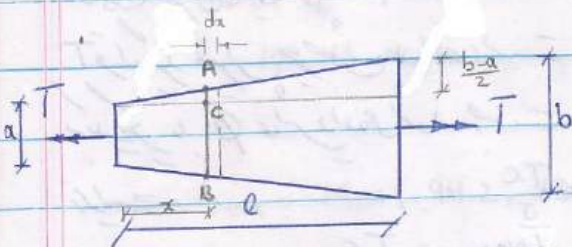
$$\frac{GJ}{L} \quad \text{نمی توانیم در طول است} \quad \frac{L}{GJ} \quad \text{نمی توانیم پخش است}$$

زاویه پخش در مقطع کمی باشد الحاقیات به صورت زیر بدست می آید

$$\phi = \sum_{i=1}^n \frac{T_i L_i}{G_i J_i}$$



مثال: زاویه پخش در مقطع متغییر ϕ ،
بدست آید

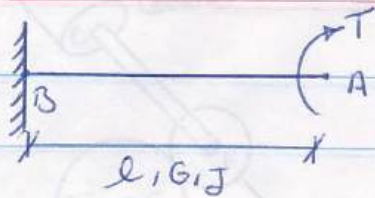


$$\phi = \int_0^l \frac{T dx}{G J(x)}$$

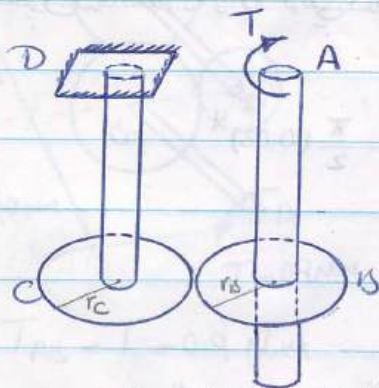
$$\frac{x}{l} = \frac{AC}{\frac{b-a}{2}} \Rightarrow AC = \frac{x(b-a)}{2l} \Rightarrow AB = a + \frac{x(b-a)}{l}$$

$$J(x) = \frac{\pi}{32} (AB^4 - a^4) = \frac{\pi}{32} \left(\left(a + \frac{x(b-a)}{l} \right)^4 - a^4 \right)$$

$$\Rightarrow \phi = \int_0^l \frac{T dx}{G} \times \frac{32}{\pi \left[\left(a + \frac{x(b-a)}{l} \right)^4 - a^4 \right]}$$



$$\phi = \phi_{A/B} = \phi_A - \phi_B$$



$$\phi_A = ? \quad \leftarrow T \text{ applied at } A$$

$$\frac{T}{r_b} = \frac{T_c}{r_c}$$

$$\phi_C = \phi_{C/D} + \phi_D$$

$$\rightarrow T_c = \frac{r_c T}{r_b}$$

$$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_B$$

$$\phi_C = \frac{T_c l}{GJ}$$

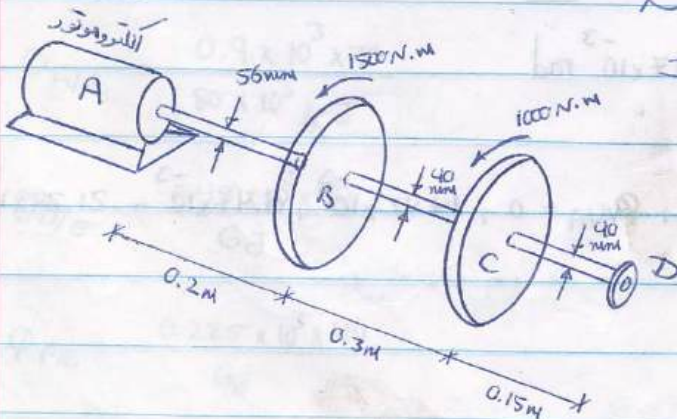
$$\phi_B r_b = \phi_C r_c$$

$$r_c \phi_C = r_b \phi_B$$

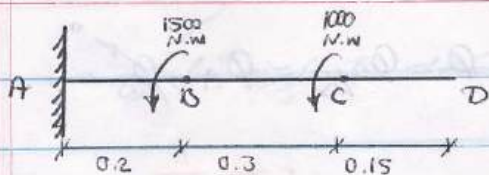
$$\rightarrow \phi_B = \frac{r_c}{r_b} \frac{T_c l}{GJ} = \left(\frac{r_c}{r_b} \right)^2 \frac{T l}{GJ}$$

$$\phi_{A/B} = \frac{T l}{GJ} \rightarrow \frac{T l}{GJ} = \phi_A - \left(\frac{r_c}{r_b} \right)^2 \frac{T l}{GJ}$$

$$G = 80 \text{ GPa}$$



$$\phi_A = ? \quad \phi_D = ?$$



چون در فاصلہ C و D کوئی بار نہ آئے
 $\phi_{D/C} = 0$

$$\phi_{C/B} = \frac{1000 \times 0.3}{80 \times 10^9 \times J} \quad J = \frac{\pi}{2} C^4 = \frac{\pi}{2} (0.02)^4$$

$$\Rightarrow \phi_{C/B} = 14.92 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

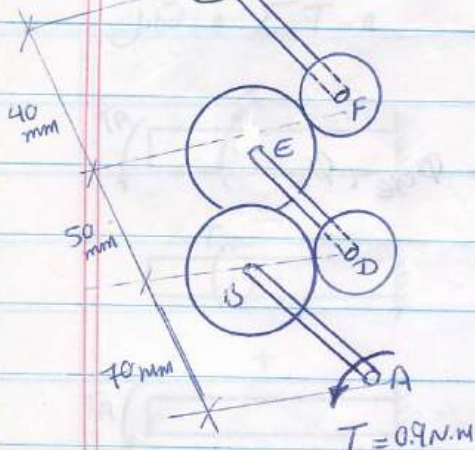
$$\phi_{B/A} = \frac{(1500 + 1000) \times 0.2}{80 \times 10^9 \times J} \quad J = \frac{\pi}{2} C^4 = \frac{\pi}{2} (0.028)^4$$

$$\Rightarrow \phi_{B/A} = 6.47 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\phi_{D/A} = \phi_{D/C} + \phi_{C/B} + \phi_{B/A} = 0 + 14.92 \times 10^{-3} + 6.47 \times 10^{-3} = 21.39 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\phi_{D/A} = 1.226^\circ$$

Coder



مثال: اگر از چرخش قطعه C جلوگیری شود میزان
چرخش A، نسبت به C تحت بار $T = 0.9 \text{ N.m}$
می باشد. (نوع دایره های کوچک ۲ و دایره های
بزرگ ۱ است) $G = 80 \text{ GPa}$

قطر دایره کوچک ۱۴ mm است

$$J = \frac{\pi}{2} (2)^2 \times 2 = 8\pi$$

$$T_{AB} = T = 0.9 \text{ N.m}$$

$$T_{DE} = \frac{1}{2} T_{AB} = 0.45 \text{ N.m}$$

$$T_{FC} = \frac{1}{2} T_{DE} = \frac{1}{4} T = 0.225 \text{ N.m}$$

$$\phi_{A/B} = \frac{0.9 \times 10^3 \times 70}{80 \times 10^3 \times J}$$

$$\phi_{D/E} = \frac{0.45 \times 10^3 \times 50}{GJ}$$

$$\phi_{F/C} = \frac{0.225 \times 10^3 \times 40}{GJ}$$

$$r_1 \phi_1 = r_2 \phi_2$$

$$\phi_F = \phi_{F/C} + \phi_C = \frac{0.9 \text{ N} \cdot \text{mm} \times 10^4}{GJ}$$

$$\phi_E = \frac{1}{2} \phi_F = \frac{0.45}{GJ} \times 10^4 \rightarrow \phi_D = \phi_{D/E} + \phi_E$$

$$\phi_D = \frac{(2.25 + 0.45) \times 10^4}{GJ}$$

$$\phi_B = \frac{r_D}{r_A} \phi_D = \frac{1}{2} \phi_D = \frac{1.35 \times 10^4}{GJ}$$

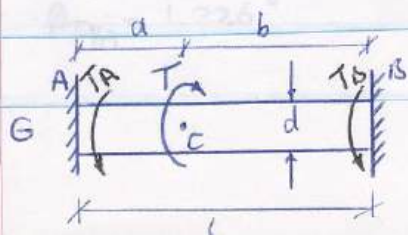
$$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_B = \frac{6.3 \times 10^4}{GJ} + \frac{1.35 \times 10^4}{GJ} = \frac{7.65 \times 10^4}{GJ} = 3805 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$= 2.18^\circ$$

بجس در اعضا نهایی

از روش سازه در تغییر شکل برای حل بجس استفاده می شود. روش دیگر روش

جمع آثار خواص

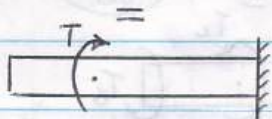


بالا و عکس العمل طبقاً می T_A و T_B محاسبه می شود.

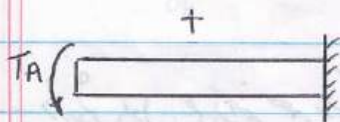
در نقطه A $\sum T = 0 \rightarrow T_A + T_B = T$



در سر اول (همچون شاره اول)



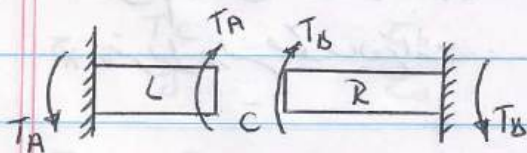
$$\phi_A^T = \frac{Tb}{GJ}$$



$$\phi_A^{T_A} = \frac{T_A \cdot L}{GJ}$$

چون نقطه A حرکتی خالص ندارد پس

$$\phi_A^T = \phi_A^{T_A} \Rightarrow \frac{Tb}{GJ} = \frac{T_AL}{GJ} \Rightarrow T_A = \frac{b}{L} T \quad T_B = \frac{a}{L} T$$



در سر دوم (مانند شاره دیگر)

$$\phi_C^L = \frac{T_A \cdot a}{GJ}$$

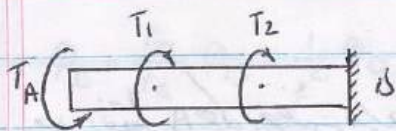
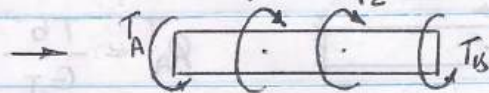
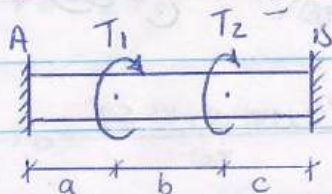
$$\phi_C^R = \frac{T_B \cdot b}{GJ}$$

چون چرخش در دو طرف برابر است

$$\phi_C^L = \phi_C^R \Rightarrow T_A \cdot a = T_B \cdot b \rightarrow T_A = \frac{b}{a} T_B$$

$$T_A + T_B = T \Rightarrow \left(\frac{b}{a} + 1\right) T_B = T \Rightarrow T_B = \frac{a}{L} T, T_A = \frac{b}{L} T$$

مثال: عکس العمل بکے a سے T_A اور b سے T_B اور $T = T_A + T_B$ ہے۔

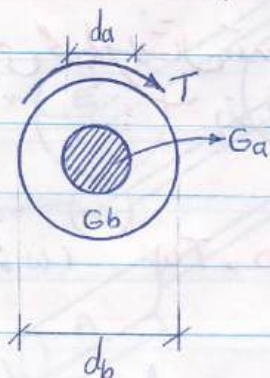


درویش اول می توانیم ہم ریاضیاتی تبدیل کنیم و
حد اصابہ کنیم۔ ہم می توانیم برہنہ کنیم شکل از
طریق جمع T_1 و T_2 را برابر کنیم۔

از روش دوم می توان استفاده کرد به روشی که نقطه را انتخاب کرده ϕ را مساوی می گذاریم۔
* روش اول در اینصورت ساده تر است۔

* بسیار مهم است که بدانیم در این شکل زاویه پیچش یکسان خواهند بود

مثال: شش گره برش M_{max} را در دو سیم و جهت پیچش جهت فولاد و دو سیم شش است.



$$T = T_a + T_b \quad \phi_a = \phi_b$$

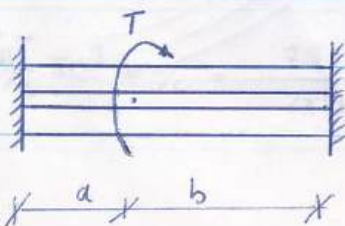
$$\frac{T_a \cdot L}{G_a \cdot J_a} = \frac{T_b \cdot L}{G_b \cdot J_b}$$

$$\Rightarrow T_a = \frac{G_a \cdot J_a}{G_b \cdot J_b} T_b$$

$$T = \left(\frac{G_a \cdot J_a}{G_b \cdot J_b} + 1 \right) T_b \Rightarrow \begin{cases} T_b = \frac{G_b J_b}{G_a J_a + G_b J_b} T \\ T_a = \frac{G_a J_a}{G_a J_a + G_b J_b} T \end{cases}$$

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} \quad \frac{\tau_b}{\tau_a} = \frac{\frac{T_b \cdot db/2}{J_b}}{\frac{T_a \cdot da/2}{J_a}} = \frac{T_b}{T_a} \cdot \frac{J_a \cdot db}{J_b \cdot da}$$

$$\frac{\tau_b}{\tau_a} = \frac{G_b \cdot J_b}{G_a \cdot J_a} \cdot \frac{J_a \cdot db}{J_b \cdot da} = \frac{G_b \cdot db}{G_a \cdot da}$$



مثال: اگر سطح مقطع باشد τ_a را بدین
اگر سطح مقطع ترکیب دو شکل مثل است.

طراحی محدود برای انتقال قدرت

$$W = T \cdot \phi \quad (\text{تغییرات } \phi, T, \omega, \text{ و } \phi)$$

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow P = T \frac{d\phi}{dt} \rightarrow P = T\omega \quad (\text{اگر } \omega)$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow P = 2\pi f T \quad f \rightarrow \text{فرکانس (1/s)} \\ \text{تعداد دور در ثانیه}$$

$$\Rightarrow T = \frac{P}{2\pi f} \quad \text{اولین بخش}$$

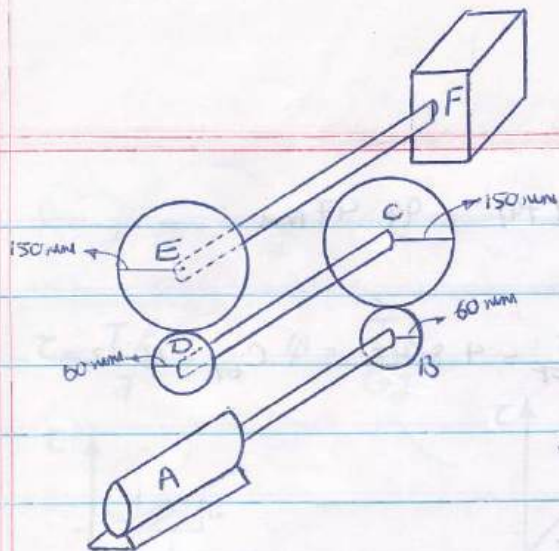
* در مسائل توانی مانند فرکانس می‌کنیم

$$\tau = \frac{T \cdot c}{J} \Rightarrow T = \frac{\tau \cdot J}{c} \Rightarrow \frac{J}{c} \tau = \frac{P}{2\pi f}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{Pc}{2\pi f J} \quad \text{تجزیه}$$

$$P = 2\pi f T \rightarrow \text{وات (W)} = \frac{N \cdot m}{s}$$

نکته



مثال: سه شفتی با جریح دند در صورتی که

انتقال توانی معادل $P = 7.5 \text{ kW}$

از محور A تا فاصله از این نقطه F

صورت استفاده قرار می گیرند. اگر دینامیتر

تواتر 30 Hz باشد و تنش مجاز 60 MPa

باشد و خواص مواد تغییر نیند

$$T_{AB} = \frac{P}{2\pi f} = \frac{7.5 \times 10^3}{2\pi \times 30} = 39.79 \text{ N.m}$$

$$\frac{J}{C} = \frac{1}{2} \pi C^3 = \frac{T}{\tau} = \frac{39.79 \times 10^3}{60} \Rightarrow C = 7.5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow d_{AB} = 15 \text{ mm}$$

$$r_1 \phi_1 = r_2 \phi_2 \Rightarrow r_1 \frac{d\phi_1}{dt} = r_2 \frac{d\phi_2}{dt} \Rightarrow r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$$

$$\Rightarrow r_1 f_1 = r_2 f_2$$

$$f_{CD} = \frac{30 \times 60}{150} = 12 \text{ Hz}$$

$$\frac{1}{2} \pi C^3 = \frac{J}{C} = \frac{7.5 \times 10^3 \times 10^3}{2\pi (12) \times 60} \Rightarrow C = 20.4 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow d_{CD} = 40.8 \text{ mm}$$

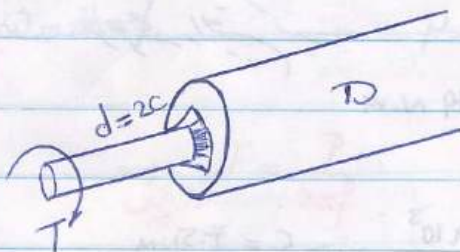
$$T_{CD} = \frac{r_c}{r_B} T_B = \frac{150}{60} (39.79) = 99.47 \text{ mm}$$

$$T_{EF} = 248.7 \text{ N.m}$$

$$f_{EF} = 4.8 \text{ Hz}$$

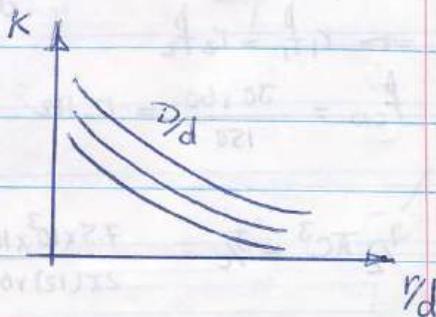
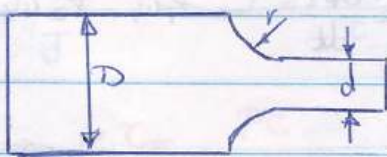
$$C_{EF} = 13.82$$

$$d_{EF} = 27.64 \text{ mm}$$



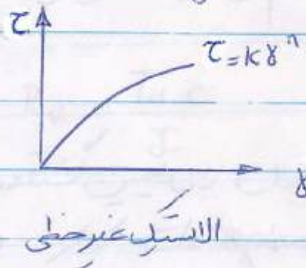
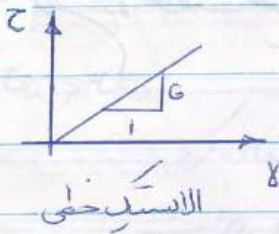
$$\tau_{Max} = k \frac{T \cdot C}{J}$$

$$\tau_{avg} = \frac{T \cdot C}{J}$$



تغير شكل غير انتظامي درجه

$$\tau = \frac{T \cdot \rho}{J}, \quad \phi = \frac{T \cdot L}{GJ}, \quad \tau_{Max} = \frac{T \cdot c}{J}$$



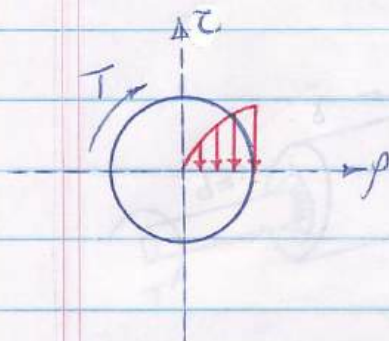
$$T = \int_A \rho \cdot \tau dA$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{\rho}{L} \phi \\ \gamma_{Max} = \frac{c}{L} \phi \end{array} \right. \rightarrow \gamma = \frac{\rho}{c} \gamma_{Max}$$

وقتی مدیست از غیر ارتجاعی بودن تغییر شکل می کنیم یعنی
 از فرض $\delta = \frac{\rho}{c} \delta_{Max}$ ثابت δ_{Max} ثابت هستند بنابراین
 $\tau = f(\delta)$
 $\delta = g(\rho)$

$$\tau = h(\rho)$$

بنابراین حالت غیر ارتجاعی ←



در مقطع دایره داریم:

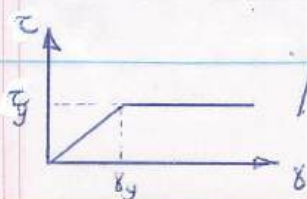
$$dA = 2\pi\rho d\rho \quad 0 \leq \rho \leq c$$

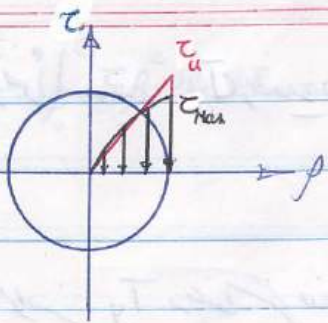


$$T = \int_0^c \rho \cdot \tau \cdot 2\pi\rho d\rho = 2\pi \int_0^c \tau \rho^2 d\rho$$

حالت بر حسب ρ می باشد پس باید نتایج τ بر حسب ρ را پیدا کرد

در این مامل E elasto plastic، بررسی می کنیم



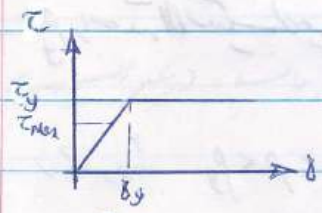
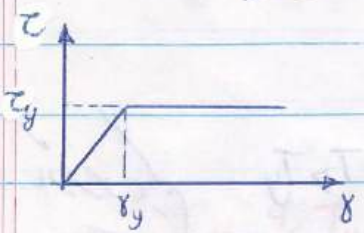


مدول الاستیک در بخش ۸

T_u را به محور رسم می کنیم سطح را میخوردانش را سطح را میخوردانش
 T_{Max} برابر باشد

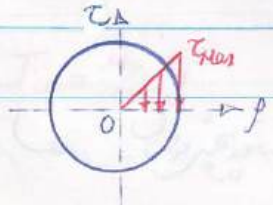
$\tau_u > \tau_{Max} \rightarrow \tau_u = R_u = \frac{T_u \cdot c}{J}$

از R_u (یا R_t) برای تعیین کشش و چسبندگی T_u استفاده کرد
 برای مدل Elastoplastic نمودار $\tau - p$ در شکل زیر است



فرض می کنیم $\tau_{Max} < \tau_y$
 در این حالت توزیع تنش مثل این است

یعنی رابطه $\tau_{Max} = \frac{T \cdot c}{J}$



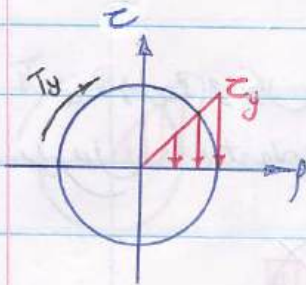
اگر تنش به حد τ_y برسد داریم:

$$T_y = \frac{\sigma}{c} \tau_y \quad \sigma = \frac{\pi}{2} c^4$$

$$\Rightarrow T_y = \frac{\pi}{2} c^3 \tau_y$$

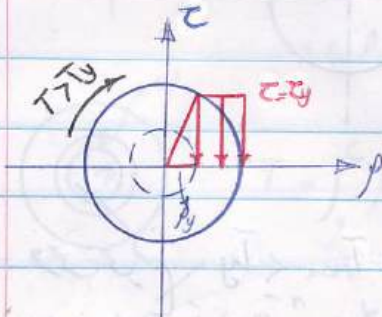
این برای تنش T_y در عنوان منطبق باشد.

حال فرض می‌کنیم $T = T_y$.



اگر فرض کنیم $T > T_y$

پارامتر الاستیک از دست می‌دهد.



در محدوده $0 < \rho < \rho_y$ داریم:

$$\frac{\tau}{\tau_y} = \frac{\rho}{\rho_y}$$

$$\begin{cases} T < T_y \rightarrow T = \frac{\pi}{2} c^3 \tau \\ T = T_y \rightarrow T = T_y = \frac{\pi}{2} c^3 \tau_y \\ T > T_y \rightarrow T = \frac{4}{3} T_y \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{p_y}{c} \right)^3 \right) \end{cases}$$

$$T = \left(\int_0^c \tau \rho^2 d\rho \right) 2\pi = 2\pi \left(\int_0^{p_y} \rho^2 \left(\frac{\rho}{p_y} \tau_y \right) d\rho + \int_{p_y}^c \rho^2 \tau d\rho \right)$$

و بر شایع حتمه الاستیک است که در شایع می باشد

$$\Rightarrow T = \frac{\pi}{2} \int_0^{p_y} \tau_y \rho^2 d\rho + \frac{2}{3} \pi c^3 \tau_y - \frac{2}{3} \pi p_y^3 \tau_y$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{3} \pi c^3 \tau_y \left(1 - \frac{p_y^3}{4c^3} \right)$$

$$T_y = \frac{\pi}{2} c^3 \tau_y \quad \text{در اسم}$$

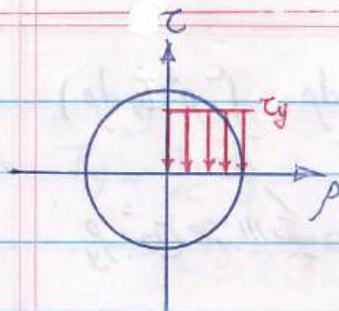
$$\Rightarrow T = \frac{4}{3} T_y \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{p_y}{c} \right)^3 \right]$$

این فرمول تنها وقتی قابل استفاده است که $T > T_y$ باشد (در غیر این صورت رتبه قضی می رسم)

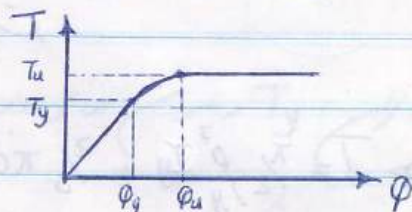
$$T_u = \frac{4}{3} T_y$$

در محدوده $T = T_u$ می باشد

$$T = \begin{cases} \frac{GJ}{L} \phi & \phi \leq \phi_y \\ \frac{4}{3} T_y \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\phi_y}{\phi} \right)^3 \right) & \phi > \phi_y \end{cases}$$



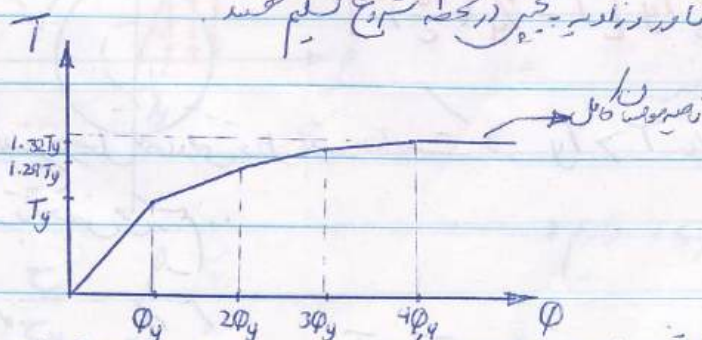
صفت $\rho = c$ و $\phi = \phi_y$ می باشد



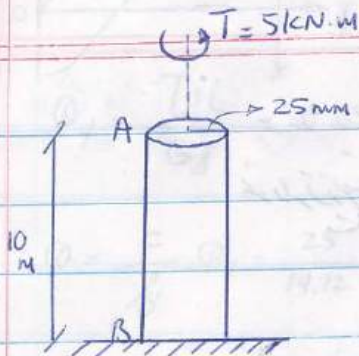
$$\begin{cases} \gamma = \frac{\rho}{L} \phi \rightarrow \delta_y = \frac{\rho_y}{L} \phi \\ \rho_y = c \xrightarrow{T=T_y} \delta_y = \frac{c}{L} \phi_y \end{cases} \rightarrow \boxed{\frac{\rho_y}{c} = \frac{\phi_y}{\phi}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{3} T_y \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\phi_y}{\phi} \right)^3 \right] \quad \phi_y < \phi$$

* و T_y در صورت کشش در دایره یکجمله در نقطه شروع تسلیم هستند



نکته: توجه شود در موارد بالا تنها برای $\phi > \phi_y$ به کار می رود. برای $\phi < \phi_y$ این معادله
 پس T و ϕ متغی و بصورت $\phi = \frac{TL}{GJ}$ می باشد



$$\tau_y = 160 \text{ Mpa}$$

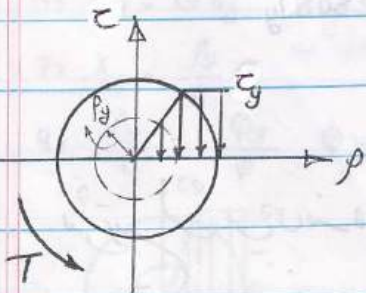
$$G = 75 \text{ Gpa}$$

$$T_y = \tau_y \cdot C^3 \cdot \frac{\pi}{2} = \tau_y \cdot \left(\frac{25}{2}\right)^3 \times 160 \times 10^{-6} = 3.297 \text{ kN.m}$$

$$T_y < T \Rightarrow \text{مقطع وارد پلاستیک شده است}$$

$$S = \frac{4}{3} (3.297) \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\rho_y}{25}\right)^3\right)$$

$$\rightarrow \rho_y = 12 \text{ mm}$$



مختصات توزیع تنش در پلاستیک

فشار طولی به اندازه 5 kN.m در نقطه A

دارد می شود و سپس بر دانه می شود

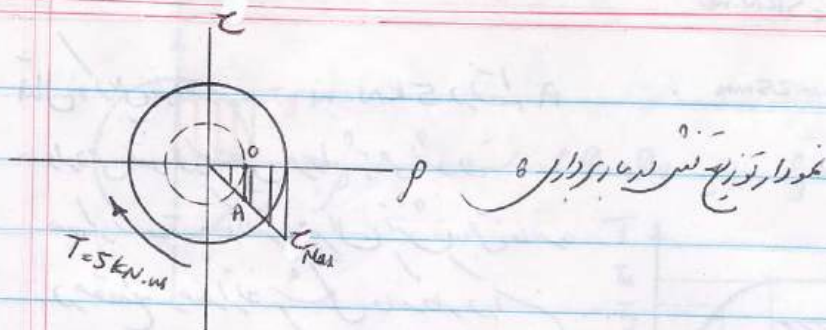
محصول است حداکثر ضریب انقباض باقی مانده

در مقطع و مقدار تغییر شکل باقی مانده در این

(اصبع از جنس Elastic plastic به عمل

است)

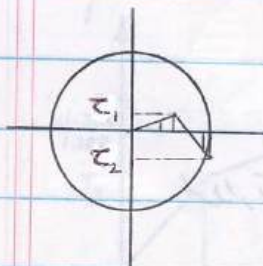
تغییر شیب خط الاستیک



$$\tau_{Max} = \frac{T}{T_y} \tau_y = \frac{5}{3.297} (\tau_y) = 1.2732 \tau_y$$

محور از توزیع تنش در محور برابر

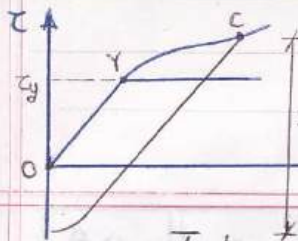
$$CA = \frac{J_y}{C} \tau = \frac{14.12}{25} \times 1.2732 \tau_y = 0.7192 \tau_y$$



$$\tau_1 = (1 - 0.7192 \tau_y) = 0.2808 \tau_y$$

$$\tau_2 = 0.2732 \tau_y$$

محور از توزیع تنش در محور برابر



نکته مهم: می توان تحقیق کرد و حتی اگر تنش کمی متغییر از
استقامت استم به تجزیه گشته، فرض توزیع خطی این
تنش به درست است، زیرا آن که از $2\tau_y$ تجزیه می گشته.

$$\phi_y = \frac{\tau_y L}{GJ} = 0.85 \text{ rad}$$

$$\phi = \frac{c}{\rho_y} \phi_y = \frac{25}{14.12} (0.85) = 1.5 \text{ rad}$$

$$\phi' = \frac{T \cdot L}{GJ} = \frac{5 \times 10^6 \times 10 \times 10^3}{GJ} = 1.086 \text{ rad}$$

$$\phi^R = \phi - \phi' = 1.5 - 1.086 = 0.41 \text{ rad}$$

1) $T_y = \frac{1}{2} \pi c^3 \tau_y$

2) $T = \frac{4}{3} T_y (1 - \frac{1}{4} (\frac{\rho_y}{c})^3) \quad T > T_y$

3) $T_u = \frac{4}{3} T_y$

5) $\phi_y = \frac{T_y l}{GJ}$

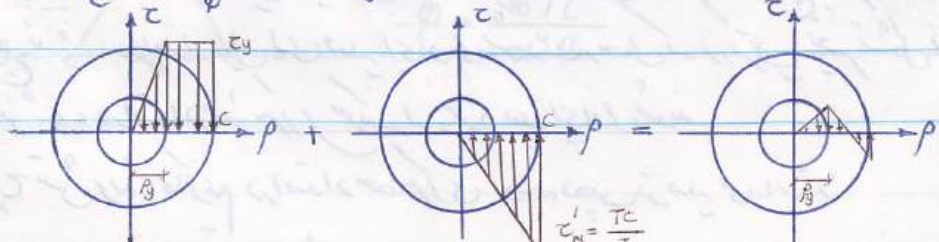
4) $T = \begin{cases} \frac{GJ}{l} \phi & \phi \leq \phi_y \\ \frac{4}{3} T_y (1 - \frac{1}{4} (\frac{\phi_y}{\phi})^3) & \phi > \phi_y \end{cases}$

6) $\tau_y = G \delta_y$

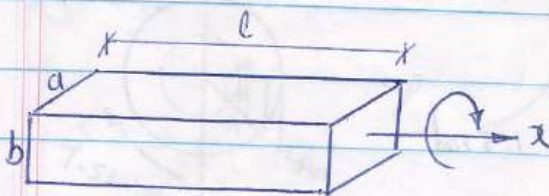
7) $\delta_y = \frac{\rho_y}{l} \phi$

8) $\delta_y = \frac{c}{l} \phi_y$

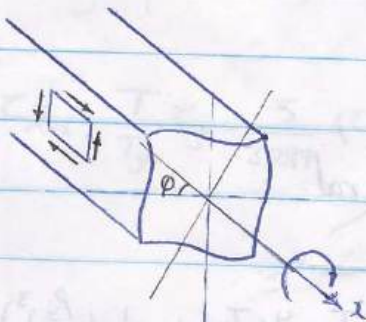
9) $\frac{\rho_y}{c} = \frac{\phi_y}{\phi} \quad \phi > \phi_y$



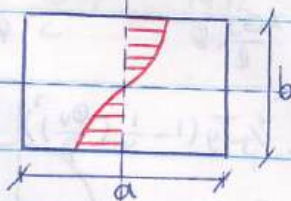
بجیش مقاطع غیر دواره



Twist + Warping
تبدیلی + چرخش



درشر درلنج که Max است
افشش کمر برشی در گوشه کمر مقطع منوات



$$\tau_{max} = \frac{T}{c_1 a b^2} \quad \left(\tau = \frac{TP}{J} \right)$$

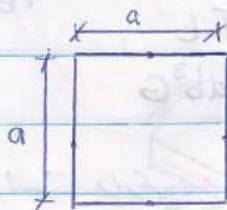
$$\phi = \frac{T \cdot L}{c_2 a b^3 G} \quad \left(\phi = \frac{TL}{GJ} \right)$$

* با این انداز مدل الاستیک مدیه برقی، برابر می توان شش کرد در هیچ تغییر شکل، موندن این
 هیچ تغییری، در افتداد دایال می مدیه ایجاد نمی شود، در حقیقت که نزدیک ترین تغییر شکل به دواره ترین
 تنس به، در افتداد خط مرکز از حرکت از وجود مدیه ایجاد می شوند
 ح تنس برشی فاکتوریم در افتداد خط مرکزی حجه بعضی تر مدیه می باشد

* C_1 و C_2 به نسبت a/b نسبت دارند

$a/b \geq 5 \rightarrow C_1 = C_2 = \frac{1}{3}(1 - 0.63 \frac{b}{a})$

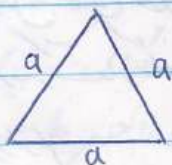
a/b	C_1	C_2
1	0.208	0.1406
1.2	0.219	0.1661
1.5	0.231	0.1958
2	0.246	0.229
2.5	0.258	0.249
3	0.267	0.263
4	0.282	0.281
5	0.291	0.291
10	0.312	0.312
∞	0.333	0.333



$$\tau_{Max} = \frac{4.81T}{a^3}$$

$$\phi = \frac{71 T \cdot L}{G a^4}$$

* در فرمول τ_{Max} و ϕ تنها در محوره کشش
تغییرند و فقط مخصوص مدلهای راست با سطح مقطع
مستطیلی تکنواخت می باشند.



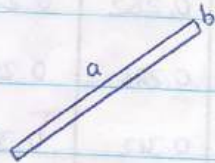
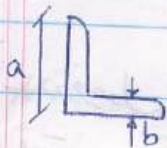
$$\tau_{Max} = \frac{20T}{a^3}$$

$$\phi = \frac{46TL}{a^4 G}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{T}{\frac{1}{3}ab^2} \\ \phi &= \frac{T.L}{\frac{1}{3}ab^3G} \end{aligned} \right.$$

× روابط مقاطع جدار نازک باز و مستطیلی و
 $a/b > 10$

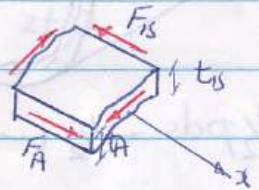
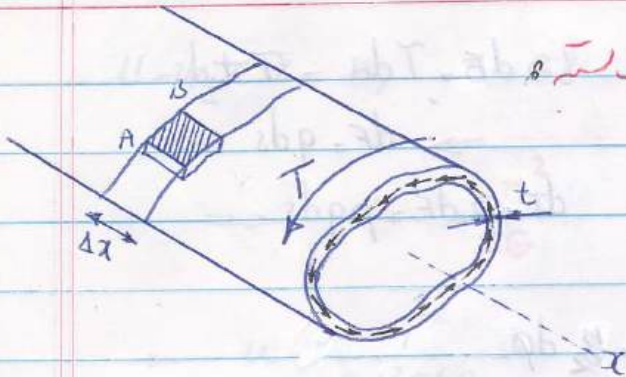
در پروفیل که کوچک نیست a/b بزرگتر از 10 است داریم
 $C_1 = C_2 = \frac{1}{3}$
 پروفیل های جدار نازک دارای نسبت a/b بزرگتر از 10 است



بنابراین برای پروفیل های جدار نازک $C_1 = C_2 = \frac{1}{3}$ می توانیم

پروفیل های جدار نازک در دو دسته باز و بسته تقسیم می شوند. روابط پروفیل
 جدار نازک باز گفته شد. حال به بیان روابط موجود در پروفیل های بسته
 می پردازیم

بشخص در محورها موازی حدافنازی است



$$\begin{cases} F_{Ax} = \tau_A t_A \Delta x \\ F_{Bx} = \tau_B t_B \Delta x \end{cases}$$

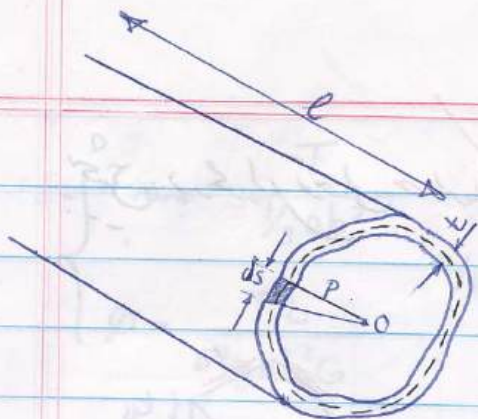
t متغیر است

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_A - F_B = 0 \Rightarrow \tau_A \cdot t_A = \tau_B \cdot t_B$$

$$\tau \cdot t = q = cte$$

q را جریان برش نامند (shear flow)

این q در مکانیک سیالات نیز وجود دارد و به آن q جریان برش می‌گویند.
 $q = v b$ (v سرعت، b عرض) . q ثابت باشد یا متغیر با سرعت
 تغییر می‌کند



$$dF = T dA = T t ds$$

$$\Rightarrow dF = q ds$$

$$dT = p \cdot dF = p q ds$$

$$\frac{1}{2} p ds = (مساحت منش) = dA$$

$$\Rightarrow dT = 2q \cdot dA \Rightarrow \oint dT = 2 \oint q \cdot dA$$

$$\Rightarrow T = 2q \oint dA$$

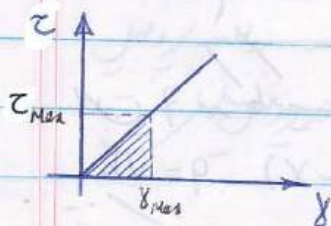
$$\Rightarrow T = 2qQ$$

$$\tau = \frac{T}{2tQ}$$

$$T = 2qQ \rightarrow T = \tau t (2Q)$$

Q مساحت شکل خطی است. ح مقدار ضرایب تنش برشی در کل
حدار است.

محاسبه زاویه پیکش



$$U = \frac{1}{2} \tau \cdot \gamma$$

$$U = \int \tau d\gamma$$

$$U = \frac{1}{2} \tau \cdot \delta, \quad \tau = G\delta$$

$$\Rightarrow u = \frac{\tau^2}{2G}, \quad \tau = \frac{T}{2tQ}$$

$$\rightarrow u = \frac{T^2}{8t^2Q^2G}$$

$$\rightarrow U = \int_V u \cdot dv \quad dv = t \cdot l \cdot ds$$

$$\Rightarrow U = \oint_S \frac{T^2}{8t^2Q^2G} t \cdot l \cdot ds = \frac{T^2 l}{8Q^2G} \oint_S \frac{ds}{t}$$

$$W = \frac{1}{2} T \phi$$

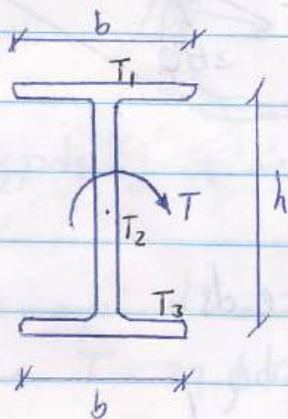
باریکه (Conservative) -

$$W = U \rightarrow \frac{1}{2} T \phi = \frac{T^2 L}{8GQ^2} \oint \frac{ds}{t}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{T \cdot L}{G \oint \frac{ds}{t}}$$

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

$$J = \frac{4Q^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$



کشی در مورد مقطع آ شکل :

$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$\Rightarrow T = 2T_1 + T_2$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

$$\frac{T_1 L}{GJ_1} = \frac{T_2 L}{GJ_2}$$

$$J_i = \frac{1}{3} b_i t_i^3$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{J_1}{J_2}$$

مقاطع مستطی

$$1) \bar{T} = \frac{T}{2ta} \quad 2) q = \frac{T}{2a} \quad 3) q = Tt$$

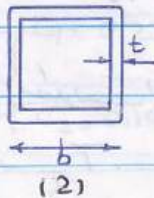
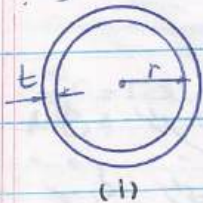
$$4) \phi = \frac{TL}{GJ} \quad 5) J = \frac{4a^2}{\phi \frac{ds}{L}}$$

مقاطع مربع

$$1) \bar{T} = \frac{T}{c_1 ab^2}$$

$$2) \phi = \frac{T \cdot L}{c_2 ab^3 G}$$

مثلاً دو مقطع صاف دارند نسبت مربع و دایره را که بخش با ضخامت ثابت t مقایسه کنیم. دو مورد دیگر طول در عضو یکسان باشد نسبت تنش برشی (دایره و مربع صاف را است. زاویه بخش در دایره و مربع صاف؟)



(مساحت مقطع) (حجم مقطع) مربع و دایره را یکسان فرض کنیم $(A_1 = A_2)$

$$Q_1 = \pi r^2 \quad Q_2 = b^2$$

$$T_1 = T_2 = T$$

$$T_1 = \frac{T}{2tQ} = \frac{T}{2t \cdot 2\pi r^2}$$

$$A_1 = A_2 \Rightarrow 2\pi r t = 4bt$$

$$T_2 = \frac{T}{2tQ_2} = \frac{T}{2tb^2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2b}{\pi} \quad b = \frac{\pi r}{2}$$

$$J_1 = \frac{4Q_1^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4\pi^2 r^4}{\frac{2\pi r}{t}} = 2\pi r^3 t$$

$$J_2 = \frac{4Q_2^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4b^4}{\frac{4b}{t}} = b^3 t = \frac{\pi^3 r^3 t}{8}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{b^2}{\pi r^2} = \frac{\frac{\pi^2 r^2}{4}}{\pi r^2} = \frac{\pi}{4} = 0.785$$

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{J_2}{J_1} = \frac{\frac{\pi^3 r^3 t}{8}}{2\pi r^3 t} = \frac{\pi^2}{16} = 0.617$$

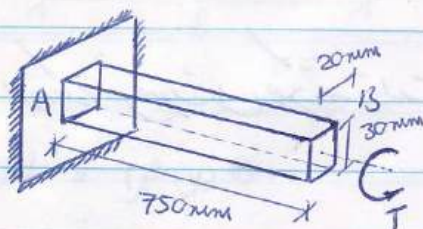


مثال ۴: برای دو مقطع مثال مطبوعه نسبت
تنش کمر برشی برابر میل شدت T .

$$\bar{T}_1 = \frac{T}{2tQ} = \frac{T}{2t\pi r^2}$$

$$\bar{T}_2 = \frac{T}{c_1 ab^2} = \frac{T}{\frac{1}{3} 2\pi r t^2}$$

$$\frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_2} = \frac{\frac{T}{2\pi r t^2}}{\frac{3T}{2\pi r t^2}} = \frac{t}{3r}$$



مثال: کوئل آسانست چرخش $\phi_B = 2^\circ$
در AIS می شود. اگر $G = 80 \text{ GPa}$ فرض
شود حداکثر تنش برشی در سوراخ را بکنید.

$$T = \frac{T}{c_1 ab^2} \quad \phi = \frac{T \cdot L}{c_2 ab^3 G}$$

$$a = 30 \text{ mm} \quad b = 20 \text{ mm} \quad \phi_B = 2^\circ = 2 \times \frac{\pi}{180} = 34.9 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\frac{a}{b} = 1.5 \quad \text{از جدول} \quad \left\{ \begin{array}{l} c_1 = 0.231 \\ c_2 = 0.1958 \end{array} \right.$$

$$\frac{\bar{T}}{\phi} = \frac{\frac{T}{c_1 ab^2}}{\frac{T \cdot L}{c_2 ab^3 G}} = \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{Gb}{L} = \frac{0.1958}{0.231} \times \frac{80 \times 10^3 \times 20}{750}$$

$$\Rightarrow T_{\max} = 63.1 \text{ Mpa}$$

محمد کاظم

فصل چهارم

«خمش»

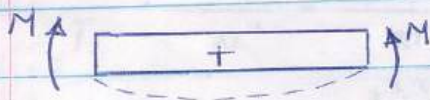
خمش خالص در طول عضو مقدار کمتر ثابت می شود.
در خمش خالص برش صفر است.



$$A_y = B_y = 0$$

حواجز برش صفر است.

$$M = \int v dx = a + c = c$$



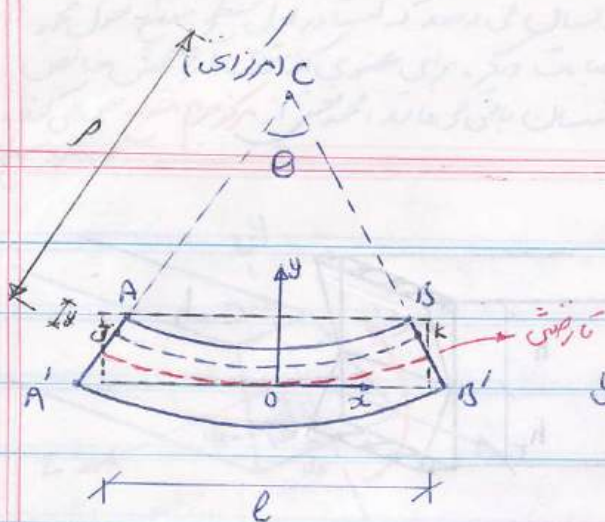
خمش اتفاق می افتد.



اختلاف شدت تارهای فوقانی کشیده شده و
تارهای تحتانی کشیده می شود. ← **غیر منقبض**



اختلاف منقبض: تارهای فوقانی کشیده شده و
تارهای تحتانی فشرده می شود. ← **غیر منقبض**



تأخری و تأخیر در طولش برابر بخش

ثابت میماند

فاصله تا Jk را از تأخری y فرض می‌کنیم

یا فاصله از تأخری

p و شعاع انحنا، تأخری

$$L' = (p - y) \theta$$

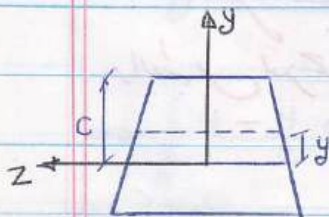
$$\delta = L - L' = p\theta - (p - y)\theta = y\theta$$

برابر با کمی شدت (تأخر تأخری) δ و ϵ فاری است

$$\epsilon_x = \frac{\delta}{L} = \frac{y\theta}{p\theta} = \frac{y}{p} = \frac{1}{p} y$$

ϵ_x (توزیع کرنش در مقطع)

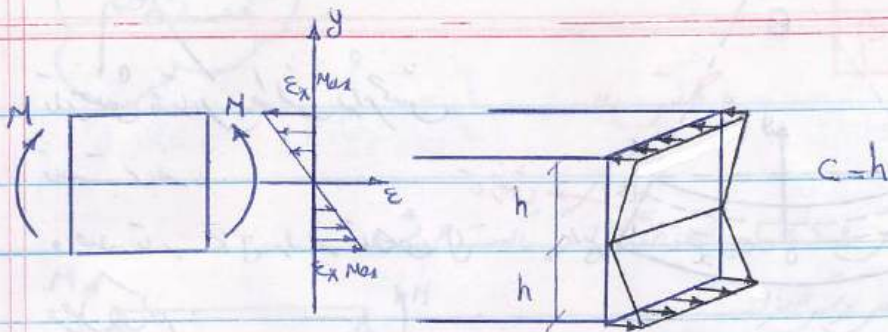
$$\epsilon_x = \frac{y}{p}$$



مقطع عرضی

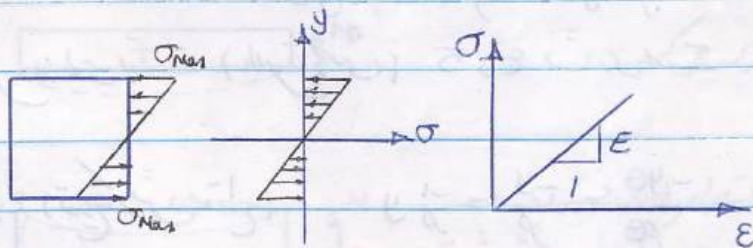
$$\epsilon_x^{Max} = \frac{c}{p}$$

تأخیر و تأخیر در طولش (مقطع عرضی) است



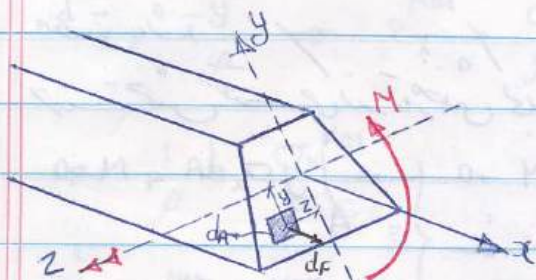
$$\sigma_x = E \cdot \epsilon_x \quad \epsilon_x = \frac{-y}{\rho} \Rightarrow \sigma_x = \frac{-y}{\rho} E$$

$$\epsilon_x = \frac{y}{c} \epsilon_x^{\text{Max}} \rightarrow \sigma_x = \frac{y}{c} \sigma_x^{\text{Max}}$$



رابطه بین تنش خمشی در یک تیر و کرنش آن
 که به صورت زیر درج شده است

۱۱. $S_z = \int y dA = 0$. این معادله نشان می دهد که گشتاور اول سطح مقطع حول محور مختصات آن باید برابر با صفر باشد. به عبارت دیگر، برای محنوی که تحت اثر تنش خاص قرار دارد و معادله تنش در ناحیه گشتاور باقی می ماند، محض از مرکز جرم سطح عبور می کند.
 محض از مرکز جرم سطح



گشتاور (کنش)
 $dF = \sigma_x dA$
 محض از مرکز جرم است

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \int_A dF = 0 \Rightarrow \int_A \sigma_x dA = 0 \Rightarrow \int_A \frac{y}{c} \sigma_x^{Max} dA = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_x^{Max}}{c} \int_A y dA = 0 \Rightarrow \int_A y dA = 0$$

$$\bar{y} = \frac{\int y dA}{\int dA}$$

برابر با گشتاور ناحیه است
 $S_x = \sum y_i A_i = \int y dA = 0$
 محض ناحیه از مرکز جرم عبور می کند

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow \int_A dM_y = 0 \Rightarrow \int_A z dF = 0 \Rightarrow \int_A z \sigma_x dA = 0$$

$$\Rightarrow \int_A z \frac{y}{c} \sigma_x^{Max} dA = 0 \Rightarrow \frac{\sigma_x^{Max}}{c} \int_A z y dA = 0 \Rightarrow I_{zy} = 0$$

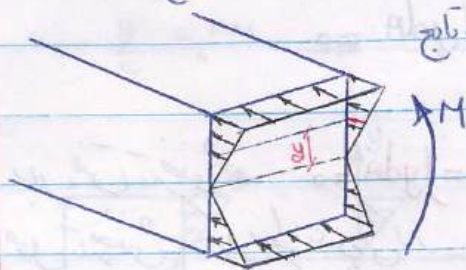
* برابر با سطح z حول محله اصلی می باشند. بنابراین ناحیه باید مرکزی از محله اصلی

مطبق به
جهت تنش کششی و فشرشی است

$$\Sigma M_z = 0 \rightarrow \int_A y dF + M = 0 \rightarrow \int_A \bar{y} \sigma_x dA + M = 0$$

$$\rightarrow \int_A y \frac{y}{c} \sigma_x^{Max} dA + M = 0 \Rightarrow \frac{\sigma_x^{Max}}{c} \int y^2 dA + M = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_x^{Max}}{c} I_z + M = 0 \Rightarrow \sigma_x^{Max} = \frac{-M \cdot c}{I_z}$$



* این رابطه فقط در حالتی صادق است که مصالح تابع قانون هک باشد. در غیر این صورت باید از رابطه بالا به خود دیگری استفاده کنید.

$$\sigma_x = \frac{-M \cdot y}{I_z}$$

ضریب $S = \frac{I}{c} \Rightarrow \sigma^{Max} = \frac{M}{S} \Rightarrow S = \frac{M^{Max}}{\sigma^{Max}}$

ضریب S

$$\sigma_x = \frac{-M \cdot y}{I_z}$$

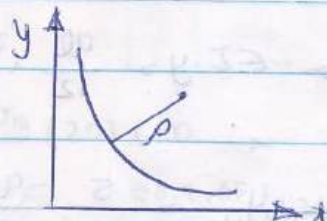
$$\epsilon_x = \frac{-y}{\rho}$$

$$\rightarrow \sigma_x = E \epsilon_x$$

$$\epsilon_x = \frac{-y}{\rho} \Rightarrow \epsilon_x^{\text{Max}} = \frac{c}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_x^{\text{Max}}}{c}$$

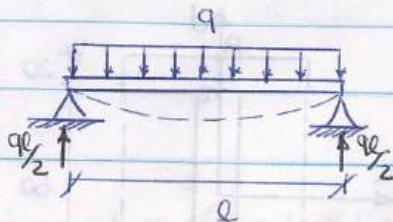
$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_x^{\text{Max}}}{E \cdot c} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_x^{\text{Max}} = \frac{M \cdot c}{I} \end{array} \right. \rightarrow \text{isi } \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (k = \frac{1}{\rho})$$

$$\rho = \frac{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{\frac{3}{2}}}{d^2y/dx^2}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} \sim \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2} \rightarrow \frac{M}{EI_z} = \frac{d^2y}{dx^2}$$



$$M(x) = \frac{ql}{2}x - \frac{q}{2}x^2$$

$$\Rightarrow EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} \Rightarrow EI \frac{dy}{dx} = \frac{ql}{2}(\frac{x^2}{2}) - \frac{qx^3}{6} + C_1$$

$$EIy = \frac{ql}{12} x^3 - \frac{q}{24} x^4 + C_1 x + C_2$$

$$x=0 \rightarrow y=0 \rightarrow C_2=0$$

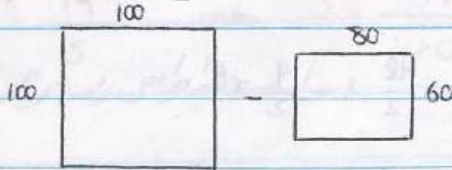
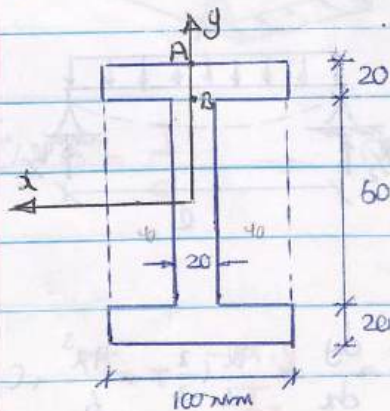
$$x=l \rightarrow y=0 \rightarrow 0 = \frac{ql^4}{12} - \frac{ql^4}{24} + C_1 l \rightarrow C_1 = \frac{-ql^3}{24}$$

$$\rightarrow EIy = \frac{ql}{12} x^3 - \frac{q}{24} x^4 - \frac{ql^3}{24} x$$

$$\rightarrow y_{Max} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI} \text{ at } x = \frac{l}{2}$$

مثال: مقطع تیر I شکل مطابق زیر است. نیروی خمشی 15 kN.m و بار یکنواخت q در جهت مثبت
جمع نیروی دشار فوقانی تیر وارد می شود محاسبه کنید.

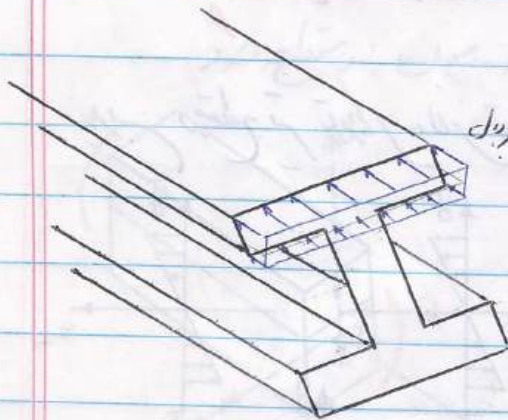
$$\sigma = - \frac{My}{I}$$



$$I = \frac{100^4}{12} - \frac{80 \times 60^3}{12} = 6.89 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

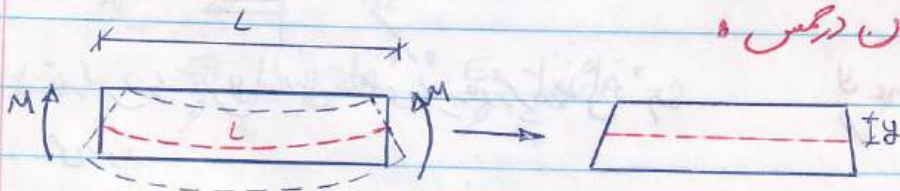
$$\sigma_A = \frac{-My_A}{I} = \frac{15 \times 10^6 \times 50}{6.89 \times 10^6} = -108.9 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_B = \frac{3}{5} \sigma_A = -65.3 \text{ Mpa}$$



$$F = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} (20) \times 100 = \frac{108.9 + 65.3}{2} (20)(100) = 174.2 \text{ kN}$$

نیرو فشاری در مقطع

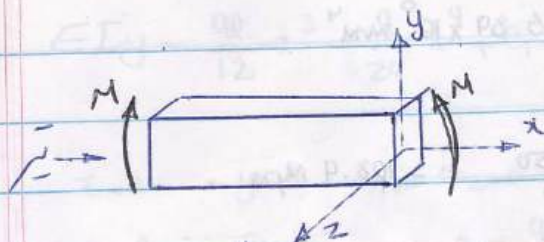


$$\epsilon_x = \frac{-y}{\rho}$$

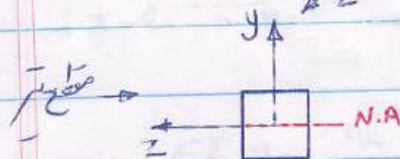
اثر نواسون در خمش

نکته ۸ روابط $\epsilon_y = \epsilon_z = \nu \frac{y}{\rho}$ نشان می دهند که اجزای واقع در بالای سطح خنثی
 (۷۰) در هر دو جهت y و z انبساط پیدا می کنند. (کشتی) در حالیکه اجزای زیرین خنثی
 (۸۰) منقبض می گردند.

مقطع تیر در صورت موازی است



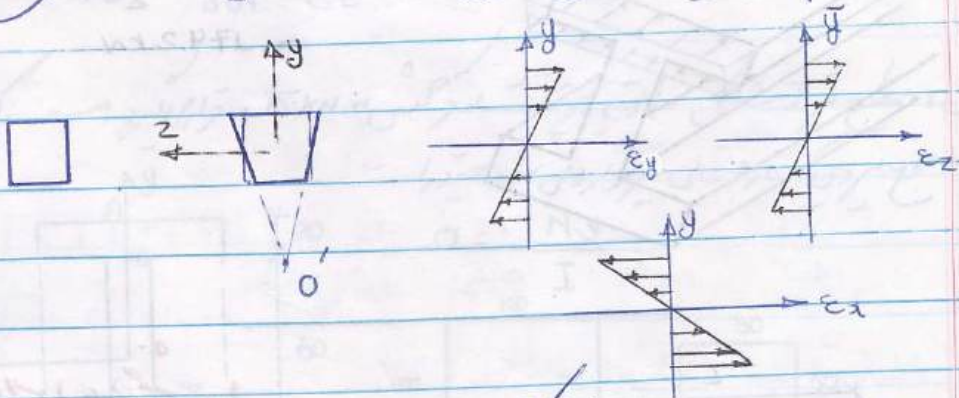
$$\nu = \left| \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \right| \rightarrow \epsilon_y = -\nu \cdot \epsilon_x$$



$$\epsilon_z = -\nu \cdot \epsilon_x$$

$$\Rightarrow \epsilon_z = \nu \frac{y}{\rho}$$

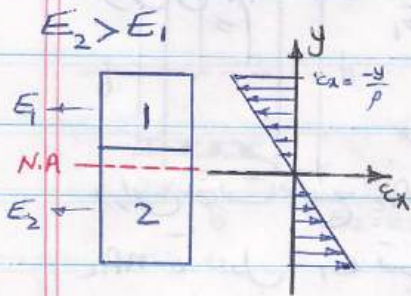
بنابراین در مقطع تیر تا یکبار بالای تیر خنثی کشتی و زیرین خنثی کشتی فشار است



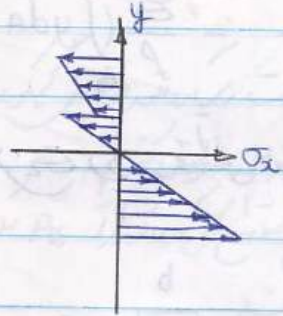
$$\epsilon_y = \nu \frac{y}{\rho}$$

* تا یکبار در جهت y بالای تیر خنثی کشیده و زیرین تیر خنثی فشرده می شود.

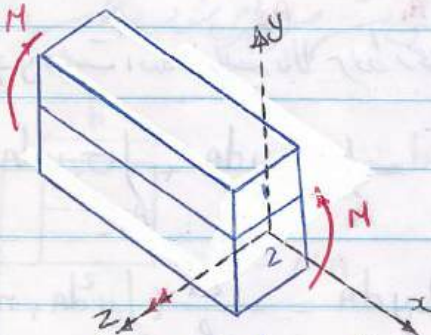
خشش مقاطع مرکب



$$\sigma_x = E \epsilon_x$$



در این صورت نسبت ضوابط $\sigma_x = \frac{y}{c} \sigma_{max}$ می‌باشد.



$$\sum F_x = 0$$

$$\rightarrow \int \sigma_x dA = 0$$

$$\rightarrow \int_{A_1} \sigma_x dA + \int_{A_2} \sigma_x dA = 0$$

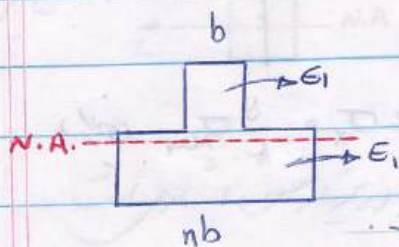
$$\rightarrow \int_{A_1} -E_1 \frac{y}{\rho} dA + \int_{A_2} -E_2 \frac{y}{\rho} dA = 0$$

$$\rightarrow -\frac{E_1}{\rho} \int_{A_1} y dA - \frac{E_2}{\rho} \int_{A_2} y dA = 0$$

فرض می کنیم $\frac{E_2}{E_1} = n$

$$\Rightarrow -\frac{E_1}{\rho} \left(\int_{A_1} y dA + \int_{A_2} ny dA \right) = 0$$

در این حالت مقطع A_2 را به دارای عدول اریتری E_2 بود به مقطعی عدول nA_2 تا عدول E_1 تبدیل کردیم.



$$-\frac{E_1}{\rho} \left(\int_{A_1} y dA + \int_{A_2} y d(nA_1) \right) = 0$$

* y نسبت آمده از راسته بالا هر دو به چپ یا راستی است.

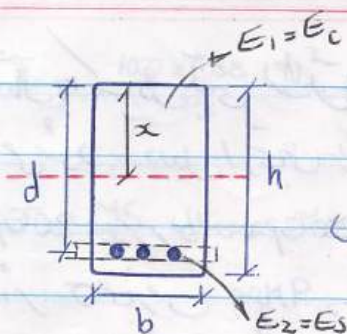
$$\Sigma M_z = 0 \rightarrow M = \int \sigma_x y dA = \int_{A_1} \sigma_x y dA + \int_{A_2} \sigma_x y dA$$

$$\rightarrow M = \int_{A_1} \frac{E_1 y}{\rho} y dA + \int_{A_2} \frac{E_2 y}{\rho} y dA = -\frac{E_1}{\rho} \left(\int_{A_1} y^2 dA + n \int_{A_2} y^2 dA \right)$$

$$= -\frac{E_1}{\rho} (I_1 + nI_2) \quad M = -\frac{E_1}{\rho} \underbrace{(I_1 + nI_2)}_{I}$$

تبدیل به ی توانی هم کرده و y تبدیل n برابر شود و b تبدیل n برابر شود

تیرهای مرکب



قسمت زیر آهن و فولاد یکی از طرف از دایره اندازد. بنابراین
 آن را در نظر نمی گیریم.
 از سطح مقطع کل آهن و فولاد A_s داریم مقطع فولاد $n \cdot A_s$ می باشد.

$\frac{E_s}{E_c} = 10 = n$

در حالت نامرئی مقطع بتن مسلح از سمت کششی نیست و منطقی نبود بنابراین

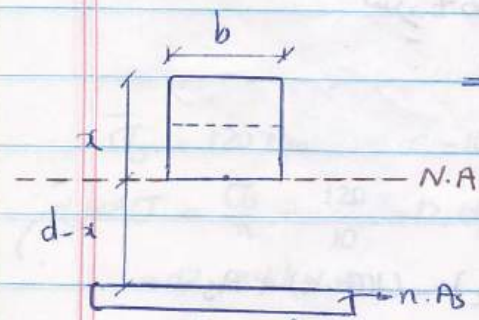
$S_x = \sum y_i A_i = 0$

$\Rightarrow b \cdot x \cdot \frac{x}{2} - n \cdot A_s (d - x) = 0$

$\frac{b}{2} x^2 + n A_s x - n A_s d = 0$

* چون بتن کشش را تحمل نمی کند، در سمت کششی آهن قرار

فولادی قرار می دهند.

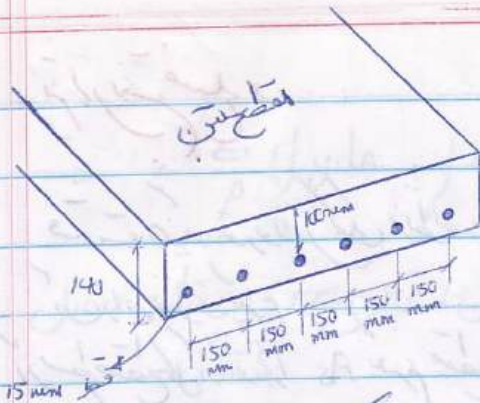


نکته: از مقطع فولاد از دو سطح ۱ و ۲ تشکیل شده باشد در $\frac{E_2}{E_1}$ برابر شود، مقطع ۲ را در جهت عمود بر محور ۱ n برابر می کنیم تا سطح ۲، n برابر شود. حاصل فرض می کنیم کل مقطع دارای فولاد است. در این حالت برای مقطع جدید σ_1 را بدست می آوریم. چون طبق

$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{E_2}{E_1} = n$

رابطه $\sigma = E \epsilon$ می باشد

مثال: یک پل بتنی مطابق شکل مصالح می شود. تبدیل ارتجاعی برابر است 20 Gpa در برابر فولاد 200 Gpa می باشد. اگر σ_c می باشد 9 Mpa، σ_s می باشد 120 Mpa فرض شود، محاسبه حداکثر گسترش مجزی در تکیه به 1/4 اعصاب این دال اعمال کرد.

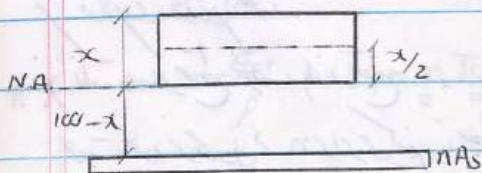


$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{20} = 10$$

$$\text{تعداد میل بر در یک واحد عرض 1 م} = \frac{1}{0.15} = 6.667$$

$$A_s = 6.667 \times \pi \times \frac{15^2}{4} = 1.178 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$n A_s = 10 (1.178 \times 10^3) = 1.178 \times 10^4 \text{ mm}^2$$



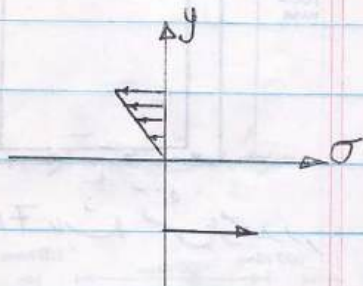
$$1000 \times \left(\frac{x}{2}\right) - (100 - x) n A_s = 0$$

$$\rightarrow x = 38.17 \text{ mm}$$

$$\rightarrow 100 - x = 61.83 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1000 \times (38.17)^3}{3} + 1.178 \times 10^4 \times (61.83)^2 + \frac{I_{\text{قولا}}}{12} = 63.57 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma = \frac{MC}{I} \rightarrow M = \sigma \cdot \frac{I}{C}$$



۱۱) کنترل مقطع برابر با تنش مجاز است؟

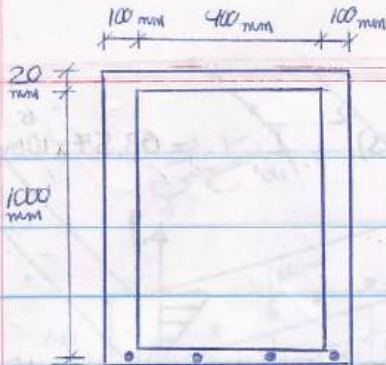
$$M_{\text{Max}} = \bar{\sigma}_c \cdot \frac{I}{C} = 9 \times \frac{63.57 \times 10^6}{38.17} \times 10^{-6} = 14.99 \text{ kN.m}$$

۱۲) کنترل مقطع برابر با تنش مجاز فولاد؟

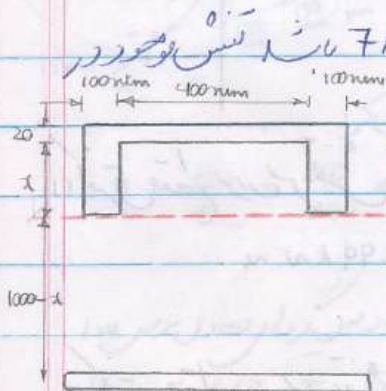
$$\bar{\sigma}_s = 120 \text{ Mpa} \quad C = 100 - x = 61.83 \text{ mm}$$

$$\sigma = \frac{\sigma_s}{n} = \frac{120}{10} = 12 \text{ Mpa} \rightarrow M_{\text{Max}} = \bar{\sigma} \cdot \frac{I}{C} = 12 \times \frac{63.57 \times 10^6}{61.83} \times 10^{-6} = 12.34 \text{ kN.m}$$

$$M_{\text{Max}} = \min(14.99, 12.34) = 12.34$$



مثال: مقطع سازه بتنی مسلح همانند شکل
به صورت محاسبه ارضی باشد سطح مقطع
مجموع میل چرخه‌ای کششی برابر 3600 mm^2
و $n=10$ فرض می‌گردد. چگونگی محاسبه



تنش فشاری ناشی از خمش در بتن مساوی 7 N/mm^2 باشد تنش موجود در
میل چرخه‌ای کششی و بتن ضعیف وارد در مقطع را همی که کنید

$$A_s = 3600 \text{ mm}^2 \rightarrow n A_s = 36000 \text{ mm}^2$$

$$\sum x = 0 \rightarrow \sum y_i A_i = 0$$

$$(x+10)(20 \times 600) + \frac{1}{2}(100x) \times 2 =$$

$$(1000-x)(36000) = 0 \rightarrow x = 405.29 \text{ mm}$$

$$I = \frac{600(20)^3}{12} + (405.29)^2(20 \times 600) + 2 \left(\frac{100(405.29)^3}{3} \right) + (594.71)(36000)$$

$$\rightarrow I = 4 \times 10^5 + 20695.89 \times 10^5 + 44381.95 \times 10^5 + 127324.79 \times 10^5$$

$$\rightarrow I = 192406.63 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

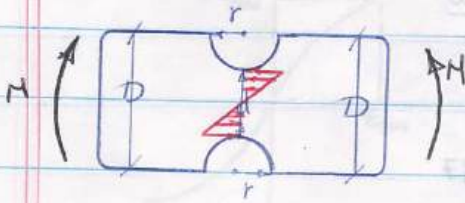
$$(\sigma_{all})_c = 7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_s = 70 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{M(405.29) \text{ mm}}{192406.63 \times 10^5 \text{ mm}^4} \Rightarrow M = 316.69 \text{ kN.m}$$

$$70 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{M(594.71) \text{ mm}}{192406.63 \times 10^5 \text{ mm}^4} \Rightarrow M = 2264.7 \text{ kN.m}$$

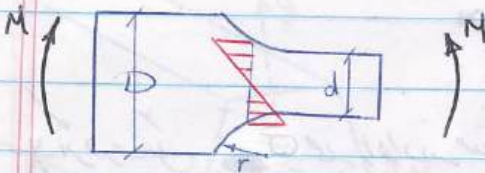
الان

تمرکز تنش در گوشه

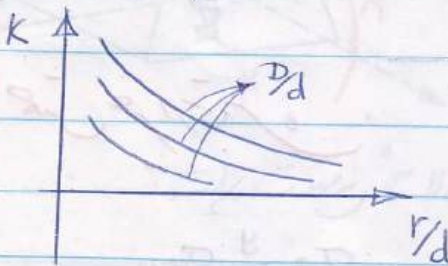
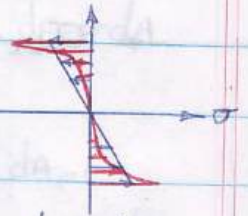


$$\sigma_{Max} = k \sigma_{avg}$$

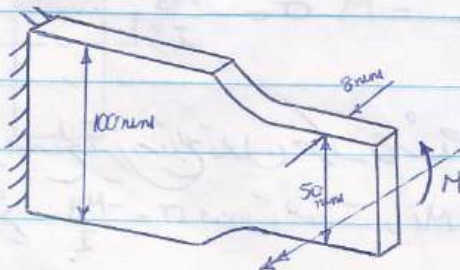
$$\sigma_{avg} = \frac{M c}{I} \rightarrow \text{رابطه بین متوسط تنش و ممان}$$



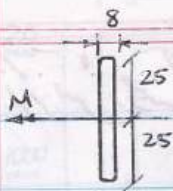
$$\sigma_{Max} = k \sigma_{avg}$$



این گراف در نمودارهای دیگر به دست آمده است فقط توزیع تنش را به رسم می آوریم.



مثال ۶ اگر $M = 350 \text{ N.m}$ باشد
محصول است حداکثر تنش وارده شده
اگر $r = 5 \text{ mm}$ باشد.



$$\sigma_{avg} = \frac{MC}{I} = \frac{350 \times 10^3 \times 25}{\frac{8 \times 50^3}{12}} = 105 \text{ Mpa}$$

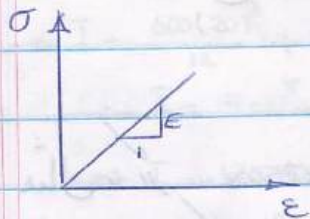
$$\sigma_{Max} = k \sigma_{avg}$$

$$D/d = 2 \quad r/d = 0.1 \quad \rightarrow \quad k = 1.87$$

$$\rightarrow \sigma_{Max} = 1.87 \times 105 = 196 \text{ Mpa}$$

* اگر در محل تنش جایز دادند منظور σ_{Max} است

تغییر غیر اریتمی

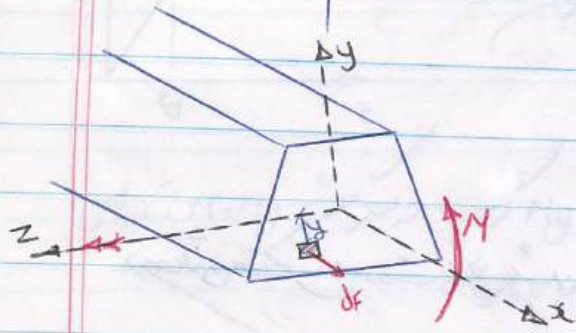
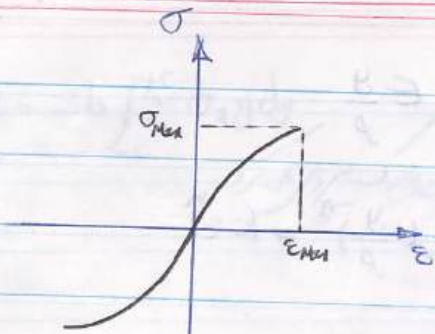


$$\sigma = E \epsilon$$

$$\sigma = \frac{y}{c} \sigma_{Max}$$

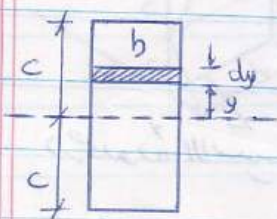
$$\sigma = \frac{My}{I}$$

از مصالح تیر به تابع قانون هooke تنش ای در ده غیر اریتمی است
در تیر $\sigma = \frac{-My}{I}$ صورت گرفت و M به صورت زیر بدست می آید



$$\begin{aligned}\Sigma M_z &= 0 & dF &= \sigma dA \\ M + \int y dF &= 0 \\ \Rightarrow M + \int y \sigma \cdot dA &= 0 \\ \Rightarrow M &= - \int y \sigma \cdot dA\end{aligned}$$

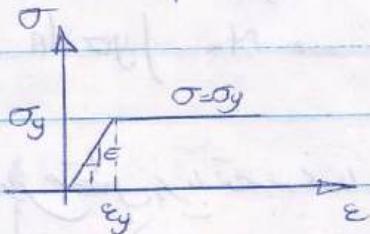
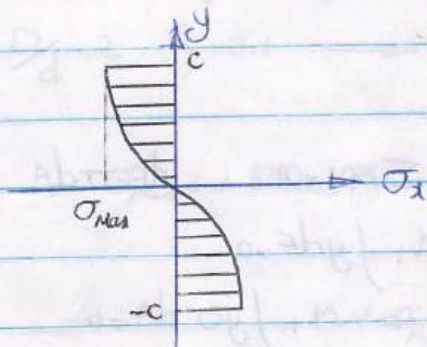
برای محاسبه نیرو یا تنش به نمودار σ و ϵ نیاز داریم.



$$M = - \int y \sigma dA = - b \int_{-c}^{+c} \sigma \cdot y \cdot dy$$

برابر الاستیسیته $\rightarrow \sigma_x = -E \frac{y}{\rho}$

در حالت پلاستیک $\rightarrow \sigma_x = k \left(\frac{y}{\rho} \right)^n = k \epsilon^n$



در حالتی خاص در صورت نرمی پلاستیک.

$$\sigma_{Max} = \frac{-Mc}{I}$$

$$\sigma = \frac{-My}{I}$$

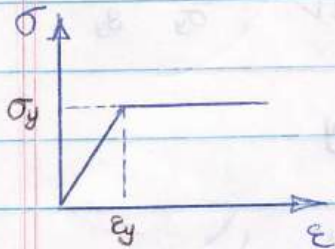
در محدوده الاستیسیته

$$M = -b \int_{-c}^{+c} \sigma_x y dy$$

درجه قبل برابر متصل نیستیم

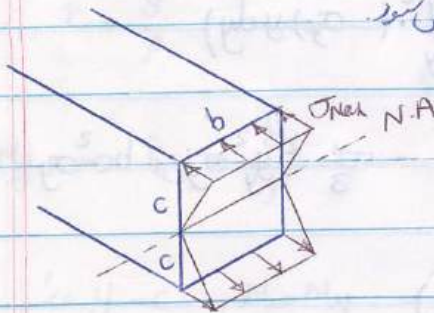
در ارفاقون بون میرور می خورد

رفتار الاستو - پلاستیک در بخش ۸



مجبور آتن در بعد بخش تارک نیست است برابر است
استخ تارک زودتر جاری می شوند

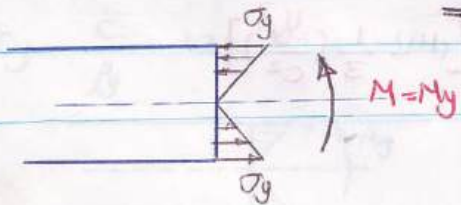
لنگر در اول بخش جاری شدن را دارد M_y شوند در بخش $M = M_y$ تارک می
فوقانی (در بخش تارک نیست به بخش جاری می شود)

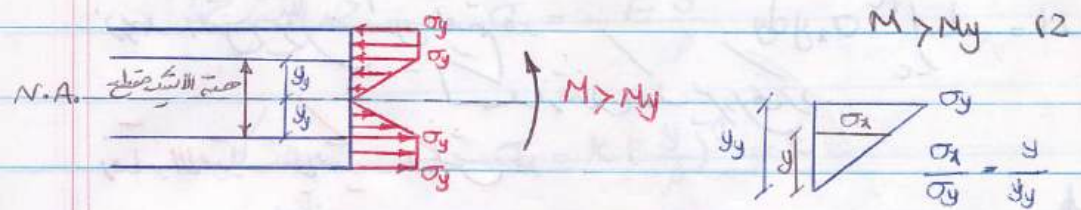


$$\sigma_{Max} = \sigma_y = \frac{M_y \cdot c}{I} \quad \text{و} \quad M = M_y \quad (1)$$

$$I = \frac{b(2c)^3}{12} = \frac{2}{3} bc^3$$

$$\Rightarrow M_y = \frac{2}{3} bc^2 \sigma_y$$





$$M = -b \int_{-c}^c \sigma_x y dy = -2b \int_0^c \sigma_x y dy$$

$$= -2b \left(\int_0^{y_y} \sigma_x y dy + \int_{y_y}^c \sigma_x y dy \right)$$

$$= -2b \left(\int_0^{y_y} \left(-\frac{y}{y_y} \sigma_y \right) y dy + \int_{y_y}^c (-\sigma_y) y dy \right)$$

$$= \frac{2}{3} b y_y^2 \sigma_y + b c^2 \sigma_y - b y_y^2 \sigma_y = -\frac{1}{3} b y_y^2 \sigma_y + b c^2 \sigma_y$$

$$\Rightarrow M = b c^2 \sigma_y \left(1 - \frac{1}{3} \frac{y_y^2}{c^2} \right)$$

$$\Rightarrow M = \frac{3}{2} M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{y_y^2}{c^2} \right) \right]$$

$M = M_p$ (3)
 M_p حداکثر لنگر که بتوان در مقطع وارد کرد و در آن صورت مقطع دچار تغییر شکل می‌گردد



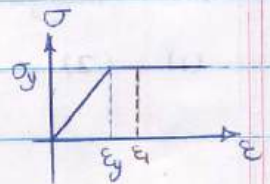
$y_y = 0$
 $M_p = \frac{3}{2} M_y$

* (در حد کلی) $M_p = k M_y$ است که k ، shape factor نامیده می‌شود. متضیل $\frac{3}{2}$ است.

$\epsilon = \frac{y}{\rho}$

(مشتق از رابطه هندسی است)

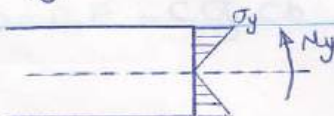
$M > M_y \rightarrow \epsilon_y = \frac{y_y}{\rho} \quad (1)$



در مجموع انتخاب جدول مقطع جابر شده وقتی که $M = M_y$ ، $y = c$

$M = M_y \text{ و } \epsilon_y = \frac{c}{\rho_y} \quad (2)$

$(1), (2) \rightarrow \frac{y_y}{\rho} = \frac{c}{\rho_y} \rightarrow \frac{y_y}{c} = \frac{\rho}{\rho_y}$



$\rho_y > \rho$ می باشد.

$$\frac{y_y}{c} = \frac{\rho}{\rho_y} \rightarrow M = \frac{3}{2} M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\rho}{\rho_y} \right)^2 \right]$$

(1) $\frac{M_p}{\sigma_y} = Z$ فصل الاستاتیک مقطع تعریف ۸

$\frac{M}{\sigma} = S$ فصل الاستاتیک مقطع $\rightarrow \frac{M_y}{\sigma_y} = S$ (2) ($\frac{I}{c} = \frac{M}{\sigma} = S$)

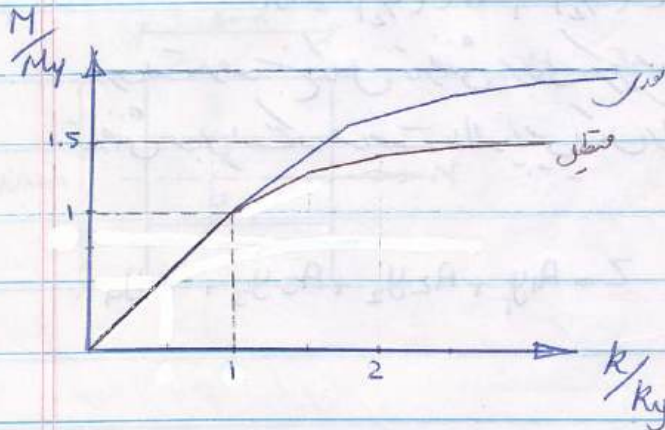
(1), (2) $\rightarrow \begin{cases} \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S} \\ \frac{M_p}{M_y} = k \end{cases} \rightarrow \frac{Z}{S} = k \rightarrow$ نسبت سطح مقطع

ک برابر مقطع آ شکل ۱.۱۵ و برابر دایره ۱.۴ می باشد.

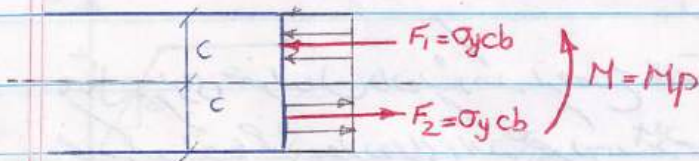
$$\frac{1}{\rho} = k \text{ is } \frac{1}{\rho_y} = k_y$$

$$\rightarrow M = \frac{3}{2} M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{k_y}{k} \right)^2 \right]$$

$$\rightarrow \frac{M}{M_y} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_y}{k} \right)^2$$



در این نمودار



در این نمودار

$$F_1 = F_2 = F$$

$$M_p = c \cdot F = c \sigma_y c b = b c^2 \sigma_y$$

$$F_1 = b_1 c_1 \sigma_y \quad F_2 = b_2 c_2 \sigma_y \quad (F_1 = A_1 \sigma_y, F_2 = A_2 \sigma_y) \quad \text{حالت کلی}$$

$$\rightarrow M_p = F_1 y_1 + F_2 y_2 = b_1 c_1 y_1 \sigma_y + b_2 c_2 y_2 \sigma_y = A_1 y_1 \sigma_y + A_2 y_2 \sigma_y$$

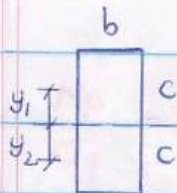
$$\rightarrow M_p = \sigma_y (A_1 y_1 + A_2 y_2) \rightarrow Z = A_1 y_1 + A_2 y_2$$

$$M_p = Z \sigma_y \rightarrow Z = bc^2$$

$$Z = A_1 y_1 + A_2 y_2$$

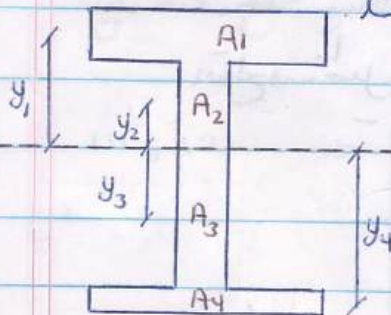
حالت کلی

$$\rightarrow M_p = (A_1 y_1 + A_2 y_2) \sigma_y$$



$$Z = b.c \left(\frac{c}{2}\right) + b.c \left(\frac{c}{2}\right) = bc^2$$

در حالت عمومی سطح کامل ناراضی بر روی مرکز سطح نیست بلکه ناراضی جابی است که مساحت بالا و پایین آن برابر باشد



$$Z = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4$$

مثال: برای عضو نشان داده شده در زیر مصالح الاستیک و همگن استفاده می‌کنند. نیرو خمشی وارده برای اینکه عضو در حالت جاری شدن قرار گیرد مطابق چه کمترین ضخامت الاستیکی را می‌تواند 6 mm در مقطع این عضو به وجود آید؟

$$\sigma_y = 300 \text{ Mpa} \quad E = 200 \text{ GPa}$$



$$\sigma_y = 300 \text{ MPa} \quad E = 200 \text{ GPa}$$

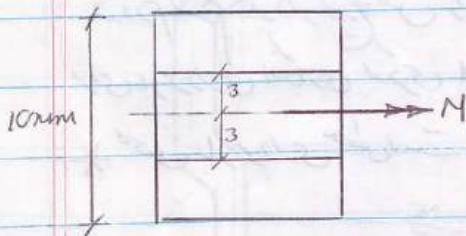
$$M \gg M_y \rightarrow M = \frac{3}{2} M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{y_y}{c} \right)^2 \right]$$

$$b = 8 \text{ mm} \quad c = 5 \text{ mm}$$

$$M_y = \frac{2}{13} b c^2 \sigma_y = \frac{2}{13} 8 (5)^2 300 = 40 \text{ N}\cdot\text{m}$$

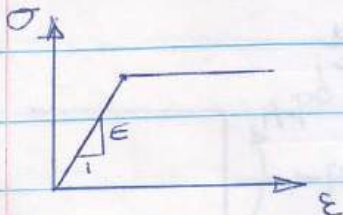
$$2y_y = 6 \text{ mm} \rightarrow y_y = 3 \text{ mm}$$

$$M = \frac{3}{2} \times 40 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{5} \right)^2 \right] = 52.8 \text{ N}\cdot\text{m}$$



تنفس الیمر باقیمانده در جگر و

مدل با به صورت زیر می باشد.



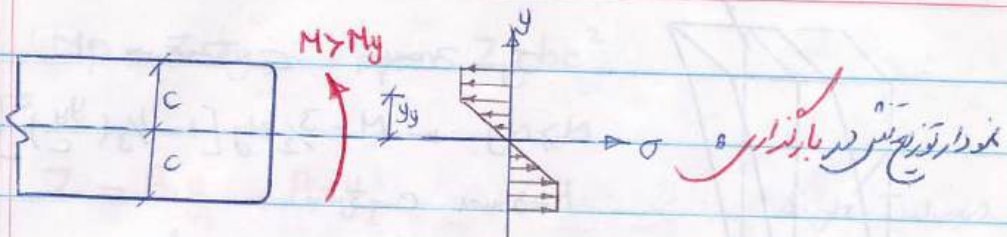
$$\sigma_{\text{Max}} = \frac{M c}{I}$$

$$\sigma_y = \frac{M_y c}{I}$$

$$F_1 = b c_1 \sigma_y \quad F_2 = b c_2 \sigma_y \quad (F_1 = A_1 \sigma_y, F_2 = A_2 \sigma_y) \quad \text{حالت اول}$$

$$\rightarrow M_p = F_1 y_1 + F_2 y_2 = b c_1 y_1 \sigma_y + b c_2 y_2 \sigma_y = A_1 y_1 \sigma_y + A_2 y_2 \sigma_y$$

$$\rightarrow M_p = \sigma_y (A_1 y_1 + A_2 y_2) \rightarrow Z = A_1 y_1 + A_2 y_2$$



در قدم اول M_y را حساب می کنیم

$$M_y = \frac{3}{8} b c^2 \sigma_y$$

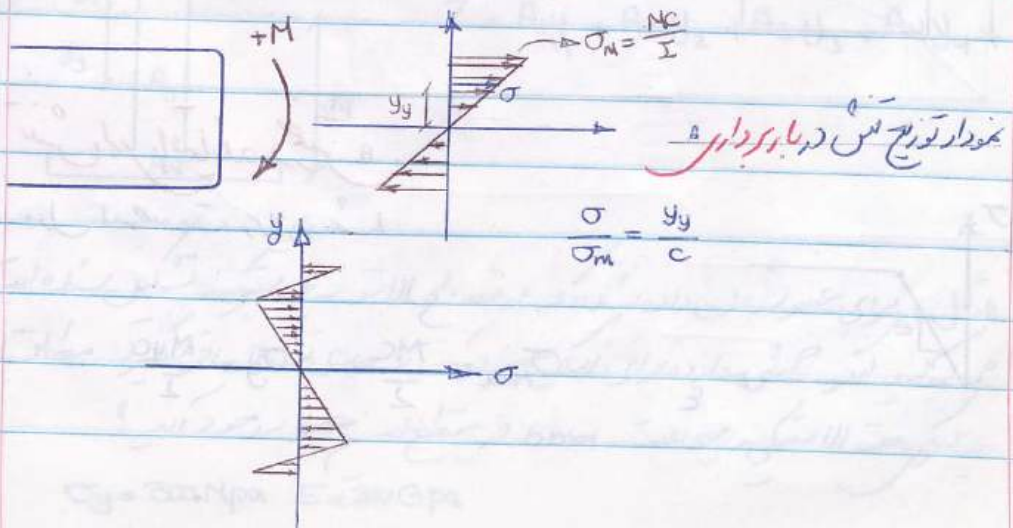
در قدم دوم اگر $M > M_y$ بود حتمه الاستیک را رسم می کنیم

$$M = \frac{3}{2} M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{y_0}{c} \right)^2 \right]$$

در قدم سوم نمودار توزیع تنش را رسم می کنیم

برای بار برداری انتگرالی لنزی M به مقطع وارد می کنیم

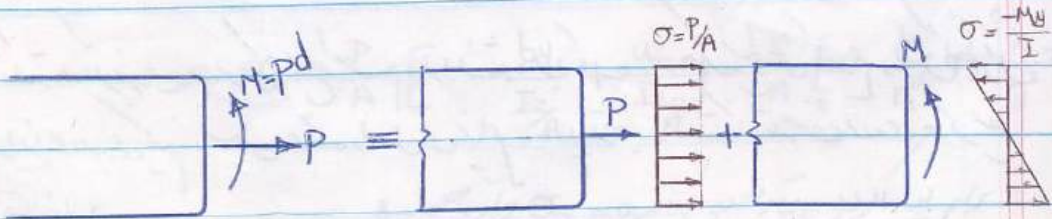
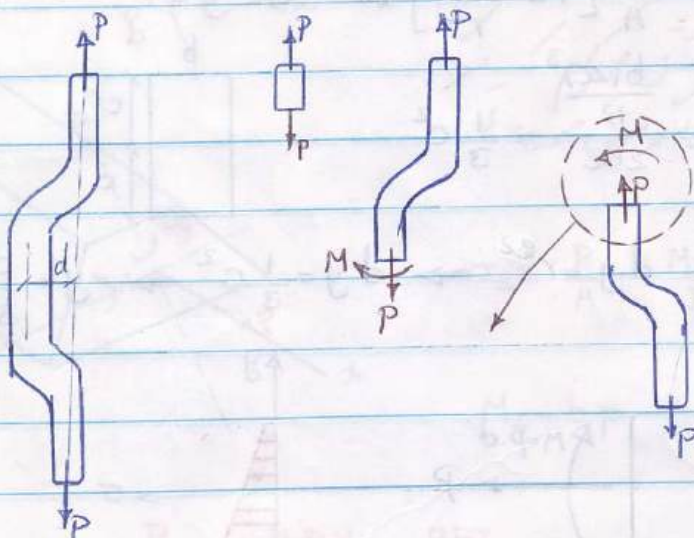
* صحنی بار برداری صحنه است پس توزیع تنش در بار برداری صحنه است



بارندار خارج از محله

در عمل بار صفحه در هر مقطع وارده می شود.

دو نوع خروج از مرتبه داریم. ۱) خروج از مرتبه بار ۲) خروج از مرتبه خمشی.



$$\sigma = \frac{P}{A} - \frac{My}{I} = \frac{P}{A} \left[1 - \frac{d \cdot y}{\frac{I}{A}} \right] \quad \frac{I}{A} = r^2$$

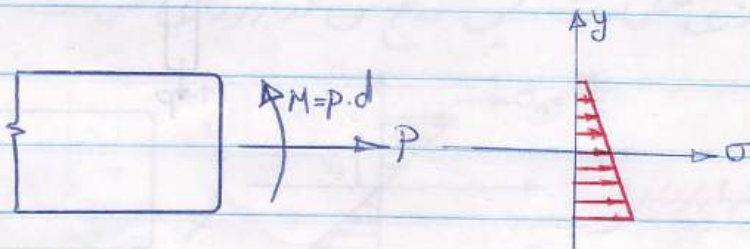
برابر پیدا کردن ضریبی برابر $\sigma = 0$ با σ

$$\sigma = 0 \rightarrow \frac{P}{A} \left[1 - \frac{d \cdot y}{r^2} \right] = 0 \Rightarrow y = \frac{r^2}{d}$$

$$r^2 = \frac{I}{A} = \frac{\frac{b(2c)^3}{12}}{2bc} = \frac{1}{3} c^2$$

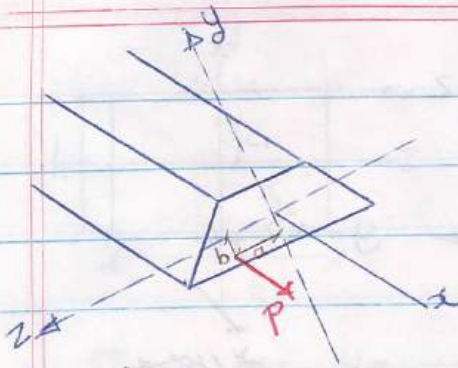


$$\sigma = 0 \Rightarrow d \cdot y = r^2 \Rightarrow d \cdot y = \frac{1}{3} c^2 \Rightarrow y = \frac{c^2}{3d}$$



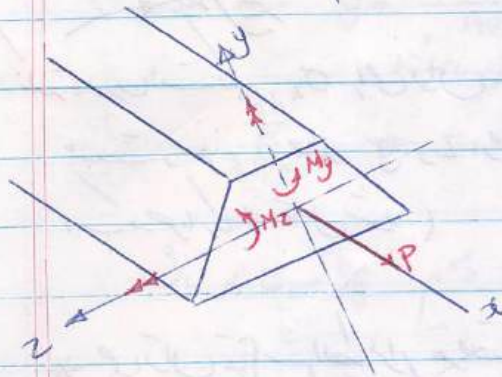
نکته 3: اگر نیروی P بر مرکز سطح اجسام وارد نشده بود آن را به مرکز سطح می آوردیم و سنخ نظیر آن را نیز می دیدیم. پس سنخ را حل می نمایم. باید توجه داشت که فرضی نیروی مرکز سطح قرار ندارد.

بار انداز خارج از محور ۸



می خواهم محاسبه تنش را برای مقطع مقابل بنویسم

بار را به مرکز ثقل منتقل می کنیم. یک نیرو
محول محور لایه و یک نیرو محول محور z
توجیهی کنید



$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z \cdot y}{I_z} + \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

$$M_z = b \cdot p \quad M_y = a \cdot p$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{b \cdot p \cdot y}{I_z} + \frac{a p z}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \frac{P}{A} \left[1 - \frac{b y}{I_z/A} + \frac{a z}{I_y/A} \right] = \frac{P}{A} \left[1 - \frac{b}{r_z^2} y + \frac{a}{r_y^2} z \right]$$

بار بزرگ از آن بار محلی باید $\sigma_x = 0$ قرار دهم ۸

$$\sigma_x = 0 \Rightarrow r - \frac{b}{r_z^2} y + \frac{a}{r_y^2} z = 0$$

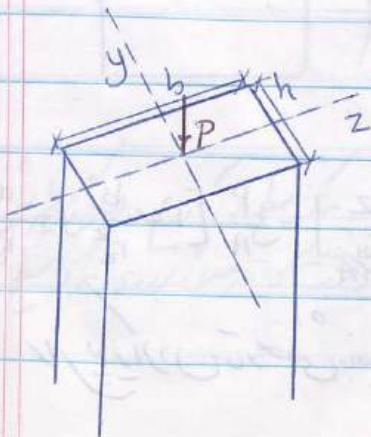
$$\Rightarrow y = \frac{a}{b} \frac{I_z}{I_y} z + \frac{r_z^2}{b} \rightarrow y = mz + c$$

میانبر

نکته: در حالت کلی σ_x را می توان در صورت زیر نوشت. در این حالت علامت y مثبت و منفی در محور y و z وجود دارد و باید لحاظ شود (البته بهترین راه این است که در جواب علامت تکمیل شود).

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

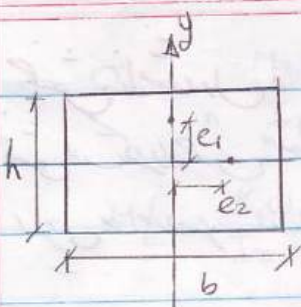
* می توان تمام شرایط را برای موقعیت نیروی P را بررسی نمود.



مثال: نیروی خروج از مرکزیت P صاف باشد که بتواند گشتش بسنجد؟

در این حالت تا وقتی در میانه قرار دارد هیچ صدمه نشی به صفحه مقطع نمی خورد. در میانه گشت را قطع می کند. حال P را به صافی می آوریم تا گشت را بسنجد.

گزینش نقطه



$$I = \frac{bh^3}{12}, A = bh$$

$$\sigma_x = -\frac{P}{A} - \frac{P \cdot e_1 \cdot y}{I}$$

$\sigma_x = 0 \Rightarrow y = -\frac{I}{A \cdot e_1}$

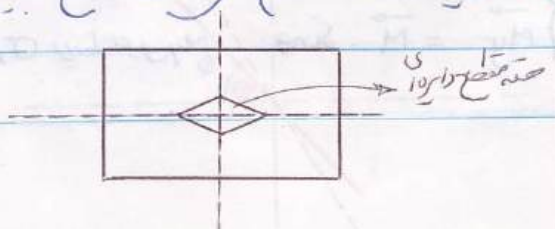
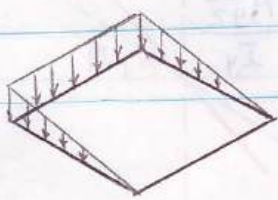
برای آنکه تانژنشی در مرکز باشد $y = -\frac{h}{2}$

$$-\frac{h}{2} = -\frac{\frac{bh^3}{12}}{bh \cdot e_1} \Rightarrow e_1 = \frac{h}{6}$$

برگشتن به پرت P و ابعاد h و b و $e_2 = \frac{b}{6}$ می باشد

نیز در این سطح هندسی نقاطی که بار محصور فشاری در آن نقاط جاری گیرند تا مقطع در گزینش نقطه لغز تا مقطع $\frac{b}{3}$ و $\frac{h}{3}$ است

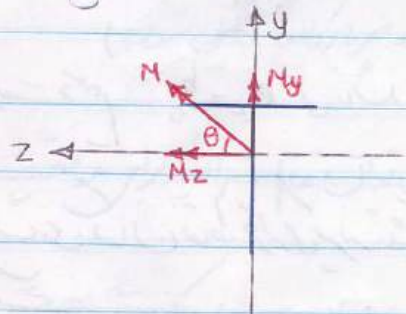
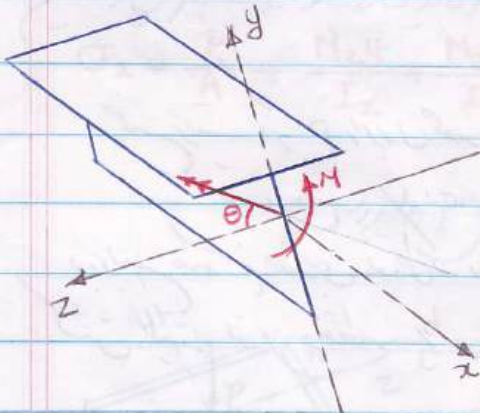
* این چند در سطح بار شدن مسلح بسیار کم است در ستون به گزینش نقطه



گشتش نامتقارن ۸

گشتش نامتقارن گشتش منطبق بر محورهای اصلی منطبق نیست. در این حالت می توان از نیروی حاصل ضرب فعل می شود.

۱۱) محورهای اصلی منطبق بر راستای می کنیم. ۱۲) بر دایره گشتش را بر این سطح می کشیم. ۱۳) از فرمول $\sigma = \frac{My}{I}$ برابر هر مولد گشتش را محاسبه می کنیم. ۱۴) با استفاده از مولد گشتش را بر دایره گشتش را رسم می آوریم.



$$\begin{aligned} \vec{M}_z &= \vec{M} \cdot \cos \theta & M_z \text{ بواسطه } \sigma_x &= - \frac{M_z y}{I_y} \\ \vec{M}_y &= \vec{M} \cdot \sin \theta & M_y \text{ بواسطه } \sigma_x &= + \frac{M_y z}{I_y} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} = -\frac{M \cos \theta}{I_z} + \frac{M \sin \theta}{I_y}$$

$$= M \left[-\frac{y \cos \theta}{I_z} + \frac{z \sin \theta}{I_y} \right] \quad \sigma_x = M \left[-\frac{y \cos \theta}{I_z} + \frac{z \sin \theta}{I_y} \right]$$

مقدار تنش در محور x برابر $\sigma_x = 0$ است.

$$\sigma_x = 0$$

$$\Rightarrow M \left[-\frac{y \cos \theta}{I_z} + \frac{z \sin \theta}{I_y} \right] = 0 \Rightarrow y = \frac{I_z}{I_y} \tan \theta \cdot z$$

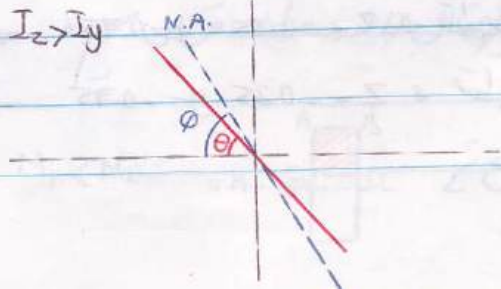
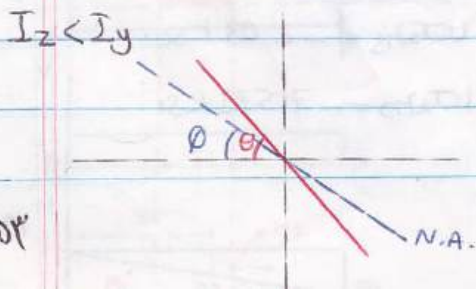
$$y = m z$$

$$\frac{I_z}{I_y} \tan \theta = m$$

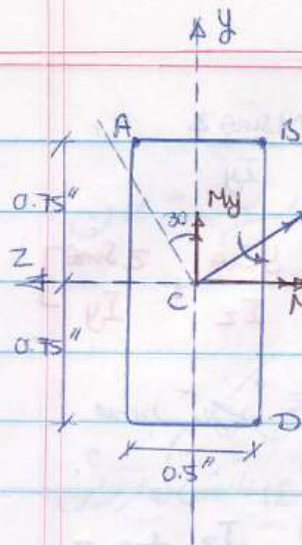
در این $m = \tan \theta$ قرار داده است. (θ زاویه بین محور z و محور y باشد)

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left(\frac{I_z}{I_y} \tan \theta \right) \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{I_z}{I_y} \tan \theta \right)$$

در $I_z = I_y$ باشد، زاویه θ در این مورد برابر 45° است.



10, 16, 24, 28, 42, 49, 50, 56, 58, 60, 68, 72, 84, 88, 106, 110, 116, 123, 130
148, 159, 168, 204



مثال و محاورات مقدار تنش در نقاط A، B، C، D
نسبت نیرو وارد به محاورات

$$M_z = M \cos 30 = 600 \times \cos 30 = 520 \text{ lb.in}$$

$$M_y = M \sin 30 = 600 \times \sin 30 = 300 \text{ lb.in}$$

$$I_z = \frac{0.5 \times 1.5^3}{12} = 0.1406 \text{ in}^4$$

$$I_y = \frac{1.5 \times 0.5^3}{12} = 0.01563 \text{ in}^4$$

$$\sigma_x = \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \frac{520 y}{0.1406} + \frac{300 z}{0.01563}$$

A $\bar{z} = 0.25$ $\bar{y} = 0.75 \Rightarrow (\sigma_x)_A = 7573 \text{ psi} = 7.573 \text{ ksi}$

$$\text{psi} = \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

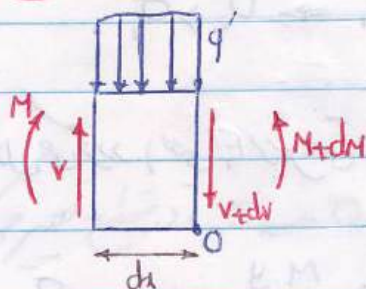
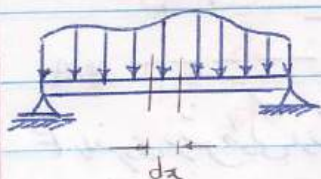
B $\bar{z} = -0.25$ $\bar{y} = 0.75 \Rightarrow (\sigma_x)_B = -2.03 \text{ ksi}$

D $\bar{z} = -0.25$ $\bar{y} = -0.75 \Rightarrow (\sigma_x)_D = -7.573 \text{ ksi}$

محمد رضا

فصل پنجم

بارگذاری جانی (برش)



$$\sum M_o = 0 \Rightarrow -M - Vdx + q'dx\left(\frac{dx}{2}\right) + (M + dM) = 0$$

$$\Rightarrow -Vdx + \frac{q'}{2}dx^2 + dM = 0$$

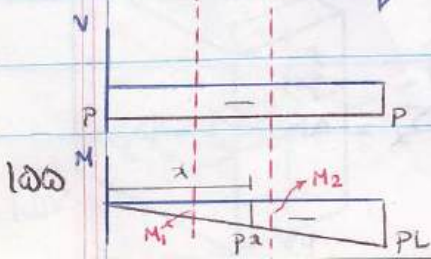
$$\Rightarrow -Vdx = -dM \Rightarrow \frac{dM}{dx} = V$$

$$M = \int V dx \rightarrow M_2 - M_1 = \int_{(1)}^{(2)} V dx$$

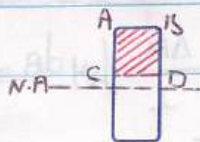
برش دلتی و مجبور در بخش قشر باشد



تیر مقابل را عدد مخالف قرار می دهیم



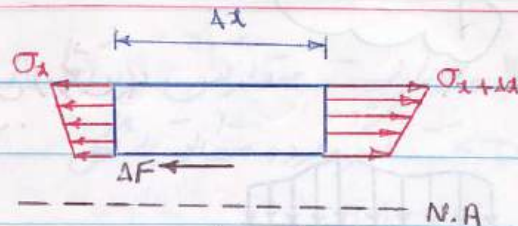
$$M_1 < M_2$$



۱- مشخص

$$\sigma = -\frac{M \cdot y}{I}$$

$$M_2 > M_1 \Rightarrow \sigma_2 > \sigma_1$$



F را نیروی برش طولی می‌گویند که باعث تعادل می‌گردد. یعنی اگر برش افقی درواحد طول (است)

$$\sigma_x = \frac{M \cdot y}{I}$$

$$\sigma_{x+\Delta x} = \frac{(M + \Delta M) \cdot y}{I}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \int_{A_{SCD}} \sigma_x dA + \Delta F - \int_{A_{SCD}} \sigma_{x+\Delta x} dA = 0$$

$$\Rightarrow \int_{A_{SCD}} (\sigma_x - \sigma_{x+\Delta x}) dA + \Delta F = 0$$

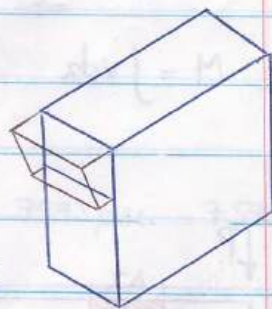
$$\Rightarrow \int_{A_{SCD}} \frac{(M - M - \Delta M)y}{I} dA = -\Delta F$$

$$\Rightarrow \frac{-\Delta M}{I} \int y dA = -\Delta F$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta M}{I} \int y dA = \Delta F \Rightarrow \frac{V \Delta x}{I} S_x = \Delta F$$

$$(S_x = Q)$$

جواب سطح I

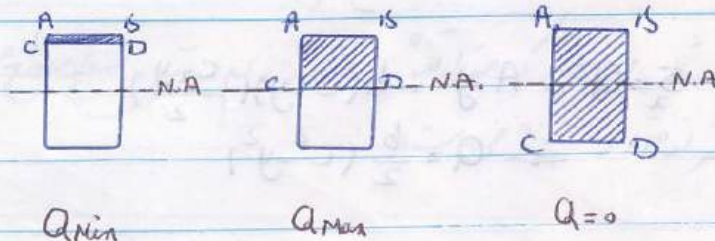


* اگر استاتیکی سطح واقع در بالا یا پایین مرکز عود نظر برابر می باشد Q است که در محول محور مختار کل مقطع حساب می شود

$$\Rightarrow \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{V S_x}{I} \Rightarrow q = \frac{dF}{dx} = \frac{V S_x}{I}$$

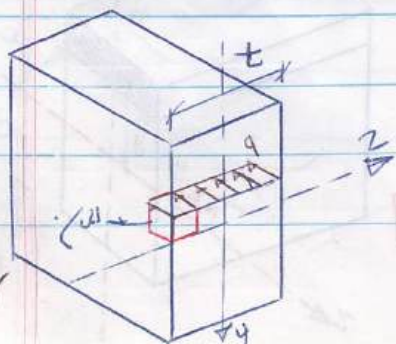
$$\rightarrow q = \frac{dF}{dx} = \frac{VQ}{I}$$

$S_x = Q = \int y da$ در مقطع تغییر می کند



در طول $\frac{dF}{dx} = \frac{VQ}{I}$ ، نیز در بیش مقطع ثابت است و کمینه ثابت می باشد

F و q نیز در بیش در طول می باشد



$$\tau = \frac{dF}{dx \cdot t} \Rightarrow \tau = \frac{q}{t} = \frac{VQ}{It}$$

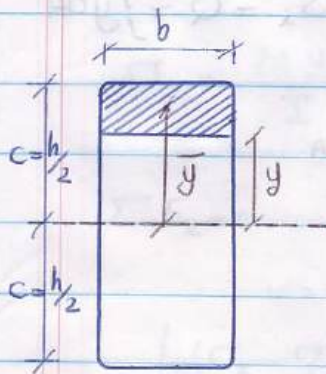


نمایی از تنش برشی در یک مکعب. با تنش برشی طول برابر است.

$$\tau = \tau = \frac{VQ}{It}$$

تنش برشی طول تنش برشی مقطع

مقطع مستطیل زیر را در نظر بگیرید:



$$S_x = Q = A \cdot y = b(c-y) \left(\frac{c+y}{2} \right)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{b}{2} (c^2 - y^2)$$

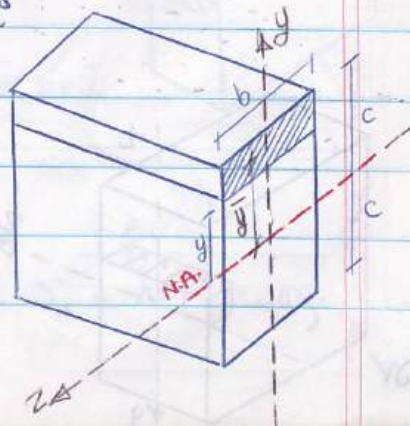
$$\Rightarrow Q = \frac{bc^2}{2} \left[1 - \left(\frac{y}{c} \right)^2 \right]$$

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{2}{3} bc^3$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{V \frac{bc^2}{2} \left[1 - \left(\frac{y}{c} \right)^2 \right]}{\frac{2}{3} bc^3 b}$$

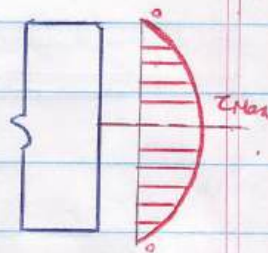
$$\Rightarrow \tau = \frac{3V}{4cb} \left[1 - \left(\frac{y}{c} \right)^2 \right]$$



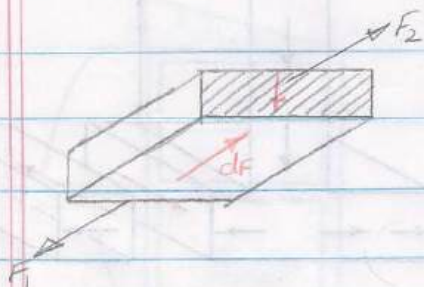
$$0 \leq y \leq c$$

$$y = 0 \rightarrow \tau_{Max} = \frac{3V}{4bc} = \frac{3V}{2A}$$

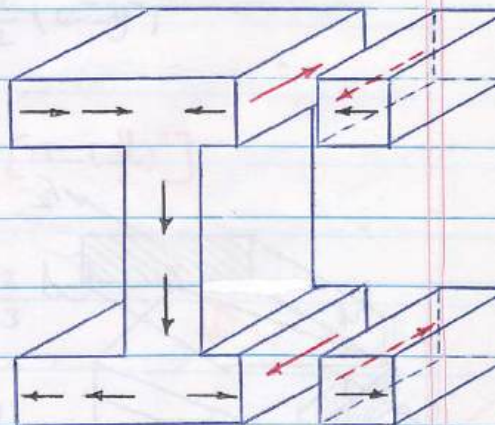
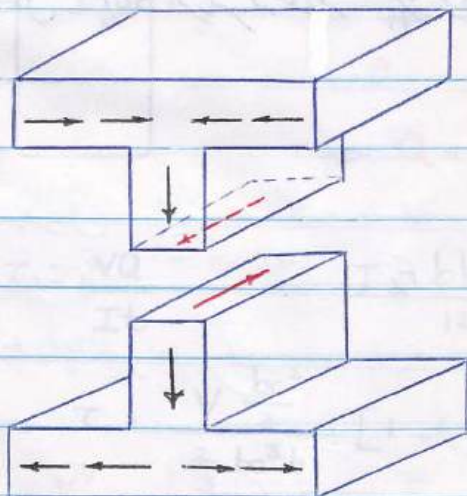
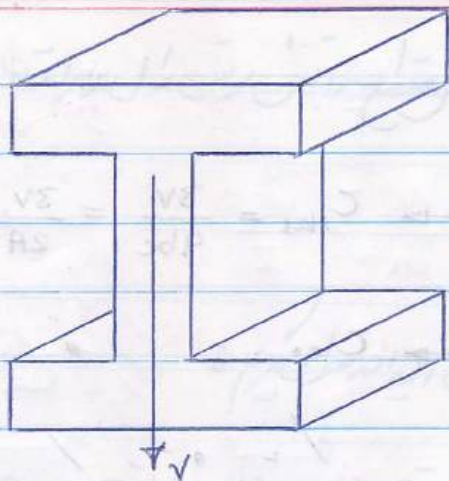
$$y = c \rightarrow \tau = 0$$

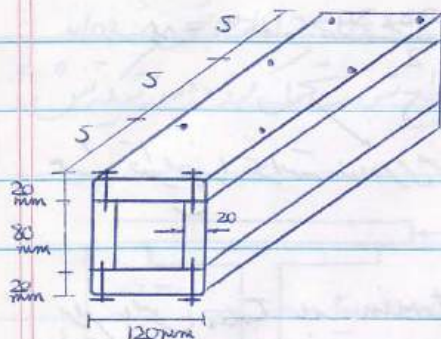


رابطه بدست آمده نشان می دهد در مقدار تنش برشی ما از نیم در تیر با سطح مقطع مستطیل شکل 50٪ بزرگتر از مقدار $\frac{V}{A}$ می باشد.



$$F_1 > F_2$$

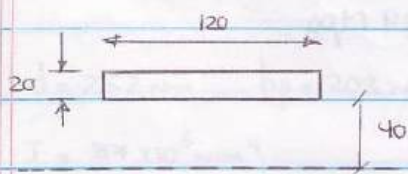




مثال: مقطع زیر مطابق شکل به صورت
قطعی عرضی از دو قطعه خوب به ابعاد
 $20 \times 80 \text{ mm}^2$ به صورت قائم و دو قطعه دیگر
به ابعاد $20 \times 120 \text{ mm}^2$ به صورت افقی که
به یکدیگر پیچ شده اند تشکیل شده است.

اگر بدانیم که فاصله پیچ‌ها از یکدیگر $S = 30 \text{ mm}$ باشد و نیروی برشی بر مقطع به صورت
قائم و برابر 1200 N در نظر گرفته شود، محاسب کنید نیروی برشی ایجاد شده در
هر پیچ و حداکثر تنش برشی در تیر مورد نظر.

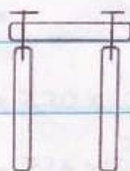
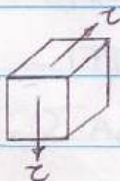
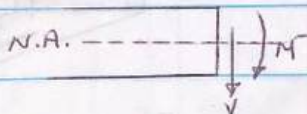
$$S = 30 \text{ mm} \quad V = 1200 \text{ N}$$



$$Q = A \cdot \bar{y} = 20 \times 120 \times 50 = 120000 \text{ mm}^3$$

$$I = \frac{120^4 - 80^4}{12} = 13.87 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

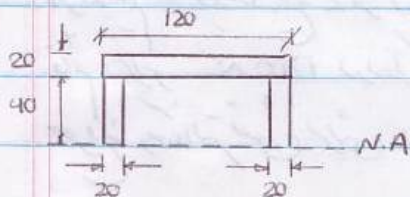
$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{1200 \times 120000}{13.87 \times 10^6} = 10.38 \text{ N/mm}$$



$$\text{نیروی برشی وارد بر گریخ} = \frac{9.5}{2} = \frac{10.38 \times 30}{2} = 155.7 \text{ N}$$

مسئله قهریق را چگونه حل می‌کنیم؟ باید τ_{all} را می‌داد.

برای یافتن τ_{max} باید t_{min} و Q_{max} را بدانیم. این دو مقدار در محل تاریخی تأمین می‌شوند.

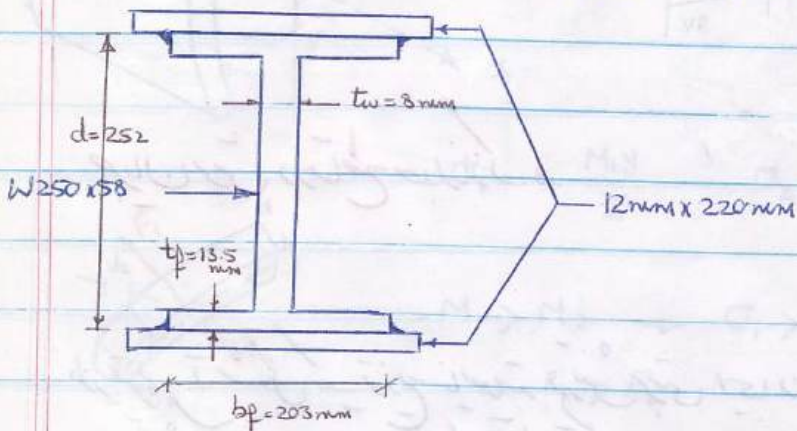


$$Q_{max} = 120000 + 2 \times 40 \times 20 \times 20 = 152000 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow \tau_{max} = \frac{1200 \times 152000}{13.87 \times 10^6 \times 40} = 0.329 \text{ Mpa}$$



مثال: دو صفه متصلی به دو بال تیر بال W 250x58 محو شده اند
 محلول است حداکثر نیرو برشی مجاز در این مقطع بتواند تحمل کند در صورتیکه تنش
 برشی تیر از مقدار 90 Mpa فراتر نرود.



$$d = 252 \text{ mm} \quad b_f = 203 \text{ mm} \quad t_f = 13.5 \text{ mm} \quad t_w = 8 \text{ mm}$$

$$I = 87 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\tau_{Max} = \frac{V_{Max} Q_{Max}}{I \cdot t}$$

$$I_{مقطع} = 87 \times 10^6 + 2 \times \left[\frac{220 \times 12^3}{12} + 12 \times 220 \times \left(\frac{252}{2} + 6 \right)^2 \right]$$

$$= 179.1 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$Q_{Max} = \sum A_i \bar{y}_i = 12 \times 220 \times 132 + 203 \times 13.5 \times \left(126 - \frac{13.5}{2} \right)$$

$$+ 112.5 \times 8 \times \frac{112.5}{2} = 726 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

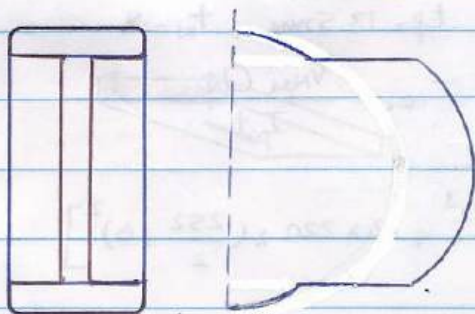
$$\tau_{Max} = \frac{V_{Max} Q_{Max}}{I \cdot t} \Rightarrow 90 = \frac{V \cdot (726 \times 10^3)}{179.1 \times 10^8 \times 8}$$

$$\Rightarrow V_{Max} = 177.6 \times 10^3 \text{ N}$$

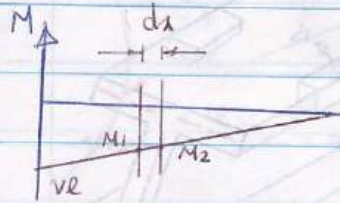
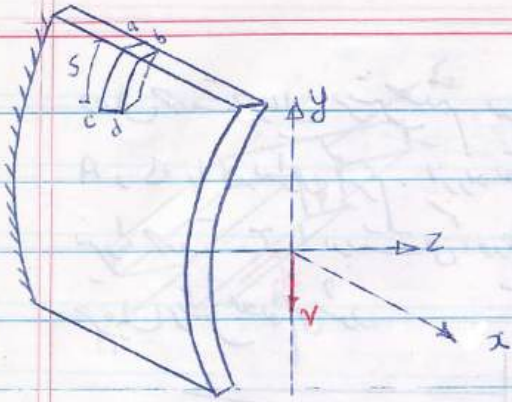
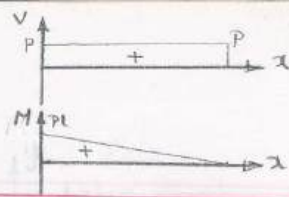
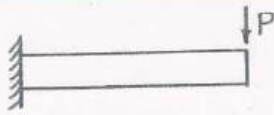
جریان برشی در مقاطع صدارنازک

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I t}$$

در تیرهای آ شکل به توزیع نامیوسته در تنش برشی ایجاد می شود. این سیطه را برای تنش برشی برای هر سطح مقطع تیر نوسید

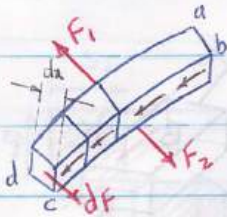


سیطه دیگر نیز وجود دارد که جریان برشی در مقاطع صدارنازک نوسید



$$\sigma_1 = + \frac{M_1 y}{I}$$

$$\sigma_2 = + \frac{M_2 y}{I}$$

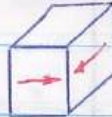


$$M_1 > M_2 \Rightarrow \sigma_1 > \sigma_2$$

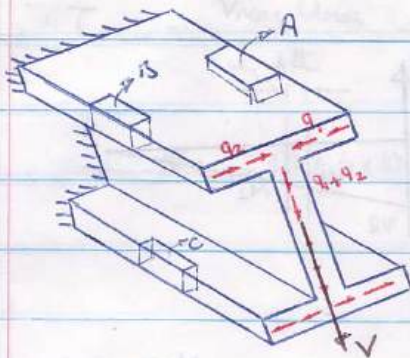
$$\Rightarrow F_1 > F_2$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_2 + dF = F_1$$

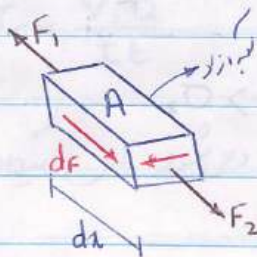
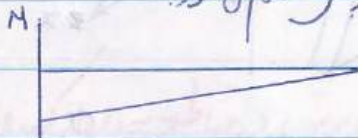
$$dF = t \cdot dx \cdot z = q dx$$



حال اینجاست که برای مقطع آ شکل ابعاد داریم



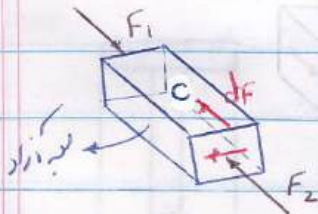
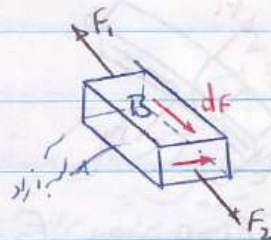
دندل جهت جریان برش هستیم دو مقطع A و B را در نظر می گیریم. از راه تعادل نیروها جهت C را بدست می آوریم و جریان برش معلوم می شود.



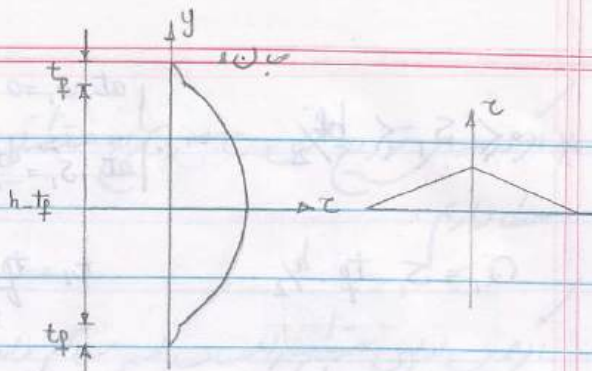
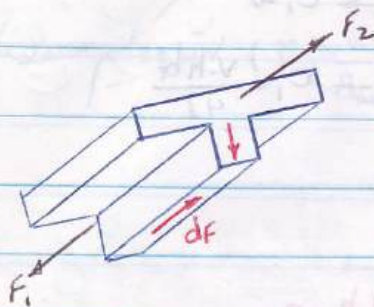
$$dF + F_2 = F_1$$

$$F_1 > F_2$$

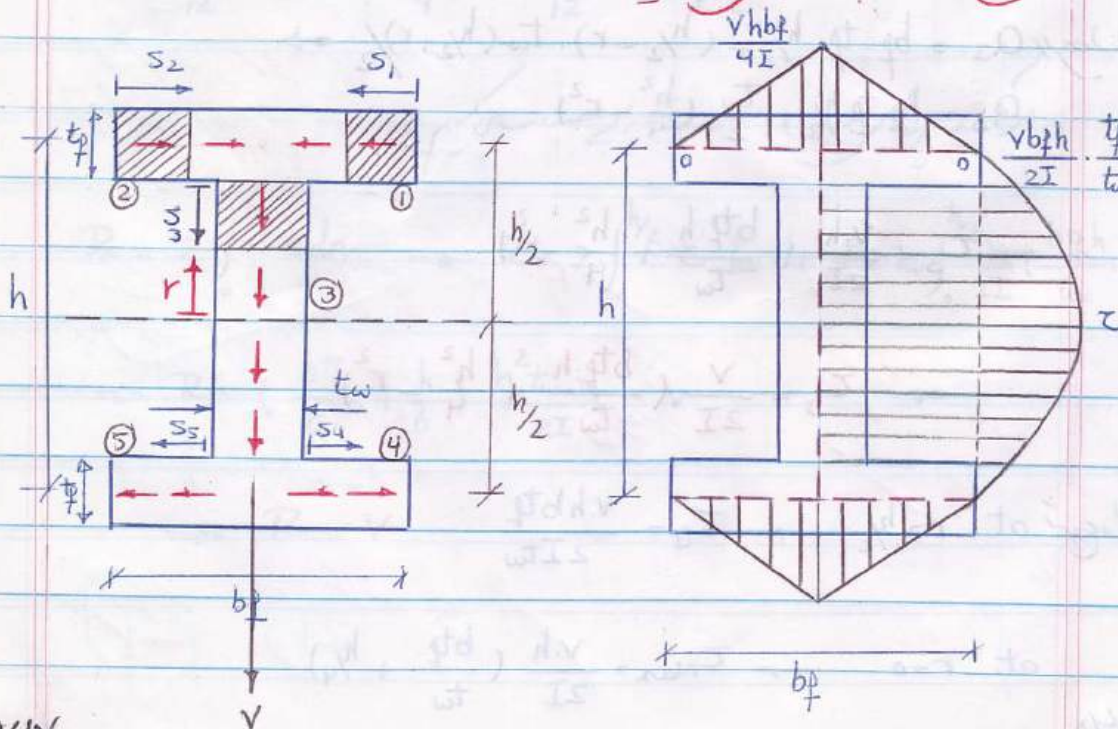
$$dF = q \cdot dx$$



$$F_1 > F_2$$



توزیع تنش برشی بر بزرگ بر پهنای باز I شکل



$$0 \leq s_1 \leq \frac{bt_f}{2} \rightarrow \begin{cases} \text{at } s_1 = 0 \rightarrow \tau_1 = 0 \\ \text{at } s_1 = \frac{bt_f}{2} \rightarrow \tau_1 = \frac{v \cdot h \cdot bt_f}{4I} \end{cases}$$

$$Q_1 = s_1 \cdot t_f \cdot \frac{h}{2}$$

$$t_1 = t_f$$

$$\Rightarrow \tau_1 = \frac{v \cdot t_f \cdot \frac{h}{2}}{I \cdot t_f} \cdot s_1 \Rightarrow \tau_1 = \frac{v \cdot h}{2I} s_1$$

$$\text{Similarly } Q_3 = bt_f \cdot t_f \cdot \frac{h}{2} + (h/2 - r) \cdot t_w (h/2 + r)/2 \Rightarrow$$

$$Q_3 = \frac{bt_f}{2} \cdot \frac{h}{2} + \frac{t_w}{2} \left(\frac{h^2}{4} - r^2 \right)$$

$$\Rightarrow \tau_3 = \frac{v}{2I} \left(\frac{bt_f h}{t_w} + \frac{h^2}{4} - r^2 \right)$$

$$\Rightarrow \tau_3 = \frac{v}{2I} \left(\frac{bt_f h}{t_w} + \frac{h^2}{4} - r^2 \right)$$

$$\text{Similarly at } r = h/2 \rightarrow \tau_3 = \frac{v \cdot h \cdot bt_f}{2I t_w}$$

$$\text{at } r = 0 \rightarrow \tau_{\text{Max}} = \frac{v \cdot h}{2I} \left(\frac{bt_f}{t_w} + \frac{h}{4} \right)$$

که از دینامیک توزیع قطعی τ از توزیع متساوی ($\tau = \frac{v}{A_{web}}$) استفاده کنیم حدود 12% خطا داریم.

از همان انرژی مقطع، ابعاد نسبی خواهم داشت.

$$I = \frac{twh^3}{12} + 2bt_f \frac{h^2}{4} = \frac{twh^3}{12} + bt_f \frac{h^2}{2}$$

برای نیروها، ابعاد، از صوابی کنیم.

$$R = 2 \int_0^{h/2} \tau da \rightarrow R = 2 \int_0^{h/2} \tau \cdot tw dr = 2tw \int_0^{h/2} \frac{v}{2I} \left(\frac{bt_f h}{tw} + \frac{h^2}{4} \right)$$

$$\Rightarrow R = \left(\frac{bt_f}{tw} + \frac{h}{6} \right) \frac{h^2 tw \cdot v}{2I} = v$$

$$\Rightarrow R = v$$

$$q = \frac{vQ}{I} \rightarrow \begin{cases} Q_1 = S_1 t b/2 \\ Q_2 = S_2 t b/2 \end{cases}$$

$$\tau_1 = \frac{Q_1}{t} = \frac{v(S_1 t b)}{I 2t} \Rightarrow \tau_1 = \frac{vb}{2I} S_1$$

$$\tau_2 = \frac{Q_2}{t} = \frac{v(S_2 t b)}{I 2t} \Rightarrow \tau_2 = \frac{vb}{2I} S_2$$

$$\begin{cases} S_1 = 0 \rightarrow \tau_1 = 0 \\ S_1 = q/2 \rightarrow \tau_1 = \frac{vab}{4I} \end{cases}$$

برابر نیست - قائم داریم:

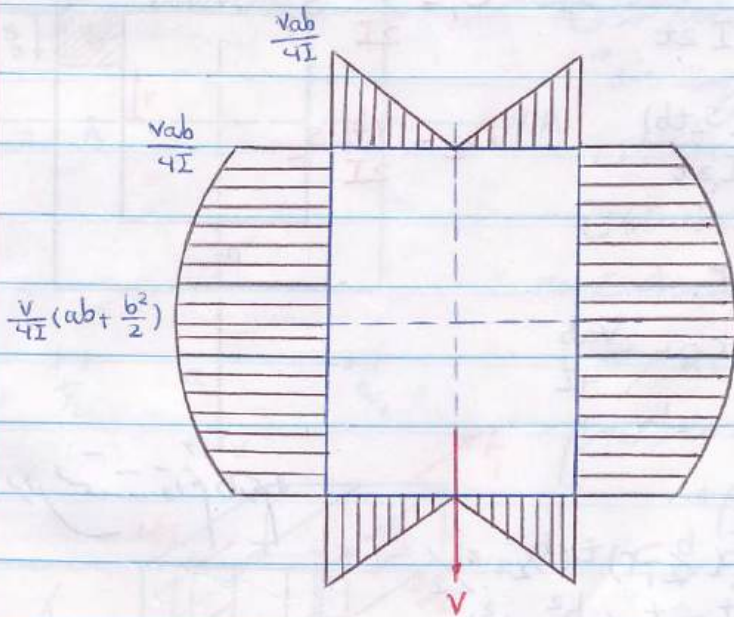
$$Q_3 = t \cdot \frac{q}{2} \cdot \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2} - r\right) t \left(\frac{b}{2} + r\right) \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow Q_3 = \frac{abt}{4} + \frac{t}{2} \left(\frac{b^2}{4} - r^2\right)$$

$$\tau_3 = \frac{v}{I t} \left[\frac{abt}{4} + \frac{t}{2} \left(\frac{b^2}{4} - r^2\right) \right]$$

$$r=0 \quad \tau_{Max} = \frac{V}{4I} \left(ab + \frac{b^2}{2} \right)$$

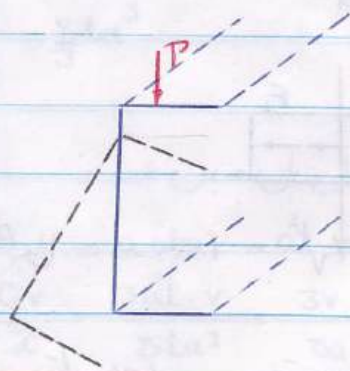
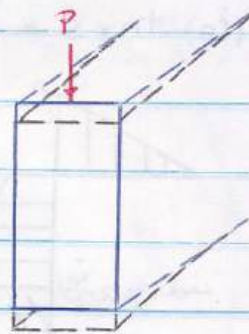
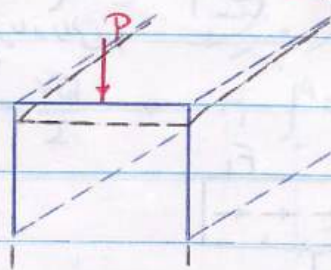
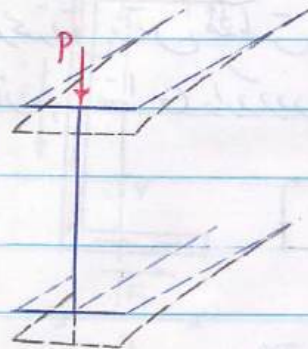
$$r = \frac{b}{2} \quad \tau_{min} = \frac{Vab}{4I}$$



معمولاً وقتی که در مهندسی بیشتر مصالح هستند متقارن نسبت به یک محور و در این صورت می توانیم از فرمول فوق استفاده کنیم.

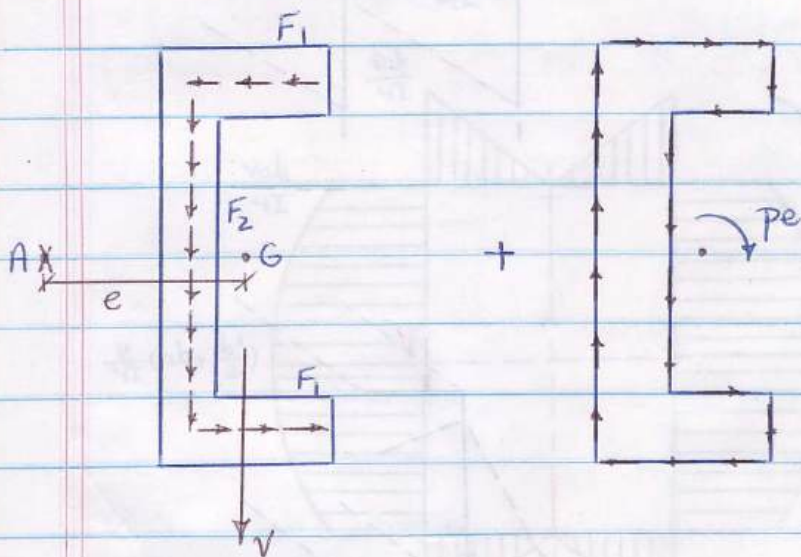
در این صورت:

مرکز ثقل

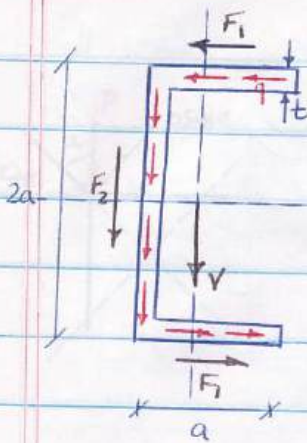


برای تعیین محل چرخش (1)، (2)، (3) و حتی بار در راستای محور تقارن اعمال
 شود یعنی حرکت و تغییر در راستای قائم می دهند
 ولی در برپیش نماند و حتی (4) که بار در امتداد محور تقارن وارد شده می حرکت

اثر نیروی دایره‌ای در برش و گشتاور
 در محدد نقل نشان منطبق است. (در غیر این‌ها دایره‌ای)
 اگر p در نقطه G وارد گردد



نکته: اگر یک مقطع دایره‌ای و دایره‌ای برش در مقطع را خواستند، در ابتدا جریان برش
 را تعیین می‌کنیم و سپس بر یک فرض برای Q و A و V
 می‌رویم.



* دنبال نقطه از صدم در طول می
 F_2, F_1 برابر می شود

N.A.

$$q = \frac{VQ}{I}$$

$$F_1 = \int q ds$$

$$F_2 = V$$

ثابت شده

$$F_1(2a) = F_2 \cdot e \rightarrow e = \frac{2aF_1}{V} \quad (1)$$

$$I = 2 \times at(a^2) + \frac{t(2a)^3}{12} = \frac{8}{3}ta^3$$

در محل اتصال بال به جان

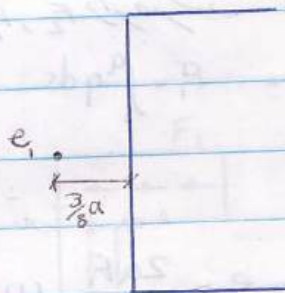
$$Q = A \cdot y = a(ta) = at^2$$

$$q_1 = \frac{Qv}{I} = \frac{3at^2 \cdot v}{8ta^3} = \frac{3v}{8a}$$

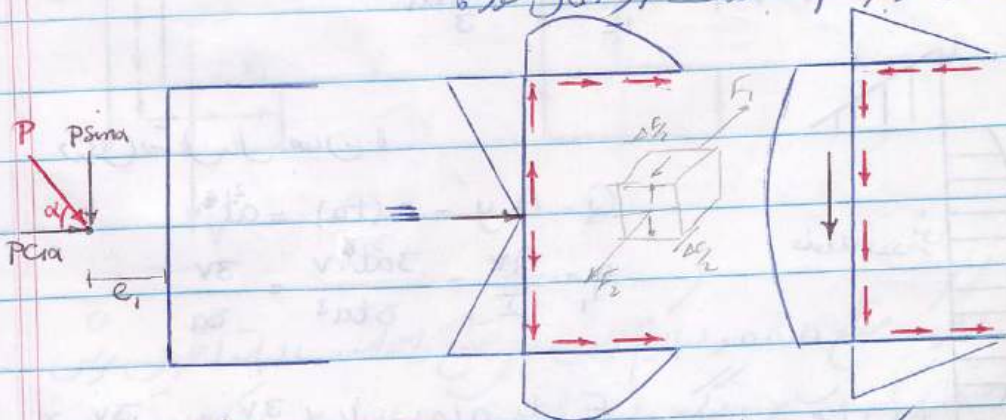
$$F_1 = \frac{1}{2} q(a) = \frac{1}{2} \left(\frac{3v}{8a} \right) a = \frac{3v}{16}$$

حل از خواص (1) داریم

$$e = \frac{2aF_1}{V} = \frac{2a(\frac{3}{16}V)}{V} = \frac{3}{8}a$$

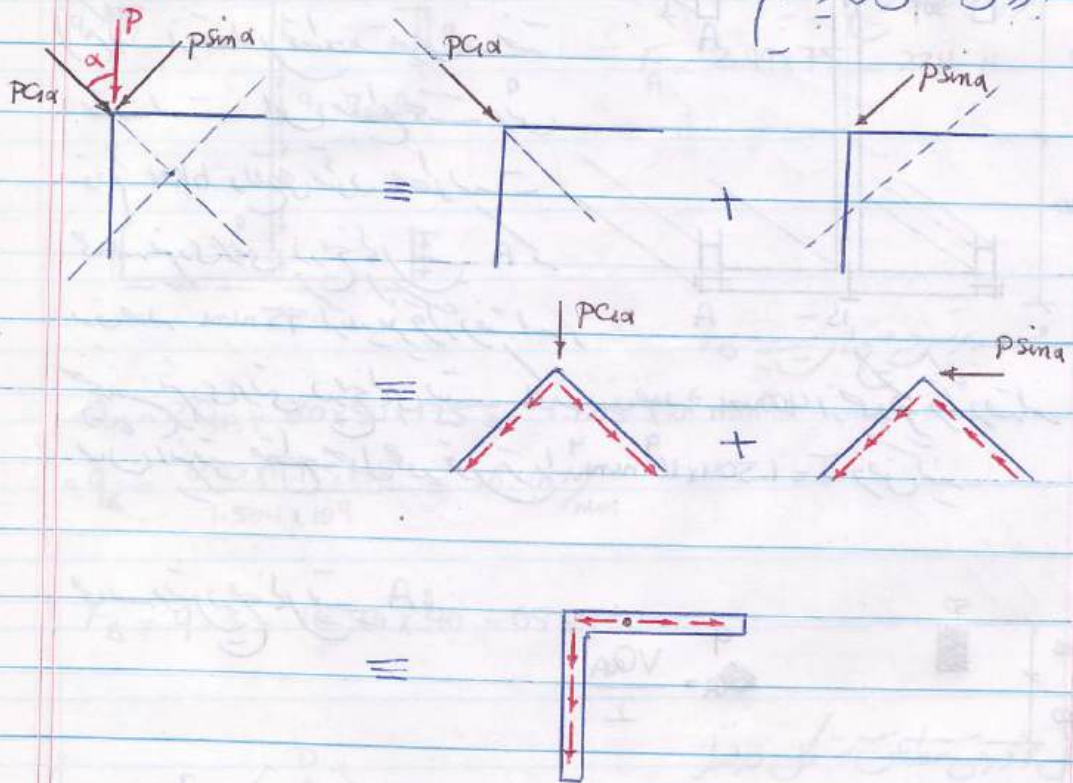


محل اتصالات P به صورت زیر اعمال شود

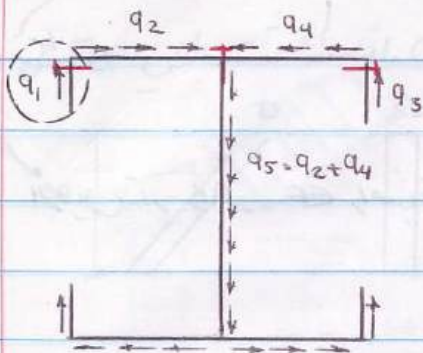


باید برای ترکیب در شکل با تقوید جداول را جمع میزنیم

برای این مسئله داریم:



نکته: اگر بار بر روی عضو باشد، باید با استفاده از این روش، بار را به دو بار عمود و موازی تبدیل کنیم و در هر دو بار، تنش را محاسبه کنیم و در نهایت، تنش را جمع کنیم.



نیروی وارد بر سطح A

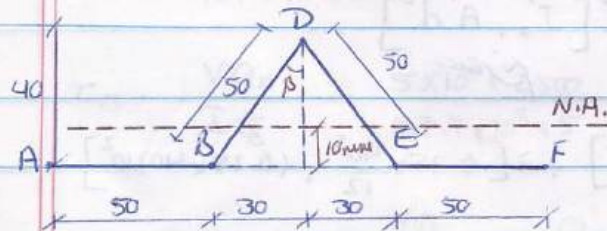
$$F_A = 2.99 \times 75 = 224 \text{ N}$$

مقدار تنش برشی در سطح A

$$Q_{A5} = 2Q_A + 300 \times 50 \times 175 = 4.125 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$q_s = \frac{6000 \times 4.125 \times 10^6}{1.504 \times 10^9} = 16.46 \text{ N/mm}$$

$$F_s = q \cdot S = 16.46 \times 40 = 658 \text{ N}$$



مثال ورق مطابق شکل در نظر

گرفته می شود ضعیف ورق

مقدار تنش 5 mm است

در صورتیکه برش وارد در مقطع برابر

$V = 5 \text{ kN}$ باشد محسوب است الف) حد اکثر تنش برشی در مقطع ب) تنش برشی در

$$S_x = \sum A_i y_i \quad \bar{y} = \frac{S_x}{\sum A_i}$$

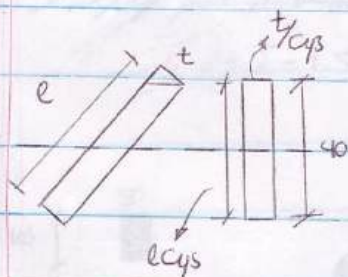
نصف 15

از بین تار AIS، EF، اعضا قرار دهم چنانچه در نوشتن اصول شود
فاصله حرکتی را در ضلع

$$S_x = (50 \times t \times 20) \times 2$$

$$\rightarrow \bar{y} = \frac{50 \times t \times 20 \times 2}{4 \times 50 \times t} = 10 \text{ mm}$$

فاصله مرکز از سطح تار را می بینیم



برابر حساب کردیم همان است

$$c_{ys} = \frac{4}{5}$$

$$t' = \frac{t}{c_{ys}} = \frac{5}{4/5} = \frac{25}{4} = 6.25 \text{ mm}$$

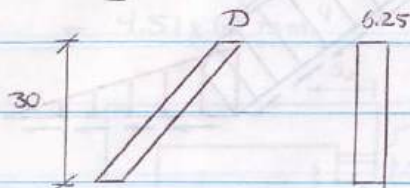
$$I = 2 [I_o + A \cdot d^2] + 2 [I'_o + A' \cdot d'^2]$$

اعضای اصلی اعضا قائم

$$= 2 \left[50 \times \frac{5^3}{12} + 50 \times 5 \times 10^2 \right] + 2 \left[6.25 \times \frac{40^3}{12} + (6.25 \times 40) \times 10^2 \right]$$

$$= 167.7 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

بیشترین تنش برشی در محل ماکزیمم است. Q ، آنورده اعتمت بالایی بدست می آوریم.



$$Q = A \bar{y} = 30 \times 6.25 \times 15 = 5625$$

از سمت پایینی هم می توان استفاده کرد.

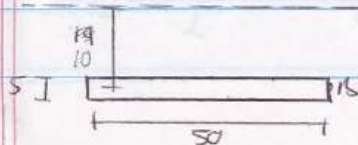
$$Q = 50 \times 5 \times 10 + 10 \times 6.25 \times 5 = 5625$$

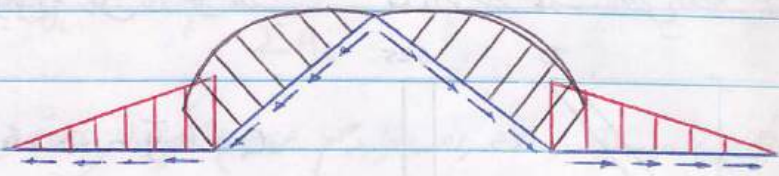
$$\tau_{Max} = \frac{5000 \times 5625}{167.7 \times 10^3 \times 5} = 16.77 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{15} = \frac{V Q_{15}}{I t_{15}} = \frac{5 \times 10^3 \times 2500}{167.7 \times 10^3 \times 5} = 14.91 \text{ Mpa}$$

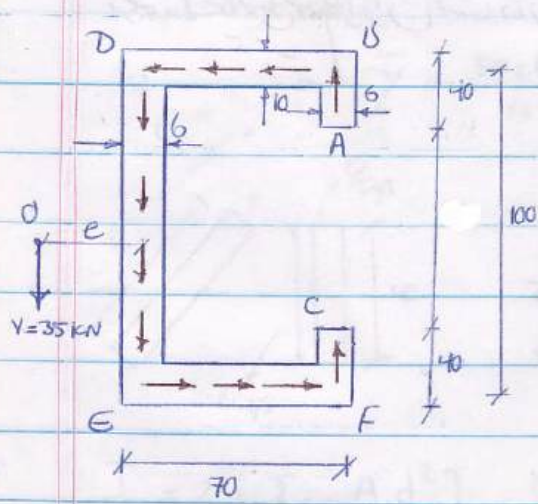
N.A

$$Q_{15} = 50 \times 5 \times 10 = 2500$$





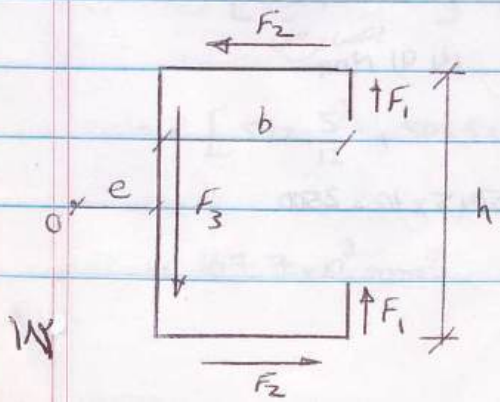
به مرکز برش انتقال کنند. توزیعش بار
 ایستاده (برشی) توسط نیروی قائم برشی
 35 kN در محل مرکز برش و مطابق شکل
 وارد می شود.



$$F_2 \cdot h + 2F_1(b+e) - F_3e = 0$$

$$e = \frac{F_2 \cdot h + 2F_1 b}{F_3 - 2F_1} \quad F_3 - 2F_1 = V$$

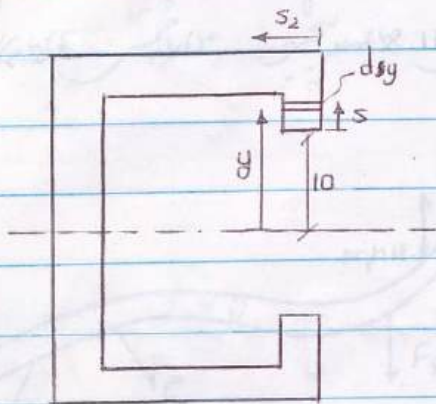
$$\Rightarrow e = \frac{F_2 h + 2F_1 b}{V}$$



$$I = 2 \left[\frac{6(100)^3}{12} \right] - \left(\frac{1}{12} 6 \times (20)^3 \right) + 2 \left[\frac{1}{12} 70(10)^3 + (70 \times 10) 50^2 \right]$$

$$= 4.51 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

و τ_1, F_1 نحسبهم



$$Q_1 = (y-10) \times 6 \times \frac{1}{2} (y+10)$$

$$= 3(y^2 - 100) \quad 10 < y < 50$$

$$F_1 = \int_{10}^5 q ds$$

$$F_1 = \frac{35000}{4.51 \times 10^6} \int_{10}^{50} 3(y^2 - 100) dy = 869 \text{ N}$$

$$\tau_1 = \frac{q_1}{t_1} = \frac{VQ_1}{I t_1} = \frac{35000 \times 3(y^2 - 100)}{6 \times 4.51 \times 10^6}$$

at $y = 50 \text{ mm} \rightarrow \tau_1 = 9.31 \text{ MPa}$

at $y = 10 \text{ mm} \rightarrow \tau_1 = 0 \text{ MPa}$

الضلع
 $Q_{1\text{Max}} = 7200$ ← حسابها من الضلع
 و τ_2, F_2 نحسبهم

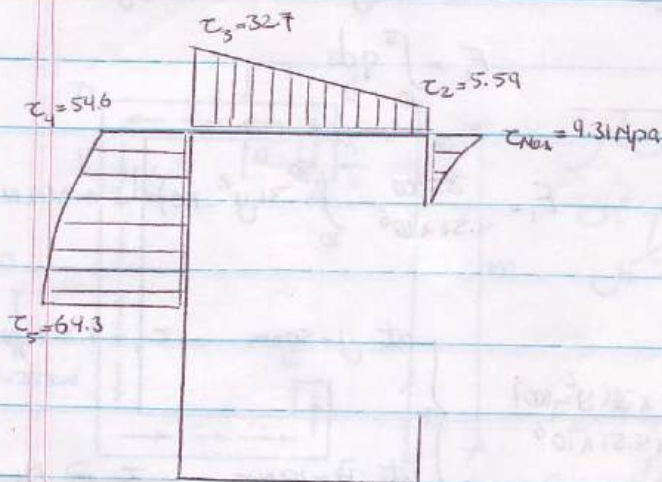
$$Q_2 = Q_{1\text{Max}} + A \bar{y} = 7200 + 50 \times 10 s_2 \quad 0 < s_2 < 70$$

$$q_2 = \frac{VQ_2}{I} = \frac{35000(7200 + 500 s_2)}{4.51 \times 10^6}$$

$$F_2 = \int_0^{70} q_2 ds_2 = 13.4 \text{ kN}$$

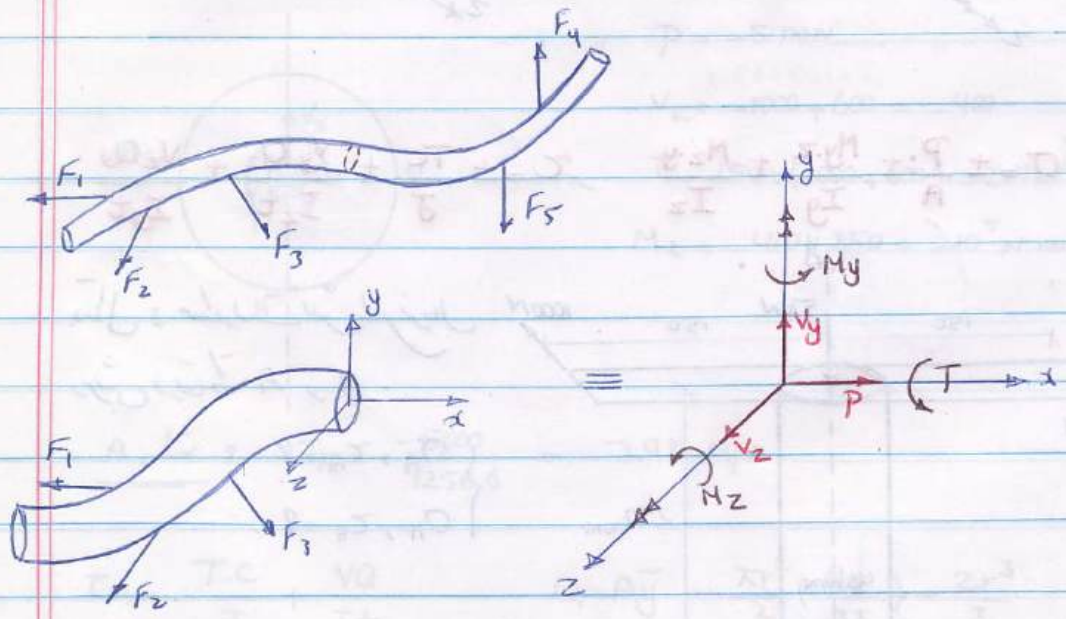
$$e = \frac{13400(100) + 2(869)70}{35000} = 41.8 \text{ mm}$$

revis

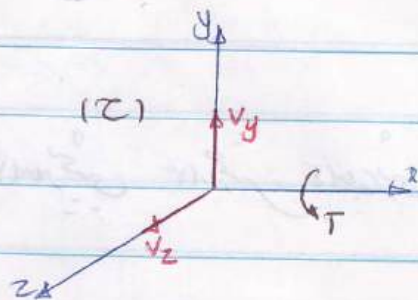
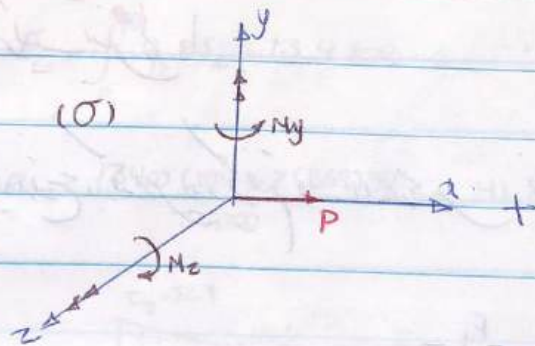


تکلیف نمبر ۱۰

چند نوع بار اندازیں درج ذیل قسم ۱۱ بار بکھر ۱۲ بار بکھی ۱۳ بار بکھر ۱۴ بار بکھی

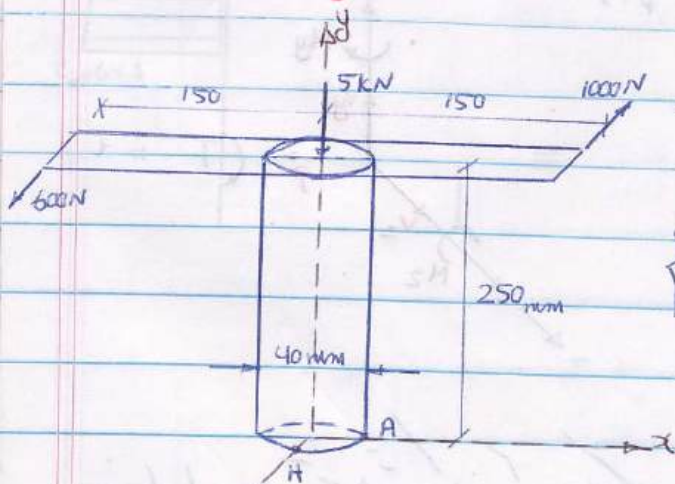


نیز کار بار دوست قسم کی قسم ان کی σ و τ کی بار



$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \pm \frac{M_y \cdot z}{I_y} \pm \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

$$\tau = \pm \frac{T}{J} \pm \frac{V_y Q_z}{I_z t} \pm \frac{V_z Q_y}{I_y t}$$



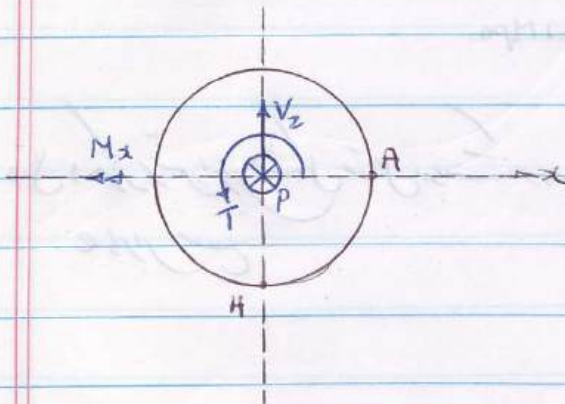
مثال و مقادیر تنش در نقاط A و H.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_A, \tau_A = ? \\ \sigma_H, \tau_H = ? \end{array} \right.$$

مثال

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (40)^2}{4} = 1256.6 \text{ mm}^2$$

$$I = \frac{1}{4} \pi r^4 = \frac{1}{4} (\pi \times 20^4) = 125663.7 \text{ mm}^4$$



$$P = -5000 \text{ N}$$

$$V_z = -1000 + 600 = -400$$

$$T = 150 \times (1000 + 600) = 2.4 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M_x = -400 \times 250 = -10^5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\underline{\underline{\sigma_A}} = \frac{-5000}{1256.6} = -3.98 \text{ Mpa}$$

$$\tau_A = \frac{T \cdot C}{J} + \frac{VQ}{It}$$

$$Q = A \bar{y} = \frac{\pi r^2}{2} \left(\frac{4r}{3\pi} \right) = \frac{2r^3}{3}$$

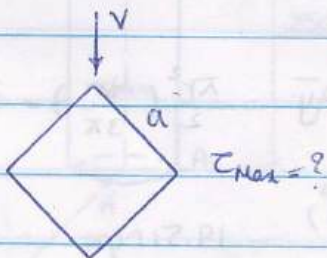
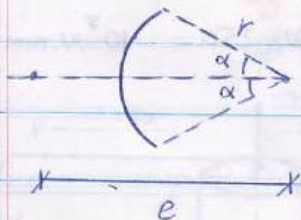
$$\rightarrow \tau_A = \frac{2.4 \times 10^5 \times 20}{2 \times 125663.7} + \frac{400 \left(\frac{2 \times 20^3}{3} \right)}{125663.7 \times 40} = 19.51 \text{ Mpa}$$

$$\underline{H_{\text{محور}} = 0} \quad \sigma_H = -3.98 + \frac{1 \times 10^5 \times 20}{125663.7} = +11.93 \text{ MPa}$$

$$\tau_H = \frac{TC}{J} + \frac{VQ_H}{It} \quad \rightarrow \quad Q_H = 0 \quad \rightarrow \quad \tau_H = \frac{TC}{J}$$

$$\Rightarrow \tau_H = \frac{2.4 \times 10^5 \times 20}{2 \times 125663.7} = 19.1 \text{ MPa}$$

شکل و مرکز ثقل و ابعاد شکل مثال در دست آورده
و ابعاد صفحه



5, 12, 16, 23, 36, 49, 62, 72, 87, 79, 94, 109

114, 120, 127, 138

• ١٢٩

تشکر :

در انتها لازم میدانم از آقای نوید ذوالقدری (کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیر کبیر- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی شریف) و آقای مسعود قهرمان نژاد (کارشناس عمران دانشگاه صنعتی تبریز- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی امیر کبیر) که بنده را در تهیه این فایل کمک نموده اند کمال تشکر را داشته باشم .

در صورت لزوم می توانید با آدرس پست الکترونیکی زیر
انتقادات و پیشنهادات خود را ارائه فرمائید .

hamid_kazem041@yahoo.com