



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

جزوه درس :
اصول مهندسی زلزله

استاد :
جناب آقای دکتر تهرانی زاده

نگارش:
حمید کاظم
(کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر)
(دانشجوی کارشناسی ارشد گرایش سازه دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دکتر تهرانی زاده

محمد کاظم

فہرست منابع و مراجع :

- 1) Rosenbluth, Design of Earthquake Resistant Structure.
- 2) Green, N.B. Earthquake Resistant Building Design & Construction
- 3) Borg. Earthquake Engineering, Damage Assessment and Structural Design.
- 4) Newmark & Rosenbluth. Fundamental of Earthquake Engineering.
- 5) Clough & Pensien. Dynamics of Structures.
- 6) Krinsha. Elements of Earthquake Engineering.
- 7) Wiegel. Earthquake Engineering.

(۱) حصہ طراحی

(۲) حصہ طراحی و احجام

(۳) تئوری لرزه

(۴) تحلیل و تئوری

(۵) زمین‌شناسی

(۶) تئوری و طراحی

(۷) جمع آوری کتابی مقالات مربوط به لرزه

سوره ارزیابی:

- (۱) تکلیف ۱۵٪
- (۲) اتون میان ترم ۲۵٪
- (۳) اتون پایان ترم ۵۰٪
- (۴) پروژه ۱۰٪

کنترل و بررسی زلزله کنونی و زلزله شناسی هندسی

زلزله و واکنش طبیعی به علت حرکات یوینت زمین است.

زلزله شناسی هندسی و به بحث از نقطه ای می پردازد که تحول ایجاد می شود (طوفان) تا نقطه ای که امواج لرزه ای انتقال پیدا می کنند.

هندسی زلزله و بررسی رفتار زلزله مقابل گسایش لرزه می باشد.

$$* g = 9.81 \frac{m}{s^2} = 386.06 \frac{in}{s^2} = 32.17 \frac{ft}{s^2}$$

$$* 1 \text{ kips} = 1000 \text{ lb} \quad \text{وزنی} \quad 1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$$

* lb وزنی را اگر بر g تقسیم کنیم lb جرمی را جرمی می گیریم.

$$* \text{psi} = \text{pound per square inch} = \frac{\text{lb وزنی}}{\text{in}^2}$$

$$* \text{kpsi} = 1000 \text{ psi}$$

$$\frac{\text{lb} \cdot \text{in}}{\text{sec}^2} = \text{lb وزنی}$$

محمد کاظم

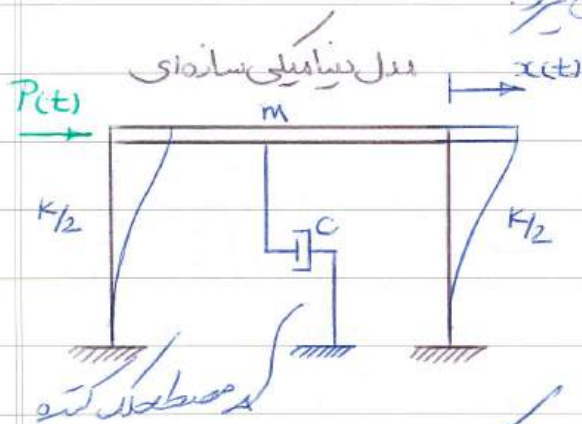
فصل اول مقدمه ای بر دینامیک سازه ها

بار دینامیکی بار است که اندازه، جهت و نقطه اثرش بار زمان تغییر کند.



هدف: تحلیل سازه در مقابل بار

در مدل استاتیکی نیروی که وزن و تنش که در اثر بارهای میانه می کشیم
در مدل دینامیکی آنجا که اهمیت دارد تغییر مکان است. با تغییر مکان نیروی
و تنش که را می کشیم کرده، طراحی صورت می گیرد.

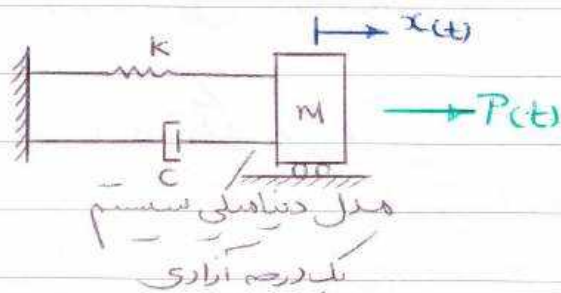


انواع
جنب
صلبت
مقطع
تکانه

مقدار تغییر مکان به سختی می تواند بستگی دارد

یکی از عوامل بسیار مهم سختی است.
عامل مهم دیگر میرایی است که به اصطلاح کار کردن استال در مصالح
سازه بستگی دارد.

انرژی باید می ده حرکت را تقسیم کنیم
 معادله حرکت می ده بر اینست که در اصل این تقوای تابع حرکت (تغییر مکان) را
 بدست آورد
 مدل دینامیکی را همان قبل را به صورت زیر می توان نوشت داده



$x(t)$ تابع حرکت جسم

چون سقف صلب است تنها در یک
 جهت حرکت داریم. پس یک درجه آزادی
 دارد.

حصول سیستم یک درجه آزادی را باید بصورت بالا در آوریم. هم اینجاست که نشود
 اشتباه شده است.

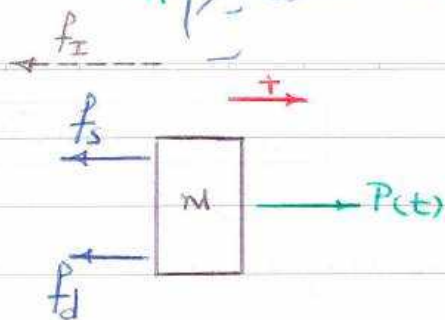
قدم بعدی نوشتن معادله حرکت می باشد. (معادله حرکت معادله حرکت
 است بر حسب تابع حرکت که در اصل میقیم این تابع حرکت بدست می آید)
 نوشتن این معادله حرکت:

روش مستقیم

این روش از کاربرد اعمال قانون دوم نیوتن بدست می آید.
 قانون دوم نیوتن طبق نیروی اعمالی بر جسم برابر است با حجم جسم ضرب در
 شتاب در جهت نیروی اعمالی.

دری $x(t)$ در اینجا مثبت است dx/dt هم در اینجا مثبت است

* انبریس را می‌توان به نیروی در خلاف جهت حرکت در نظر می‌گیریم *



حجم را در جهت $x(t)$ حرکت می‌دهیم. با این کار نیروهای داخلی را جهت مخالف می‌گرد.

$$\sum F_x = m a_x = f_I \quad (1)$$

اعمال قانون دوم نیوتن:

$$-f_d - f_s + P(t) = f_I \quad (2)$$

$$f_I + f_d + f_s = P(t) \quad (3)$$

f_I و نیروی انبرسی

معادله تبدیل دینامیکی

این معادله، معادله حرکت است.

$$f_s = k x(t) \quad (4)$$

$$f_d = c \dot{x}(t) \quad (7)$$

$$f_I = m \ddot{x}(t) \quad (5)$$

اگر یک فنر فاشن را با سرعت بیشتر بزنیم و در آنم عمل فنر بیشتری داریم
بی (6) $f_d \propto \dot{x}$

ضریب استخلاف c

برای جابجایی بواله 4, 5, 7 در رابطه 3 نتایج داشت:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = P(t) \quad (8)$$

این معادله، معادله حرکت است. از نظر ریاضی حجم معادله دفرانسیل درجه دوم خطی است. علت خطی بودن آنست که با افزایش سرعت فنر معادله ثابت هستند.

فرضاً اگر k ناخالصی از سرعت نبود معادله غیر خطی می‌شد.

حل معادله حرکت:

(۱) حالت اول $P(t) = 0$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (9)$$

این حالت، حالتی است که در سیستم تغییر مکان اولیه اعمال کنیم. این ارتعاش ارتعاشی است که در اثر حذف نیرو ایجاد می شود. در این صورت ارتعاش آزاد داریم. به این دستگاه، دستگاه بلبرجه آزاد با ارتعاش آزاد می گویند.

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (10)$$

تعریف می زیر را داریم:

$$\begin{cases} \frac{k}{m} = \omega_n^2 & (11) \quad \omega_n = \text{فرکانس طبیعی} \\ \frac{c}{m} = 2\zeta\omega_n & (12) \quad \zeta = \text{نسبت استهلاک بحرانی} \end{cases}$$

این را جایگزین کردن روابط ۱۱، ۱۲ در رابطه ۱۰ خواهیم داشت:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad (13)$$

این معادله، معادله حرکت ارتعاشی آزاد سیستم بلبرجه آزاد است.

$$x(t) = Xe^{\lambda t} \quad (14)$$

فرض می کنیم $x(t)$ جواب معادله باشد. (X عدد ثابت است)

$$\dot{x}(t) = X\lambda e^{\lambda t} \quad \ddot{x}(t) = X\lambda^2 e^{\lambda t}$$

$$\rightarrow Xe^{\lambda t} (\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2) = 0$$

اگر $Xe^{\lambda t} = 0$ باشد یعنی حرکتی نداریم. پس داخل پرانتز باید صفر باشد.

$$\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0 \quad (15)$$

$$\rightarrow \lambda_1, \lambda_2 = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (16)$$

$$\rightarrow x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (17)$$

شرایط مرز برای هر دو به شکل است. اما چون اینها بازمانده می‌مانند و هر دو داریم
باشیم اولی و دومی را می‌توانیم.

$$\begin{cases} x(t=0) = x_0 & \text{تغییر مکان اولیه} \\ \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0 & \text{سرعت اولیه} \end{cases} \quad (18)$$

این تغییر مکان و سرعت اولیه و دومی متفاوت باشد حرکت اولیه نداریم. در غیر این صورت
حرکت اولیه را داریم.

۱) حالت اول (ارتعاش آزاد بدون اصطکاک) (هارمونیک ساده) :

با فرض اینکه اصطکاک قابل صرف نظر فرض باشد $\xi = 0$ و $c = 0$

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_n$$

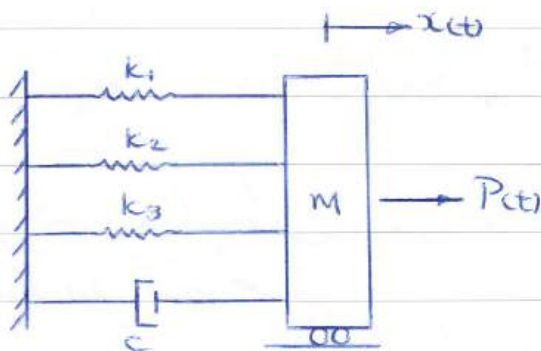
$$\begin{cases} x(t) = Ae^{i\omega_n t} + Be^{-i\omega_n t} \end{cases}$$

حرکت نوسانی هارمونیک ساده $x(t) = C \cos \omega_n t + D \sin \omega_n t$

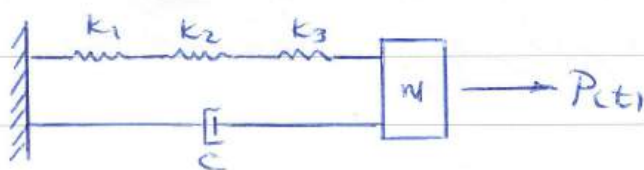
ω_n فرکانس طبیعی سیستم است. یعنی همواره اگر نیروی به سازه اعمال
نموده حرکت داشته باشیم این فرکانس همیشه وجود دارد.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

مسئله اول: در صورتی که مدل یک درجه آزادی سیستم را برای به صورت زیر باشد، مطلوب تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان اگر $P(t) = 0$ و $k_1 = k_2 = k_3 = k$ و $C = 0$ باشد.



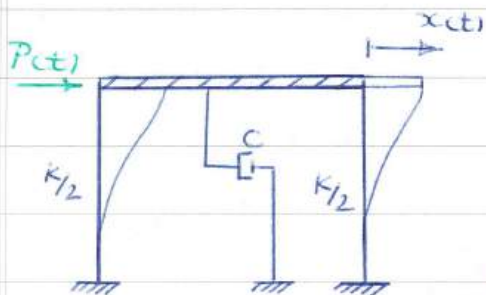
مسئله دوم: مدل دنیا یکی سیستم یک درجه آزادی بصورت شکل مقابل می باشد. مطلوب تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان در صورتیکه $P(t) = 0$ ، $k_1 = k_2 = k_3 = k$ و $C = 0$ باشد.



$$e^{i\beta x} = C_1 \cos \beta x + i \sin \beta x \quad e^{-i\beta x} = C_2 \cos \beta x - i \sin \beta x \quad \text{یادآور شود}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad (b' = b/2)$$



$$x(t) = C \cos \omega_n t + D \sin \omega_n t$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

احتمال شرط اولیه

$$\begin{cases} x(0) = X_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{X}_0 \end{cases}$$

$$x(0) = X_0 = C \Rightarrow C = X_0$$

$$\dot{x}(0) = \dot{X}_0 = D \omega_n \Rightarrow D = \frac{\dot{X}_0}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow x(t) = X_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t$$

زمانی که سرعت اولیه و هم تغییر مکان اولیه صفر باشند حرکت داریم

$$x(t) = X \cos(\omega_n t - \varphi)$$

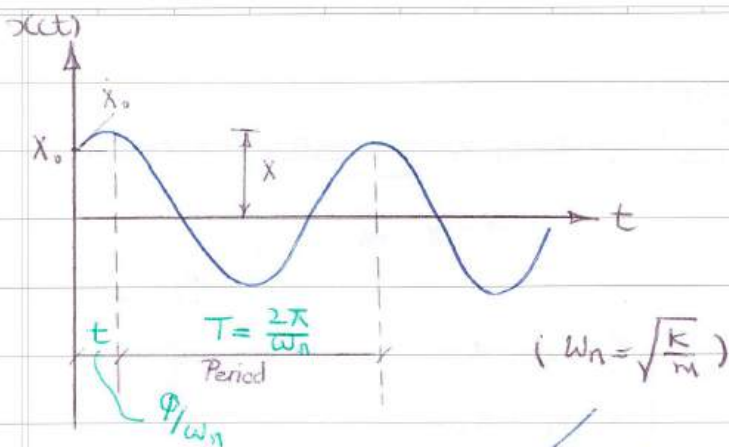
فرض

اگر رابطه بالا را با رابطه هم خواصم داشت

$$\begin{cases} X = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n}\right)^2} \end{cases} \text{ دامنه نوسان}$$

$$\begin{cases} \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0}\right) \end{cases} \text{ زاویه فاز}$$

نویسند: طول و تغییر روابط فوق



$$x(t) = X C_1 (\omega_n t - \phi)$$

$$X = X C_1 (\omega_n t - \phi)$$

$$\omega_n t - \phi = 0$$

$$\rightarrow t = \phi/\omega_n$$

$$(\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}})$$

اگر مقدار $c = 0$ باشد تا می بینیم که هیچ حرکت را داریم.
فقط این محسوس می شود که حرکت را داریم.

ساختار خاصی پیدا می کند که کمتر داریم. پس فرکانس است. کم می شود و بیشتر می شود.

نواحی اطراف کانوس. نواحی برای ایجاد شده داریم. فرکانس زیادی است.
پس Period نشان کم است. واضح است که تغییر را ایجاد می کند.
(وقتی فرکانس زیاد می شود، دوره کمتر می شود)

$$\uparrow \text{ فرکانس } \Rightarrow \text{ Period } \downarrow$$

۱۲. حالت دوم (ارتعاش آزاد با اصطکاک) : $c \neq 0$, $\xi < 1$

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\xi \omega_n \pm i \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad \text{فرکانس اصطلاحی}$$

$$\Rightarrow \lambda_1, \lambda_2 = -\xi \omega_n \pm i \omega_d$$

$$x(t) = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t} = A e^{-\xi \omega_n t + i \omega_d t} + B e^{-\xi \omega_n t - i \omega_d t}$$

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} (C \cos \omega_d t + D \sin \omega_d t)$$

به این حرکت، حرکت نوسانی میرا گویند. باندازه زدن حرکت را این حرکت نوسانی را می یابند.
این شکل اولیه را می یابند.

$$x(0) = X_0$$

$$\dot{x}(0) = \dot{X}_0$$

نیاز به گذراندن از دو شرط اولیه در رابطه اصلی می توانیم داشت.

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} \left(X_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right)$$

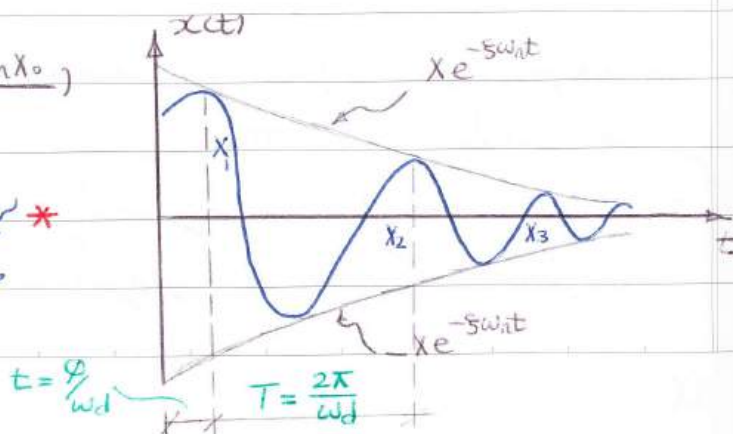
$$x(t) = \underbrace{X_0}_{\text{دامنه}} e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi)$$

$$\Rightarrow \omega_d \approx \omega_n \quad \text{در باره } \xi \quad 2/7 < \xi < 7/2$$

$$X = \left[\left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d} \right)^2 + X_0^2 \right]^{1/2}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d X_0} \right)$$

* پیرامون ثابت این فقط دامنه را می یابند.



نریب کاوش نگارینی

$$\frac{X_k}{X_{k+1}} = \frac{X e^{-\xi \omega_n (kT)}}{X e^{-\xi \omega_n (k+1)T}} = \frac{1}{e^{-\xi \omega_n T}}$$

$$\Rightarrow \frac{X_k}{X_{k+1}} = e^{\xi \omega_n \left(\frac{2\pi}{\omega_d}\right)}$$

$$\delta = \ln \frac{X_k}{X_{k+1}} = 2\pi \xi \frac{\omega_n}{\omega_d}$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \cdot \omega_n \Rightarrow \delta = 2\pi \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$\delta \approx 2\pi \xi$$

باری در نریب

$$\Rightarrow \xi = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{X_k}{X_{k+1}} \right)$$

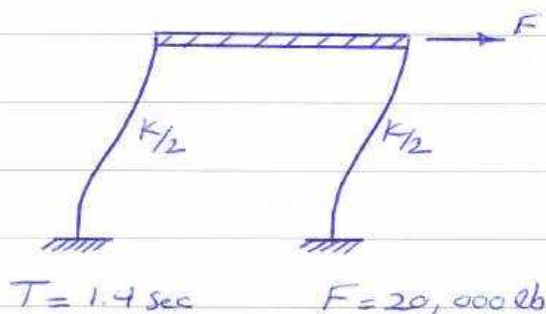
اگر خواهم رابطه فوق را بر مبنای عمیق تر یعنی بر مبنای n شکل کامل نوشت از رابطه X_k مورد نظر باشد خواهم داشت

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{X_k}{X_{k+1}}$$

در این مثال $W = 200 \text{ kips}$ در مورد یک درخت قلاب $W = 200 \text{ kips}$ (1 kip = 1000 lb) و برورد شده $T = 0.25$ باشد. مشخصات سیستم تابع تغییر مکان در حاکمیت تغییر مکان $X_0 = 2 \text{ in}$ سرعت اولیه بصورت $X_0 = 1.5 \text{ in/sec}$ باشد. مقدار محدودترین یا بیشترین جابجایی را محاسبه کنید. مقدار ξ را بدست آورید.

۴. در صورتیکه در هر یک از شماره ۱ مقدار ثابت الاستیسیته برای ۲۰ دین
 یکسان باشد ۵ inch و سرعت اولیه صفر باشد و طول ثابت تغییر تابع تغییر
 یکسان در تمام تابع در آنجا تغییر مکان بعد از دو سیکل کامل

مثال و قیاس شکل زیر محفوظ است. در صورتیکه نیروی F مطابق شکل در تمام اعمال
 گرد و پس از آن نیرو حذف شود دامنه حرکت پس از آن یک نصف حرکت ۰.۱۶ in
 باشد، طول ثابت تعیین.



(۱) W_n و W_d

(۲) فرکانس الاستیسی W_d

(۳) ξ و C

(۴) دامنه پس از یک سیکل کامل

$$X_0 = 0.20 \text{ in}$$

$$T = \frac{2\pi}{W_n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{kg}{mg}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{gk}{W}}}$$

(۱) فرض $W_n \approx W_d$

$$\Rightarrow W = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 k \cdot g$$

$$F = kX_0 \Rightarrow k = \frac{F}{X_0} = \frac{20,000}{0.2} = 100,000 \text{ lb/in}$$

$$W = \left(\frac{1.4}{2\pi}\right)^2 (100,000) (386) = 1.92 \times 10^6 \text{ lb}$$

$$W_d = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.4} \Rightarrow W_d = 4.48 \text{ rad/s} \quad (۲)$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_k}{X_{k+1}} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_0}{X_1} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{0.2}{0.16} \quad (۳)$$

$$= 0.0355 \Rightarrow \xi = 3.55\%$$

دامنه‌ی از n شکل ۸

$$X_n = X_0 \left(\frac{X_1}{X_0} \right)^n$$

$$C = 2 \xi m \omega_n = 2 (0.0355) \left(\frac{1.92 \times 10^6}{386} \right) (4.48) \\ = 1.58 \times 10^3 \text{ lb/in/s}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - (0.0355)^2} = \omega_n (0.999)^{1/2} \approx \omega_n$$

فرض می‌کنیم ضرایب است

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_k}{X_{k+1}} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_0}{X_1} \quad (۴)$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{X_k}{X_{k+n}} = \frac{1}{2\pi(6)} \ln \frac{X_0}{X_6}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_0}{X_1} = \frac{1}{2\pi(6)} \ln \frac{X_0}{X_6} \Rightarrow \left(\frac{X_0}{X_1} \right)^6 = \frac{X_0}{X_6}$$

$$\Rightarrow X_6 = X_0 \left(\frac{X_1}{X_0} \right)^6 \Rightarrow X_6 = 0.2 \left(\frac{0.16}{0.2} \right)^6 = 0.054 \text{ in}$$

(۱۳) حالت سوم $\xi \geq 1$ (ارتعاش آزاد با استهلاک بحرانی و فوق بحرانی)
الف) $\xi = 1$

$$\lambda_{1,2} = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$\xi = 1 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -\xi \omega_n$$

$$\Rightarrow x(t) = A e^{-\xi \omega_n t} + B t e^{-\xi \omega_n t}$$

این تابع به نامی نمی‌باشد. در این حالت هرگز داریم درگیر نوسان نمی‌شیم
برای دلیل در این حالت ارتعاش آزاد با استهلاک بحرانی می‌گویند -

نست استهلاک بحرانی $\xi = 1$

(critical Damped)

(ب) $\xi > 1$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n} \quad \lambda_{1,2} t$$

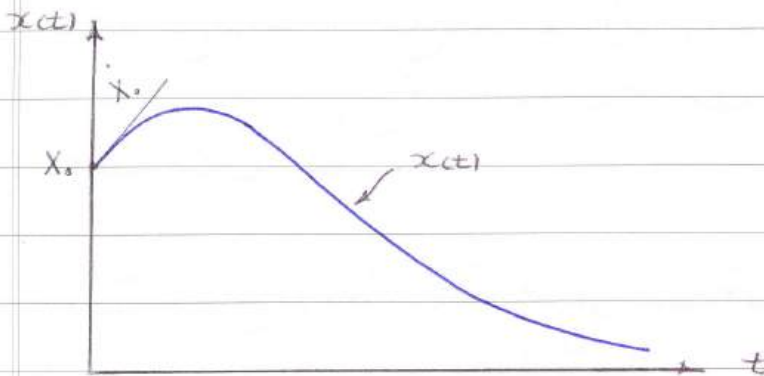
$$x(t) = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t}$$

(Over Damped)

در این حالت حرکت نوسانی نداریم

حالت نوسانی بودن به صورت $\sin$ و $\cos$ و $e^{\pm i\omega t}$ بود.
به این حالت ارتعاش آزاد یا التخلّاک فوق بحرانی گویند.

لغزش ضرایب A, B



$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

$$\xi = 1 = \xi_c \Rightarrow c_c$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{c_c}{2m\omega_n} \Rightarrow c_c = 2m\omega_n$$

بر حسب تعریف ξ نسبت التخلّاک بحرانی است بی داریم:

$$\xi = \frac{c}{c_c} \Rightarrow \xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

ξ ضریب التخلّاک معصوم به ضریب التخلّاک بحرانی است.

از ضرب استخلاف c برابر از ضرب استخلاف بحرانی (c_c) باشد سیستم را
 فوق بحرانی (over damped) می نامیم و اگر کوچکتر از c_c باشد سیستم را
 نوبانی (under damped) می گویند و حرکت سیستم نوبانی خواصد بود

در حالتیکه $c > c_c$ باشد حرکت سیستم دیگر حرکتی ارتعاشی یا نوبانی نخواهد
 بود زیرا تابع حرکت یک تابع نمایی بوده و دامنه نوبان بود به صراحت می رود
 از این جهت بدین شرح هیچ حرکت نوبانی به صورتی رسد این حالت را حالت
 فوق بحرانی می نامند.

تمرین ۱: ه میخ آبی مطابق شکل موضوع است اگر وزن این میخ $20,000 \text{ lb}$

و سختی یا بهر ای میخ $80,000 \text{ lb/in}$ فرض

شود و این میخ تحت اثر نیروی ثابتی قرار گیرد مقدار

آن $F = 16,000 \text{ lb}$ باشد، مطلوبت تعیین

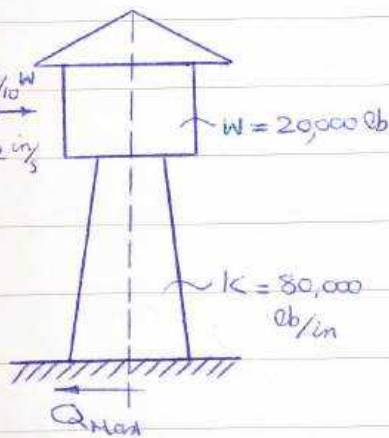
دامنه حرکت پس از 3، 5، 10 سیکل

نسبت استخلاف بحرانی میخ، ضرب استخلاف،

فرکانس طبیعی و فرکانس استخلافی در صورتیکه

دامنه نوبان پس از یک رفت و برگشت به $2/3$

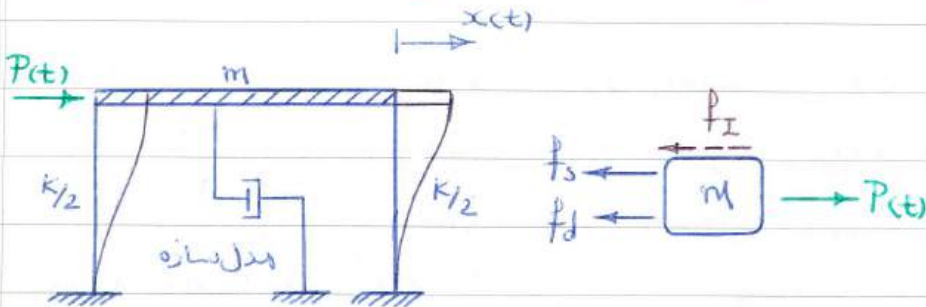
حالت اولیه کاهش نیابد.



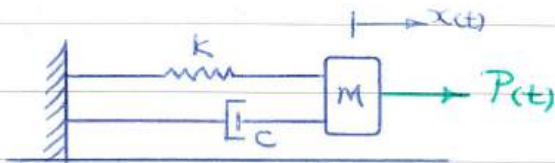
تمرین ۲: ه در صورتیکه در تمرین ۱ طول ای به وزن $k = 0.1 W$ باشد سرعت
 $v = 2 \text{ in/s}$ به میخ اضافه کند و نوع تصادم الاستیک فرض شود مطلوبت
 تعیین تابع تغییر مکان، مقدار Max پس بیا به رسم کنی در صورتیکه $\xi = 5/1$

در نظر گرفته شود.

معادله حرکت قاب بدین طریقه تحت اثر حرکت زمین است



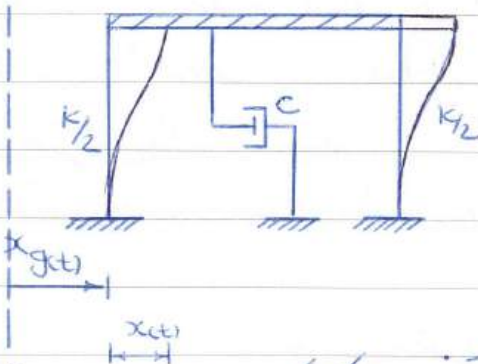
$$\sum F_x = 0 \quad (1) \Rightarrow -P_I - P_D - P_S + P(t) = 0 \quad (2)$$



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P(t) \quad (3)$$

مدل دینامیکی سیستم بدین صورت قرار می‌گیرد

$$x_t = x_g(t) + x(t)$$



$$P(t) = 0 \quad (4)$$

$$P_I + P_D + P_S = 0 \quad (5)$$

$$P_S = kx(t) \quad (6)$$

$$P_D = c\dot{x}(t) \quad (7)$$

دفعه دوم در صورتی که قاب را در حالت سکون قرار دهیم و آن را تحت اثر حرکت زمین قرار دهیم. در این صورت معادله حرکت قاب بدین طریقه قرار می‌گیرد

دسته باشد $f_I = m\ddot{x}_t$ (8) نیروی انحرافی

نیروی به توسط انحرافی وارد می شود + شتاب نا از حرکت نسبی بیفتد به پاره = شتاب مطلق جسم

$$m\ddot{x}_t + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (9)$$

$$x_t = x(t) + x_g(t) \quad (10)$$

$$\ddot{x}_t = \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) \quad (11)$$

$\ddot{x}_g(t)$ شتاب پایه است در حرکت تغییر می کند

از جایگزینی رابطه 11 در 9 داریم: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g(t)$ (12)

(x همان $x(t)$ است)

از رابطه 12، یا 3 معادله نیم انحرافی خود را می شود که $m\ddot{x}_g(t)$ به نیروی خارجی است

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_{eff}(t) \quad (13)$$

نیروی مؤثر $P_{eff}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$ (14)

نیروی لرزه به جرم ساختمان بستگی دارد. جرم به جرم پایه بستگی دارد. نیروی وارد به پایه به جرم خواص دارد. لذا یک سازه در یک لرزه بسیار اهمیت دارد. Drift تغییر مکان نسبی طبقات است. اثر Drift گسیختگی است در سازه زیاد شد، آن طبقه اصطلاحاً طبقه نرم می گردد، احتمال خرابی زیادی گردد.

یک سازه به سازه یک بعدی است. دارد در سازه آن ساختمان در چهار انحراف می بیند و تغییر شکل بالایی گردد.

ساختن یکی که طبقه اولش بیست دارد میون دو بار یک برشی و بار در
 دام این افرانش قضای بارکینگ نمی دارند. طبقه نرم ایی از شده ساختن
 در هنگام زلزله دور طبقه اول تخریب می گردد.



مدل یکسانی سیستم تحت اثر حرکت زمین
 کافی است صانع سیستم fix را حفظ کنیم و فقط نیروی مؤثر زلزله را اضافه کنیم
 $x(t)$ حرکت جرم است نسبت به پایه
 نسبت نسبت به پایه می تواند حرکت کند. جرم در طبقات هم ثابت می ماند
 طبقات توزیع می شود.

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{1}{m} P_{eff}(t) \quad (15)$$

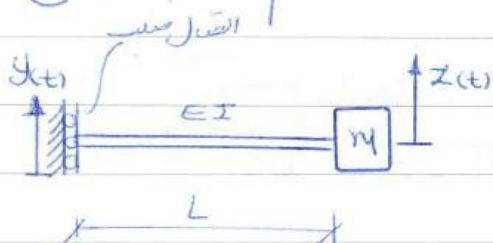
$$\ddot{x} + 2\zeta \omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{1}{m} P_{eff}(t) \quad (16)$$

(۱) نیروی زلزله علاوه بر جرم بهشت می هم سنگی دارد. این نسبت دانسته در
 حوزه مینور منطقه است. با این دانسته که انواع مقدم سازی کرده تا بتواند در مقابل
 زلزله مقاومت کند.)

(۲) زون کل نسبت زلزله کل دو قسمت است. (۱) زمانی که انواع حرکت می رانج
 می باشد. (۲) زمانی که اثر زلزله (با این دانسته که مستقل می باشد)

سیستم دوم معمولاً بیشتر از ۱۵ ثانیه است. این زمان را نسبت دوم حرکت دوام الزامی است که صورتی نیست باشد قدرت تحریک هم بیشتر است.

نمونه ۱ و ۲ تیر یک سر در شکل در معرض است. در صورتیکه یک پایه این تیر حرکت اگر حرکت $y(t)$ قرار گیرد، مطلوب است معادله حرکت جسم m را حسب تابع $z(t)$



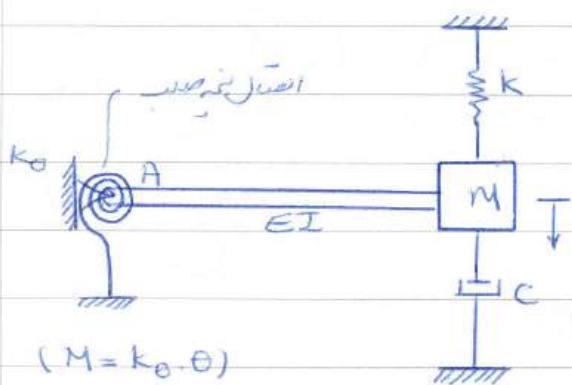
نمونه ۲ و ۳ تیر در شکل مقابل معروض

است. در صورتیکه تیر AB بی وزن بوده و در تکیه گاه A علاوه بر نوار لغزنده

تیر یخچالی مقید شده باشد، معادله

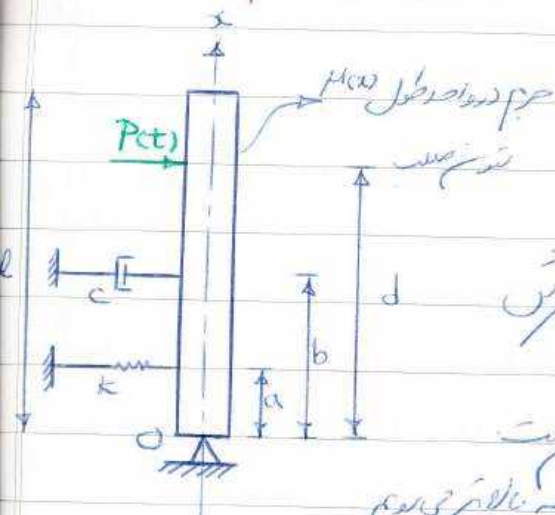
حرکت جسم m را حسب $y(t)$

دریافت کنید. (یعنی تیر K_θ است)



$$(M = K_\theta \cdot \theta)$$

معادله حرکت در سیستم مختصات نزولی برابر اجسام با حجم کمتر ده

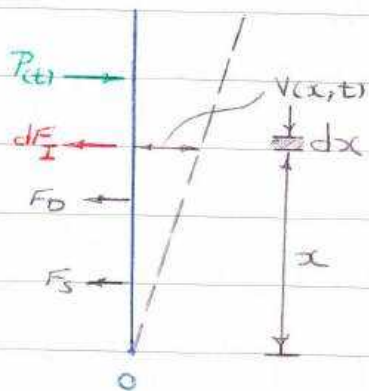


الف) حجم صلبه

اگر می خواهم معادله حرکت هم در حالت حرکت صافی است در صورتی تابع تغییر مکان x و تغییر t در

حال اول قدم لغت تابع تغییر مکان است در نقطه 0، تغییر مکان صفر است چون به بالا نمی روم

بسیار می شود پس تابع تغییر مکان، البته به مکان نزولی است. این تابع تغییر مکان را با V نشان می دهند تابع تغییر مکان $V(x, t)$



$$V(x, t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$\psi(x)$ تابع مکانی

$Y(t)$ تابع زمانی

تابع مکانی به صورتی می گیریم در مقدار کم این واحد باشد $\psi(L) = 1$

$$\Rightarrow \psi(x) = x/L$$

اینی هم است که نسبت به $Y(t)$ است

$$V(x, t) = x/L \cdot Y(t)$$

تعیین معادله حرکت (در اینجا)

$$F_I + F_D + F_S = P(t)$$

در حالت حجم کمتر از سیستم

$$M_I + M_D + M_S = M_{pct} \quad (6)$$

برابر حجم کسترده داریم ؟
حجم 0 می باشد پس می گیریم ؟

$$M_{pct} = P_{ct} \cdot d \quad M_D = F_D \cdot b \quad - M_S = F_S \cdot a$$

M_I از ضلع ایستاده است. چون حجم کسترده است پس باید از dx dm بگیریم.

$$\rho \cdot dm = \mu(x) \cdot dx \quad (10)$$

$$dF_I = dm \cdot \ddot{v}(x, t) \stackrel{(11)}{=} \mu(x) dx \cdot \ddot{v}(x, t) \quad (12)$$

$$\Rightarrow dM_I = dF_I \cdot x = \mu(x) \cdot x \cdot \ddot{v}(x, t) dx \quad (13)$$

$$\Rightarrow M_I = \int_0^L \mu(x) \cdot x \cdot \ddot{v}(x, t) dx \quad (14)$$

$$M_{pct} = P_{ct} \cdot d \quad (7)$$

$$M_D = F_D \cdot b = c v(b, t) \cdot b \rightarrow M_D = c \frac{b^2}{L} \ddot{Y}(t) \quad (8)$$

$$M_S = F_S \cdot a = k v(a, t) \cdot a \rightarrow M_S = k \frac{a^2}{L} \ddot{Y}(t) \quad (9)$$

$$M_I = \ddot{Y}(t) \int_0^L \mu(x) \frac{x^2}{L} dx \quad (15)$$

پس از ضلع ایستاده داریم 7، 8، 9، 15، و از ضلع 6 کسترده داریم ه
(آنطرف را هم L بگیریم و 10 هم)

$$\underbrace{\ddot{Y} \int_0^L \mu(x) \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx}_{M^*} + \underbrace{c \left(\frac{b}{L}\right)^2}_{C^*} \ddot{Y}(t) + \underbrace{k \left(\frac{a}{L}\right)^2}_{K^*} \ddot{Y}(t) = P_{ct} \cdot d/L$$

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \ddot{Y}(t) + K^* \ddot{Y}(t) = P^*$$

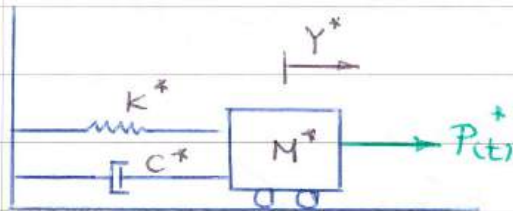
$$M^* = \int_0^L \mu(x) \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx \quad \text{جرم معادل}$$

$$c^* = c \left(\frac{b}{L}\right)^2 \quad \text{ضرب استخراک معادل}$$

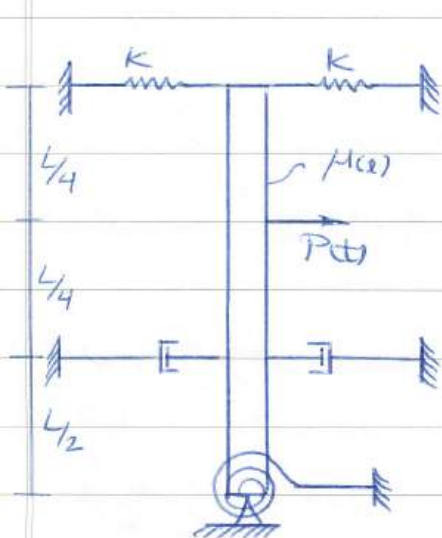
$$k^* = k \left(\frac{a}{L}\right)^2 \quad \text{ضرب سختی معادل}$$

$$P_{ct}^* = P_{ct} \frac{d}{L} \quad \text{نیروی معادل}$$

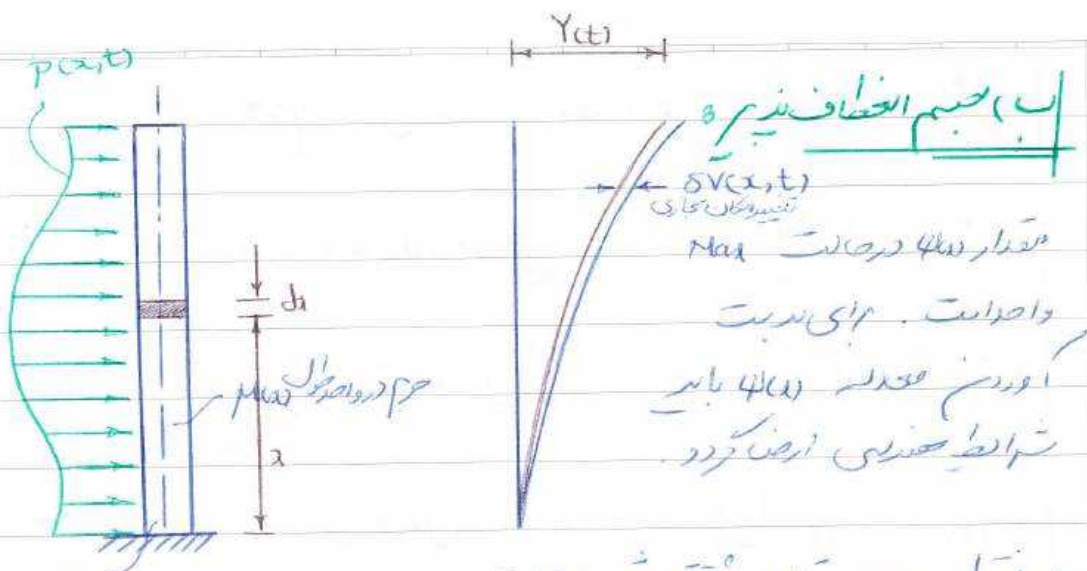
برای این سیستم معادل شکل حالت پیرایه



با این سیستم معادل می توانیم یک دید آزادتی داریم



۹- متون صلی دارای یک راه نیمه مدب
می باشد که توسط قمر لکی در انتهای آن
(آزادان) قرار دارند و در حالت
مطلوبت بخش معادل حرکت این سیستم
در صورتیکه تمام جرم در واحد طول
این متون صلب باشد. در حالتی که
 $\mu_{eq} = \mu$ باشد معادل حرکت را بدین آوری
در سیستم معادل یک دید آزادتی داریم



ب) حجم انعطاف پذیر

$v(x,t)$
 تغییر مکان مجاری
 مقدار در حالت
 واحد است. مای بردیت
 آوردن معادله $\phi(x)$ باین
 شرایط حدی از دست آورد.

$EI(x)$
 صلبیت خمشی متغیر

$$\phi(x) = \frac{x^2}{L^2}$$

در نقطه $x=0$ تابع مشتق از صفر است
 در $x=L$ تابع برابر یک است
 این صفر همان تصویرت مقابل می گردد
 این بردیت آوردن $\phi(x)$ ساده است. هم $Y(t)$ است

تجسین معادله حرکت (روش کار مجازی)

نی انعطاف صلب
 نی انعطاف تغییر مکان
 برای نی انعطاف صلب و تغییر مکان
 برای نی انعطاف صلب و تغییر مکان
 روش ساده تری علاوه بر روش اول وجود دارد.

روش تغییر مکان مجازی (کار مجازی)

اصل کار مجازی این است که اگر سیستم دارای تعادل استاتیکی باشد
 برای تغییر مکان مجازی کل کار انجام شده برابر صفر است
 ویژگی تغییر مکان مجازی تصویرت بردار است

- (۱) با مقیود نه صحر باشد (اصلی در مقیود است و در صحر Max, Max باشد)
 (۲) تغییر مقیود کوچک باشد تا سیستم در اصل تعادل باشد

(Internal)

(External)

$$\delta W_E = \delta W_I \quad \text{کار مجاری نیروی خارجی} = \text{کار مجاری نیروی داخلی (داخل)}$$

برای اصل کار مجاری، کار مجاری انجام شده توسط نیروهای داخلی را می توان برابر کار مجاری انجام شده توسط نیروی خارجی دانست

$p(x, t)$ نیرو در واحد طول است. شدت نیرو است
 تنش در نوع است - تنش فیزی (فشار)، تنش کشش

$$\delta W_E = \int \underbrace{p(x, t)}_{\text{تنش}} \underbrace{dx}_{\text{تغییر طول}} \delta v(x, t) \quad (3)$$

کار ناشی از برش در مقابل تنش در تیر کار بر روی بسیار کم است. بنابراین قابل اغماض است

$$\delta W_I = \int m \omega \delta \theta \quad (4) \quad \text{برجست من} \rightarrow$$

چون حالت مجاری $d\theta$ باعث می کنیم $\delta \theta$ داریم. (کار مجاری حالت $\delta v(x, t)$ برده است)

$$\delta W_{I2} = \int f_I(x, t) dx \delta v(x, t) \quad (5) \quad \text{برجست نیرو انرژیک} \rightarrow$$

$f_I(x, t)$ = شدت نیروی انرژیک (در نقطه x در لحظه t)

$$\theta = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \rightarrow d\theta = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} dx \quad (6)$$

$$\delta \phi = \frac{\partial^2 \delta V(x,t)}{\partial x^2} dx \quad (7)$$

$$\frac{m(x)}{EI(x)} = \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} \Rightarrow m(x) = EI(x) \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} \quad (8)$$

$$1) \begin{cases} \delta V(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t) & (1) \\ V(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) & (2) \end{cases}$$

$$\delta W_{I_1} = \int EI(x) \frac{d^2 \psi}{dx^2} Y(t) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \delta Y(t) \right] dx$$

$$\Rightarrow \delta W_{I_1} = Y(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx \quad (9)$$

$$2) \begin{cases} f_{I_1}(x,t) = \text{شکل تغییراتی} & f_{I_1}(x,t) \cdot dx \rightarrow \text{نیمه تغییراتی} \\ f_{I_1}(x,t) = \mu(x) \ddot{V}(x,t) = \mu(x) \psi(x) \ddot{Y}(t) & (12) \end{cases}$$

$$\delta W_{I_2} = \ddot{Y}(t) \int \mu(x) \cdot \psi(x) [\psi(x) \cdot \delta Y(t)] dx$$

$$\delta W_{I_1} = \ddot{Y}(t) \delta Y(t) \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx \quad (10)$$

$$3) \quad \delta W_E = \delta Y(t) \int_0^L p(x,t) \psi(x) dx \quad (11)$$

با استفاده از اصل کار مجازی خواهیم داشت:

$$\delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} = \delta W_E \quad (13)$$

$$\ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + Y(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = \delta Y(t) \int_0^L p(x, t) \psi(x) dx \quad (14)$$

از آنجا که مقدار اختلاقی و غیر صفری باشد با اینرسی یکنوا در رابطه ۱۴، $\delta Y(t)$ را از طرف چپ در طرف چپ در رابطه خواهیم داشت.

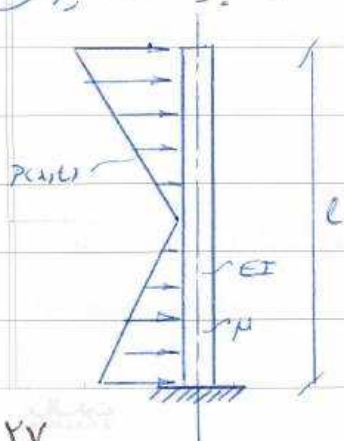
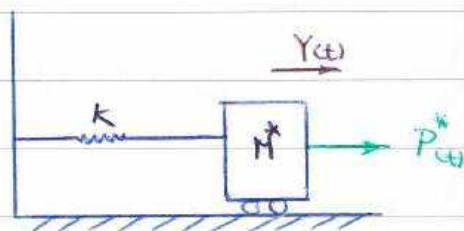
$$\ddot{Y} \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + Y \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx = \int_0^L p(x, t) \psi(x) dx$$

$$M^* \ddot{Y} + K^* Y = P^*(t) \quad (15)$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx$$

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx$$

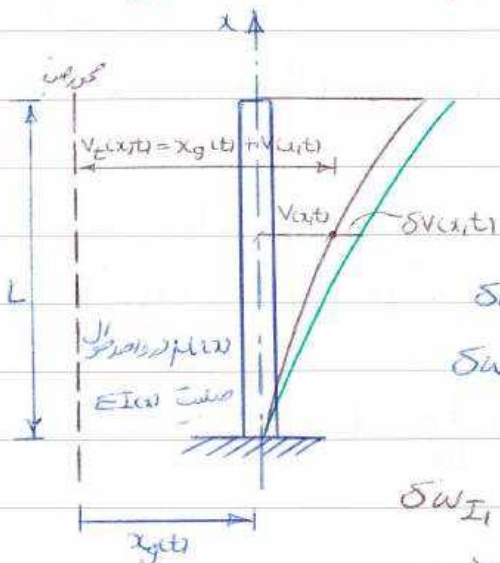
$$P^*(t) = \int_0^L p(x, t) \psi(x) dx$$



نمودار ۱: متون کلیه فراداشته شکل مقابل مفروض است. در صورتیکه EI و μ در طول متون ثابت فرض شود، معادلات تعین ابعاد حرکت، جرم و کشش و نیروی معادل. راجع به شکل (۱۵) و

$$1 - C_1 \frac{\pi^2}{2l}$$

معادله حرکت اجسام الاستیک با جرم گسترده تحت اثر حرکت زمین و (با استفاده از روش کار مجازی)



$$V(x, t) = \psi(x) \cdot Y(t) \quad (16)$$

$$\delta V(x, t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t) \quad (17)$$

$$\delta W_E = \delta W_I \quad (18)$$

چون نیروی خارجی نداریم $\delta W_E = 0$ (19)

کار مجازی نیروهای داخل $\delta W_I = \delta W_{I1} + \delta W_{I2}$ (20)

$$\delta W_{I1} = Y \cdot \delta Y \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx \quad (21)$$

کار مجازی نیروهای داخل (همی جنس)

$$\delta W_{I2} = \int_0^L f_I(x, t) \delta V(x, t) dx \quad (22)$$

کار مجازی نیروهای بیرونی

$$f_I(x, t) = \mu(x) \cdot \ddot{V}_E(x, t) \quad (23)$$

تغییر مطلق نصف

$$V_E(x, t) = V(x, t) + x_g(t) \quad (24)$$

$$\delta W_{I2} = \int_0^L \mu(x) [\ddot{V}_E(x, t) + \ddot{x}_g(t)] \psi(x) \delta Y \cdot dx \quad (25)$$

$$= \int_0^L \mu(x) \cdot \ddot{Y}(t) [\psi(x)]^2 \delta Y \cdot dx + \int_0^L \mu(x) \ddot{x}_g(t) \psi(x) \delta Y \cdot dx \quad (26)$$

$$= \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \ddot{x}_g \delta Y(t) \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow \delta W_{I2} = \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \ddot{x}_g \delta Y(t) \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx$$

(27)

$$\delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} = \delta W_{I_3} \quad (28)$$

$$\ddot{Y} \int_0^L \mu_{\text{mass}} [\psi_{\text{mass}}]^2 dx + Y \int_0^L EI_{\text{cur}} \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx = -\delta Y \ddot{x}_g \int_0^L \mu_{\text{mass}} \psi_{\text{mass}} dx \quad (29)$$

در رابطه 29 چون مقدار تابع δY اختیاری و می‌تواند صفری نباشد، بنابراین
معادله داریم

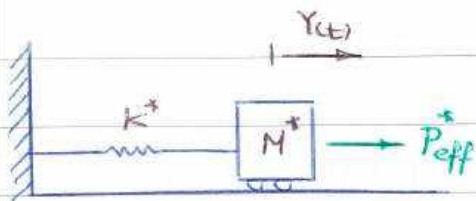
$$\underbrace{\ddot{Y} \int_0^L \mu_{\text{mass}} [\psi_{\text{mass}}]^2 dx}_{M^*} + \underbrace{Y \int_0^L EI_{\text{cur}} \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx}_{K^*} = -\ddot{x}_g(t) \underbrace{\int_0^L \mu_{\text{mass}} \psi_{\text{mass}} dx}_{\bar{K}} \quad (30)$$

$$M^* \ddot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{\text{eff}}^*(t) \quad (31)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} M^* = \int_0^L \mu_{\text{mass}} [\psi_{\text{mass}}]^2 dx & \text{جرم معادل} \quad (32) \\ K^* = \int_0^L EI_{\text{cur}} \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx & \text{سختی معادل} \quad (33) \\ \bar{K} = \int_0^L \mu_{\text{mass}} \cdot \psi_{\text{mass}} \cdot dx & \text{ضریب گسیختگی} \quad (34) \\ P_{\text{eff}}^* = -\bar{K} \ddot{x}_g(t) & (35) \end{array} \right.$$

صورت کانتینر
باشد نیز در مدل
نمی‌باشد.

اگر ضرایب M^* ، K^* و $\bar{K}$ را به هم نسبت دهیم از ضرایب معادله (31) خواهیم داشت:



اثر استخلاف در معادله حرکت:

اگر در سیستم استخلاف موجود باشد، رابطه معادله حرکت (37) در حالت کلی بصورت رابطه زیر درخواهد آمد.

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \dot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{eff}^*(t) \quad (36)$$

که نسبت استخلاف بحرانی از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$\xi = \frac{C^*}{2M^* \omega} \quad (37)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} \quad (38)$$

$$\Rightarrow \ddot{Y}(t) + 2\xi\omega\dot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = \frac{1}{M^*} P_{eff}^*(t) \quad (39)$$



مثال دیگری به شکل مقابل مندرج است. در صورتیکه m حجم دروازه طول و حجم صلب EI صلبیت خمشی در طول آن ثابت و تکیه‌بند ثابت و قاع شکل بصورت زیر باشد.

نسبت $\omega = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$ مطلوبت معادله حرکت سیستم ω داده شده در این حرکت زینتی.

همین آتش جرم معدل یعنی معدل در زیر معدل

$$V(x, t) = \psi(x) \tilde{Y}(t) \quad \psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* \ddot{\tilde{Y}}(t) + K^* \tilde{Y}(t) = P_{eff}^*(t)$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx = \mu \int_0^L \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = 0.228 \mu L$$

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2}\right]^2 dx = EI \int_0^L \left[\frac{\pi^2}{4L^2} C_1 \frac{\pi x}{2L}\right]^2 dx$$

$$= \frac{\pi^4}{32} \frac{EI}{L^3}$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx \quad \text{فردی یکبار از}$$

$$\bar{K} = \mu \int_0^L \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right) dx = 0.364 \mu L$$

$$P_{eff}^* = -\bar{K} \tilde{x}_g = -0.364 \mu L \tilde{x}_g(t)$$

بیانگر این کردن معادله جرم معدل، مختل معدل در زیر معدل در زیر معدل اصل
خواهیم داشت.

$$0.228 \mu L \ddot{\tilde{Y}}(t) + \frac{\pi^4}{32} \frac{EI}{L^3} \tilde{Y}(t) = -0.364 \mu L \tilde{x}_g(t)$$

$$\psi(x) = \frac{x^2}{L^2}$$

$$K^* = EI \int_0^L \left(\frac{2}{L^2}\right)^2 dx = \frac{4EI}{L^3}$$

$$M^* = \mu \int_0^L \frac{x^4}{L^4} dx = \frac{\mu L}{5} = 0.2 \mu L$$

$$\bar{K} = \mu \int_0^L \frac{x^2}{L^2} dx = \frac{\mu L}{3}$$

$$0.2 \mu L \ddot{\tilde{Y}}(t) + \frac{4EI}{L^3} \tilde{Y}(t) = -\frac{\mu L}{3} \tilde{x}_g(t)$$

تابع شکلی دیگر

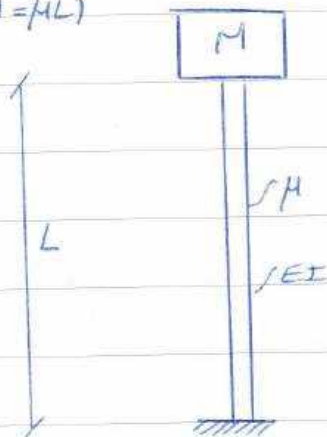
اگر به تابع شکلی مختلف داشته باشیم برای انتخاب بهتر تابع $\psi(x)$ دارد؟

$$\omega_1^2 = \frac{K_1^*}{M_1^*} = \frac{3.044}{0.228} \frac{EI}{ML^4} = 13.35 \frac{EI}{ML^4} \rightarrow \omega_1 = 3.65 \sqrt{\frac{EI}{ML^4}}$$

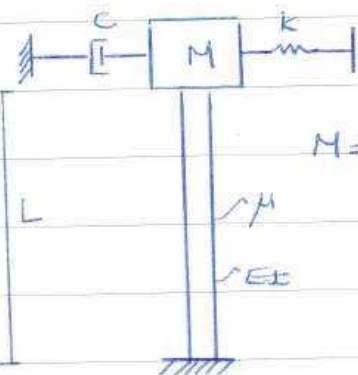
$$\omega_2^2 = \frac{K_2^*}{M_2^*} = \frac{4}{0.2} \frac{EI}{ML^4} = 20 \frac{EI}{ML^4} \rightarrow \omega_2 = 4.47 \sqrt{\frac{EI}{ML^4}}$$

* اگر تابع نامالی تصویق نباشد فرکانس بیشتر می‌باشد پس اگر تابع تصویق داشته باشیم کمترین فرکانس را می‌توانیم به تابع خواصیم داشت.

$$(M = ML)$$



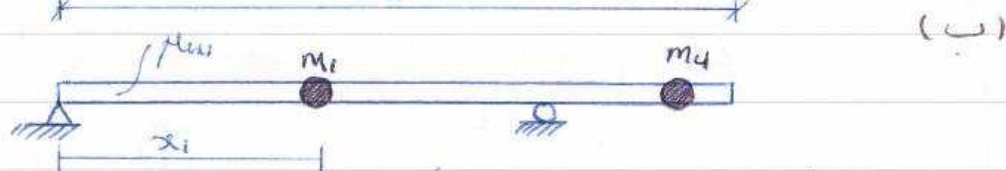
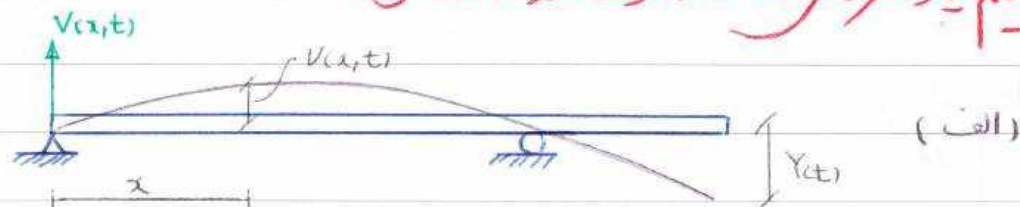
نمونه ۱۱: سازه‌های در صورت شکل مقابل مدل شده است در صورت EI و M در شکل برج ثابت در نظر گرفته شود. معادلات تعین معادله حرکت و هم معادله در مختصات و هم معادله حرکت را در دو روش مختلف تعین کنیم. این نتایج تحت اثر حرکت تعین داشته باشد. نتایج را با هم مقایسه کنیم.



$$M = ML$$

نمونه ۱۲: سازه‌های در شکل مقابل مدل شده است. معادلات تعین معادله حرکت، یعنی هم معادله حرکت و هم معادله در مختصات را در دو روش مختلف تعین کنیم. این نتایج تحت اثر حرکت تعین داشته باشد. نتایج را با هم مقایسه کنیم.

تخمین یا رانگر برای معادله حرکت در حالت کلی



معادله حرکت هر سیستم یک درجه آزادی را می توان به شکل زیر نوشت

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \dot{Y}(t) + K^* Y(t) = P^*(t)$$

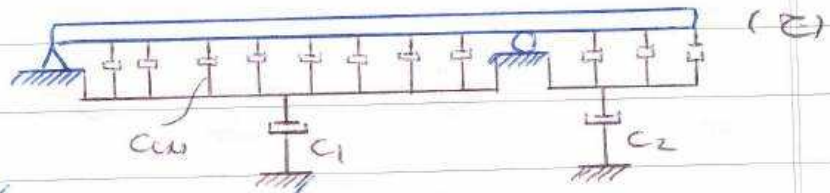
که در این رابطه $Y(t)$ مختصات تخمین یافته از تغییرات است که حرکت سیستم را تبیین می کند.

یک سیستم یک درجه آزادی را در نظر بگیریم که دارای یک شکل تغییر مکان فرضی باشد. تغییر مکان سیستم را در هر لحظه بر حسب مختصات تخمین یافته $Y(t)$ می توانیم از رابطه $V(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$ محاسبه کرد.

اگر مکان اینرسی جرم حاصل از جرم بخش را هم بماند هم به نام ناچهار تخمین کرد M^* لحاظ کرد.

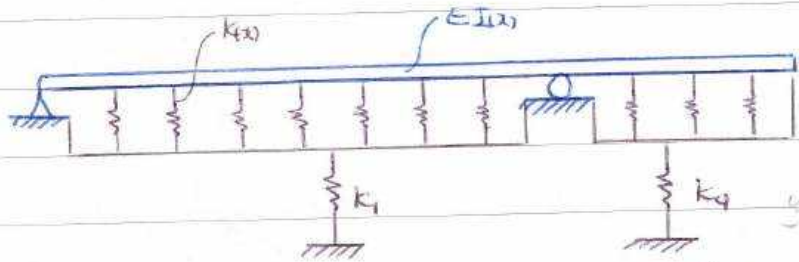
$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_i m_i \psi_i^2 + \sum I_{O_i} (\psi'_i)^2$$

همان انرژی را وقتی انت دهی کنیم دما و دمای دیگر را به دست می آوریم (میلاد)



نمودار (ج) است. این را می توانیم به دست آوریم از انتهای نمودار که به دست می آوریم است. انتهای نمودار را می توانیم به دست آوریم از انتهای نمودار که به دست می آوریم است. نمودار (ج) در شکل (ج) می باشد.

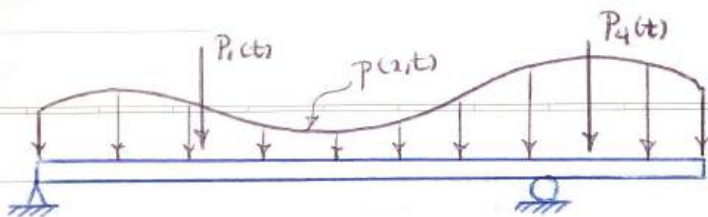
$$C^* = \int_0^L c_w [\psi(w)]^2 dx + \sum_i c_i \psi_i^2$$



(د)

در این صورت، انتهای نمودار را می توانیم به دست آوریم از انتهای نمودار که به دست می آوریم است. نمودار (د) در شکل (د) می باشد.

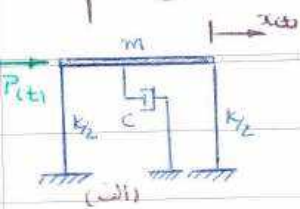
$$K^* = \int_0^L EI(w) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx + \int_0^L k_w [\psi(w)]^2 dx + \sum k_i \psi_i^2 + \sum k_0 (\psi'_i)^2$$



$$P^* = \int_0^L p(x,t) \psi(x) dx + \sum_i P_i \psi_i$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \cdot \psi(x) dx + \sum m_i \psi_i$$

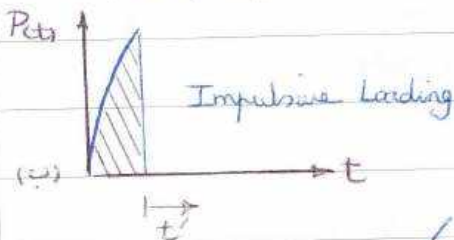
محمد کاظم



«فصل دوم»
(۱) پاسخ سیستم یک درجه آزادی تحت اثر نیروی دینامیکی

الف) پاسخ سیستم یک درجه آزادی تحت اثر بار گذار ضربی

مشخصه بار گذاری ضربی آنست که در زمان کوتاهی نیروی زیادی بر باره اعمال گردد. (کمتر از یک ثانیه)



مقدار ضربی ضربه در لحظه بار گذار ضربی
 $\int P(t) dt = \text{مقدار ضربی}$

در حالت ضربی ضربه $\rightarrow$ نیرو و زمان
در این حالت به سیستم سرعت اولیه ای داده می شود

$$P(t) = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow P(t) dt = m dv \Rightarrow \int P(t) dt = \int m dv$$

$$\rightarrow \int P(t) dt = mv = m \dot{x}_0 \Rightarrow \dot{x}_0 = \frac{1}{m} \int P(t) dt$$

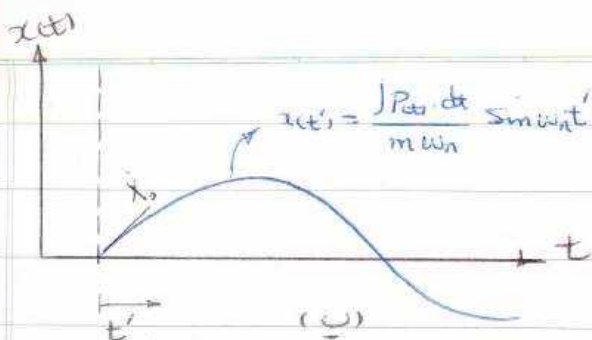
*** در این ضربی سرعت به سیستم القا می گردد. پس سیستم به سیستم بار گذار ضربی درود
شرط $\dot{x}_0 = 0$ (بدون سرعت اولیه)
البته $\dot{x}_0 = 0$

$$x(t) = \dot{x}_0 \sin \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (\text{حرکت نوسانی با ارتعاش آزاد})$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{\int P(t) dt}{m \omega_n} \sin \omega_n t$$

* در لحظه t در معادله $x(t)$ از زمانی است که اثر ضربی به پایان رسیده است

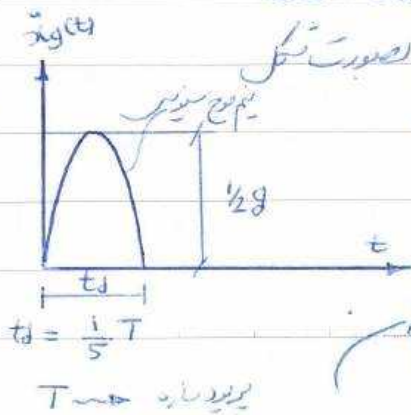
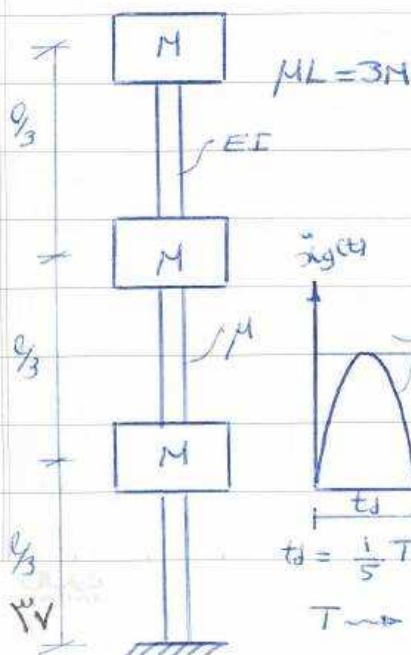
* اگر $t < \frac{1}{2} T$ باشد اثر ضربی در این معادله به نظر می آید



والس توتنی بار با فاصله زمانی
ضد یک کم از طریق دوش ارتعاش
از ادیت می آید در صورتیکه
سیری $P(t)$ در فاصله زمانی

بسیار کم یعنی $(t_1 \ll T)$ که T پریود ساده است در سیستم اعمال کردن
می توان فرض کرد که محموله تغییرات آن در تغییرات ساده در فاصله زمانی
کم موجود می آید و می در طول تغییرات در حرکت سیستم موجود می آید و با استفاده
از رابطه انداز حرکت می توان آن را بدست آورد
در صورتیکه در این حالت استخراک موجود باشد یا نه در این شرایط اولیه
 $\dot{x}_0 = 0$ ، $\ddot{x}_0 = \frac{1}{m} \int P dt$ در صورتیکه در خواص را در

$$x(t) = \frac{\int P(t) dt}{m \omega_n} e^{-\xi \omega_n t} \sin \omega_n t \quad (\text{ارتعاش، ادیت انحراف})$$



لایه ۱۳ برج میانی شجر بصورت ساده
مقابل مدل شده است در صورتیکه

$$W = Mg = 100 \text{ kips}, L = 100 \text{ ft}$$

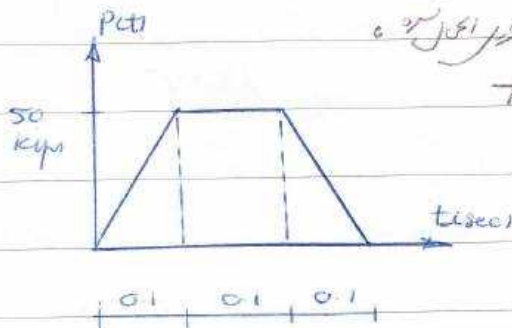
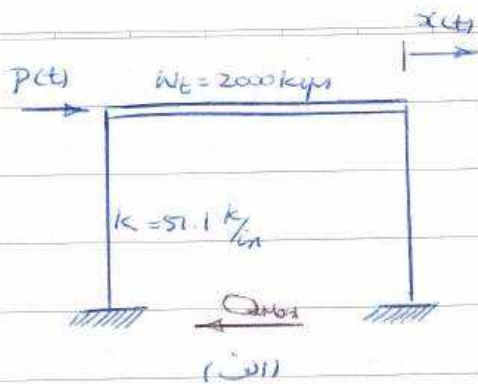
$$EI = 3 \times 10^8 \text{ lb.in}^2$$

والس ساده گت از حرکت زمین بصورت شکل
ایر قرار گیرد معادلات تغییرات

۱۱ Max تغییر مکان

۱۲ Max دوش پایه

۱۳ معادله تابع تغییر مکان در رسم



مثال: قاب سازه شکیلی در صورتی است که
 ضربه نیروی \$P(t)\$ مطابق شکل نشان
 داده شده در شکل بر قاب اعمال گردد.
 مطلوب است تعیین تابع تغییر مکان و هم چنین
 تنش Max نیروی کششی سازه.

حل: تعیین مکان سازه و تابع تغییر مکان در دو مرحله انجام می‌دهیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{51.1 \times 386}} = 2.0 \text{ sec}$$

$$2.0 \text{ sec} \gg t_d = 0.3$$

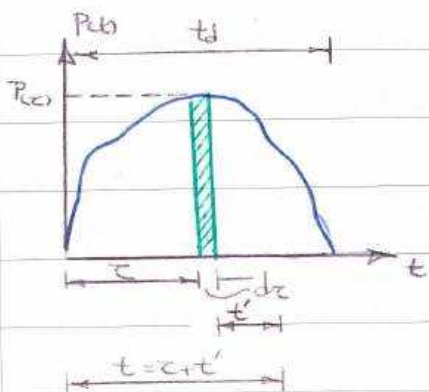
بارگذاری ایستگاهی در نظر گرفته می‌شود.

$$\int p dt = \int_0^{t_d} p dt = \frac{0.3 + 0.1}{2} \times 50 = 10 \text{ k sec}$$

$$x(t) = \frac{\int p dt}{m \omega_n} \sin \omega_n t = \frac{10 (386) (2)}{2000 \times 2\pi} \sin \omega_n t = 0.614 \sin \omega_n t$$

$$X_{max} = 0.614 \text{ in}$$

$$C_{dmax} = K X_{max} = 51.1 (0.614) = 31.4 \text{ kips}$$

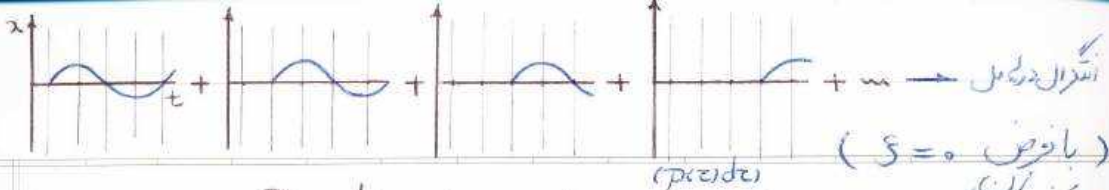


ب) پاسخ سازه تحت اثر بارگذاری ایستگاهی.

این بارگذاری ضربه‌ای نمی‌باشد اما آن را
 می‌توانیم به صورت یک ضربه در زمان کوتاه
 تصور کنیم.

می‌توانیم بگوییم که تغییر مکان در زمان کوتاه
 داده شده می‌باشد.

و \$dx\$ تغییر مکان حاصل از ضربه (تخمین از تغییر مکان) می‌باشد.



(با فرض $\xi = 0$)

$$dx(t) = \frac{p(\tau) d\tau}{m\omega_n} \sin \omega_n t' \quad (1)$$

پس از لحاظ t به خود ضرب می‌افزایم (از هم)

$$t = \tau + t' \quad (2) \Rightarrow t' = t - \tau \quad (3)$$

$$\Rightarrow dx(t) = \frac{p(\tau) d\tau}{m\omega_n} \sin \omega_n (t - \tau) \quad (4)$$

$$\Rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{p(\tau)}{m\omega_n} \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \quad (5)$$

(Duhamel Integral)

t در این مقدار ثابت است. می‌توانیم به کمک t حجم به دست آوریم
 * این انتگرال از $t = 0$ تا $t = t_d$ می‌روار است. از $t = t_d$ به بعد هیچ حرکتی
 ندارد. $x_0 = x(t_d)$ و $\dot{x}_0 = \dot{x}(t_d)$

با توجه به بحث با فرض برای دو حالت سیستم در مقابل پاسخ این امکان وجود
 می‌دهد که باز استفاده از این بحث بتوان در مورد واکنش سازه در مقابل بارهای
 اختیاری بحث کرد. اگر فرض شود که بارگذاری اختیاری در زمان t_0 صاف می‌شود
 سیستم گردد، سوابق از این لحظه تا زمانی که پاسخ در عنوان یک ضربه در نظر گرفته
 اگر به یکی از این لحظاتی که در شکل نشان داده شده است توجه کرد
 می‌توان دریافت که در زمان t پس از شروع بارگذاری در یک شکل با فرض
 زمانی $d\tau$ مقدار ضربه برابر با $p(\tau) d\tau$ می‌شود. واکنش سازه مقابل
 این ضربه قابل محاسب است.

واکنش سازه به علت بارگذاری کامل با استفاده از اصل صحت آن می‌تواند به دست آید.

* اس اشکال میں دو حامل حروف است و کائنات جو مزاجہ الایسیک راجحت
جو بازنداری اصبتی بنی بنی راجحت

* محوون کہو نہ بتاؤ درمیں اس انگڑال کا استفادہ اور اصل انصاف و صداقت
گفتہ نامہ اس کا ہر دماغ انگڑال پر اس سیم کی نظر صدق نہایت

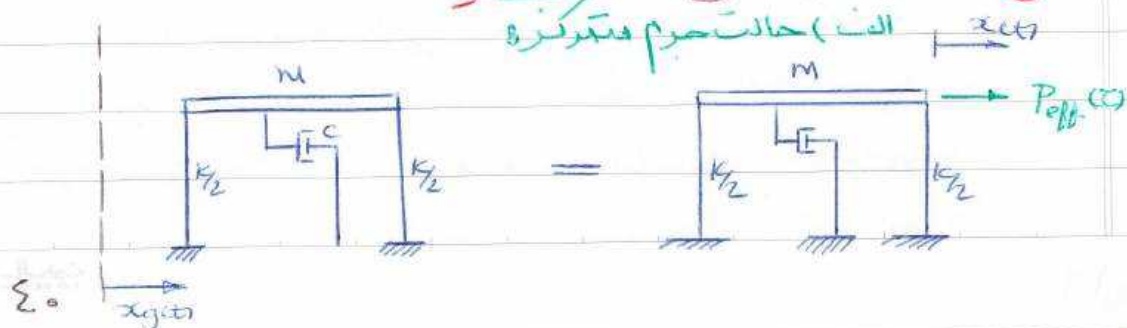
کاربرد اشغال در حاصل برابرستم بلد و حصار وادی (با استحضار) ۸

$$Z_{CT} = \frac{I_{P_{\text{load}}}}{m \omega_b} \quad \text{--- Sant} \quad \sin \omega_b t \quad (6)$$

دانش مستقیم و غیرمستقیم را می توان به سه روش تقسیم نمود
 ۱- مستقیم و غیرمستقیم
 ۲- مستقیم و غیرمستقیم
 ۳- مستقیم و غیرمستقیم

$$x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{m\omega_0} e^{-\gamma\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_0(t-\tau) d\tau \quad (7)$$

۱۷) پنج سازه دایره ای را در تحت اثر حرکت زمین



به این صورت که زمان اثر نیروی زلزله بر سازه زیاد است. این را بصورت بار دوار در اختیاری در نظر می گیریم.

$$x(t) = \int_0^t \frac{P_{eff}(\tau)}{m \omega_D} e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

$$P_{eff}(t) = m \ddot{x}_g(t) \quad (9)$$

پس از جایگزینی رابطه (9) در (8) خواهیم داشت

$$x(t) = \frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (10)$$

$$V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (11)$$

$V(t)$ تابع شبه سرعت است.

$$x(t) = \frac{1}{\omega} V(t)$$

نتیجاً زلزله، میرایی سیستم و فرکانس سازه سه عامل مهم در شبه سرعت است.

(۱) شتاب زلزله: اگر شتاب در درجه یک و در دو شخص را مقایسه کنیم

(۲) میرایی: میرایی را هم (۵٪ فرض می کنیم)

(۳) فرکانس: به بعضی محرم می آید.

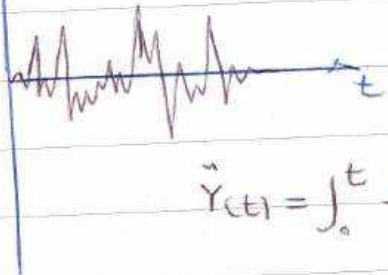
در این حالت ما بر فرکانس سازه که در بالا فرض داریم. پس مثلاً ما بار را در هم تنها فرکانس می آید.

$$V(x, t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

با حالت حرم گسترده

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \dot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{eff}^*(t)$$

$\ddot{x}_g(t)$



از برای اصلی روش دو فصل
وجود مدل است که
توانسته است را مدل کند

$$\ddot{Y}(t) = \int_0^t \frac{P_{eff}^*(\tau)}{M^* W} e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

(در حالت هم الاستیک با جرم کمتر در وقت اثر حرکت می‌شود)

$$P_{eff}^* = \bar{K} \ddot{x}_g(t)$$

$$\ddot{Y}(t) = \frac{\bar{K}}{M^* W} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow \ddot{Y}(t) = \frac{\bar{K}}{M^* W} \ddot{V}(t)$$

$$V(x,t) = \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t) \Rightarrow V(x,t) = \psi(x) \cdot \frac{\bar{K}}{M^* W} \ddot{V}(t)$$

$$\bar{K} = \int_0^L \psi(x) \mu(x) dx \quad M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx$$

نیروی وارد شده برابر در زمان حرکت می‌شود (الف) جرم مستر کننده

این ضایعه کلی از روابط اصلی طرaces می‌باشد این نیرو را می‌توان در حالت کاملاً قابل اطمینان از محاسبه شداد مؤثر بدست آورد

$$m \ddot{x}_t + c \dot{x}_t + k x_t = 0 \Rightarrow \ddot{x}_t + 2 \xi \omega_n \dot{x}_t + \omega_n^2 x_t = 0$$

در حالت تغییر مکان M_{max} (معملاً منفی) و یا جابجایی در مقدار نسبت الاستیک
جوابی کم باشد محدوده هم را می‌توان هم قنظر نمود ($x_t = x_g(t) + x$)

فرضیات: (۱) تغییر شکل ناگهانی (نیست)، یا (۲) C بسیار کم

$$\Rightarrow \ddot{x}_t + \omega_n^2 x = 0$$

$$\ddot{x}_t = \ddot{x}_e \rightarrow \text{شتاب مشترک باشد}$$

$$\Rightarrow \ddot{x}_e + \omega_n^2 x(t) = 0 \Rightarrow \ddot{x}_e = -\omega_n^2 x(t)$$

بنابراین نیروی موثر وارد در باره برابر است با

$$Q(t) = m \ddot{x}_e = m \omega_n^2 x(t)$$

علامت منفی را در این حالت می توانیم حذف نموده قدر مطلق Max نیروی را در مورد نظری باشد.

$$x(t) = \frac{1}{\omega} V(t)$$

با استفاده از رابطه $V(t)$ داریم:

$$\underline{Q(t) = m \omega V(t)}$$

$\rightarrow$

نیروی برش پایه

این نیرو و تار کجبه زمانی به جایی دهه

ب) جرم گسترده

مطابق حالت قبل در این حالت شتاب موثر بصورت برابر است

$$m^* \ddot{Y}(t) + c^* \dot{Y}(t) + k^* Y(t) = P_{eff}^*(t)$$

$$\ddot{Y}_t + \omega_n^2 Y = 0$$

$$\ddot{Y}_t = \ddot{Y}_e$$

$$\ddot{Y}_e(t) = \omega_n^2 Y(t)$$

شتاب موثر

نیروی موثر اینرسی در دو اصطبل $q(x,t)$ بصورت برابر است

$$q(x,t) = \mu(x) \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}_e(t)$$

$$(\ddot{V}(x,t) = \psi(x) \times \ddot{Y}_e(t))$$

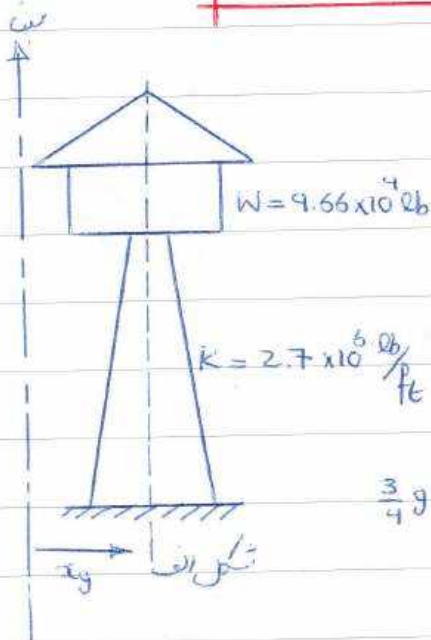
$$q(x,t) = \psi(x) \cdot \mu(x) \cdot (\omega_n^2 Y(t)) \quad , \quad Y(t) = \frac{\bar{K}}{M^* \omega} V(t)$$

$$q(x,t) = \mu_{air} \cdot \phi_{air} \cdot \frac{\bar{k}}{M^*} \omega V(t)$$

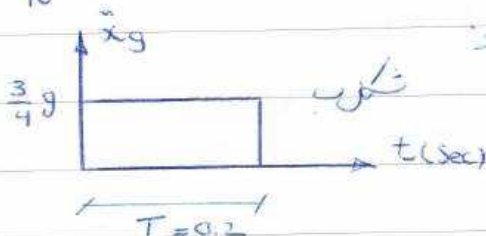
برای است با استفاده از این رابطه می توانیم نیروی داخلی و تنش بر روی را بدست آوریم یکی از نیروهای مهم در زمان زلزله نیروی برش در پایه ستون باشد و در حقیقت کل نیروی وارده از سوی بزرگ زمین به این باشد در این حالت نیروی برش پایه برابر است با:

$$Q(t) = \int_0^L q(x,t) \cdot dx = \frac{\bar{k}}{M^*} \omega V(t) \int_0^L \mu_{air} \cdot \phi_{air} \cdot dx$$

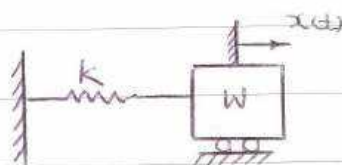
$$\Rightarrow \boxed{Q(t) = \frac{\bar{k}^2}{M^*} \omega V(t)}$$



شکل و منبع این مطابق شکل عرض است در صورتیکه این منبع کت اثر زلزله ای با دیاگرام ثابت شکل قرار گیرد. سطوح لغزشی Max تغییر مکان دهم چنین حداکثر برش پایه استخلاف صورت در نظر بگیریم.



$$m\ddot{x} + kx = P_{eff}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$$



حالت اول: $0 \leq t \leq T = 0.2$

بروردنیست

$$0 \leq t \leq T$$

تغییر تابع تغییر مکان با استفاده از انتگرال دوگانه

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_{eff}(\tau) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$P_{eff}(t) = -m\ddot{x}g = -m\left(\frac{3}{4}g\right) = -\frac{3}{4}W = P_0$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} P_0 \int_0^t \sin \omega_n(t-\tau) d\tau = \frac{P_0}{m\omega_n^2} [1 - \cos \omega_n(t-\tau)]_0^t$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - \cos \omega_n t) \quad 0 \leq t \leq T$$

بعد از این تازه شروع به نوسان آزاد می کند

حالت دوم $t > T = 0.2$

در این حالت $P_{eff} = 0$ بوده کدنگی به حالت سکون تغییر مکان می یابد
به سیستم ارتعاش آزاد با شرط اولیه قبل تبدیل می شود

$$x_0 = x(T) \quad \dot{x}_0 = \dot{x}(T)$$

$$x(t) = x(T) \cos \omega_n(t-T) + \frac{\dot{x}(T)}{\omega_n} \sin \omega_n(t-T) \quad t > T$$

کدام

* تغییر تابع تغییر مکان

باید بین آیا تغییر مکان Max بین صورت 0.2 است یا بی از 0.2 است

$$x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - \cos \omega_n t)$$

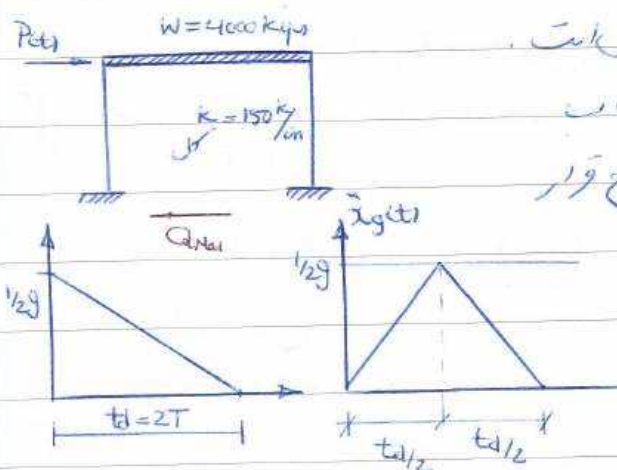
حالت اول

$$\begin{aligned} \rightarrow x(t) &= \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{\omega_n t}{2})) = \frac{2P_0}{m\omega_n^2} \sin^2 \frac{\omega_n t}{2} \\ &= \frac{2P_0}{k} \sin^2 \frac{\omega_n t}{2} \end{aligned}$$

P_0/k یعنی تغییر مکان استاتیکی

$$X_{Max} = \frac{2P_0}{k} \quad \text{باید} \rightarrow \sin^2 \frac{\omega_n t}{2} = 1 \rightarrow \frac{\omega_n t}{2} = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_n}$$

در صورتیکه زمان اعمال بار برابر با $T > \frac{\pi}{\omega_n}$ باشد مقدار ماکزیم تغییر مکان برابر است با

$$X_{Max} = \frac{2P_0}{K}$$


تقریباً ۱۶ قالب شکل معادل مفروض است.
در صورتیکه این قالب تحت اثر ستاب
همین خصوصیت دینامیک لمی بدرج قرار
گیرد. مطلوبت تعیین تغییر مکان
در بیش بار Max
تد در دو بار بر روی باره می باشد

ادامه حل و
تعیین ماکزیم تغییر مکان

$$x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - \cos \omega_n t) \quad (0 \leq t \leq T)$$

$$x(t) = \frac{2P_0}{K} \frac{\sin^2 \frac{\omega_n t}{2}}{1}$$

$$X_{Max} = \frac{2P_0}{K} \quad \text{if} \quad \sin^2 \frac{\omega_n t}{2} = 1 \Rightarrow \frac{\omega_n t}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_n}$$

$$P_0 = -\frac{3}{4} W$$

(b) $(t > T)$

شرایط اولیه

$$\begin{cases} x(T) = X_0 \\ \dot{x}(T) = \dot{X}_0 \end{cases} \Rightarrow x(t) = X_{Max} C_1(\omega_n(t-T))$$

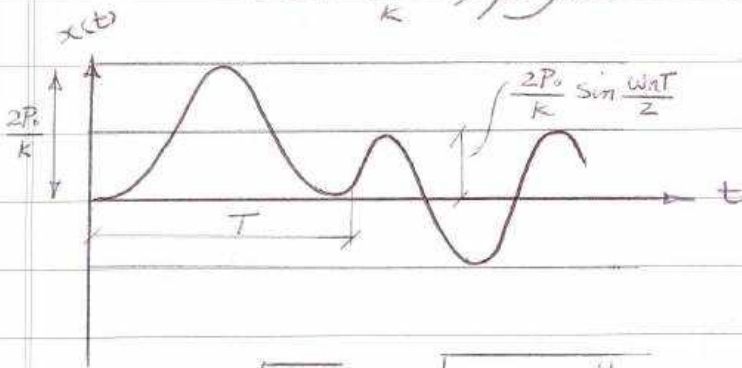
ارتباط داده

$$X_{Max} = \left[X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$X_{Max} = \frac{P_0}{K} \left[(1 - \cos \omega_n T)^2 + \sin^2 \omega_n T \right]^{1/2}$$

$$X_{Max} = \frac{P_0}{K} \left[2(1 - \cos \omega_n T) \right]^{1/2} \Rightarrow X_{Max} = \frac{2P_0}{K} \sin \frac{\omega_n T}{2}$$

مقدار حلقه x_{Max} در $t > T$ به مقدار کمتر از $\frac{2P_0}{K}$ است



$$\frac{\pi}{\omega_n} = \pi \sqrt{\frac{W}{Kg}} = \pi \sqrt{\frac{9.66 \times 10^4}{2.7 \times 10^6 \times 32.2}} = 0.104 < T = 0.2 \text{ sec}$$

$$\Rightarrow X_{Max} = \frac{2P_0}{K} = \frac{3}{2} \frac{W}{K} = \frac{3}{2} \frac{9.66 \times 10^4}{2.7 \times 10^6} = 0.054 \text{ ft} = 0.64 \text{ in}$$

$$Q_{Max} = K X_{Max} = 2.7 \times 10^6 \times \frac{3 \times 9.66 \times 10^4}{2 \times 2.7 \times 10^6} = 145,800 \text{ lb}$$

* آیا x_{Max} تغییر مکان محسوس در محاسبه بارگذاری است؟ در زمان بارگذاری می باشد؟
 در حالت ضرب محسوس x_{Max} ندارد بارگذاری است. معمولاً وقتی بارگذاری می باشد
 چه در زمان وقوع بارگذاری است یا نه x_{Max} تغییر مکان در محاسبه بارگذاری صورت
 می گیرد در صورت وقوع بارگذاری
 پس x_{Max} تغییر مکان در وقوع بارگذاری در زمان بارگذاری بستگی دارد.

این کتاب یکی از مردم تحلیل تاریکچه زمانی بود که اطلاعاتی را برای دانش خارج
 افتد نرسد نیست. پس اصلاً ج به تحلیل استر را هم که تحلیل طیفی (دینامیک)
 طیفی) گویند.

تحلیل طیفی سازه‌ها در مقابل حرکت زمین

(Earthquake Response Spectra)

تاکنون در این فصل دو حاصل واکنش در حوضه‌ها t در سیستم‌های دو درجه‌ای تحت اثر حرکت زمین به این شکل بیان می‌شده‌اند ولی بدین ترتیب آوردن یک پاسخ تغییر مکان در حوضه‌ها کار مفیدی نخواهد بود.

در بسیاری از مسائل عملی بدین آوردن مقدار Max نیرو و تغییر مکان با اهمیت تلقی می‌شود. با استفاده از روابط قبل واضح است که زمانی نیرو و تغییر مکان Max می‌باشد که تابع $\dot{V}(t)$ (نسبه سرعت) Max مقدار خود را دارا باشد.

$$\dot{V}(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (1)$$

$$S_V = V_{Max} = \left[\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \right]_{Max} \quad (2)$$

$$(S_V = V_{Max}) \quad (3)$$

بنابراین مقدار Max تمام سرعت طیفی را نشانه سرعت طیفی می‌دهد. با S_V نشان داده می‌شود.

(Spectral velocity)

همانطور که در روابط قبل مشخص کردیم در سیستم‌های حرم متمرکز تغییر مکان سازه بر اثر است با تابع شده سرعت تقسیم بر فرکانس ω (4) $\dot{x}(t) = \frac{\dot{V}(t)}{\omega}$ با استفاده از این تعریف تغییر مکان طیفی (S_d) عبارت از:

$$S_d = \frac{S_V}{\omega} \quad (5)$$

بنابراین تغییر مکان طیفی بر اثر است با حاصل تقسیم سرعت طیفی بر فرکانس طیفی سازه.

بر همین ترتیب نیروی Max با استفاده از روابط پیشین که در حرم و تغییر مکان و فرکانس طیفی سیستم و سرعت طیفی دارد.

کمیت حاصل ضرب توان طبیعی و سرعت طیفی را شتاب طیفی می نامند و با S_a نشان می دهند.

$$Q(t) = m \omega V(t) \quad (6)$$

$$Q_{Max} = m \omega S_v \quad (7) \quad S_a = \omega S_v \quad (8)$$

$$Q_{Max} = m S_a$$

تقریب مقادیر پاسخ در طیفی و
الف) سیستم های با جرم متمرکز و

$$x_{Max} = S_d \quad \text{تغییرات در طیفی}$$

$$Q(t) = m \omega V(t) \quad \text{پیش باید در زمان حرکت}$$

$$Q_{Max} = m \omega S_v \Rightarrow Q_{Max} = m S_a$$

ب) سیستم های با جرم گسترده

$$V(x,t) = \varphi(x) \cdot Y(t) = \varphi(x) \cdot \frac{\bar{K}}{M^* \omega} V(t)$$

$$V_{Max}(x,t) = \varphi(x) Y_{Max}(t)$$

$$\rightarrow V_{Max}(x,t) = \varphi(x) \frac{\bar{K}}{M^* \omega} S_v = \varphi(x) \frac{\bar{K}}{M^*} S_d \quad \text{تغییرات در زمان حرکت}$$

$$q(x,t) = \mu(x) \varphi(x) \frac{\bar{K}}{M^*} \omega V(t)$$

$$q_{Max} = \mu(x) \cdot \varphi(x) \frac{\bar{K}}{M^*} S_a$$

شدت نیروی ارتعاشی

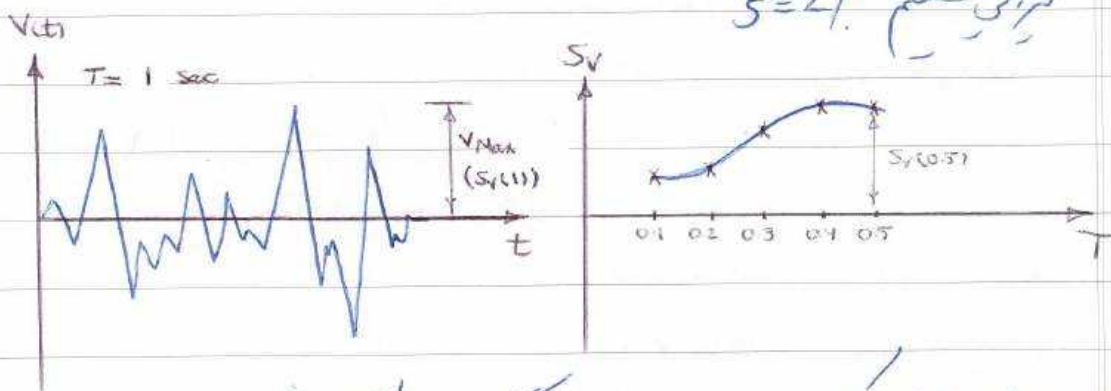
$$Q(t) = \frac{\bar{K}^2}{M^*} \omega V(t)$$

پیش باید در زمان حرکت

$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}^2}{M^*} S_a$$

$$V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (a)$$

رنگ و دردی شدت ثابت بزرگ
برای سیستم $\xi = 2$



* a, n را در n ضرب کنیم و حاصل بر بزرگ n تقسیم می‌باشد (میدون)

$$(T=2s \rightarrow a, n=2 \rightarrow n=20 \text{ طبقه})$$

تا اینجا نتایج برای روش خطی می‌باشد و سرعت بارها را بصورت عددی می‌تواند تا اثرات
تندی و ضعیفی ایجاد شده را کم کند و آن را برای تمام سازه‌ها قابل استفاده کند.

حیف نمی‌باشد زیرا در صورت هر چه شد

(۱) حیف تغییر طول (S_d) (۲) حیف سرعت (S_V) (۳) حیف شدت (S_a)

از رابطه (a) می‌توان دریافت که حیف سرعت یکی به سه بار بیشتر دارد

- (۱) طبقه شدت ریس $(\ddot{x}_g(t))$
 - (۲) نسبت انحراف بحرانی (ξ)
 - (۳) فرکانس طبیعی سازه
- حیف سرعت به چه بار است و حیف یکی دیگری دارد

بنابراین برای هر شدت رنگ و دردی و برای هر نسبت انحراف بحرانی مشخص

می توان طیف سرعت را به صورت تابعی از نیروی $(T = \frac{2\pi}{\omega_n})$ بدست آورد و برای
 نسبت ضرب آنتیلاک بحرانی یک سری از معنی صاف قابل رسم می باشند بدین ترتیب
 برای ترکیب یک نیروی نسبت آنتیلاک بحرانی مشخص برای شتاب درونی
 خاص یک نقطه از معنی نسبت می آید که با رسم پیوسته این نقاط بوسیله خطوط
 مستقیم معنی کمی مورد نظری ایجاد می گردد این معنی که را در این مثال مخصوص
 طیف های سرعت می نامند

(نقاط Min و Max در طیف سرعت نسبت تغییرهای محلی حرکت پس بوجود آمده
 است این نوع نمودار که اولاً می بایست توسط شتابگشت های آنتیلاک های
 مختلف هموار شده و ثانیاً میانگین آن که بدست آید و سپس بعد از آن طیف را بر
 مورد محاسبه در این قرار گیرد)

* برای بدست آوردن طیف شتاب بزرگ حاصل از ضرب این طیف با در فرکانس
 طبیعی می باشد کرده و نکته را رسم می نام. برای بدست آوردن طیف تغییر مکان
 حاصل تقسیم طیف سرعت را بر فرکانس طبیعی می نامیم

$$S_d = \omega S_v$$

$$S_a = \omega S_v$$

طیف های پاسخ، طیف های سوسه حتمی طیف های را در یک آمده هستند.
 بنابراین طیف های خاص از این خواص ساده می داریم

ایمان در دو ایالت تقسیم می شود

(۱) مزل و شرقی سه زاویه

(۲) شمالی سه زاویه (درجه بزرگت بالا و شدت زیاد)

نوع بزرگ در وضعیت تکنیکی در این صافی منطقه متغی دارد حاصل بعدی

محاسبه نیروهای داخلی (ضرب) است

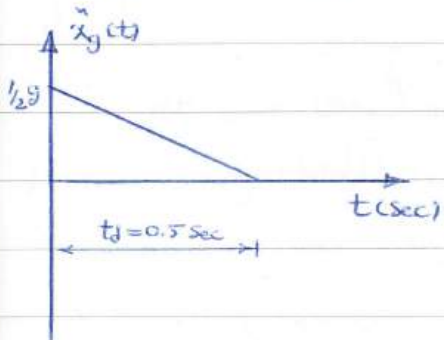
$$W = 150,000 \text{ lb}$$

$$K = 100 \frac{\text{kips}}{\text{ft}}$$

نمود ۱۵: ۸ قاب یک طبقه شکل مربوط است

در صورتیکه این قاب تحت اثر زلزله ای با
مکان ثابت مقابل قرار گیرد، مطلوب تعیین

۱) تابع تغییر مکان
۲) مقدار Max تغییر مکان و Max نیرو



$$W = 200 \text{ kips}$$

نمود ۱۶: برج محاربات شهر بصورت شکل مقابل

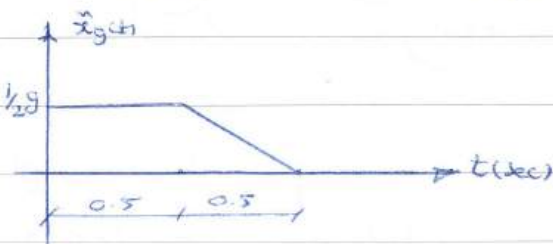
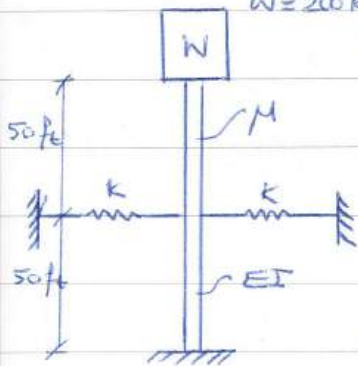
عمل شده است. در صورتیکه این سازه تحت اثر
ثبت ثابت بصورت زیر قرار گیرد، مطلوب تعیین

۱) تابع تغییر مکان
۲) مقدار Max تغییر مکان
۳) شدت نیروی برشی

$$MLG = 2W$$

$$EI = 2.1 \times 10^8 \text{ lb.in}^2$$

$$K = 50 \frac{\text{kips}}{\text{ft}}$$



۴) Max بیش یاب
انتقال را و در نظر بگیرید

طیف‌های طرح (Design Spectra) ۵

معنی‌های ثبت شده ثابت پس از تصحیح و قوع بر روی طیف‌های مختلف و طیف‌های به
 ایران به نسبت یکدیگر و این که روش منطقی و بهر طرح لرزه‌ای ساده که
 فراهم می‌گردد، با وجود آنکه طیف‌های مختلف با یکدیگر اختلاف دارند ولی در
 هر منطقه می‌توان بعضی خصوصیات مشترک را در دسترس یافت.
 با استفاده از خصوصیات مشترک در محاسبات می‌توان برای هر منطقه‌ای
 طیف‌های طرح را بدست آورد که با کاربرد آن می‌توان به سازه‌های مقاوم
 در مقابل زلزله طراحی کرد.

این معنی‌ها اساس تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها به روش طیف رانگین می‌باشد
 حافظه برای این ثبت شده در جدول زیر در دسترس است (اول ستون)
 ۱۹۴۰، ۱۹۵۳، المپیا ۱۹۴۹، واشینگتن ۱۹۶۵ (معنی‌های اولیه) و
 هموارشده‌ای برای طیف‌های تغییر یافته، سرعت و شتاب رسم نموده‌اند
 شکل معنی‌های لرزه‌ای محاسبات پس از تحلیل به و مناطق دیگر می‌توان به دست آورد
 نه‌اشته باشد در هر جهت برای هر منطقه با طیف طرح و به نسبت آورد
 این معنی‌ها برای مقیاس لرزه‌ای Max (ثبت در $T=0$) نیز است و
 معنی‌های دیگر.

(از این پس به نسبت از این روش که ثبت Max است $0.35g$ است)
 در $T=0$ یعنی خود پس.

برای رسم به طیف‌های مختلف با استفاده از روابط زیر می‌توان به دست آورد
 به نسبت به نسبت می‌باشد
 به نسبت این به نسبت می‌باشد

می توان مبدی که نمودار تانگنسی به صورت رسم نمود. از روابط قبل داریم

$$\begin{cases} S_v = \omega S_d = S_d \frac{2\pi}{T} & \Rightarrow \log S_v = \log S_d + \log 2\pi - \log T \\ S_v = \frac{S_a}{\omega} = S_a \frac{T}{2\pi} & \Rightarrow \log S_v = \log S_a + \log T - \log 2\pi \end{cases}$$

رابطه (I) نشان دهنده مقدار لغزش S_d ، تغییرات $\log S_v$ می باشد
تغییرات T در $\log S_v$ به صورت $y = x + C_1$ می باشد
رابطه (II) نشان می دهد برای مقدار لغزش S_a ، تغییرات $\log S_v$
در $\log T$ به صورت $y = x + C_2$ می باشد

شکل (A) اکسپلویژن شدیدی که به طیف موج را بصورت تانگنسی از بر روی زمین

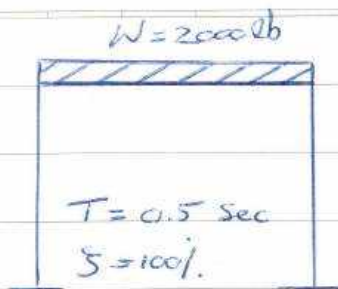
نشان می دهد
این اکسپلویژن ها می تواند در شتاب های شدید برای Max شتاب زمین $PGA = 0.2g$
(شتاب در $T=0$) نیز رخ بدهد (pick Ground Acceleration)

$$\log S_v = \log S_d + \log 2\pi - \log T \Rightarrow y = x + C_1$$

$$\log S_v = \log S_d - \log 2\pi + \log T \Rightarrow y = x + C_2$$

Damping (در نمودار لغزش در این حالت)

برای شتاب $0.35g$ باید مقدار S_v و S_d را در $\frac{0.35}{0.2}$ ضرب کنیم



→ حالت صدم مستقر
مثال: قاب صدمه مفروض است. (معمولاً)
برای واداشتن قاب 0.5 sec، نسبت انعطاف
مخبر 10٪ در نظر گرفته شده باشد و این
قاب در منطقه ای باشد که توان برای
مقاومت آن در شکل (A) استفاده کرد. مصلحت تقس M_{max} تغییر نکند
هم چنین M_{max} برش باید.

$$S_v = 6 \text{ in/sec}$$

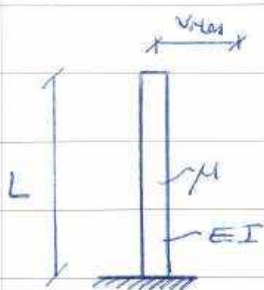
$$S_a = 0.2g$$

$$S_d = 0.48 \text{ in}$$

این مقدار با استفاده از نمودار شکل A بدست می آید.

$$x_{Max} = S_d = 0.48 \text{ in}$$

$$Q_{Max} = m S_a = \frac{2000}{g} \times 0.2g = 400 \text{ lb}$$

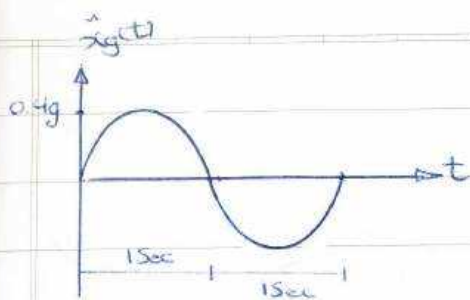


→ حالت صدم گسترده
مثال: ستون تغییر گیر در شکل دیگر مفروض است
در صورتیکه جرم در واحد طول μ و صدمه گسترده
و ثابت فن EI شود هم چنین صدمه گسترده EI
ثابت باشد در ارتفاع شکل
$$\psi_{eff} = 1 - C_1 \frac{\pi \alpha}{2L}$$

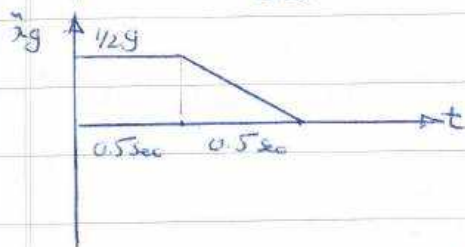
توان استفاده کرد. مصلحت تقس M_{max} تغییر نکند. M_{max} نیز در هر دو طرف
هم چنین M_{max} برش باید در صورتیکه تراش آرایش A برای تغییر مقدار
اصلی استفاده کرد. (همین مورد $T = 0.55$ ، $S = 10\%$ است)

$$T = 0.55, S = 10\% \rightarrow S_v = 6 \text{ in/sec} \quad S_a = 0.2g \quad S_d = 0.48 \text{ in}$$

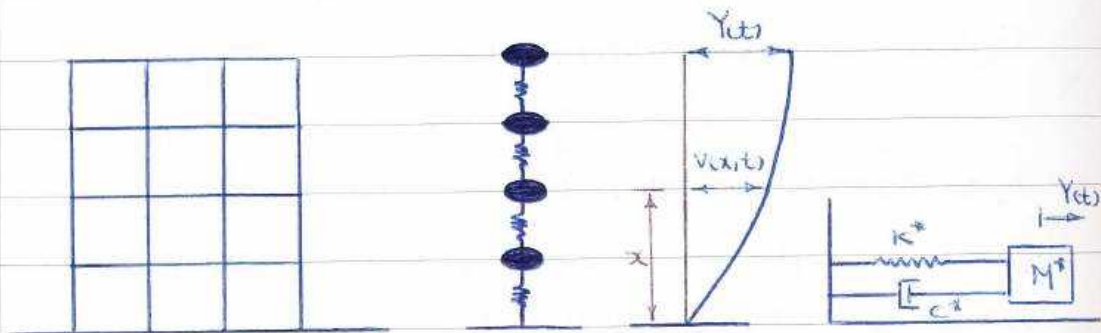
$$V_{Max(x)} = \frac{\bar{K}}{M^2} S_d \psi_{eff}$$



طیف‌های سرنوشت‌رانی سیم‌کش
 $\xi_1 = 0$
 $\xi_2 = 5\%$, $\xi_3 = 10\%$ بدلت ادریس
 (۱۱۰۰۰ تا ۹۵۰۰۰)



بانج سازه‌های سازه‌های تحت اثر حرکت زمین



قالب رانجی

مدل جرم متمرکز

تغییر جرم متمرکز اول و جرم متمرکز اول است

$$V(x,t) = Y(t) \cdot \psi(x) \quad (1)$$

$$\dot{V}(x,t) = \psi(x) \cdot \dot{Y}(t) \quad (2)$$

$$\Delta V(x,t) = \Delta \psi(x) \cdot Y(t) \quad (3) \quad \text{تغییر مکان سازه در زمان}$$

$$\Rightarrow \Delta V(x,t) = \Delta \psi(x_i) Y(t) - \Delta \psi(x_j) Y(t) \quad (4)$$

$$\delta V(x,t) = \psi(x) \delta Y(t) \quad (6) \quad \text{تغییر مکان سازه}$$

برای بدلت ادریس و در سازه‌های تحت اثر حرکت زمین و سازه‌های تحت اثر حرکت زمین

اصورت در وقت

$$F_I + F_D + F_S = P(t) \quad (5)$$

برای محاسبه و استخراج مقدار این عبارات می توانیم با استفاده از روش کار مجاری میانه نمود. در این حالت تغییر مکان مجاری باید هم با اثرات پایداری سیستم باشد. با توجه کار درون تغییر مکان مجاری، معادله (5) به صورت زیر تبدیل می شود.

$$\delta W = F_I \delta v(x,t) + F_D \delta \Delta v + F_S \delta \Delta v - P(t) \delta v(x,t) = 0 \quad (7)$$

تغییر مکان می مجاری میانه $\delta \Delta v(x,t)$

$$\delta \Delta v(x,t) = \Delta \psi(x) \cdot \delta Y(t) \quad (8)$$

برای انحراف، استخوان و فرکانس مجاری میانه

$$F_I = m \ddot{v}(x,t) = m \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t) \quad (9)$$

$$F_D = c \cdot \Delta v(x,t) = c \cdot \Delta \psi(x) \cdot \dot{Y}(t) \quad (10)$$

$$F_S = k \cdot \Delta v(x,t) = k \Delta \psi(x) \cdot Y(t) \quad (11)$$

پس از جانشین کردن روابط (3)، (6)، (8)، (9)، (10)، (11) در رابطه (7) و نتیجه، صورت معادله حرکت به شکل زیر در می آید:

$$M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = P^* \quad (12)$$

در این رابطه مقادیر M^* ، C^* ، K^* و P^* به عنوان پارامتران تقسیم یافته می باشد که صورت زیر تعریف می شود:

$$M^* = \sum m_i \psi_i^2$$

جرم معادل

$$C^* = \sum c_i \Delta \psi_i^2$$

ضریب استخوان معادل

$$K^* = \sum k_i \Delta \psi_i^2$$

تغییر معادل

$$\sum p^* = \sum p_i \quad (16)$$

نظری محاسب

این در حالت اعمال P_c در حالتی که سیستم تحت اثر حرکت این قرار گیرد
نظری محاسب موثر P_{eff}^* به صورت در حالت

$$P_{eff} = \bar{K} \ddot{x}_g(t) \quad (17)$$

$$\bar{K} = \sum m_i \omega_i^2 \quad (18)$$

ضریب تحریر

معمولاً ضریب استخار محاسب در ضریب نسبت استخار بحرانی بین می رود در این حالت

$$C^* = \sum c_i \Delta \psi_i^2 = 2 \xi m^* \omega$$

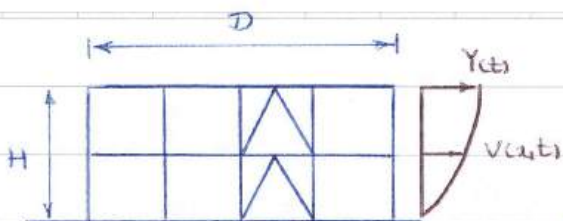
که در این رابطه ω فرکانس زاویه ای سیستم لنگم پایه ای باشد در مقدار
آن برابر است با

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} \quad (20)$$

صحیح تصور است که در این فرکانس به مقدار کمی محاسب در حجم محاسب
نسبت دارد که در شکل به شکل یک مستطیل شده (۱۶) خواص را
نشان این مورد در شکل به شکل واقعی تر باشد. در این حالت نسبت
به نسبت در حالت این وضعیت را در مقدار فرکانس در
شود. در فرکانس و واقعی ساز فرکانس کوچکتر است

در فرکانس در حالت است در سیستم می خواهد حداقل اثر را مصرف در این
نوع قیاس از این می آید. در این حالت می توانی ایجاد می کند

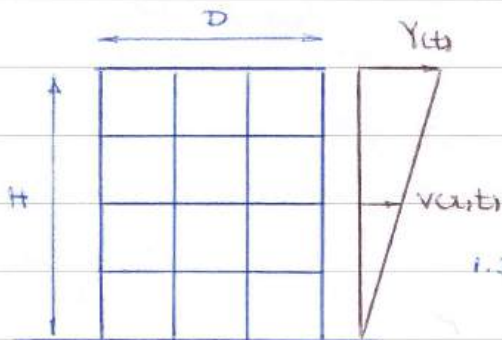
توانی شکل پیچیداری برای ساختن با ضرایب مختلف



۱۱) ساختمان پستی کوتاه مرتبه:

(Low H/D)

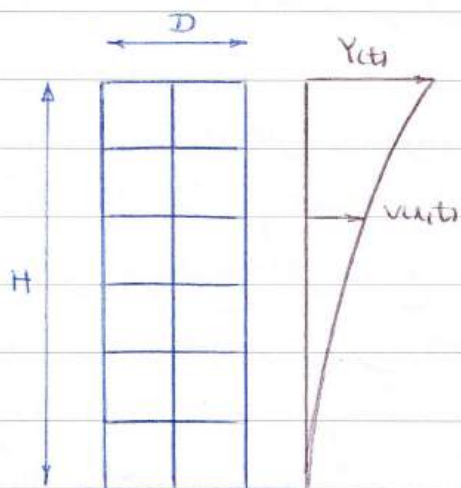
$$\frac{H}{D} < 1.5 \rightarrow \phi_{w1} = \sin \frac{\pi x}{2H}$$



۱۲) ساختمان پست میانی مرتبه:

(MID H/D)

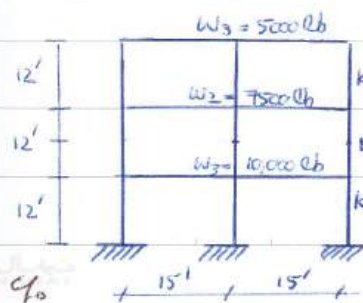
$$1.3 < \frac{H}{D} < 3 \rightarrow \phi_{w1} = \frac{x}{H}$$



۱۳) ساختمان پستی بلند مرتبه:

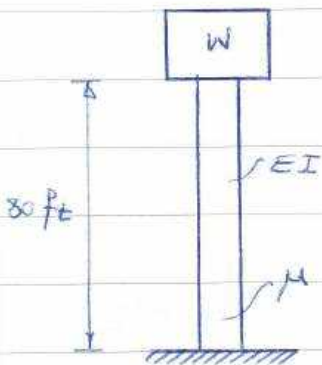
(HIGH)

$$\frac{H}{D} > 3 \rightarrow \phi_{w1} = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2H}$$



۱۸) قات به طبقه شکل مفروض است.
مطلوبت: تعیین جرم معادل، سختی معادل
و فرکانس پایه قات در صورتیکه قات دارای
نسبت التواء بحرانی (2/1) باشد و در

منطقه A را که تحت $f(x)$ و $y=0$ قرار دارد، $0.35g$ می باشد. قرار داشته باشد دمای مایع
 آن در مقابل $0^\circ C$ از نموداری شکل "A" استفاده کرد معلوم می شود.
 تغییر دما ΔT و حجم V در ΔT و V باشد.

$$\mu Lg = 150 \text{ kNm}$$


۱۹. برج محاربات شجری صورت شکل در جدول شده

است. در صورتیکه $W = 100 \text{ kPa}$ و در دو سر تیر

$$EI = 9.1 \times 10^8 \text{ lb} \cdot \text{in}^2 \quad \text{مساحة} = 150 \text{ kg}$$

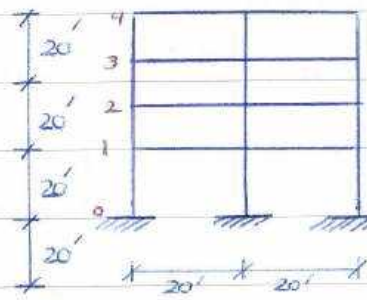
باشد مضمون آن تعین حرم معادل، یعنی معادل

دو عالم یا بهرحم صلی علیہ وسلم

Max ^{تفسیر} ^{مکان} ^{است} ^{فیضوی} ^{کوشش} ^و ^{میش} ^{یا} ^{بیر}

Max در صورتیکه این رایج در منطقه ای قرار دارد که

تواب من آن ۳۵ باشد، شواخ را بعد از شکر ۷۰ دای طریقی.

$$f = 7/.$$


مثال ۱: ساختن عصبه

بسیار شکلی غرض است

(اصول فقه الحنفی)

سایه 14cm x 14cm

وعدله الاستي

3.6 x 10⁶ psi، مجموع با بزرگ در برابر 390 ksi، و پهنای در برابر 445 ksi

رطوبت اول 448 kg، رطوبت بارشده در تمام $\frac{1}{p_2}$ 30، و رطوبت در $\frac{1}{p_2}$ 80 در

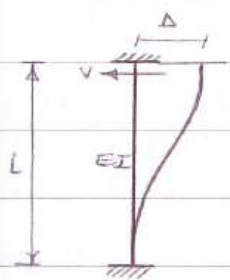
نظر گرفته شود محصولات تقس حرم عادل بحق عادل و هم صنف هر فرد

عوضی مناسب برای ضوابط

a) $\psi_{u1} = \sin \frac{\pi \lambda}{2L}$ (الف)

b) $\psi_{u1} = \lambda/L$ (ب)

اشتراک بارزنده در ضوابط 35٪ در برابر 85٪ است
انتخاب می‌شود حتی مربوط به تیرهای پر دارم



$$V = \frac{12EI}{L^3} \Delta \rightarrow k_i = \frac{V}{\Delta} = \frac{12EI}{L^3}$$

$$I = \frac{1}{12} \times 14 \times 14^3 = 3201 \text{ in}^4$$

$$K_{\text{Story}} = \sum_{i=1}^3 k_i = 3k_i$$

$$k_4 = k_3 = k_2 \neq k_1$$

* محاسبات مربوط به قابی باشد *

$$k_2 = k_3 = k_4 = 3 \times (3.6 \times 10^3 \times 3201) \frac{1}{126^3} = 209 \text{ kip/in}$$

$$k_1 = 3 \times (3.6 \times 10^3 \times 3201) \frac{1}{144^3} = 140 \text{ kip/in}$$

$$\psi_{u1} = \sin \frac{\pi \lambda}{2L} \text{ برابر}$$

تراز	K	$\frac{\text{kip} \cdot \text{sec}^2}{\text{in}}$ M	ψ_i	$\Delta \psi_i$	$M \psi_i^2$	$K \Delta \psi_i^2$
4		0.252	1		0.252	
3	209	0.288	0.929	0.071	0.249	1.054
2	209	0.288	0.726	0.203	0.152	8.613
1	209	0.240	0.420	0.306	0.51	19.570
0	140			0.420		24.696
Σ					$M^* = 0.704$	$K^* = 53.933$

M در تراز طبقات و K بین دو طبقه است

کتاب باربر دیکسون را می‌بیند

برای بارزنده هم درصدی در نظر می‌گیرند. علت هم احتمال کم خرابی بارزنده و مرده است
بارزنده نسبت به زمین حرکت می‌کنند. بنابراین بارزنده و مرده مستقل می‌شوند. بنابراین در دست

نسبت در محدد نزدیک به ۱ را به بزرگترین
 علت زیاد بودن در عدد بزرگ است.

صاف شدن
 $\omega_a = \sqrt{\frac{k^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{53.933}{0.704}} = 8.75 \text{ rad/sec}$

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a} = 0.72$$

$$\phi_{\text{max}} = \frac{\pi}{2}$$

i/r	k	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$k\Delta\psi_i^2$
4		0.252	1		0.252	
3	209	0.288	0.759	0.241	0.166	12.139
2	209	0.288	0.517	0.242	0.077	12.24
1	209	0.290	0.276	0.241	0.022	12.139
0	140			0.276		10.665
Σ					$M^* = 0.517$	$K^* = 47.183$

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{47.183}{0.517}} = 9.55 \text{ rad/s}$$

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_b} = 0.66$$

باید این را بنویسیم: $\phi = \frac{\pi}{2}$ می باشد اما $\phi_{\text{max}} = \sin \frac{\pi}{2L}$ است.

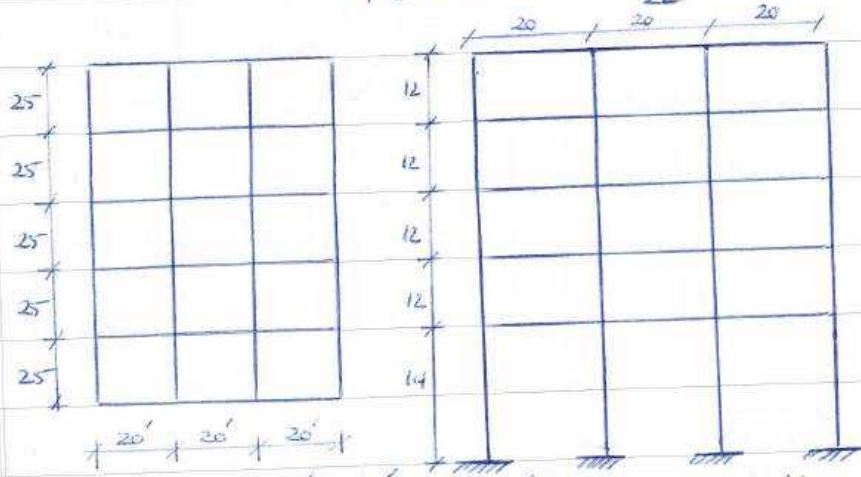
تقریباً $\omega_b > \omega_a$ می باشد پس $\phi_{\text{max}} = \sin \frac{\pi}{2L}$ تقریباً برای نسبت به صاف
 $\omega_b = \frac{\pi}{2L}$ می باشد.

۲۰. سه ضلعی دایره‌ای شکل در معرض است. در مورد انحراف ضلع
 که شکل آن یک مربع $16\text{ in} \times 16\text{ in}$ باشد، جدول الاستیسیته مندرج
 $E = 3.6 \times 10^6 \text{ psi}$ و نسبت باربرده در ضلع 90 lb/ft^2 در تمام 60 lb/ft^2 در ضلع
 تحت باربرده در ضلع 70 lb/ft^2 در تمام 30 lb/ft^2 در ضلع تحت باربرده در ضلع
 یعنی حجم محاسب، بخشی محاسب برای سه ضلع است.

الف)
$$\psi_a(x) = \sin \frac{\pi x}{2L}$$

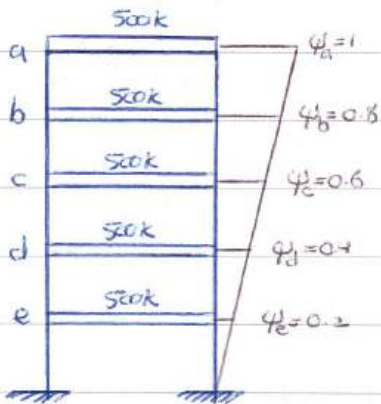
ب)
$$\psi_b(x) = x/L$$

ج)
$$\psi_c(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$



۰.۶۵ در باربرده تمام
 ۰.۳۵ در باربرده ضلع

۲۱. سه ضلعی دایره‌ای شکل در معرض است. اگر ضلع در یک ضلع در ضلع
 عرض می‌شود که در حرم که ضلع در ضلع در ضلع در ضلع در ضلع
 شود تا جایی که در این ضلع در ضلع در ضلع در ضلع در ضلع
 می‌شود. اگر ضلع در ضلع در ضلع در ضلع در ضلع در ضلع
 خود در شکل A برای طراحی این ضلع در ضلع در ضلع در ضلع
 یعنی 10 in در ضلع در ضلع در ضلع در ضلع در ضلع در ضلع



نمودار جابجایی نسبی (در نظر گرفتن ثابت)

$$N^* = \sum m_i \psi_i^2$$

$$= \frac{500}{g} (1^2 + 0.8^2 + 0.6^2 + 0.4^2 + 0.2^2)$$

$$= \frac{1100}{g} \left(\frac{\text{kpm} \cdot \text{s}^2}{\text{in}} \right)$$

$$\bar{K} = \sum m_i \psi_i = \frac{500}{g} (1 + 0.8 + 0.6 + 0.4 + 0.2) = \frac{1500}{g}$$

$$T = 0.5 \text{ sec}, \quad g = 10 \text{ m/sec}^2, \quad A_d = 0.48 \text{ in}, \quad S_d = 0.48 \text{ in}, \quad S_v = 6 \text{ in/sec}, \quad S_a = 0.2g$$

$$V_i (\text{max}) = \frac{\bar{K}}{N^*} S_d \psi_i = \frac{\frac{1500}{g}}{\frac{1100}{g}} (0.48) \psi_i = 0.65 \psi_i$$

$$\Rightarrow V_i (\text{max}) = 0.65 \text{ in}$$

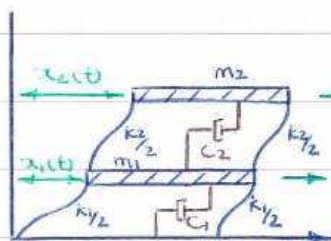
$$Q_{\text{max}} = \frac{\bar{K}^2}{N^*} S_a = \frac{(1500)^2}{1100} \times \frac{0.2g}{g} = 403 \text{ kpm}$$

	$\rightarrow q_a = 134 \text{ kpm}$	$\left. \begin{array}{l} q_{\text{max}} = \frac{\bar{K}}{N^*} S_a \mu_{\text{max}} \psi_{\text{max}} \\ Q_{\text{max}} = \frac{\bar{K}^2}{N^*} S_a \end{array} \right\}$	$\rightarrow q_i = \frac{\bar{K}}{N^*} S_a \mu_i \psi_i$
	$\rightarrow q_b = 107$		
	$\rightarrow q_c = 81$	$\Rightarrow q_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}}}{\bar{K}} m_i \psi_i$	
	$\rightarrow q_d = 54$	$\rightarrow q_i = \frac{403}{1500/g} \frac{500}{g} \psi_i = 134.2 \psi_i$	
	$\rightarrow q_e = 27$		

40 $Q_{\text{max}} = 403$

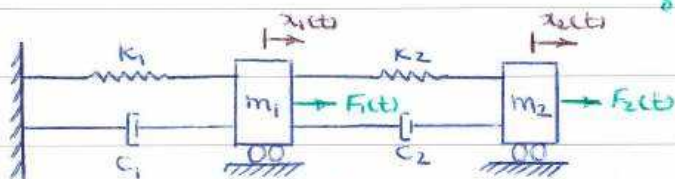
فصل چهارم: پانچ دنیا مدلی سیستم های چند درجه آزادی

الف) سیستم دو درجه آزادی

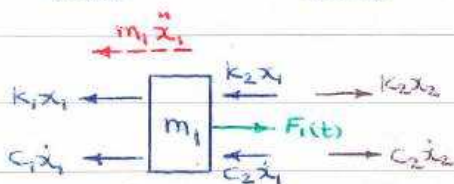


معمولاً در توصیف شکل مقابل با دو درجه آزادی اگر بقیه نیروها و خواص مختلف در نظر گرفته و ضرب استخلاص در معادلات اول و دوم بر ترتیب C_1 و C_2 باشد. معادله حرکت این سیستم دو طبقه مورد نظر می باشد.

در صورت آزادی معادله حرکت x است. اما چون در حالت ثابت و معینی می توان حرکت کند سیستم دو درجه آزادی دارد (تعداد طبقه ها و تعداد درجات آزادی هستند) در ابتدا مدل دینامیکی این سیستم دو درجه آزادی را تعیین می کنیم.



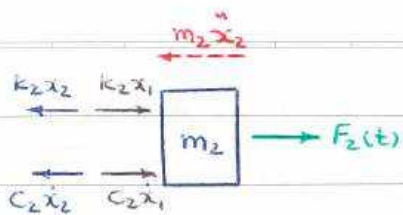
دینامیک آزاد M_1



اول فرض کنید جسم M_2 حرکت ندارد جسم M_1 را به اندازه x_1 حرکت دهید. سپس نیروی جرمی را بدست آورید.

در مرحله بعد حرکت M_1 را تصور کرده M_2 را به اندازه x_2 حرکت دهید. دینامیک آزاد M_2

اول نیروهای خارجی. بعد تنش حالت قبل می کنیم. اول M_2 ثابت است M_1 حرکت کند



بسیار حرکت کند، M_1 ثابت باشد
 * اینرسی بصورت نیروی همگنی درج اول است
 حرکت دارد

$$m_1: \sum F_x = 0 \rightarrow -m_1 \ddot{x}_1 - c_1 \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 - k_1 x_1 + k_2 x_2 - k_2 x_1 + F_1(t) = 0 \quad (1)$$

$$m_2: \sum F_x = 0 \rightarrow -m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_1 - k_2 x_2 + F_2(t) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = F_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = F_2(t) \end{cases} \quad (3)$$

این سیستم معادلات درجه دوم خطی است و در دستگاه معادلات فوق نیز دستگاه معادلات دیفرانسیل درجه دوم خطی می باشد که می توانست آن را بصورت ماتریسی به صورت زیر نوشت.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[m] \{\ddot{x}(t)\} + [c] \{\dot{x}(t)\} + [k] \{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (5)$$

$[m]$: جرم $\{x\}$: بردار تغییر مکان $= [M]^T$

$[c]$: ضرایب اصطکاک $\{F\}$: بردار نیرو $= [C]^T$

$[k]$: ضرایب فنر $= [K]^T$

همانطور که از رابطه ۴ مشخص است ماتریس های $[m]$ ، $[c]$ ، $[k]$ و $\{F\}$ همگی همبسته هستند.

۲۱- در مسئله در ترمین حله می توان فرض نمود برای طراحی سازه می توان از دیارام کمی شکل A یا شتاب $\ddot{x}_1$ یا $\ddot{x}_2$ استفاده کرد. مطلوبیت بخش $\ddot{x}_1$ تغییر مکان $\ddot{x}_1$ درش پایه $\ddot{x}_2$ نیروهای جانبی در تراز طبقات آزادی زلزله.

- بدون استخلاف (سیستم دودرجه آزادی) ۹

$$[m]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (6)$$

برای تحلیل ضعیف درجه داریم

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

فرض و حل دستگاه معادلات فوق را در جواب می باشد.

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \quad (8)$$

پس از جایگزینی کردن رابطه (8) در رابطه (7) خواهیم داشت

$$\begin{cases} (-m_1 \omega^2 x_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2) \sin \omega t = 0 \\ (-m_2 \omega^2 x_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2) \sin \omega t = 0 \end{cases} \quad (9)$$

اگر $\sin \omega t \neq 0$ یعنی جواب نداریم. پس جمله داخل پرانتز صفر است.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

دستگاه معادلات فوق یک دستگاه معادلات همگن خطی می باشد که علاوه بر جواب های $x_1 = x_2 = 0$ در آن بیست و یک جواب غیر از صفر لازم است

در ترمین ضعیف این جواب می باشد

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (-\omega^2 m_1 + k_1 + k_2)(-\omega^2 m_2 + k_2) - k_2^2 = 0 \quad (11)$$

برای سادگی در عملیات فرض می‌کنیم $k_1 = k_2 = k$, $m_1 = m_2 = m$ (12)
 پس از جایگزینی (12) در (11) خواهیم داشت و

$$m^2 \omega^4 - 3km\omega^2 + k^2 = 0 \quad (13)$$

$$\Rightarrow \omega_{1,2}^2 = \left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m} \right)$$

$$\omega_1 = \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m} \right)^{1/2} \quad (14)$$

$$\omega_2 = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m} \right)^{1/2} \quad (15)$$

فرکانس طبیعی

x_1, x_2 در می‌خواهیم بدست آوریم مستقل می‌کنیم
 (1) با قرار دادن $\omega_1 = \omega_2$ در رابطه 10 خواهیم داشت و

$$\begin{cases} \frac{1 + \sqrt{5}}{2} x_1 - x_2 = 0 \\ -x_1 + \frac{\sqrt{5} - 1}{2} x_2 = 0 \end{cases} \quad (16) \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.62$$

در رابطه 11 عامل ω را حذف می‌کنیم

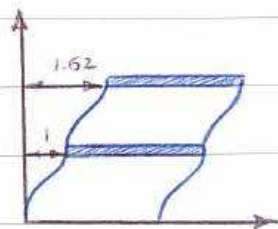
(2) با قرار دادن $\omega_1 = \omega_2$ در رابطه 10 خواهیم داشت و

$$\begin{cases} \frac{1 - \sqrt{5}}{2} x_1 - x_2 = 0 \\ -x_1 - \frac{1 + \sqrt{5}}{2} x_2 = 0 \end{cases} \quad (17) \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -0.62$$

خلاصه مباحث و

1) $\omega_1 = \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.618 \sqrt{\frac{k}{m}}$ فرکانس طبیعی مورد اول

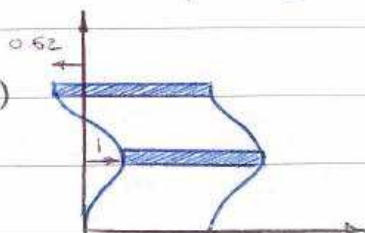
(1) $\bar{X} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.62 \end{Bmatrix}$ $(\omega_1 = 0.618 \sqrt{\frac{k}{m}})$
بردار مورد اول



نمایش اولی مدار تعاقب

2) $\omega_2 = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{k}{m}} = 1.618 \sqrt{\frac{k}{m}}$ فرکانس طبیعی مورد دوم

(2) $\bar{X} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.62 \end{Bmatrix}$ $(\omega_2 = 1.618 \sqrt{\frac{k}{m}})$
بردار مورد دوم



نمایش دومین مدار تعاقب

برای فرکانس کوچکتر مورد اول داریم. این مورد اول جوری است که سازه به
به طور طبیعی دارند. طبقه اول خم دارای تغییر مکان کمتر است و در اکثر مسائل سازه‌ای
مورد اول مورد غلبه است.

چون سازه کمترین اصل Min انرژی خواسته مصرف کمتر منجر انرژی هست
بنابراین به دنبال مورد اول هست. البته بعد از آن حجم دیگر در ترتیب اینجورده
تغییر مکان کمی داشته باشیم درصد.

در ساختمان ۱۵ طبقه ۱۵ فرکانس و ۱۵ مورد داریم.

* برای بدست آمدن خم بردار مورد اول دوم، فرض کنیم $x_1 = 1$ جوری حجم
 x_2 بدست آید. (وقت شود که x_n را عدد فرض کردی برابر طبقه مورد حجم x_n را
صیغش عدد بگذار)

نقیر نسیم (20) $\{x(t)\} = [A] \{y(t)\}$ بر دایره

(21) $\{x(t)\} = [X_1 \mid X_2] \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix}$
 $= X_1 y_1(t) + X_2 y_2(t)$

ایجابی نسیم و نقیر نسیم از مدار حساس حل آخر نتایج زمانی را بدست
 آوریم مثلاً حل است. (ایجابی نسیم و نقیر نسیم با $\omega = 3$ داریم)

بی از حالتی

بی از حالتی در (20) در (18) خواهیم داشت

(22) $[m][A] \{\ddot{y}(t)\} + [k][A] \{y(t)\} = \{F(t)\}$

در طرف راست (22) را در $[A]^T$ می ضرب می کنیم

(23) $[A]^T [m][A] \{\ddot{y}(t)\} + [A]^T [k][A] \{y(t)\} = \{A\}^T \{F(t)\}$

$[X_1 \mid X_2]$

$[A]^T [m][A] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} [m] [X_1 \mid X_2] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [m]X_1 & [m]X_2 \end{bmatrix}$

با استفاده از

$\begin{bmatrix} X_1^T [m] X_1 & X_1^T [m] X_2 \\ X_2^T [m] X_1 & X_2^T [m] X_2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} X_1^T [m] X_1 & X_1^T [m] X_2 \\ X_2^T [m] X_1 & X_2^T [m] X_2 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} X_1^T [m] X_1 = M_1 \\ X_2^T [m] X_2 = M_2 \end{cases}$ جرم مدی مدول

جرم مدی مدول

$M_1 = X_1^T [m] X_1$

$M_2 = X_2^T [m] X_2$

نوع تغییرات (20) $\{x(t)\} = [A] \{y(t)\}$ برادر تغییرات

(21) $\{x(t)\} = [X_1 \mid X_2] \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix}$ برابر شکل باضرب در معکوس
 $= X_1 y_1(t) + X_2 y_2(t)$

اینجا می بینیم تغییرات y_1 و y_2 از مدلهای مختلف. حال اگر نتایج زمانی را بدست آوریم می بینیم شکل اصل است. (اینجا یک تغییراتی با $y = \psi_{(t)} \cdot y_{(t)}$ داریم)

پس از جایگزینی کردن رابطه (20) در (15) خواهیم داشت:

(22) $[m][A] \{\ddot{y}(t)\} + [k][A] \{y(t)\} = \{F(t)\}$

برای حذف رابطه (22) را در معادله $[A]^T$ ضرب می کنیم

(23) $[A]^T [m][A] \{\ddot{y}(t)\} + [A]^T [k][A] \{y(t)\} = \{A\}^T \{F(t)\}$

$$[A]^T [m][A] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} [m] \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [m]X_1 & [m]X_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} X_1^T [m] X_1 & X_1^T [m] X_2 \\ X_2^T [m] X_1 & X_2^T [m] X_2 \end{bmatrix}$$

$\begin{cases} X_1^T [m] X_1 = M_1 \\ X_2^T [m] X_2 = M_2 \end{cases}$ جرم مادی معادل

جرم مادی معادل

$M_1 = X_1^T [m] X_1$

$M_2 = X_2^T [m] X_2$

$$[A]^T [M] [A] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} = [M] \quad (24)$$

$$(M_1 = \bar{X}_1^T m \bar{X}_1, \quad M_2 = \bar{X}_2^T m \bar{X}_2) \quad (25)$$

فرض کنیم $\rightarrow [M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = \{0\} \quad (26)$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t = \bar{X} \sin \omega t \quad (27)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \bar{X} \sin \omega t$$

با جایگزینی در (26) و (27) داریم:

$$-\omega^2 [M] \bar{X} \sin \omega t + [K] \bar{X} \sin \omega t = \{0\} \quad (28)$$

$$\omega_k^2 [M] \bar{X}_k = [K] \bar{X}_k \quad k=1, 2 \quad (29)$$

$$[A]^T [K] [A] = \begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix} [K] \begin{bmatrix} \bar{X}_1 & \bar{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K] \bar{X}_1 & [K] \bar{X}_2 \end{bmatrix}$$

با استفاده از رابطه 29 داریم:

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 [M] \bar{X}_1 & \omega_2^2 [M] \bar{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \bar{X}_1^T [M] \bar{X}_1 & \omega_2^2 \bar{X}_1^T [M] \bar{X}_2 \\ \omega_1^2 \bar{X}_2^T [M] \bar{X}_1 & \omega_2^2 \bar{X}_2^T [M] \bar{X}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [A]^T [K] [A] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 M_1 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 M_2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$[CA]^T \{F(t)\} = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} \{F(t)\} = \begin{bmatrix} X_1^T \{F(t)\} \\ X_2^T \{F(t)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \quad (31)$$

این عبارات برین وزن در رابطه (24)، (30)، (31)، در رابطه (23)

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1(t) \\ \ddot{Y}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\omega_1^2 M_1 & 0 \\ 0 & +\omega_2^2 M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \quad (32)$$

در معادله (32) در هر طرف یک یکجمله داریم که می توانیم در هر طرف از آن یکجمله را حذف کنیم. یعنی یک سیستم n درجه آزادی را به n سیستم یک درجه آزادی تبدیل کردیم.

معادله معادله (18) در هر طرف یکجمله در مشتقات آن را داشتیم. با همکار در رابطه (18)، (32) مشخص می گردد که با استفاده از نتایج نهایی می توان سیستم n درجه آزادی را به تعداد n سیستم یک درجه آزادی تبدیل نمود که حرکت آن یک به تنهایی قابل حل می باشد. در عبارت آخر شکل سطح K ام رابطه (32) را می توانیم به

$$M_k \ddot{Y}_k(t) + \omega_k^2 M_k Y_k(t) = f_k(t) \quad K=1,2 \quad (33)$$

در طرف معادله (33) را به M_k تقسیم می کنیم

$$\ddot{Y}_k(t) + \omega_k^2 Y_k(t) = \frac{f_k(t)}{M_k} \quad (34)$$

معادله بالا را با انتگرال دوگانه حل می کنیم

$$Y_k(t) = \frac{1}{M_k \omega_k} \int_0^t f_k(\tau) \sin \omega_k(t-\tau) d\tau \quad (35)$$

$$\{x(t)\} = [A] \{Y(t)\} = [X_1 \quad X_2] \{Y(t)\} \\ = X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t) = \sum_{k=1}^2 X_k Y_k(t)$$

$$\Rightarrow \{x(t)\} = \sum_{k=1}^n X_k \left\{ \frac{1}{M_k \omega_k} \int_0^t f_k(\tau) \sin \omega_k (t-\tau) d\tau \right\} \quad (36)$$

کنترل تارکچه زمانی - کنترل دینامیکی تارکچه زمانی

تقسیم پانچ دینامیکی سیستم n درجه آزادی تحت اثر نیروهای دینامیکی (با استخوان)

$$[m] \{\ddot{x}\} + [c] \{\dot{x}\} + [k] \{x\} = \{F(t)\} \quad (37)$$

با استفاده از روش مختصات نرمال
با هم نگین کردن رابطه (20) در (37) و سپس ضرب کردن ماتریس $E A^T$ در
دو طرف معادله خواص ماتریس

$$E A^T E m \{\ddot{Y}(t)\} + E A^T E c \{ \dot{Y}(t) \} + E A^T E k \{ Y(t) \} = E A^T \{ F(t) \} \quad (38)$$

در صورتیکه در رابطه (38) ضرایب $E A^T E c$ و $E A^T E k$ ماتریس قطری شود
چون در سطحی رابطه 38 نیز مشتق از شرایط دیگر خواص دارد

$$E A^T E c E A = \text{Diagonal} \quad \text{ماتریس قطری} \quad (39)$$

رابطه (39) در صورتی برقرار است که شرط رابطه تعریف شده برقرار باشد

$$1) [c] = \alpha [k] + \beta [m]$$

$$2) ([m]^{-1} [c]) ([m]^{-1} [k]) = ([m]^{-1} [k]) ([m]^{-1} [c])$$

در عمل نظریه است که مقدار استخوان به هم می باشد عناصر غیر قطری در رابطه (39) نسبت به هم

قوتی مقدار بیش از ناچیز بوده، قابل ملاحظه در سیستم‌های سازه‌ای (رابطه 130) می‌توان در خصوص بازه الحاق فرض نمود.

سطر K ام، رابطه ماتریسی (38) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$M_k \ddot{Y}_k + C_k \dot{Y}_k + W_k^2 M_k Y_k = f_k(t) \quad (40)$$

در طرف رابط (40)، رابطه M_k قسم خود را می‌توانیم داشته باشیم و

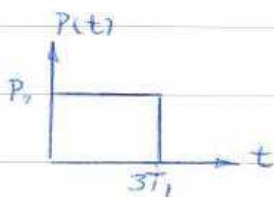
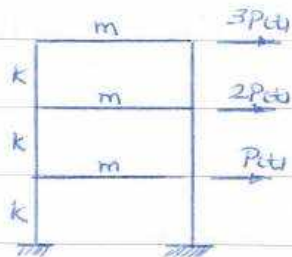
$$\ddot{Y}_k + 2\xi_k W_k \dot{Y}_k + W_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} f_k(t) \quad (41)$$

ξ_k نسبت اختلاک بحرانی مد K ام نامیده می‌شود.

$$Y_k(t) = \frac{1}{M_k W_{dk}} \int_0^t f_k(\tau) e^{-\xi_k W_k (t-\tau)} \sin W_{dk} (t-\tau) d\tau \quad (42)$$

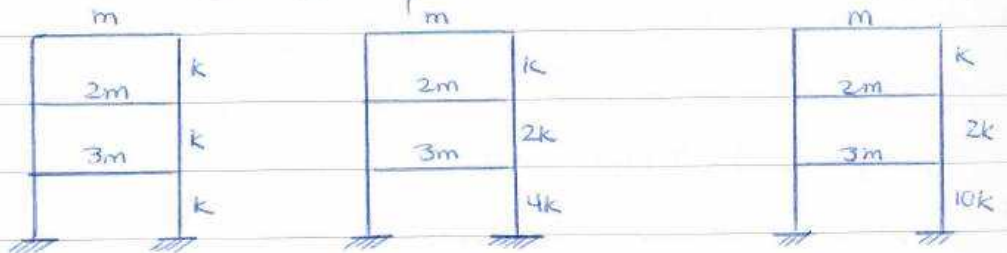
$$W_{dk} = W_k \sqrt{1 - \xi_k^2} \quad (43)$$

$$\{x(t)\} = \sum_{k=1}^n X_k \left\{ \frac{1}{M_k W_{dk}} \int_0^t f_k(\tau) e^{-\xi_k W_k (t-\tau)} \sin W_{dk} (t-\tau) d\tau \right\}$$



نمودار ۲۲: فصل ۳ - تحلیل سازه‌های
 نشان داده شده در شکل قرار گرفته است. اولاً
 سیستم معادلات حرکت را به دست آوریم، فرض کنیم
 و در بررسی مدی حرکت را می‌توانیم داشته باشیم.
 توابع تغییر مکان را در یک رابطه به دست آوریم.
 (T_1 مربوط به فواصل فصل می‌باشد)

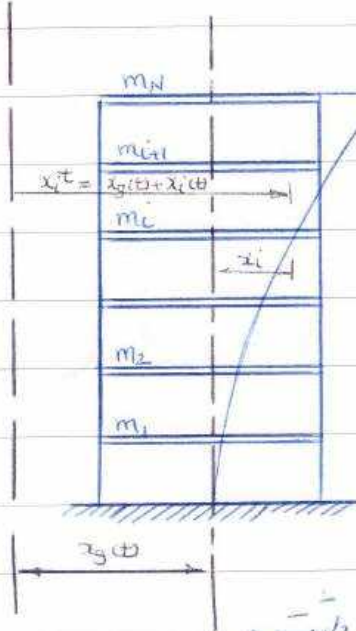
تمرین ۲۲: در یک سازه قابی سه طبقه سیستم معادلات حرکت را نوشته و فرکانس طبیعی و بردارهای مودی را بدست آورده و با هم مقایسه کنید.



طبقه اول طبقه ای است که تحت اثر از طبقه درستی میخورد

پایخ سیستم معادلات درجه آزادی در مقابل حرکت زمین:

محرک زمین



$$[m] \ddot{x} + [c] \dot{x} + [k] x = \{F(t)\} \quad (1)$$

$$\{F(t)\} = \{0\} \quad (2)$$

بنی

$$[m] \ddot{x}^t + [c] \dot{x}^t + [k] x^t = \{0\} \quad (3)$$

$$x_i^t = x_g(t) + x_i \quad (4)$$

$$\{x^t\} = x_g(t) \{I\} + \{x\} \quad (5)$$

$$\{\ddot{x}^t\} = \ddot{x}_g(t) \{I\} + \{\ddot{x}\} \quad (6)$$

پس از جایگزینی درون رابطه (6) در رابطه (3) خواهیم داشت:

$$[m] [\ddot{x}_g(t) \{I\} + \{\ddot{x}\}] + [c] \dot{x} + [k] x = \{0\} \quad (7)$$

$$[m] \{\ddot{x}\} + [c] \dot{x} + [k] x = -[m] \{I\} \ddot{x}_g(t) = \{P_{eff}(t)\} \quad (8)$$

$$\{I\} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

دو عامل هم در ارتباط با نیروی برآورد شده در سیستم و حجم مایعیت است

$$\{P_{eff}(t)\} = -[m]\{I\}\ddot{x}_g(t) \quad (9)$$

از آنجا که در حرکت تن در محصور یا سطح دیواره یک سیستم N درجه آزادی با اختلاف انجام گرفت، در محصور رابطه δ نیز یکبار در دست آورده می شود

$$\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\} \quad (10)$$

پس از جایگزینی این رابطه 10 در رابطه 8 و پس ضرب نمودن آن در ماتریس $[A]^T$ بدین ترتیب در دست می آید که K ام این خواصم دانسته

$$M_k \ddot{Y}_k + C_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 M_k Y_k = X_k^T \{P_{eff}(t)\} = f_{ke}(t) \quad (11)$$

$$\ddot{Y}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} f_{ke}(t) \quad (12)$$

$$M_k = X_k^T m_k X_k \quad (13)$$

$$f_{ke}(t) = X_k^T \{P_{eff}(t)\} = -X_k^T [m]\{I\}\ddot{x}_g(t)$$

$$\bar{K}_k = X_k^T [m]\{I\} \quad (15)$$

$$\Rightarrow f_{ke}(t) = \bar{K}_k \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (16)$$

* $\bar{K}_k$ اسکالار است

با استفاده از روابط مربوط به شبیه‌سازی بار یکضربانی $Y(t)$ برای هر خواص مورد نیاز

$$\begin{cases} Y_k(t) = \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t) \end{cases} \quad (17)$$

$$V_k(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_k(t-\tau)} \sin \omega_{dk}(t-\tau) d\tau \quad (18)$$

در رابطه (18)، ξ_k نسبت انحطاطی مورد K ام در فرکانس ω_k ، فرکانس

مورد K ام ارتعاش می باشد. برای ترتیب برآورد ضریب ξ_k می توانی ایجاد شده در

این مورد برابر است با (19) $\{x_k(t)\} = X_k Y_k(t) = X_k \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} v_k(t)$

نمایم بردار تغییر مکان نسبی ناشی از تحمیل وانش برای مورد بالاستفاده از رابطه (10) برابر است با

$$\{x(t)\} = [A] \{Y(t)\} = [A] \left\{ \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} v_k \right\} \quad (20)$$

عبارت داخل $\{ \}$ ها مگر در این شکل در عبارت مربوط به تحمیل مورد نیاز در نظر گرفته شده در مختل می باشد

تقسیم نیروی الاستیک در تراز طبقات ه

$$\{F_s(t)\} = [K] \{x(t)\} = [K][A] \{Y(t)\} \quad (21)$$

از این جا که اغلب بار دهی خواص و بود در این نیروی یکم جهت نیروی استریسی محصل ایجا شده می توان بالاستفاده از روابط قبل نوشت:

$$[K] X_k = \omega_k^2 [m] X_k \xrightarrow{(22)} [K][A] = [M][A] [-\Lambda^2] \quad (23)$$

$$[-\Lambda^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \omega_2^2 & \\ & & \ddots \\ & & & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

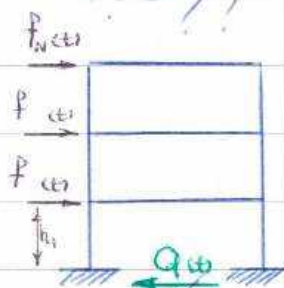
بی از جایگزینی کردن رابطه (23) در (21) خواهیم داشت ه

$$\begin{aligned} \{F_s(t)\} &= [m][A] [-\Lambda^2] \{Y(t)\} \\ \Rightarrow F_s(t) &= [m][A] \left\{ \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k v_k(t) \right\} \quad (25) \end{aligned}$$

برای است با استفاده از رابطه (13) بردار انعطاف الاستیک مربوط به K انبساطی مورد نیاز است به $\bar{K}_K$

$$\{f_{s_k}(t)\} = [m] I_K \cdot \frac{\bar{K}_K}{M_K} \omega_K \cdot V_K(t) \quad (26)$$

$\{f_{s_k}(t)\}$ مربوط به طبقه K است، طبقه مربوط به مد K است که نیروی تعادلی در آن مد را در بر دارد.



بنابراین، توابع نیروهای الاستیک مؤثر در زمان t در طول وقوع زلزله تعیین گردیده و گشتاوت های متعادل استاتیکی می توانست مقدار نیروی استاتیکی را در محاسبات می توان کرد. در عنوان مثال نیروی اثرش طبقه K می $Q(t)$ برابر است با مجموع تمام نیروهای طبقه آن است.

$$Q(t) = \sum_{i=1}^N f_i(t) = [I]^T \{f_s(t)\} \quad (27)$$

$[I]^T$ در این رابطه می توان گفت بردار افقی از اعداد واحد است. با جایگزینی این رابطه (25) در (27) خواهیم داشت:

$$[I]^T = \langle 1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \rangle$$

$$Q(t) = \sum \frac{\bar{K}_K^2}{M_K} \omega_K V_K(t) \quad (28)$$

برای بدست آوردن رابطه (28) از روی زیر استاده است.

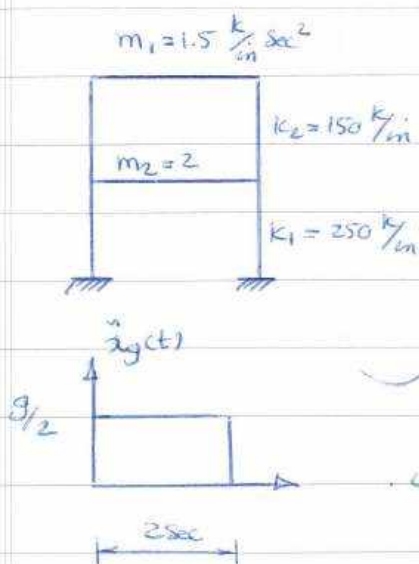
$$[I]^T [m] [A] = [\bar{K}_1 \quad \bar{K}_2 \quad \dots \quad \bar{K}_N] \quad (29)$$

محاسبه و اثرش در طبقه K برابر است با $M(t)$

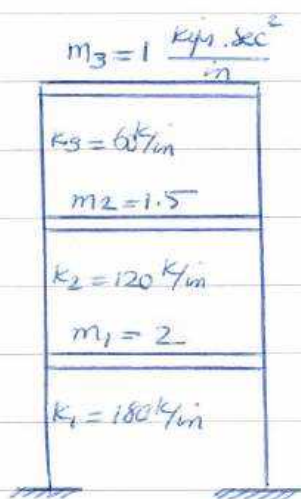
$$M(t) = \sum h_K f_K(t) = [h] \{f_s(t)\} \quad (30)$$

در این حالت $[Ch]$ مداری افقی از ارتفاع صوب ارضیات تا تراز پستی باشد
 با جایگزینی کردن رابطه (25) در رابطه (30) خواهیم داشت :

$$M(t) = [Ch][Cm][CA][C-\lambda^2-J]\{Y(t)\} = [Ch][Cm][CA] \left\{ \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k V_k(t) \right\}$$



نمودار ۲۴: قالب در طبقه شکل تحت اثر زمین
 این تصویر دیگر تمام نشمار داده شده در شکل
 ب قرار گرفته است. مطولت تقس فرکانس
 مورد، جرم ای مودی، مدار تغییر مکان در هر
 یک از مودها، مدار تغییر مکان کل، مدار تغییر مکان
 الاستیک در صوب از مودها و مدار تغییر مکان الاستیک
 مبنی باینده و می باشد و در این و در تمام تغییر مکان ثابت



مثال ۵: ساختن طبقه شکل مقابل مفروض
 است. اولاً مشخصه ای از ارتعاش جرم ای
 مودی و ضرایب تحریک مودی را می باشد.
 مقدار استخلاف در صوب مودها از ۵ استخلاف
 جرمی بفرموده در صوب استخلاف است
 این بزرگی قرار بفرموده در زمان $t_1 = 3.08 sec$
 مقدار تابع شبه سرعت به مودها را می نمودیم
 و در این (مقدار تابع شبه سرعت مای مودی)
 مختلف تصویرت به مودها مطولت تقس مودها

تغییر مکان و مقدار تغییر مکان در هر بازه زمانی در این سیستم در
هر بازه زمانی و مقدار هر تغییر مکان را می توانیم بدست آوریم.

$$V(t_1) = \begin{Bmatrix} 1.74 \\ 1.22 \\ 0.77 \end{Bmatrix} \text{ ft/sec}$$

$$\det |k - \omega^2 m| = 0 \rightarrow \{\omega_n\} = \begin{Bmatrix} 4.58 \\ 9.82 \\ 14.59 \end{Bmatrix}$$

$$[k - \omega_n^2 m] X_n = \{0\}$$

$$\Rightarrow [A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.644 & -0.601 & -2.57 \\ 0.3 & -0.676 & 2.47 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{سطر 3} \\ \text{سطر 2} \\ \text{سطر 1} \end{matrix}$$

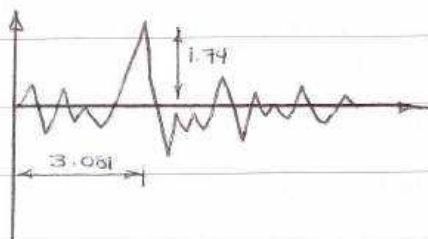
$$X_k^T m X_k = M_k \rightarrow \{M_n\} = \begin{Bmatrix} 1.801 \\ 2.455 \\ 23.1 \end{Bmatrix} \quad \text{جرم بار جوی}$$

مقادیر محاسبه شده را با یک محاسبه می کنند. در دوم (دو بار) قطع می کنند. عدد n بار قطع می کنند.

$$\bar{K}_k = X_k^T m \{I\} \rightarrow \{\bar{K}_n\} = \begin{Bmatrix} 2.56 \\ -1.254 \\ 2.08 \end{Bmatrix} \quad \text{ضریب حرکت از روزه}$$

این که مشخصات دایر سیستم است (مشخصات دینامیکی) که به سازه و بار در آن

$V_k(t)$



نقد در حین $V_g(t), V_2(t), t_1 = 3.081$

را می‌توان کرد. (در حین زمان) مقادیر خواسته شده را می‌توان به سرعت که می‌خواهیم

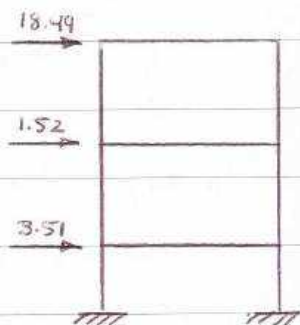
$$\{Y_k(t_1)\} = \left\{ \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t_1) \right\} = \begin{bmatrix} 0.541 \\ 0.0635 \\ 0.00475 \end{bmatrix} P_E$$

$$\{x(t_1)\} = [A] \{Y_k(t_1)\} \rightarrow \{x(t_1)\} = \begin{bmatrix} 0.541 + 0.0635 + 0.00475 \\ 0.348 - 0.038 - 0.018 \\ 0.163 - 0.043 + 0.012 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.298 \\ 0.131 \end{bmatrix} P_E$$

چون $V_k(t)$ طبق سرعت در محاسبه تغییر مکان هم طبق تغییرات در محاسبه است

$$\{F_s(t_1)\} = \underbrace{[m][A]}_{3 \times 3} \underbrace{\left\{ \frac{\bar{K}_n}{M_n} \omega_n V_n(t_1) \right\}}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 11.35 + 6.13 + 1.01 \\ 10.95 - 5.53 - 3.90 \\ 6.8 - 8.29 + 5.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.49 \\ 1.52 \\ 3.51 \end{bmatrix} \text{ kips}$$

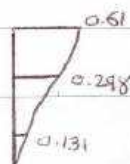
و محاسبه استوار نیست می‌تواند از این مسئله به کمک P_E محاسبه
زیاد می‌شود. علت این که در محاسبات مختلف که می‌کنیم
نسبت مقادیر Max در صورتی که می‌تواند. اما اینجا نه
زمان t_1 کش شده.



$Q(t_1)$

نیروی برش پایه ناشی از جمع صبری نیز به طبقه تدریج می‌دهد.

$$Q(t_1) = 18.49 + 1.52 + 3.51 = 23.52 \text{ kips}$$



کاربرد کنترل خطی در سیستم های n درجه آزادی

محاسبه واکنش لرزه ای یک سیستم چند درجه آزادی با هم همزمان برای صورتی خاص t مستلزم محاسبه استگرال واکنش زلزله در آن زمان برای جویک از ورودی هم واکنش می باشد. بنابراین محاسبه واکنش M_{ax} مستلزم آنست که واکنش هر دور برای صورتی در طول زلزله محاسبه گردد تا بتوان مقدار M_{ax} را تعیین نمود. واضح است که این کار نیازمند عملیات محاسباتی بسیار زیاد بوده و به همین جهت روش دیگری باشد. لذا توجه به روشی که در این صیف واکنش حرکت زمین استوار باشد بشود مورد تألیف قرار گرفته است.

با استفاده از معادلات تنه ای می توانیم برای جویک از ورودی سازه واکنش M_{ax} را محاسبه کنیم. در برای سیستم های یک درجه آزادی شمع داده شده یک ایف واکنش در دست آورد.

با استفاده از معادلات تنه M_{ax} مدار تغییر مکان در مورد K را می توانیم از رابطه در دست آورد.

$$\{x_k(t)\}_{n \times 1} = \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t) \quad (1)$$

$$\{x_{k, Max}\} = \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} S_{dk} \quad (2)$$

که S_{dk} در این رابطه تغییر مکان خطی مربوط به شکل k (دوره ثابت) در K ام انجاش می باشد. هم صیف M_{ax} مدار نیروی الاستیک در مورد K با استفاده از معادلات تنه می باشد.

ا. ب

$$\{F_k(t)\}_{n \times 1} = [N] \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k V_k(t) \quad (3)$$

$$\{F_{k, Max}\}_{n \times 1} = [N] \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} S_{dk} \quad (4)$$

در این رابطه S_a شتاب زمین مورد K مبروط به استحکام و دوره T و K مورد Γ است.

در حالت کلی M_{ax} واکش کل را می توان صرفاً از جمع کردن فارم Γ مورد بدست آورد. زیرا این مقدار M_{ax} معمولاً در یک زمان اتفاق می افتد. در اغلب حالات محوطه Γ به صورت درجه M_{ax} موردی باشد و اگر واکش Γ می مورد در صدی کمتر از M_{ax} Γ مبروط به موردی باشد. بنابراین هر چه Γ کم کردن مقدار زمین مورد Γ واکش کل را بدست می دهد، لیکن معمولاً از حد M_{ax} واکش کل بسیار کمتر است.

ساده ترین و متداول ترین فرمول برای این منظور حد مجموع بر جات واکش Γ می مورد است. بنابراین اگر M_{ax} تغییر مکان Γ می مورد داده شده باشد، M_{ax} تغییر مکان کل را به صورت قریب بسیار خوبی می توان با رابطه زیر بر دانت.

$$\sum_{N \times 1} \ddot{x}_{Nax} = \left[(\ddot{x}_1)_{Nax}^2 + (\ddot{x}_2)_{Nax}^2 + (\ddot{x}_3)_{Nax}^2 + \dots + (\ddot{x}_N)_{Nax}^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

در محلات زیر را در کمال یادگار مبروط به تغییر مکان Γ می مورد است که در بخش 2 دیده است.

به صورت Γ به فارم Γ شتاب Γ می توان بصورت قریبی از M_{ax} Γ مورد بدست آورد.

$$\ddot{P}_{S \text{ Max}} = \left[(\ddot{P}_{S1})_{Nax}^2 + (\ddot{P}_{S2})_{Nax}^2 + (\ddot{P}_{S3})_{Nax}^2 + \dots + (\ddot{P}_{SN})_{Nax}^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

مثال 1: ب جدول 3 طبقه مثال Γ را در نظر بگیرید (که مشخصات زمین Γ مشخص است) در مورد Γ با فرض S_a استحکام بحرانی برای کلیه مورد Γ و یک Γ Γ Γ

$$15 \quad Q_{Max} = \sqrt{\sum \left(\frac{K_k^2}{M_k} \cdot w_k \cdot S_{Dk} \right)^2}$$

در درجه‌های متفاوت داده شده در مقابل مثل از طرف سرعتی استفاده نمود که در آن نقطه
 یکبارگی بود و مقدار سرعت طبق این حرکت از عدد به صورت زیر بدست آمد
 تقسین Max تقسیم مکان عددی حرکت از عدد Max مقدار تغییر مکان کل Max
 نزدیک به طبیعت در حرکت از عدد Max نیروی کل از سرعت Max و هم چنین Max
 نیروی برش عدد Max از این یکبارگی کل

$$\{Sv\}_n = \begin{bmatrix} 1.73 \\ 1.41 \\ 1.2 \end{bmatrix} \quad P_{H/S} \quad T_n = \begin{bmatrix} 1.37 \\ 0.64 \\ 0.431 \end{bmatrix} \quad S_1 = S_2 = S_3 = 5$$

با توجه به T_n و S طبق S بدست می آید (البته می‌توانستیم از روش‌های دیگر استفاده کنیم)
 تقسین تقسیم مکان Max

$$\{x_{n, Max}\} = \bar{x}_n \frac{\bar{k}_n}{M_n} \frac{Sv_n}{\omega_n}$$

$$\{x_{1, Max}\} = \begin{bmatrix} 0.541 \\ 0.348 \\ 0.169 \end{bmatrix}$$

$$\{x_{2, Max}\} = \begin{bmatrix} 0.074 \\ 0.044 \\ 0.05 \end{bmatrix}$$

$$\{x_{3, Max}\} = \begin{bmatrix} 0.008 \\ 0.019 \\ 0.018 \end{bmatrix}$$

با ترکیب کردن Max از عددی به روش دیگر مجموع مرتب است Max تقسیم مکان اول به روش تقریبی
 بدست می آید

$$\{x_{Max}\} \approx \begin{bmatrix} ((0.541)^2 + (0.074)^2 + (0.008)^2)^{1/2} \\ ((0.348)^2 + (0.044)^2 + (0.019)^2)^{1/2} \\ ((0.169)^2 + (0.05)^2 + (0.018)^2)^{1/2} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.546 \\ 0.351 \\ 0.17 \end{bmatrix} P_k$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود عددی بالاتر از Max داریم و عدد اول است
 هم از عدد دار تغییر مکان دار است

- تعیین نیروهای الاستیک

$$\{F_{Sn, Max}\} = [M] \{X_n\} \frac{\bar{K}_n}{M_n} \omega_n S_{v_n}$$

$$\{F_{S1, Max}\} = \begin{bmatrix} 11.35 \\ 10.95 \\ 6.8 \end{bmatrix} \text{ kpa} \quad \{F_{S2, Max}\} = \begin{bmatrix} 7.08 \\ 6.39 \\ 9.58 \end{bmatrix} \text{ kpa} \quad \{F_{S3, Max}\} = \begin{bmatrix} 1.57 \\ 6.08 \\ 7.79 \end{bmatrix} \text{ kpa}$$

با ترکیب کردن بردارهای فوق بردارهای مجموع سرجات مقدار توتیسی سوار را در طبقات بدست می آید.

$$\{F_{S1, Max}\} = \begin{bmatrix} 13.47 \\ 14.06 \\ 14.1 \end{bmatrix}$$

برای نیروی برش مورد (برش پایه) با استفاده از رابطه بدست می آید.

$$Q_n = \frac{\bar{K}_n}{M_n} \omega_n S_{v_n} \begin{cases} Q_{01, Max} = 29.13 \text{ kpa} \\ Q_{02, Max} = 8.77 \text{ // (الف)} \\ Q_{03, Max} = 3.28 \text{ //} \end{cases}$$

اجزای عدد، مجموع سرجات آن مقدار توتیسی Max برش تکیه گاه بدست می آید.

$$Q_{0, Max} = (29.13^2 + 8.77^2 + 3.28^2)^{1/2} = 30.6 \text{ kpa}$$

این مقدار مولات سرجی عدد Max برش تکیه گاه را می توان از جمع بردارهای Max طبقات (الف) بدست آورد و برای سرج تکیه گاه هم از آن می توان استفاده کرد.

$$M_n^* = \frac{\bar{K}_n^2}{M_n} \rightarrow \text{مردم، مردم}$$

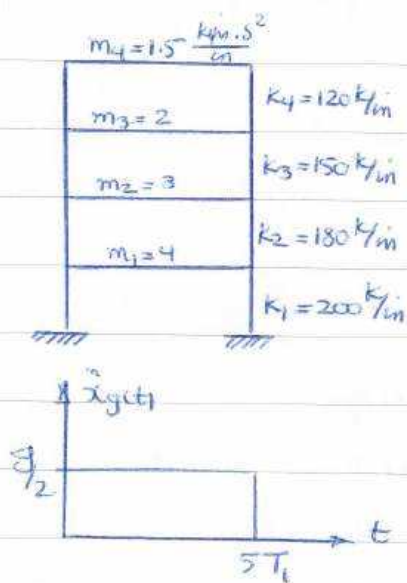
$$M_1^* = 3.656$$

$$M_2^* = 0.641$$

$$M_3^* = 0.187$$

مجموع جرم ای عدد $M_1^* + M_2^* + M_3^*$ به نسبت 4.48 در هر سطح جرم کل سازه است.

✓ اگر به سه طبقه بود این نامه اشاره دارد که خودی را می بیند که مجموع جرم ای
متر خودی کمتر از ۹۵٪ وزن کل سازه باشد.



تقریب ۲۵٪ سفتی در هر طبقه شکل معادل
فرض است. اولاً فرکانس لم خودی است
به این راهی می بیند. ثانیا "جرم لم خودی" در
ضرب تحریک زلزله را بدست آوریم. ثالثاً اگر
صورتیکه این ساختمان تحت اثر زلزله ای قرار
گیرد نمودار شتاب آن بصورت معادل باشد
مطلوبت تقس (۵=۵)

- ۱) تابع تغییر مکان در حوضه ارتعاشات
- ۲) مقدار M_{max} تغییر مکان در مورد اول
- ۳) مقدار نیروهای الاستیک برای حوضه ارتعاش و برابر ترکیب آن به
- ۴) تابع مرتب پایه برای حوضه ارتعاش و مقدار M_{max} مرتب پایه در مورد اول

تقریب ۲۶٪ اگر برای طراحی ساختمان زمین و ساختمان از نمودار شکل A استفاده کرد
و نسبت انحلال بحرانی برای حوضه ارتعاش δ_g در نظر گرفت مقدار تغییر مکان M_{max}
برای حوضه ارتعاش بدست آوریم و تغییر مکان کل را می بیند. حجم زمین و نیروهای
الاستیک در تمام طبقات مرتب پایه را در حرکت مورد و مقدار کل آن را بدست
آوریم.

فصل پنجم

مبانی تئوری آیین نامه های زلزله

مقاله اولی به درمباحث مقدماتی در باره سازه های یکپارچه و اثر زلزله بر سازه ها و مباحث طراحی سازه ها در آیین نامه های ساختمانی می تواند مفیدی علمی و تئوری آیین نامه های زلزله باشد.

(به عنوان مثال در آیین نامه محلی ساختمان UBC نیروی مؤثر بر طراحی به صورت Max نیروی زلزله حاصل از زلزله در یک ناحیه ساختمان بیان می شود)

رابطه نیروی زلزله Q مطابق آیین نامه به این است به

$$Q_{Max} = K C W \quad (1)$$

در این رابطه W وزن ساختمان، C ضریب زلزله طاقی و K ضریب است که بستگی به نوع سیستم سازه ای دارد. این ضریب به ظرفیت خمشی و تیر نیروی سیستم سازه ای وابسته است.

ضریب زلزله طاقی C به صورت تابعی از دوره تناوب اصلی ارتعاش سازه T به صورت زیر بیان می گردد.

$$C = \frac{0.05}{\sqrt[3]{T}} \quad (2)$$

البته آیین نامه های ساختمانی من جمله UBC دارای ضریب منطقه است که این ضریب بستگی به مناطق زلزله خیزی از نظر شدت آن دارد. در این رابطه ضریب منطقه واحد به کار برده شده است که همی مناطق است که دارای بیشترین خطر زلزله خیزی می باشد.

رابطه تحلیلی منظر با جدول (۱) را می توان به این شکل استفاده از روابط مقدماتی به صورت زیر نوشت.

$$Q(t) = \sum_{n=1}^N \frac{\bar{K}_n^2}{M_n} \omega_n V_n(t) \quad (3)$$

$$Q_1(t) = \frac{\bar{K}_1^2}{N_1} W_1 \cdot V_1(t) \rightarrow Q_{1(t)Max} = \frac{\bar{K}_1^2}{N_1} \cdot S a_1$$

$$\rightarrow Q_{1Max} = \frac{\bar{K}_1^2}{N_1} g \cdot \frac{S a_1}{g} \quad (4)$$

مقایسه رابطه (4) و (1) معدل یورش حملات زیر را می‌توانیم می‌سازد:

$$\frac{S a_1}{g} \quad \frac{\bar{K}_1^2}{N_1} g$$

تفاوت یورش ضربان قلبی حاصل تفاوت طیف است و بصورت نسبت از
تفاوت رقص ریاضی شده است و وزن کل بصورت معدل باردهی موثر مورد اول
در نظر گرفته شده است. در معادله باردهی موثر مورد اول کمتر از باردهی کل می‌باشد.
از مقایسه دو رابطه در بالا می‌توانیم مشاهده می‌کنیم که باردهی ریاضی شده
بصورتی می‌شود و شکل آنی به رابطه ضربان قلبی شبیه گاهی (رابطه 2) دارد.
* هم آنکه حاصل در درجهت باردهی ضربان قلبی می‌باشد.

* اگر در جهت توجیب می‌رویم همچون تفاوت برای سیستم می‌باشد و باردهی بیشتر از
صاف و افقی می‌باشد و این باردهی بیشتر می‌شود و باردهی در جهت افقی

لیست
در جهت راست این باردهی می‌باشد و حاصل توزیع نیروی ضربان قلبی کل
را در ارتفاع مشخص تعیین می‌کنیم.

$$P'_{SC, Max} = \frac{W_i x_i}{\sum W_i x_i} Q_{Max} \quad (5)$$

P'_{SC} : نیروی جانبی در طبقه (یامان) مطرح شده در فصل قبل (رد)

W_i : وزن طبقه

x_i : ارتفاع طبقه از طبقه 0 به سمت بالا

$$I_1 = \begin{bmatrix} \psi_{11} \\ \psi_{12} \\ \vdots \\ \psi_{1n} \end{bmatrix} \quad \text{ماده } n \text{ صلب}$$

رابطه کلی مقاطع را می توان به صورت زیر نوشت

$$\{f_{S_n}(t)\} = [m] I_n \frac{\bar{K}_n}{M_n} \omega_n \cdot v_n(t) \quad (6)$$

با جایگزینی درون $n=1$ برای مود اول خواهیم داشت:

$$\{f_{S_1, Max}\} = [m] I_1 \frac{\bar{K}_1}{M_1} S_{a1} \quad (7)$$

رابطه (7) برای توزیع بار بر مبنای است با و

$$f_{S_1, Max} = m_i \psi_{1i} \times \frac{\bar{K}_1^2}{\bar{K}_1} \frac{S_{a1}}{M_1} \quad (8)$$

معرفی ψ_{1i} در I_1

$$\rightarrow f_{S_1, Max} = m_i \psi_{1i} \frac{1}{\bar{K}_1} Q_{Max} \quad (9)$$

$$\rightarrow f_{S_1, Max} = \frac{m_i \psi_{1i}}{\sum m_i \psi_{1i}} Q_{Max} \quad (10)$$

با مقادیر روابط 10، 5 مشخص می شود که رابطه ای به نام مود اول واکش
یک سیستم جرم فشرده و خازنده معین به تغییر مکانی تصویق خط مستقیم است
یعنی:

$$\psi_{1i} = \frac{x_i}{L}$$

این شکل فرضی به نام مود اول در این نام به کار رفته است که در این جای
انجام شده بودی ارتعاش بسیاری از ساختمان ها در آن دیده است که
معمولاً شکل مود اول به خط مستقیم تقریباً نزدیک است.

به طور خلاصه ملاحظه می شود که خازن ارتعاشی شده در این سیستم نامی به معنای
من جمله در این نام UBC برای تعیین نیروی وارد شده به بنا یا تاج و من
از آنالیز مود اول طیف واکش که شکل مود اول آن در صورت خط مستقیم
فرض شده است و صرفاً برای یک نامی به صورت ثابت طبق مود اول
انتخاب شده باشد و در نظر گرفته است.

برای منظور از **شش** واکش موردی بالاتر از این نامه UBC دارای صوابی
 است که مطابق آن در بر صحت های عمده مقدار بیشتری از نیروهای جانبی
 در بالاترین اثرات صحت اعمال می گردد (نمودار ششانی)

واکش خشی و غیر خشی باره که در صحت برزده

در بحث قبل در خصوص کهاکش واکش برزده باره صورت این سیستم خشی فرض شده بود
 ولی صحت های کهاکش اثر بر لایه های متوسط باشد به قرار گرفته می توان انتظار
 داشت که چنین حرکات شدیدی باعث ایجاد آسیب های ای شود. واضح است که
 چنین اثرات خشی واکش غیر خشی برزده را موجب می گردد. هم چنین در کتی می توان
 نشان داد که حتی بر لایه های با شدت های متوسط می تواند باعث ایجاد تنش های
 اضافی ای در برده های کهاکش صوابی خاص برزده که این نامه طراحی شده
 باشند، گردد.

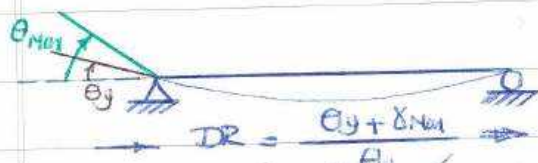
صورت نظر در شکل "ب" تلاطم می شود، مقابل این ضربات می تواند تا حدی تقویت
 شده توسط این نامه و لایه های واکش که برای سگ برزده محاسبه شده اند نشان
 دهد (مقدار این واقعیت صحت رده می که برزده متوسط می تواند باعث ایجاد نیروهای
 در برده شود که محسوس با بار برزده صوابی خاص این نامه صحت رده می کهاکش
 این اثرات نیروی این نامه واکش نسبت به کهاکش برزده متوسط می کهاکش
 20 طبقه مطابق شکل "د" به محل آمده است. تنش کهاکش مکان های این باره هم
 اثر نیروهای جانبی برزده مطابق این نامه UBC توسط یک برنامه کامپیوتری انجام
 است. شکلی قابل محاسبه شده است. و واکش این باره نسبت به نمودار ششانی برزده
 الی ستره کهاکش شکل "ه" نشان داده شده است توسط یک برنامه کامپیوتری
 قابل مطابق کهاکش موردی نیز محاسبه گردیده است.

دقت روش های غیرخطی و خطی در کجایم است ؟
 منابع مقایسه و آشنایی با خطی و غیرخطی را در دسترس خودتان (مدرس)

تغییر مکان برای طبقات زمانی تیر به دسترس پذیری شخصی از سازه در لحظه دورانی
 فوق بدین آمده اند در شکل "چهار" آن داده شده است. نشان دادن بارگذاری
 است که نیایج واکش و انحراف کلی حاصل مقدار پوشش هستند، یعنی مقدار بدین آمده
 در هر حال در طول واکش و انحراف کلی مقدار Max می باشد بنابراین مقدار
 یعنی مقدار کاملاً متفاوت می باشد.

(تغییر مکان برای Max سیستم غیر خطی) اما مقدار تغییر مکان برای Max در هر
 عدد و فقط درصد اندکی از آن بدین است. اما تغییر شکل بدین به دسترس پذیری در کجایم
 تسلیم غیر الاستیک بسیار متفاوت است (این نیایج در صورت بدین است شکل بدین
 بیان می شود که تعریف آن در خصوص تیر به بدین Max جوش انحنای به جوش
 انحنای در حالت اولیه تسلیم می باشد

$DR \rightarrow Ductility Ratio$



$$DR = \frac{\theta_{Max}}{\theta_y}$$

$$DR = \frac{\theta_y + \delta \theta_{Max}}{\theta_y} \Rightarrow DR = 1 + \frac{\delta \theta_{Max}}{\theta_y}$$

* اگر از حالت تسلیم عبور کنیم نسبت شکل بدین از یک بدین می شود

قابل توجه است که نسبت شکل بدین غیر از یک به معنی است که عضو به حالت
 تسلیم نرسیده است.

(نیایج واکش و انحراف الاستیک) در شکل "پنج" در صورت بدین Max جوش انحنای
 در جوش تسلیم عضو آن داده شده است.

شکل "پنج" آن می دهد که حالت تسلیم به طور عمده بدین به خصوص در طبقات بایس
 و بالا توسعه پیدا کرده است. در حالت بدین که در هر طبقات بالا هم بدین الاستیک
 باقی مانده اند. در وضع حالت تسلیم در طبقات بایس بدین صمیم شدت و بارهاست

کلیه خاصی است درجه اند و وقوع حالت تسلیم در طبقات بالا ناشی از اثر خودی دیگر
یا به عبارت دیگر بازتاب محلی (اثر شلانی) می باشد
تأثیر تغییرات متفاوت غیر مستوفی را در مواردی که توضیح کنند

۹۲- تأثیر تغییرات متفاوت

(الف) واقعیت که در این مختار مورد بحث تقریباً تمام تر که در حالت تسلیم می باشد
لایق ستون که عمدتاً الاستیک باقر می باشد ناشی از توزیع لینی مقاومت اعضا
است. (در واقع انرژی جذب شده توسط تیر که در هنگام حالت تسلیم آن که
باعث محو تیری از آنجا است در ستون که می گردد) هر چه تغییر در مقاومت
لینی ستون که در تیرهای توانسته باعث انتقال حالت تسلیم از یک عضو به عضو
دیگر شود. نتایج حاصل از آن تیرهای ایستاده برای مقاومت لینی مختلف در
تیرها در شکل "حشت" نشان داده شده است. در این حالت کلیه ستون که دارای
مقاومت شکل "پنج" می باشند. لکن تیرها علاوه بر حالت ضرب مقاومت
استندارد 2 برای حالت های 1.5 و 4 برابر مقدار میان لای حواشی نیز در
نظر گرفته شده اند. هر چه منظور از انتظامی رفت مشاهد می شود که نسبت های
شکل بدین تیر دارای تغییراتی معکوس با مقاومت هستند. در صورت تغییر مکان
های جانبی طبقات بالا یا اخرازی مقاومت تیرها اخرازی می باشد.

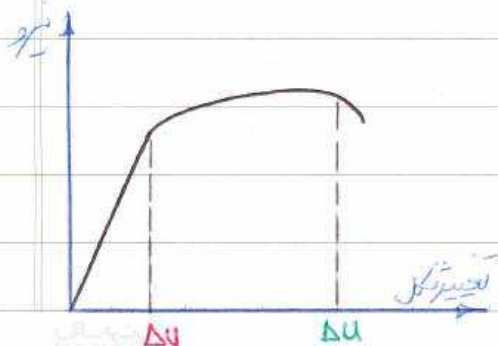
این نکته نسبتاً غیر مستطرد می توان برآورد و در حالت تسلیم توضیح داد. واضح
است که خواص لینی در تیرهای مقاوم تیر باعث ایجاد تسلیم نشدن در ستون لای طبقات
بالا تری گردد و این اخرازی در تغییر شکل ستون که باعث تأثیر مثبت در تغییر مکان لای
طبقات می شود.

در شکل "حشت" مقاومت تیرها تحت حالت شکل "پنج" است لکن مقاومت ستون که
علاوه بر حالت ضرب مقاومت استندارد 6 برابر حالت لای 2 و 10 برابر مقاوم

محصول برای طراحی نیز در نظر گرفته شده اند.
از این شکل ملاخذه می‌شود که افزایش مقاومت بتن اثر اندکی بر تغییر شکل
دارد، بر این اساس می‌توان گفت که مقدار تغییر شکل در بتن
افزایش نسبی می‌شود.

از سوی دیگر در حالت کاهش مقاومت بتن (به 2) حالت نسبی در بتن نیز بدلیل
افزایش شدید نسبی بتن به میزان زیادی کاهش می‌یابد.
(از منابع حاصله از این آمارهای غیر خطی می‌توان چند دست‌آورده واضح کرده
اولاً واضح است که با دستیابی به تعادل معقول بین مقاومت بتن و سایر اجزای بار
بر محسوس جهت اتخاذ تصمیم بر مبنای تغییر شکل نسبی می‌گردد.
در حالتی که نسبی موضعی تغییر شکل به طرز حدی بار می‌توانم باره بردارم، لیکن
نسبی موضعی بتن به راحتی می‌تواند باعث خرابی باره گردد (معضل ایجاد می‌گردد
که در بتن باعث تحریف می‌گردد).

ثانیاً می‌توان چنین ادعا کرد که با دستیابی از این داده‌های مختلف موضعی در باره
احتمال دارد، بر اساس آمارهای که باعث خرابی می‌شود، به آن نوعی سوق داده و در نتیجه
تغییر نسبت برای باره با ظرفیت برای کمتر از کار خواهد کرد.
کاربرد این طرح دارای حالت تعادل مقاومت نسبی باشد به خودی حالت نسبی به خود
لیکن جهت توزیع شده و هیچ نقطه باره تحت تأثیر تنش اضافی نباشد.



تعریف شکل پذیری
یعنی گونه‌های تغییر شکل برای یک
عضو شکل پذیر در شکل (۱۱) رسم شده
است. در این شکل تغییر شکل نظام

در تمام فولاد در یک مقطع یا تغییر شکل نقطه ای باشد در آن یعنی منور - تغییر شکل
از حالت صلب به غیر صلب درمی آید. Δu تغییر شکل ایستایی باشد که بعد از آن
یعنی منور - تغییر شکل دارای شبیه منشی می گردد.

مقدار تغییر اولش نسبت شکل پذیری $\mu = \frac{\Delta u}{\Delta y}$ تعریف می شود.
در مورد دیگر که بعد از منشی نسبت شکل پذیری از تعریف ایستایی تعریف می شود.

$$\mu = \frac{\theta u}{\theta y}$$

شکل پذیری ممکن است به تمام دو یا فقط قسمتی از آن اشاره کند، به همین جهت مقدار
شکل پذیری در دو حالت فرق دارد.

تقسیم بندی ضراب شکل پذیری: ضرایب شکل پذیری به چند دسته اند؟ توضیح دهید؟

(شکل پذیری (ضرایب شکل پذیری) را می توان به ۳ دسته زیر تقسیم نموده

- ۱) ضرایب شکل پذیری برای عضو دایره دوار (تیر) در اتصال عضو خمشی
- ۲) ضرایب شکل پذیری برای طبقه و یا کف از یک ساختمان
- ۳) ضرایب شکل پذیری کلی ساختمان

ضرایب شکل پذیری برای محور ۱ - دسته از سمت بالای فوق توسط رابطه منور - تغییر شکل
تعریف می گردد این تغییر مکان برای عضوی تواند تغییر طول محوری عضو در آن
یک اتصال در عضو خمشی و یا تغییر شکل برشی از دو بار مرئی باشد.

تغییر مکان برای طبقه، تغییر مکان تکیه دو طبقه در نظر گرفته می شود و تغییر مکان
برای ساختمان که نوع متوسط تیری شکل پذیری طبقات با استفاده از تابع وزنی
تعریف می گردد.

در این ترتیب ضرایب شکل پذیری معمولاً برادر از ضرایب شکل پذیری طبقه است.

در ضرب شکل پذیری طبقه بردار ضرب شکل پذیری کل با ضرایب است و
طوری که ضرب شکل پذیری عموماً 5 تا 15 تغییر می کند و ضرب شکل پذیری
طبقه از 3 تا 8 تغییر نموده است. در صورتیکه ضرب شکل پذیری کل با ضرایب
از 3 تا 5 در نظر گرفته می شود.

(با توجه به تقسیم بندی فوق، تعریف ضرب شکل پذیری نسبت تغییر شکل معیار
حد اکثر به تغییر شکل در تغییر مکان تسلیم موشومی باشد)

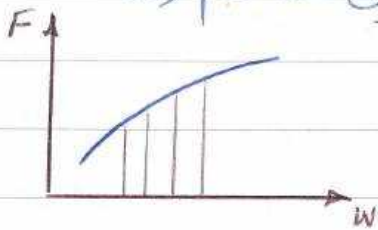
ضرب شکل پذیری فولاد نسبت به تقویت مسلح معمولاً بیشتر است و ضرایب شکل پذیری
برای فولادهای تغییر شکل گشتی بردار از تغییر شکل گشتی و تغییر شکل گشتی کمتر
از تغییر شکل فشاری می باشد و ضرایب برای برش و تقادیر بهنجش و فک است
(برای تقویت ضرب شکل پذیری تابع ترتیب و مقدار تنش آرماتور گسی باشد. باز نظر بر تنش
آرماتور فشاری شکل پذیری 10 نیز قابل حصول است. برای سوراخ های تنگی با استفاده
از فولادگذاری عاریت ضرایب بین 4 تا 6 امکان پذیر است و برای دیوارهای برشی با
آرماتور گسی افقی، عمودی و مایل ضرایب بین 4 تا 6 تغییر می کند.)

تعریف ضریب شکل پذیری به طور دقیق چیست؟
شکل پذیری را تعریف کرده ایم و آنرا تعریف می کنند.

نمونه علت آنالیز غیر خطی کمتر انجام می شود ؟
 فرض اصلی روش ضریب شکل بیدری چیست ؟

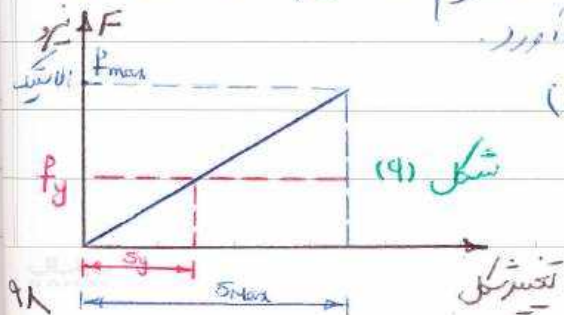
روش ضریب شکل بیدری روش ضریب شکل بیدری را تعریف کرده می دانم و بیان کنید

این روش آنالیز غیر خطی در در این مثال انجام داده شده است از نمودار منحنی شکل می باشد
 لیکن کارم در آن حتی برای ساده ای منحنی ساده نیز مستخدم عملیات محاسباتی بسیار
 زیاد است زیرا با ترس منحنی در هر مرحله از این فرایند عددی باستی اصلاح و
 تکرار شود. آنوقت تفاوت منحنی و مقاومت استخراست مستخدم یک روش تکرار است
 به طوری که لازم است چندین طرح مختلف عددی انجام شود تا بتوان در طرح اندکی و قابل
 قبول دست یافت. در ضمن است آنالیز غیر خطی کامل در صورت انجام می شود مگر
 در مواردی که برای کنترل اندکی وقت به طرح تکمیل شده احکام گردد.



* در هر مرحله منحنی را ثابت گرفته آنالیز خطی می کنند.
 سپس در این مرحله تعداد شرط اولیه را شش شرط در حد
 قتل می گیرند و منحنی را عوض می کنند.

در منظور دستیابی به اندازه واقعی از رفتار غیر خطی ماده در هنگام بار دهی به روش
 احکام یک آنالیز غیر خطی واقعی روش ضریب شکل بیدری ارائه شده است.
 فرض اصلی در این روش آنست که تغییر مکان های ایجاد شده کمتر یک بار به شخص
 می رسد به صورت الاستیک عمل کند و یا اینکه به عنوان زیادی شدن شود تکلیف
 هستند. این رفتار در شکل پنج نشان داده شده است و تغییر مکان های غیر الاستیک
 شد تغییر مکان های الاستیک می باشد. با این امر تغییر شکل های غیر خطی عضو
 است نه تغییر شکل های واکنش الاستیک فرض کنیم رفتار غیر الاستیک آن را می توان
 مستقیماً از آنالیز واکنش الاستیک بدست آورد.



در شکل (۹۵) اگر S_{max} تغییر مکان (δ_{max})
 بدون توجه به مشخصات مقاومت آن با
 تغییر مکان غیر خطی یکسان باشد است

Max تغییر شکل (δ_{Max}) به تغییر شکل حدی الاستیک (δ_y) برنام خواص
توربین نیروی ایجاد شده در واکنش الاستیک متناظر به نیروی تسلیم عضو.

$$\frac{\delta_{Max}}{\delta_y} = \frac{F_{Max}}{F_y} \quad (1)$$

از طرف دیگر تغییر شکل پذیریل م است باه
برنام این مقاومت طراحی عددی برای هر عضو ای توانست موجب نیروی واکنش
الاستیکی برآورد به صورت زیر بدست آورد.

$$\mu = \frac{\delta_{Max}}{\delta_y} \quad (2)$$

$$F_y = \frac{1}{\mu} F_{Max} \quad (3)$$

برنام این ب رده ای توان صورت واکنش غیر خطی در طراحی در دسترس نیست که
ابتداءً آنرا به واکنش خطی در انجام شده پس مقاومت هر یک از اجزای توربین
نیروهای الاستیکی می شده و با اعمال کاهش تنش توسط تغییر شکل پذیریل
می گردد.

از روی دیگر مقاومت غیر الاستیک که طرح داده شده ای توان از ضرایب شکل نیروی
اعضا که توسط نسبت Max نیروی الاستیک عضو به مقاومت معلوم عضو تعیین
می شود.

$$\mu = \frac{F_{Max}}{F_y} \quad (4)$$

این روش آنرا به نیروی واکنش غیر الاستیک برای توان با استفاده از نتایج حاصل
از واکنش الاستیک تصحیح 20 طبقه در شکل " چهار " نشان داده شده
است تسهیل کرد.

روش های تعیین ضریب طراحی

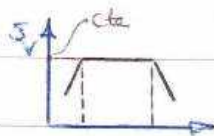
برای بررسیهای مرسوم در احتمال وقوع آن در طول عمر مفید سازه صلب یا بار می باشد، سازه باید به گونه ای طراحی شود که ارتعاشات ناشی از این زمینلرزه ها در حد الاستیک تا الاستوپلاستیک قابل قبول بوده و هیچ نوع صدمه دائمی به سازه وارد نگردد. در خصوص بررسیهای سازه رقتار سازه می تواند پلاستیک باشد به شرطی که سازه ویران نگردد و باعث صدمات جانبی نشود.

طیف های طرح این دو پدیده ای برای طراحی مناسب و منطبق سازه های مقاوم در برابر زلزله می باشند. اگرچه طیف های مربوط به زلزله های مختلف با یکدیگر کاملاً متفاوت می باشند ولی یک سری رقتار استاندارد بر تمام آن لحاظ می شود که می توان به صورت زیر آن لحاظ شده منبری نمود.

$$\omega \rightarrow \infty \quad (T \rightarrow 0) \Rightarrow S_a = PGA$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad (T \rightarrow \infty) \Rightarrow S_d = PGD$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad T \rightarrow 0 \Rightarrow S_v \approx cte$$



در روابط بالا ω فرکانس، T دوره، PGA ، PGD و PGV به ترتیب حداکثر تغییر مکان، حداکثر سرعت و حداکثر شتاب زمین می باشد.

روش نیومارک

این روش بر این استوار است که با افتحاده شدن تغییر مکان و سرعت و شتاب زمین در مدت نیومارک نیز از شکل کلی طیف پاسخ زلزله ها نتیجه گرفت که در محدوده فرکانس کوچک پاسخ سازه که برای تمام ضرایب میرایی به مقدار ثابتی در تمام محدوده تغییر مکان قابل است می باشد.

$$S_D(\omega) = PGD$$

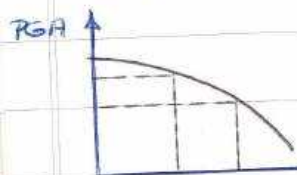
$$\omega \rightarrow 0$$

(۲) در محدوده میانی فرکانس طیف پاسخ در مقابل باجهد اکثریت است، سرعت تغییر مکان
 پس با گذشتن از این محدوده و رسیدن به پهنای شتاب بیشتر از سرعت و پهنای سرعت
 بیشتر از تغییر مکان می باشد

(۳) در محدوده فرکانس بالا (سازده صلب) شتاب پاسخ به جهد اکثریت است و پس از آن
 می شود

$$S_a(\omega) = PGA$$

بنابراین این دو روش نسبت به روش طیف و آنش برای به دست آوردن جواب واحد دارد.
 (I) مقدار جهد اکثر تغییر مکان را پس و بطور کلی حرکت زمین از رنگ یا به (Box Rock)
 را انتخاب کرده. (PGD, PGV, PGA) این حرکت جهد اکثر این از کاهش
 جهد اکثر مقدار حرکت زمین در گسل با استفاده از قوانین کاهش و با در نظر گرفتن
 فاصله ناصبه عمود نظر با گسل محال نیست می آید.

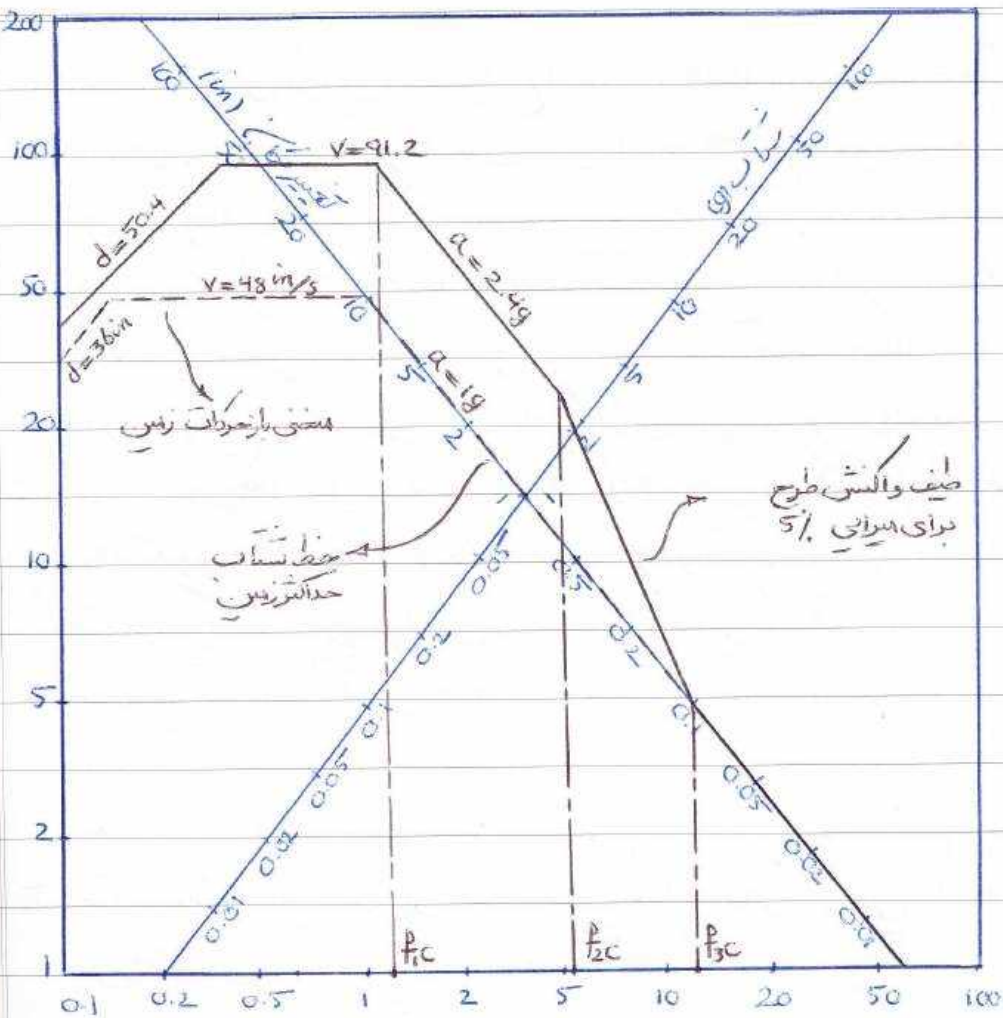


(II) مقدار جهد اکثر انتخاب شده برای حرکت نسبت به نام این روش محلی خاک مطابق
 جدول پیشنهادی نیو مارک ۳۰۰ می باشد و در جهد اکثر حرکت زمین از سطح خاک مرتبط می آید.

(III) مقدار از ۳۰۰ نیو مارک ۳۰۰ جهد اکثر حرکت زمین در سطح خاک برای فاصله گسلی مشخص
 رسم نموده و به طور کلی برای هر پهنای محدوده فرکانس خط منحنی برای مقدار شتاب S_a
 برابر PGA موجود است و در این روش گسلی PGA محدوده فرکانس خط منحنی برای مقدار
 شتاب $S_a = PGD$ موجود است.

با رسم نمودن خط منحنی برای مقدار شتاب $PGV = S_v$ در محدوده متوسط
 فرکانس در رسم منحنی کردن خط واسه شده یک منحنی برای پهنای
 می شود که Max حرکت زمین در آن رخ می دهد.

$SV (m/sec)$



طيف واكنش طرح

برای نقش طيف واكنش طراحی كاسته طيف $M_{0.1}$ جهت رسم دایره مرز
 مناسب تر بود. این مرز به عنوان مرز طراحی در طی تغییر شكل ای محاسبه
 شده و در این ایجاب می شود شكل دارد
 مرز تغییر شكل بار سده ای در دوی حاد است و مانند نباشد و این
 برای مقدم مختلف طراحی سده مطابق جدول زیر باشد

با انتخاب ضرایب تغییرات
انکس می توان طبقه بکشی
طرح را با در نظر گرفتن
سی و بریدیت آورد

نسبت برای 5	ضرایب تغییر		
	شدت	سرعت	تغییر زمان
0	6.4	4	2.5
0.5	5.8	3.6	2.2
1	5.2	3.2	2
2	4.3	2.8	1.8
5	2.6	1.9	1.4
7	1.9	1.5	1.2
10	1.5	1.3	1.1
20	1.2	1.1	1

(۱) برای مقادیر کوچک فرکانس
در محدوده مدار تغییرات
حرکت زمین در یک
(۲) برای مقادیر بزرگ فرکانس
در محدوده مدار تغییرات
و انکس در حرکت زمین
می شود

(۳) برای محدوده متوسط فرکانس

محدوده ضعیف و انکس در مدارات سرعت Max حرکت زمین یعنی در یک
محدوده

(۴) برای مقادیر فرکانس بالا که در مدارات سرعت می باشد در یک
الف) فرکانس نقطه تقاطع محدوده شدت Max با سرعت Max f_{1c} باشد
ب) محدوده شدت مدارات f_{2c} که $f_{2c} = 4f_{1c}$ است ادامه دهد
ج) برابر فرکانس $f_c > 4f_{1c}$ خط مستقیم از f_{2c} رسم می کند
رابطه شدت مدارات f_{3c} را در فرکانس f_{3c} که $f_{3c} = 10f_{1c}$ است
قطع کند

(د) برابر فرکانس $f_c > 10f_{1c}$ حد ضعیف و انکس می باشد
رسم است

مثال: مطلوب است رسم درایم صفت طرح برای متغیرات مقدار جوانه‌ها و وزن
 بهنجاری در دره
 $PGA = 1g$ $PGV = 48 \frac{in}{s}$ $PGD = 36 \frac{in}{s}$
 برای سازه‌های گسترده 5٪ می باشد

$$a = 2.6 \times (1g) = 2.6g$$

$$\bar{v} = 1.9 \times (48) = 91.2$$

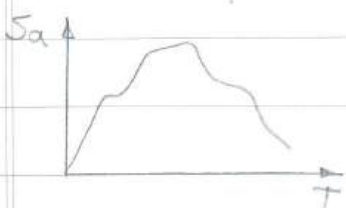
$$\bar{d} = 1.4 \times (36) = 50.4$$

$$f_{1c} = 1.3$$

$$f_{2c} = 4 \times 1.3 = 5.2$$

$$f_{3c} = 10 \times 1.3 = 13$$

در روش کلی برای بسط ضربه و فاصله از کل سطح شتاب مربوط به برداشت

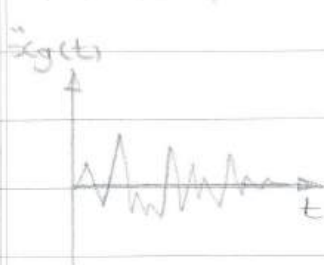


می آوریم. در آن مقدار نظری (فرضاً 3 طبقه) مربوط می
مربوط به شتاب برداشت آورده شتاب می طبقه مضاعف
را از نمودار پیدا می کنیم. سپس از طریق روش SRSS

$$S_a = (S_{a1}^2 + S_{a2}^2 + S_{a3}^2)^{1/2}$$

طبق شتاب سازه را می سازه می نامیم.

برای این روش، روش طریقات آمیخته کرده خاص را انجام می دهیم



در روش سازه خاص زمانی شتاب را که مربوط به بزرگترین اتفاق افتاده است بر حسب زمان به
خاصی دهیم. این شتاب را در سازه اعمال می کنیم و در روش طریقات
را در سازه خاص زمانی (در زمان لحظه شتاب) برداشت می آوریم
برای این سازه نیز در سازه می انجامیم شتاب زمان قابل
محاسبه است

روش طریقی دقیقتر می باشد چون احتمال شتاب منطقه را با تقریب بالایی برداشت آورده ایم
در صورتیکه در سازه خاص زمانی که بزرگترین اتفاق افتاده را بررسی می کنیم (که ممکن است هیچ
وقت دستر دوباره اتفاق نیفتد)

در واقع کلیت سازه خاص زمانی نوعی کلیت برای کنترل سازه است شتاب می مختلف و در سازه
پایه آن در سازه این شتاب برداشت



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

حل تمرین درس :
اصول مهندسی زلزله

استاد :
جناب آقای دکتر تهرانی زاده

نگارش:

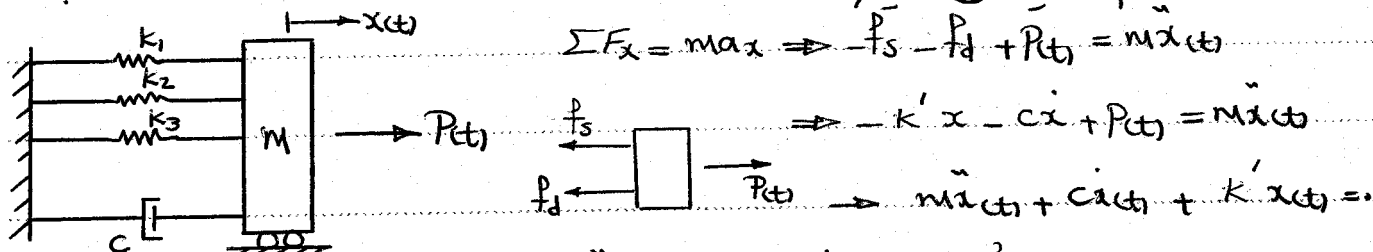
حمید کاظم

(کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر)
(دانشجوی کارشناسی ارشد گرایش سازه دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

تابستان ۱۳۸۹

« اصول مهندسی زلزله »

(۱) در صورتی که مدل یک درجه آزادی در صورت زیر باشد، مطلوبت تعیین
معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان را در $P(t) = 0$ ، $k_1 = k_2 = k_3 = k$ و $C = 0$ باشد.



$$k'/m = \omega_n^2 \quad C/m = 2\xi\omega_n \Rightarrow \ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + 3\omega_n^2x(t) = 0$$

$$\text{فرض: } x(t) = Xe^{\lambda t} \Rightarrow Xe^{\lambda t}(\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2) = 0$$

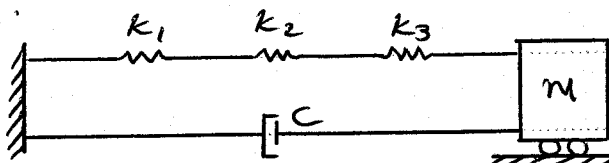
$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \xrightarrow{C=0} \lambda_{1,2} = \pm i\omega_n$$

$$\Rightarrow x(t) = C\cos\omega_n t + D\sin\omega_n t \quad \omega_n = \sqrt{k'/m} = \sqrt{3k/m}$$

$$x(0) = X_0 = C \quad \dot{x}(0) = \dot{X}_0 = D\omega_n \Rightarrow D = \frac{\dot{X}_0}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow x(t) = X_0 \cos(\sqrt{\frac{3k}{m}}t) + \frac{\dot{X}_0 \sqrt{m}}{\sqrt{3k}} \sin(\sqrt{\frac{3k}{m}}t)$$

(۲) مدل مکانیکی سیستم یک درجه آزادی بصورت شکل مقابل می باشد. مطلوبت تعیین
معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان را در صورتی که $C = 0$ ، $k_1 = k_2 = k_3 = k$ ، $P(t) = 0$ باشد.



حل این مثال کاملاً شبیه بالایی باشد با این تفاوت که $k' = k/3$ است پی.

$$x(t) = X_0 \cos(\sqrt{\frac{k}{3m}}t) + \frac{\dot{X}_0 \sqrt{3m}}{\sqrt{k}} \sin(\sqrt{\frac{k}{3m}}t)$$

(تاریخ ۸-۱-۱۳۹۵)
این تدریس ها را یک مرتبه تحویل داده ام. اما برای تکمیل و تصحیح بعضی از اشتباهات
که در مرتبه اول رخ داده بود تصمیم به حل دوباره آن ها گرفتم *

(۳) قلاب یک طبقه شکل زیر محفوظ است. در صورتیکه وزن قلاب $W = 200 \text{ kips}$ ($1 \text{ kips} = 10^3 \text{ lb}$) در یک لحظه $T = 0.2 \text{ s}$ باشد مطلوب تعیین تابع تغییر مکان در حالتیکه تغییر مکان اولیه در صورت $X_0 = 2 \text{ in}$ و سرعت اولیه $\dot{X}_0 = 1.5 \text{ in/sec}$ باشد. مقدار حداکثر برش باید را حساب کنید. حداکثر شتاب کف را بدست آورید. فرض: $\xi = 0$

$$W = 200,000 \text{ lb} \quad T = 0.2 \text{ s} \quad \xi = 0$$

$$x(t) = X_0 C_1 \omega_n t + \frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t = X C_1 (\omega_n t - \phi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} \Rightarrow kg = W \cdot \omega_n^2 \Rightarrow k (386.06) = 2 \times 10^5 \times (10\pi)^2 \left(\frac{\text{in}}{\text{s}^2}\right)$$

$$\Rightarrow k = 511299 \text{ lb/in}$$

$$\left\{ \begin{aligned} X &= \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n}\right)^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{1.5}{10\pi}\right)^2} = 2.001 \\ \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1.5}{10\pi \times 2}\right) = 1.368^\circ \end{aligned} \right. \Rightarrow x(t) = 2.001 C_1 (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi)$$

$$F = KX = 511299 \times 2 = 1022.598 \times 10^3 \text{ lb}$$

$$x(t) = 2.001 C_1 (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi) \Rightarrow \dot{x}(t) = -2.001 (10\pi) \sin (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi)$$

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) = -2.001 (10\pi)^2 C_1 (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi)$$

$$\Rightarrow (\ddot{x}(t))_{\max} = 2.001 \times (10\pi)^2 = 1974.91 \text{ in/s}^2$$

(۴) در تیر ۳ در صورتیکه مقدار استتار کمرانی ۲ و تغییر مکان اولیه 5 in و سرعت اولیه صفر باشد، مطلوب تعیین تابع تغییر مکان و رسم تابع و در لغت تغییر مکان بعد از دو سیکل کامل

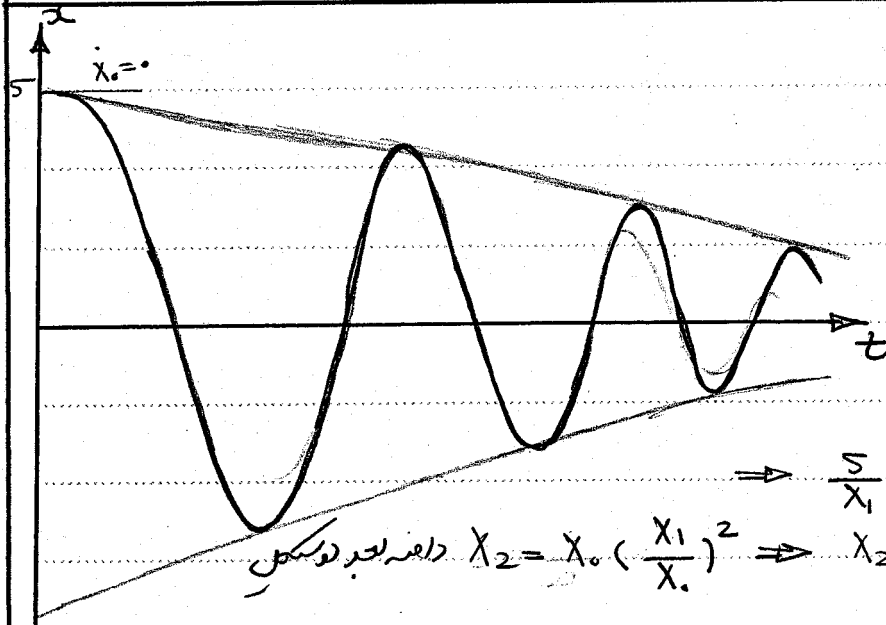
$$\xi = 2\% \quad X_0 = 5 \text{ in} \quad \dot{X}_0 = 0 \quad T = 0.2 \text{ s} \quad W = 200,000 \text{ lb}$$

$$x(t) = X e^{-\xi \omega_n t} C_1 (\omega_d t - \phi)$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 10\pi \sqrt{1 - 0.02^2} = 9.998\pi$$

$$\left\{ \begin{aligned} X &= \left[\left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d} \right)^2 + X_0^2 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{0 + 0.02 \times 10\pi \times 5}{9.998\pi} \right)^2 + 5^2 \right]^{1/2} = 5.001 \\ \phi &= \tan^{-1} \left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d X_0} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0 + 0.02 \times 10\pi \times 5}{9.998\pi \times 5} \right) = \frac{0.02}{5.712} = 0.00347\pi \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow x(t) = 5 e^{-0.2t} C_1 (9.998\pi t - 0.00347\pi)$$



$$t=0 \rightarrow x(0)=5$$

$$t \rightarrow \infty \rightarrow x \rightarrow 0$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{x_0}{x_1}\right)$$

$$\Rightarrow 0.02 = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{5}{x_1}\right)$$

$$0.04\pi$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x_1} = e \Rightarrow x_1 = 4.4096 \text{ in}$$

$$\lambda_2 = x_0 \left(\frac{x_1}{x_0}\right)^2 \Rightarrow \lambda_2 = 5 \left(\frac{4.4096}{5}\right)^2 = 3.889 \text{ in}$$

۵. مینج کی مطابق شکل موصوفی است۔ اگر وزن اس مینج 20,000 lb و سختی باریک صافی مینج

80,000 lb/in فرض شود، اس مینج کتہ اگر فیردی قرار دے کر

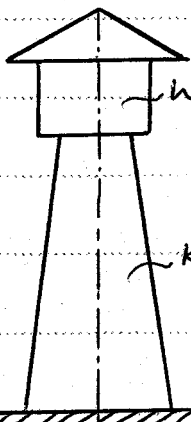
مقدار ان $F=16,000 \text{ lb}$ باشد، معلومت تعین دے

حرکت بی از 3، 5، 10 سیکل، نسبت انحطاط بحرانی،

ضرب انحطاط، فرکانس طبیعی، فرکانس انحطاطی

(دفعہ نویں بی از یہ وقت و حرکت بہ $\frac{2}{3}$ حالت لویہ

کاخش می یابد)



$$W=20,000 \text{ lb}$$

$$k=80,000 \text{ lb/in}$$

$$F=16,000 \text{ lb}$$

$$F=kx_0 \Rightarrow 16,000 = 80,000 x_0 \Rightarrow x_0 = 0.2 \text{ in}, x_1 = 0.133 \text{ in}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{80,000 \times 386.06}{20,000}} = 39.297 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{x_0}{x_1}\right) = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{0.2}{0.133}\right) = 0.0649 = 6.49\%$$

فرکانس انحطاطی

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = 39.297 \sqrt{1-0.0649^2} = 39.214 \text{ rad/s}$$

$$C = 2\xi\omega_n m = 2 \times \frac{6.49}{100} \times 39.297 \times \frac{20,000}{386.06} = 264.25 \text{ lb/in/s}$$

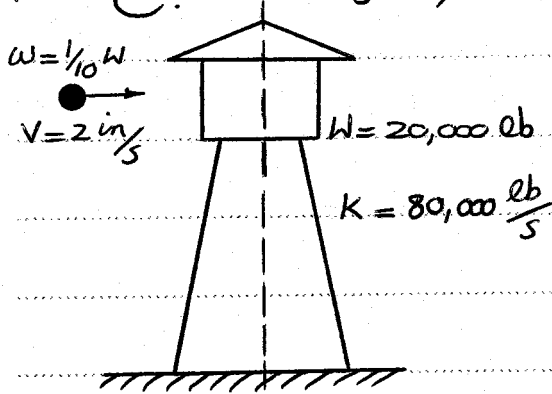
ضرب انحطاط

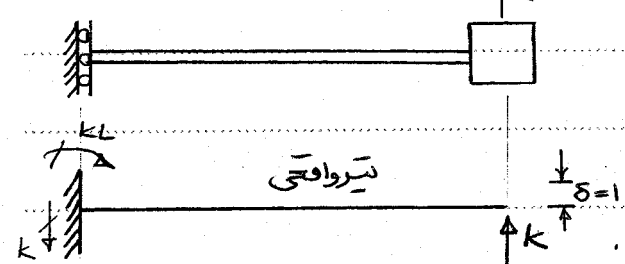
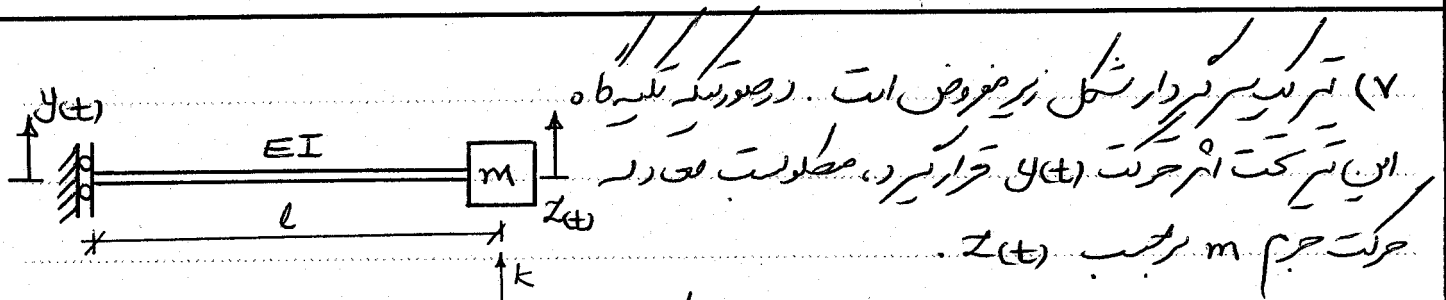
$$n=3 \rightarrow x_3 = x_0 \left(\frac{x_1}{x_0}\right)^3 = 0.2 \left(\frac{0.133}{0.2}\right)^3 = 0.0588$$

تعیین دفعہ بی از n سیکل

$$n=5 \rightarrow x_5 = 0.2 \left(\frac{0.133}{0.2}\right)^5 = 0.026, n=10 \rightarrow x_{10} = 0.2 \left(\frac{0.133}{0.2}\right)^{10} = 3.38 \times 10^{-3}$$

(۶) در صورتیکه در تیرین به طول ۱۰۰ در وزن $\omega = 0.1 \text{ lb}$ با سرعت $v = 2 \text{ in/s}$ به منبع اصابت کند و نوع تصادم الاستیک فرض شود، مطلوب است تعیین تابع تغییر مکان، مقدار Max درش باینده رسم معنی در صورتیکه $\xi = 5$ در نظر گرفته شود.

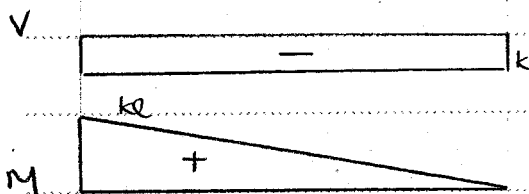




$$\rightarrow \left(\frac{1}{2} \frac{kL}{EI} \times L \right) \left(\frac{2}{3} L \right) = 1$$

$$\rightarrow \frac{kL^3}{3EI} = 1 \Rightarrow k = \frac{3EI}{L^3}$$

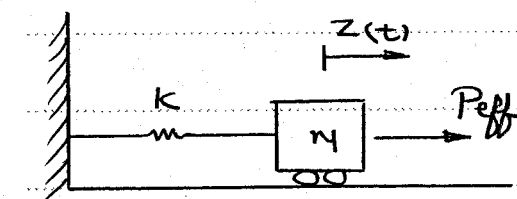
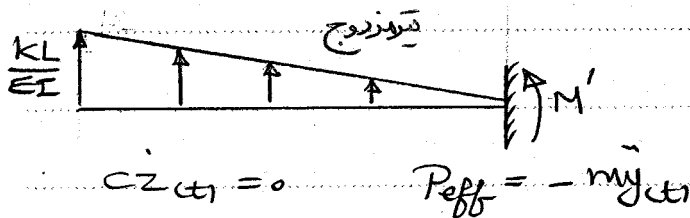
* برابر بدست آوردن سختی k یک تغییر مکان واحد اعمال می کنیم
و نیز در مشتق آخر k را بدست آورده سختی می نامیم



$$x_E = z(t) + y(t)$$

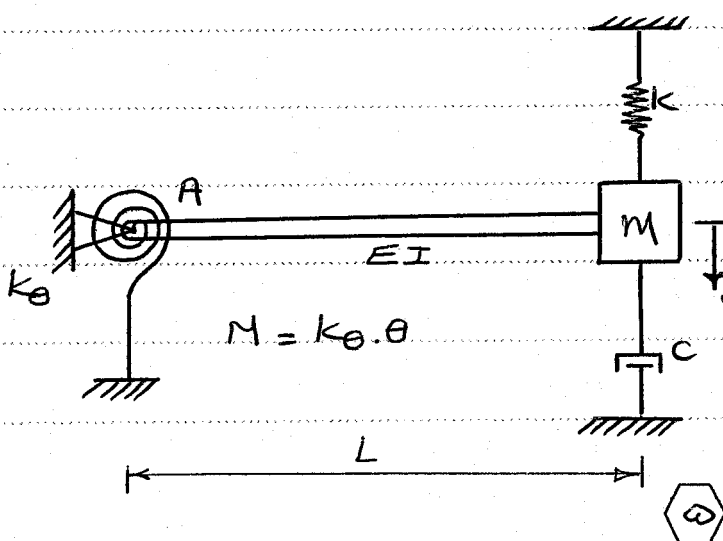
$$\rightarrow \ddot{x}_E = \ddot{z}(t) + \ddot{y}(t)$$

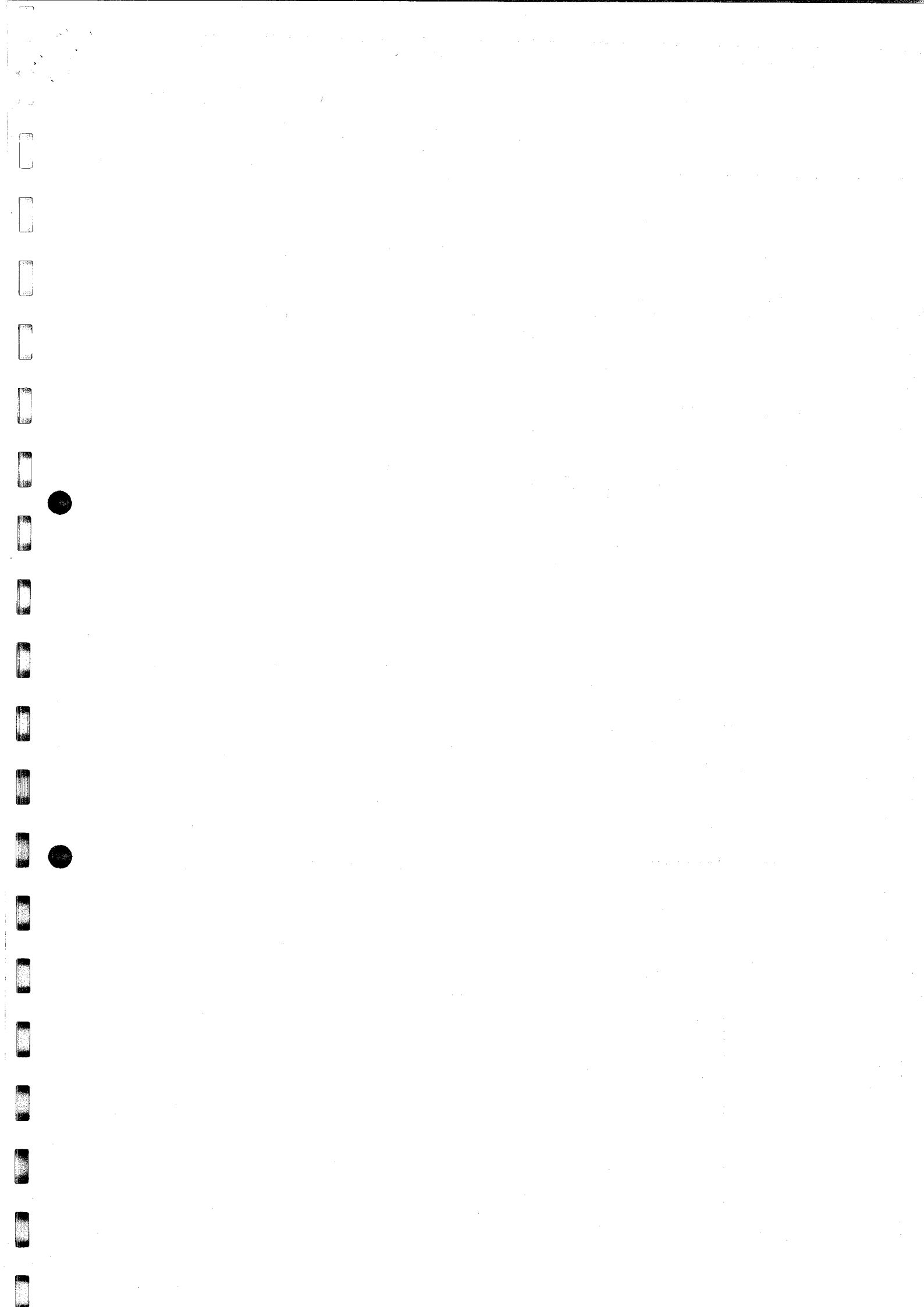
$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{y}(t)$$

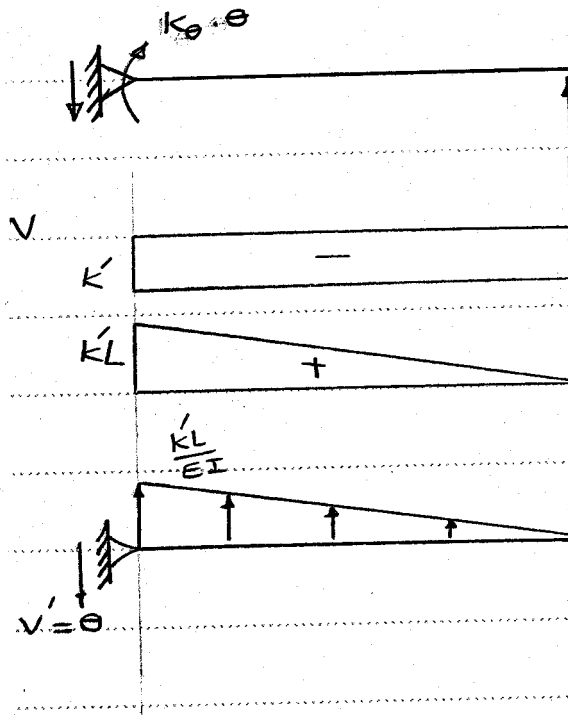


$$m\ddot{z}(t) + \frac{3EI}{L^3} z(t) = -m\ddot{y}(t) + mg$$

(۸) سازه شکل مقابل مفروض است
در صورتیکه تیر AB بی وزن بوده و در
نقطه b علاوه بر لولا توسط فنر نیجشی
مقید شده باشد، معادله حرکت جرم
 m را بر حسب $y(t)$ بدست آورید.
(سختی فنر k_θ می باشد.)







$$K'L = k_0 \cdot \theta \quad (1)$$

$$M' = \delta = 1$$

$$M' - \frac{1}{2} L \frac{K'L}{EI} \left(\frac{2}{3} L \right) + \theta L = 0$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{K'L^3}{3EI} + \theta L \quad (2)$$

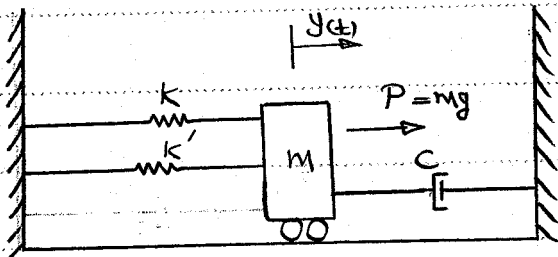
(1), (2) ۸

$$1 = \frac{K'L^3}{3EI} + \frac{K'L^2}{k_0}$$

$$\Rightarrow K' \left(\frac{L^3}{3EI} + \frac{L^2}{k_0} \right) = 1$$

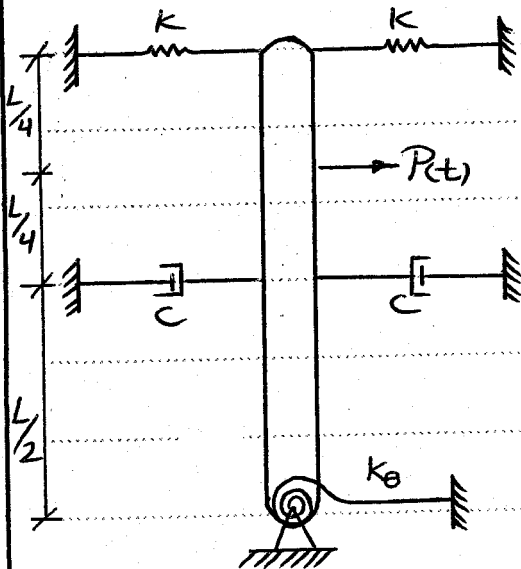
$$\Rightarrow K' \left(L^2 \left(\frac{Lk_0 + 3EI}{3EI k_0} \right) \right) = 1$$

$$\Rightarrow K' = \frac{3EI k_0}{L^2 (Lk_0 + 3EI)}$$



سیستم معادل بصورت مقابل می باشد

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + (k+k')y(t) = mg$$



۹) سیستم صلب دارای تکیه گاه نیمه صلب می باشد که توسط فنر لابی که در انتهای آزاد آن قرار دارند همراه شده است. مطلوبت یعنی در هر حرکت این سیستم در صورتیکه در تمام حتم دروا صد طول این سیستم صلب باشد، در حالتی که $\mu = \mu_0$ باشد یعنی در هر حرکت را بدست آورید و سیستم تکیه گاه آزاد آن را نشان دهید.

روش دوم (سؤال ۹)

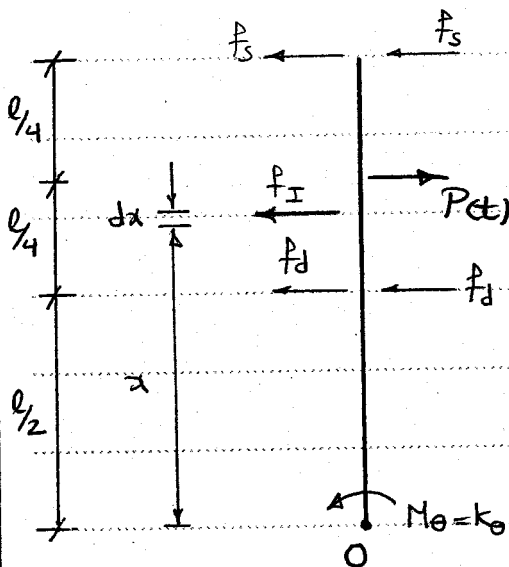
$$M^* = \int_0^L \mu \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx = \mu \int_0^L \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx = \frac{1}{3} L \mu$$

$$C^* = \sum c_i \psi_i^2 = 2c \left(\frac{L/2}{L}\right)^2 = c/2$$

$$K^* = \sum k_i \psi_i + \sum k_\theta (\psi_i')^2 = 2k + k_\theta/L^2$$

$$P^* = \sum P_i \cdot \psi_i = P_{(t)} \frac{3/4}{L} = \frac{3}{4} P_{(t)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} L \mu \ddot{Y}(t) + \frac{c}{2} \dot{Y}(t) + \left(2k + \frac{k_\theta}{L^2}\right) Y(t) = \frac{3}{4} P_{(t)}$$



$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow v(x,t) = \frac{x}{L} \cdot Y(t)$$

$$\sum M_0 = 0 \quad \text{رابطه زیر برقرار است}$$

$$M_I + M_D + M_S + M_\theta = M_{P(t)} \quad (1)$$

$$dM_I = df_I \cdot x$$

$$df_I = dm \cdot \ddot{v}(x,t)$$

$$dm = \mu dx \Rightarrow df_I = \mu \ddot{v}(x,t) dx$$

$$\Rightarrow dM_I = \mu \ddot{v}(x,t) \cdot x \cdot dx$$

$$\Rightarrow M_I = \ddot{Y}(t) \int_0^L \mu \frac{x^2}{L} dx = \ddot{Y}(t) \cdot \mu \int_0^L \frac{x^2}{L} dx$$

$$\Rightarrow M_I = \frac{1}{3} L^2 \mu \cdot \ddot{Y}(t) \quad (2)$$

$$M_D = 2 f_d \cdot \frac{L}{2} = 2 c \dot{v}(\frac{L}{2}, t) \cdot \frac{L}{2} = c \left(\frac{L/2}{L} \right) \dot{Y}(t) \cdot L = \frac{1}{2} L c \cdot \dot{Y}(t) \quad (3)$$

$$M_S = 2 f_s \cdot L = 2 k v(L, t) \cdot L = 2 L k Y(t) \quad (4)$$

$$M_{P(t)} = \frac{3}{4} L P(t) \quad (5)$$

$$M_\theta = k_\theta \cdot \theta \quad \theta = \frac{v(L, t)}{L} = \frac{L/L \cdot Y(t)}{L} = \frac{1}{L} \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow M_\theta = \frac{k_\theta}{L} \cdot Y(t) \quad (6)$$

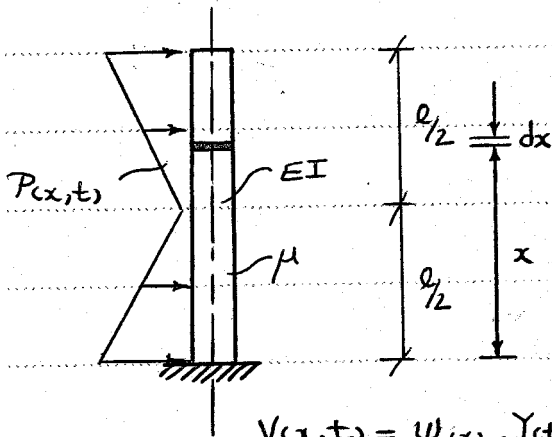
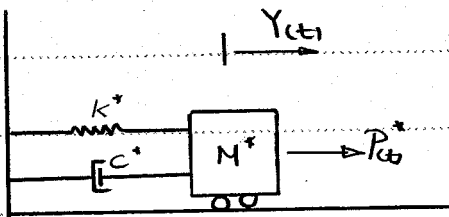
با قرار دادن روابط ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ در رابطه (۱) خواصم داشت.

$$\frac{1}{3} L^2 \mu \ddot{Y}(t) + \frac{1}{2} L c \dot{Y}(t) + 2 L k Y(t) + \frac{k_\theta}{L} Y(t) = \frac{3}{4} L P(t)$$

حاصلی را بر L تقسیم می کنیم:

$$\left(\frac{1}{3} L \mu \right) \ddot{Y}(t) + \left(\frac{1}{2} c \right) \dot{Y}(t) + \left(2k + \frac{k_\theta}{L^2} \right) Y(t) = \frac{3}{4} P(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} M^* = \frac{1}{3} L \mu & \text{جرم معادل} \\ C^* = \frac{1}{2} C & \text{ضریب استهکام معادل} \\ K^* = 2K + \frac{k_0}{L^2} & \text{ضریب سختی معادل} \\ P^* = \frac{3}{4} P(t) & \text{نیروی معادل} \end{array} \right.$$



(۱) ستون یک سر گیردار و شکل معادل مفروض است. در صورتیکه EI و μ طول ستون ثابت فرض شوند، معادلات تعین می‌دهد حرکت، جرم، سختی و ضریب معادل (نتایج شکلی و الصوبت $\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$ را نظر بگیرید).

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) \quad \delta v(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta W_E = \int_0^L p(x,t) dx \delta v(x,t) \\ \delta W_{I_1} = \int_0^L m(x) \delta \theta \\ \delta W_{I_2} = \int_0^L f_I(x,t) dx \delta v(x,t) \end{array} \right.$$

حاصل از میان

حاصل از انرژی

کار مجازی نیروی داخلی حاصل از میخ.

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \rightarrow d\theta = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx \rightarrow \delta d\theta = \frac{\partial^2 \delta v(x,t)}{\partial x^2} dx \\ \frac{m(x)}{EI} &= \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \rightarrow m(x) = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \cdot EI \\ \rightarrow \delta W_{I_1} &= \int_0^L m(x) \delta \theta = \int_0^L \left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right) \cdot EI \cdot \frac{\partial^2 \delta v(x,t)}{\partial x^2} dx \\ &= \int_0^L Y(t) \left(\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right) EI \cdot \delta Y(t) \left(\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right) dx \end{aligned}$$



سوال ۱۰ (روش رانج) ← رابطہ (مستقر) ۸

$$M^* = \int_0^L \mu(x) (\psi(x))^2 dx = \mu \int_0^L \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = \mu \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi}\right) L = 0.2268 \mu L$$

$$K^* = \int_0^L EI (\psi''(x))^2 dx = \int_0^L EI \left(\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = \frac{\pi^4}{16L^4} EI \int_0^L \left(C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx$$

$$= \frac{\pi^4 EI}{16L^4} \left(\frac{L}{2}\right) = 3.044 \frac{EI}{L^3}$$

$$P^* = \int_0^L p(x,t) \psi(x) dx$$

$$p(x,t) = \begin{cases} \frac{2P}{L} (L/2 - x) & 0 \leq x \leq L/2 \\ \frac{2P}{L} (x - L/2) & L/2 \leq x \leq L \end{cases}$$

$$\Rightarrow P^* = 2 \int_0^{L/2} \frac{2P}{L} P (L/2 - x) \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right) dx = \frac{4P}{L} \left(\frac{L^2}{8} - \frac{4L^2}{\pi^2} + \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} L^2\right)$$

$$= 0.101 PL$$

$$\Rightarrow 0.2268 \mu L \ddot{Y}(t) + 3.044 \frac{EI}{L^3} Y(t) = 0.101 PL$$

$$= Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x \rightarrow \frac{d\psi(x)}{dx} = -\frac{\pi}{2L} C_1 \rightarrow \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = 0$$

$$\Rightarrow \delta \omega_{I_1} = Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{\pi}{2L} \right)^4 C_1^2 \left(\frac{\pi}{2L} x \right) dx$$

$$\int_0^L C_1^2 \left(\frac{\pi}{2L} x \right) dx = \int_0^L \left(\frac{1 + C_1 \frac{\pi}{2L} x}{2} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^L (1 + C_1 \frac{\pi}{2L} x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(x + \frac{L}{\pi} \sin \frac{\pi}{L} x \right) \Big|_0^L = \frac{1}{2} \left(L + \frac{L}{\pi} \sin(\pi - 0) \right) = \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow \delta \omega_{I_1} = \frac{L}{2} \cdot Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI$$

که مجاز نیروی داخلی حاصل از نیروی اینرسی؛

$$f_I(x, t) = \mu \cdot \ddot{V}(x, t) = \mu \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t)$$

$$\delta \omega_{I_2} = \int_0^L f_I(x, t) dx \delta V(x, t) = \int_0^L \mu \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t) dx \cdot \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$= \mu \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L (1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x)^2 dx$$

$$\int_0^L (1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x)^2 dx = \int_0^L (1 - 2C_1 \frac{\pi}{2L} x + C_1^2 \frac{\pi^2}{4L^2} x^2) dx$$

$$= \int_0^L (1 - 2C_1 \frac{\pi}{2L} x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} C_1 \frac{\pi}{L} x) dx$$

$$= \left[\frac{3}{2} x - 2 \frac{2L}{\pi} \sin \frac{\pi}{2L} x + \frac{L}{2\pi} \sin \frac{\pi}{L} x \right]_0^L = \frac{3}{2} L - \frac{4L}{\pi} \sin(\frac{\pi}{2} - 0) + \frac{L}{2\pi} \sin(\pi - 0)$$

$$= \frac{3}{2} L - \frac{4}{\pi} L = L \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right)$$

$$\Rightarrow \delta \omega_{I_2} = \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) L \cdot \mu \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t)$$

که مجاز داخلی؛

$$p(x, t) = \begin{cases} P(t) \left(\frac{L}{2} - x \right) & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ P(t) \cdot (x - \frac{L}{2}) & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases}$$

$$\delta \omega_E = \int_0^L p(x, t) dx \delta V(x, t) = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} P(t) \left(\frac{L}{2} - x \right) \cdot \delta Y(t) \psi(x) dx$$

$$= 2 P(t) \cdot \delta Y(t) \cdot \int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{L}{2} - x \right) \left(1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x \right) dx$$

$$\int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2} C_1 \frac{\pi}{2L} x - x + x C_1 \frac{\pi}{2L} x \right) dx =$$

$$\int_0^{l/2} (l/2 - l/2 C_1 \frac{\pi}{2l} x - x) dx + \int_0^{l/2} (x \cdot C_1 \frac{2\pi}{l} x) dx$$

$$1) \int_0^{l/2} (l/2 - l/2 C_1 \frac{\pi}{2l} x - x) dx = \left[l/2 x - l/2 x \frac{2l}{\pi} \sin \frac{\pi}{2l} x - \frac{1}{2} x^2 \right]_0^{l/2}$$

$$= \frac{l^2}{4} - \frac{l^2}{\pi} \sin(\frac{\pi}{4} - 0) - \frac{l^2}{8} = \frac{l^2}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{l^2}{\pi} = l^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \right)$$

$$2) \int_0^{l/2} x \cdot C_1 \frac{2\pi}{l} x \cdot dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

اولین فریب جزیره

$$dv = C_1 \frac{2\pi}{l} x \cdot dx \rightarrow v = \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{l} x \quad u = x \rightarrow du = dx$$

$$\rightarrow \int_0^{l/2} x \cdot C_1 \frac{2\pi}{l} x \cdot dx = \frac{l}{2\pi} x \sin \frac{2\pi}{l} x - \int \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{l} x \cdot dx$$

$$= \frac{l}{2\pi} x \sin \frac{2\pi}{l} x - \frac{l}{2\pi} \cdot \frac{l}{2\pi} (-C_1 \frac{2\pi}{l} x) \Big|_0^{l/2}$$

$$= \frac{l^2}{4\pi} \sin(\pi - 0) + \frac{l^2}{4\pi^2} C_1 (\pi - 0) = -\frac{l^2}{4\pi^2}$$

$$\Rightarrow \int_0^{l/2} (l/2 - x) (1 - C_1 \frac{\pi}{2l} x) = l^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2\pi} - \frac{1}{4\pi^2} \right)$$

$$\Rightarrow \delta W_E = 2l^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2\pi} - \frac{1}{4\pi^2} \right) P_{ct1} \delta Y_{ct1}$$

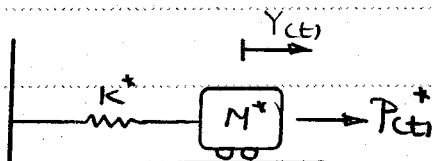
$$\delta W_{I1} + \delta W_{I2} = \delta W_E$$

با استفاده از اصل ب، مجازی داریم

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) L \cdot \mu \cdot \ddot{Y}_{ct1} \cdot \delta Y_{ct1} + \frac{l}{2} \cdot EI \cdot Y_{ct1} \cdot \delta Y_{ct1} = l^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} \right) P_{ct1} \delta Y_{ct1}$$

دو طرف را بر δY_{ct1} تقسیم می‌کنیم

$$\underbrace{\left(\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) L \cdot \mu \right)}_{M^*} \ddot{Y}_{ct1} + \underbrace{\left(\frac{l}{2} \cdot EI \right)}_{K^*} Y_{ct1} = \underbrace{\left(l^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} \right) P_{ct1} \right)}_{P_{ct1}^*}$$



$$\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

نکته: (ادامه حل)

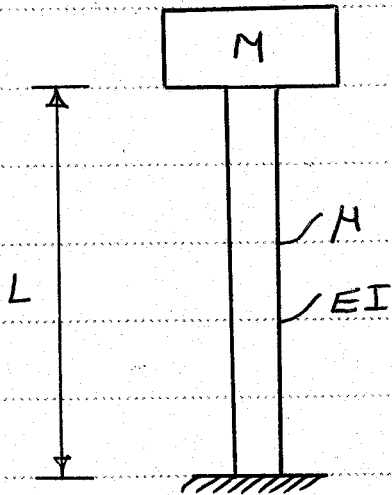
$$M^* = \int_0^L \mu \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + M \left(1 - C_1 \frac{\pi L}{2L}\right)^2 = 0.2268 \mu L + M$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 C_1 x\right)^2 dx = 3.044 \frac{EI}{L^3}$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right) dx + M \left(1 - C_1 \frac{\pi L}{2L}\right) = 0.3634 \mu L + M$$

$$\Rightarrow (0.2268 \mu L + M) \ddot{Y}(t) + 3.044 \frac{EI}{L^3} Y(t) = -(0.3634 \mu L + M) \ddot{x}_g(t)$$

$$M = \mu L$$



نمونه ۱۱: سازه برقی بصورت شکل مقابل مدل شده است. در صورتیکه EI ، μ در طول برج ثابت در نظر گرفته شود، مطلوبت تعیین:

- (الف) معادله حرکت
(ب) حجم معادل
(ج) سختی معادل
(د) نیروی توتر معادل
(ه) ضریب تحریک آزاد
آر این برج تحت اثر حرکت زمین باشد. با ثابت $\psi(x)$ و آزادی باشد.

$$v(x, t) = \psi(x) \cdot Y(t) \rightarrow \delta v(x, t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\delta W_E = \delta W_I \rightarrow 0 = \delta W_{I1} + \delta W_{I2} \quad (1)$$

$$\delta W_{I1} = \int \mu(x) \delta d\theta \quad (1) \text{ کار مجاری نیروهای داخلی}$$

$$= \int EI \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \delta v(x, t)}{\partial x^2} dx = Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx$$

$$\delta W_{I2} = \int f_I(x, t) \cdot \delta v(x, t) \cdot dx + M \cdot \ddot{v}_t(L, t) \cdot \delta v(L, t) \quad (2) \text{ کار مجاری نیروهای انبرشی}$$

$$f_{I1}(x, t) = \mu(x) \cdot \ddot{v}_t(x, t)$$

$$v_t(x, t) = v(x, t) + x_g(t) \rightarrow \begin{cases} \ddot{v}_t(x, t) = \ddot{v}(x, t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{v}_t(L, t) = \ddot{v}(L, t) + \ddot{x}_g(t) \end{cases}$$

$$\rightarrow \delta W_{I2} = \int \mu(x) \cdot \ddot{v}_t(x, t) \cdot \delta v(x, t) dx + M \cdot \ddot{v}_t(L, t) \cdot \delta v(L, t)$$

$$= \mu \int (\ddot{v}(x, t) + \ddot{x}_g(t)) \cdot \psi(x) \cdot \delta Y(t) dx + M (\ddot{v}(L, t) + \ddot{x}_g(t)) \cdot \psi(L) \cdot \delta Y(t)$$

$$= \mu \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L \psi^2(x) dx + \mu \cdot \delta Y(t) \cdot \ddot{x}_g(t) \int_0^L \psi(x) dx$$

$$+ M \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \cdot \psi(L) + M \cdot \delta Y(t) \cdot \ddot{x}_g(t) \cdot \psi(L)$$

$$= \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi^2(x) dx + M \psi^2(L) \right] + \ddot{x}_g(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \right] \quad (3)$$

از قرار دادن روابط (2) و (3) در رابطه (1) خواص ثابت

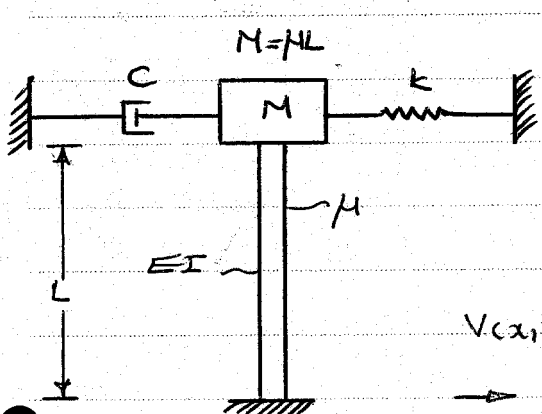
$$\ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x)^2 dx + M \psi(L)^2 \right] + Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = -\ddot{x}_g(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \right]$$

$$\Rightarrow \ddot{Y}(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x)^2 dx + M \psi(L)^2 \right] + Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = -\ddot{x}_g(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \right]$$

$$\text{معمولاً } M^* = \mu \int_0^L \psi(x)^2 dx + M \psi(L)^2 \quad \text{و } K^* = EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$\bar{K} = \mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \quad \text{و } P_{\text{eff}}^* = -\bar{K} \cdot \ddot{x}_g(t)$$

$$M^* \ddot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{\text{eff}}^*(t)$$



نمونه ۱۲: سازه برشی به شکل معادل مدل شده است. مطلوب است معادله حرکت، سختی معادل جرم معادل، نیروی معادل و ضریب استخلاف معادل در صورتیکه سازه تحت اثر حرکت زمینی قرار گرفته باشد.

$$V(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$$\delta V(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\delta W_E = \delta W_I \quad \Rightarrow \quad 0 = \delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} \quad (1)$$

روش کار نیروی مجازی؛

(۱) کار نیروی داخلی؛

$$\begin{aligned} \delta W_{I_1} &= \int m(x) \cdot \delta d\theta + c V(L,t) \cdot \delta V(L,t) + k V(L,t) \cdot \delta V(L,t) \\ &= \int EI \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \delta V(x,t)}{\partial x^2} dx + \psi(L)^2 \cdot \delta Y(t) (c \cdot \dot{Y}(t) + k \cdot Y(t)) \\ &= Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx + \psi(L)^2 \cdot \delta Y(t) (c \cdot \dot{Y}(t) + k \cdot Y(t)) \\ &= Y(t) \cdot \delta Y(t) \left[EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx + k \cdot \psi(L)^2 \right] + \dot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \cdot c \cdot \psi(L)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

(۲) کار نیروی انیشتی؛

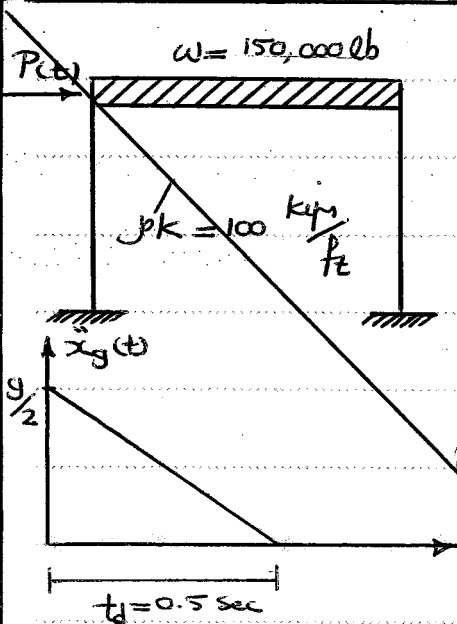
$$\delta W_{I_2} = \int P_I(x,t) \cdot \delta V(x,t) dx + M \dot{V}(x,t) \delta V(x,t)$$

این رابطه در مثال قبل داده شده است. از روش ترانسفران آن خودداری می‌کنیم. جواب: خواص صورت

$$\rightarrow X_{Max} = \left[X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} = 13.29$$

$$\Rightarrow \text{Max تغییر مکان} = 33.94 \text{ in}$$

$$\text{Max برش پایه} \quad Q_{Max} = k X_{Max} = 150 \times 33.94 = 5091 \text{ kips}$$



علاط دارد
 بهترین (۱۵) قاب بند طبقه شکل مقابل مفروض است
 در صورتیکه این قاب تحت اثر نیروی لرزه ای با مشخص
 شتاب برقرار گیرد، مطلوب است تعیین:
 (۱) تابع تغییر مکان
 (۲) رسم تابع تغییر مکان
 (۳) تعیین مقدار Max تغییر مکان و Max برش پایه

$$W = 150,000 \text{ lb} = 150 \text{ kips}$$

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = P_{eff}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} = \sqrt{\frac{kg}{W}} = \sqrt{\frac{100 \times 32.17}{150}} = 4.631 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.357 \text{ s}$$

چون $t_d > \frac{T}{5}$ پس بارگذاری انجام شده بارگذاری اختیاری می باشد.

حسبت اول ($0 < t \leq 0.5$) و تعیین تابع تغییر مکان بر بک اندال در حال

$$x_1(t) = \frac{1}{\omega} v(t) \quad v(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$\ddot{x}_g(\tau) = -g\tau + \frac{1}{2}g$$

$$\Rightarrow v(t) = \int_0^t (-32.17\tau + 16.085) \sin(4.631(t-\tau)) d\tau$$

$$\Rightarrow v(t) = 6.947t - 3.473 C_1(4.631t) + 1.5 \sin(4.631t) + 3.473$$

$$\Rightarrow x_1(t) = 1.5t - 0.75 C_1(4.631t) + 0.324 \sin(4.631t) + 0.75$$

$$t = 0.5 \rightarrow x_{1Max}(0.5) = 2.247$$

فست دوم (t > 0.5) حالت ارتعاشی آزاد

$$x_2(t) = X_{Max} C_1(\omega_n t - \phi)$$

$$X_0 = x(0.5) = 2.247$$

$$\dot{X}_0 = \dot{x}(0.5) \rightarrow \dot{x}(t) = 1.5 + 3.473 \sin(4.631t) + 1.5 C_1(4.631t)$$

$$\rightarrow \dot{X}_0 = 3.037$$

$$\rightarrow \begin{cases} X_{Max} = \left[\dot{X}_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[3.037^2 + \left(\frac{3.037}{4.631} \right)^2 \right]^{1/2} = 2.341 \\ \phi = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3.037}{4.631 \times 2.247} \right) = 0.284 \text{ rad} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2(t) = 2.341 C_1(4.631t - 0.284)$$

$$Max \text{ تغییر مکان} = 2.341 \text{ ft}$$

$$Max \text{ برش پایه} = 100 \left(\frac{kips}{ft} \right) \times 2.341 (ft) = 234.1 \text{ kips}$$

درستی 8

$$\psi(x) = \sin \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* = \int_0^L \mu \left(\sin \left(\frac{\pi x}{2L} \right) \right)^2 dx + M \left(\sin \frac{\pi L}{2L} \right)^2 = \frac{L}{2} \mu + \mu L = 1.5 \mu L$$

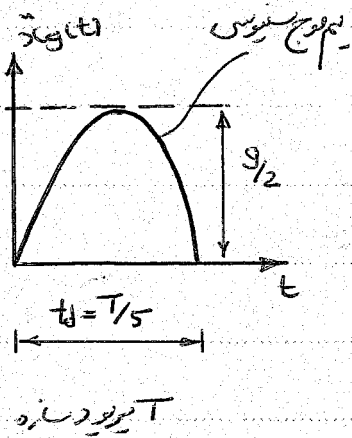
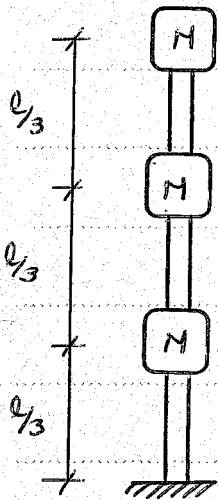
$$K^* = \int_0^L EI \left(-\left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 \sin \frac{\pi x}{2L} \right)^2 dx + k = \frac{\pi^4}{16L^4} \times \frac{L}{2} EI = 3.044 \frac{EI}{L^3} + k$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu \left(\sin \frac{\pi x}{2L} \right) dx + M \left(\sin \frac{\pi L}{2L} \right)^2 = \frac{2}{\pi} L \mu + \mu L = 1.637 L \mu$$

$$C^* = C \left(\sin \frac{\pi L}{2L} \right) = C$$

ادامه تیرین (۱۲)

$$\Rightarrow 1.5 \mu L \ddot{Y}(t) + C \dot{Y}(t) + \left(3.044 \frac{EI}{L^3} + k \right) Y(t) = -1.637 \mu L \ddot{x}_g(t)$$



حل معادله و تصحیح (نمره ۱۳)
برج چهارپایه شوی بصورت سازه مقابل مدل شده است. در صورتیکه

$$W = Mg = 100 \text{ kip} \quad L = 100 \text{ ft}$$

$$EI = 3 \times 10^8 \text{ lb} \cdot \text{in}^2 \quad \mu L = 3M$$

و این سازه تحت اثر حرکت زمین بصورت شکل قرار گیرد. مطلوب تعیین

- ۱) تغییر مکان Max
- ۲) بیش بایر Max
- ۳) مقدار تابع تغییر مکان در آن

$$\left\{ \begin{aligned} L &= 1200 \text{ in} & Mg &= 100 \text{ kip} \Rightarrow W = Mg = 10^5 \text{ لونی} \\ \Rightarrow M &= \frac{10^5}{386.06} = 259.03 \text{ lb جی} \\ \mu L &= 3M \Rightarrow \mu &= \frac{3M}{L} = \frac{3 \times 259.03}{1200} = 0.648 \text{ lb/in} \end{aligned} \right.$$

$$\ddot{x}_g(t) = \frac{g}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{T}\right)t = 193.03 \sin\left(\frac{5\pi}{T}\right)t$$

$$\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

می توان از دو رابطه زیر کاملاً بین هند تابع تغییر مکان را بدست آورد.

$$1) \quad x(t) = \frac{\int_0^t P_{eff}(t) dt}{\omega m^*} \sin \omega(t) \quad P_{eff}(t) = -\bar{k} \ddot{x}_g(t) \quad \text{بارگذاری ضربی}$$

$$2) \quad Y(t) = \frac{\bar{k}}{\omega m^*} V(t) \quad V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \quad \text{بارگذاری اختیاری}$$

حال چون $t_d = T/5$ می باشد و بارگذاری ضربی است پس از همان رابطه ۱ استفاده می کنیم

$$\begin{aligned} M^* &= \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum m_i \psi_i^2 \\ &= \int_0^{1200} 0.648 \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2400}\right)^2 dx + 259.03 \left[\left(1 - C_1 \frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(1 - C_1 \frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(1 - C_1 \frac{\pi}{2}\right)^2 \right] = 504.77 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$K^* = \int_0^L EI \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx = \int_0^{1200} 3 \times 10^8 \times \left(\frac{\pi}{2400} \right)^4 \left(C_1 \left(\frac{\pi x}{2400} \right) \right)^2 dx = 5.25 \times 10^2 \text{ لونی/in} \quad 0.528$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu x_1 \psi_{m1} dx + \sum m_i \psi_i = \int_0^{1200} 0.648 (1 - C_1 \frac{\pi x}{1200 \rightarrow 2400}) dx + 259.03 [(1 - C_1 \frac{\pi}{6}) + (1 - C_1 \frac{\pi}{3}) + (1 - C_1 \frac{\pi}{2})] = 1200.85 \text{ lb} \cdot \text{in} \quad 682.21$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{5.35 \times 10^{-2}}{504.77}} = 1.03 \times 10^{-2} \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 610.3 \text{ s}$$

$$\int_0^{t_f} P_{\text{off}}(t) dt = \int_0^{T/5} -K \ddot{x}_g(t) dt = \int_0^{T/5} -K (193.03 \sin(\frac{5\pi}{T} t)) dt$$

$$= \int_0^{122.06} -1200.85 \times 193.03 \sin((\frac{5\pi}{122.06}) t) dt = 3602,442.5$$

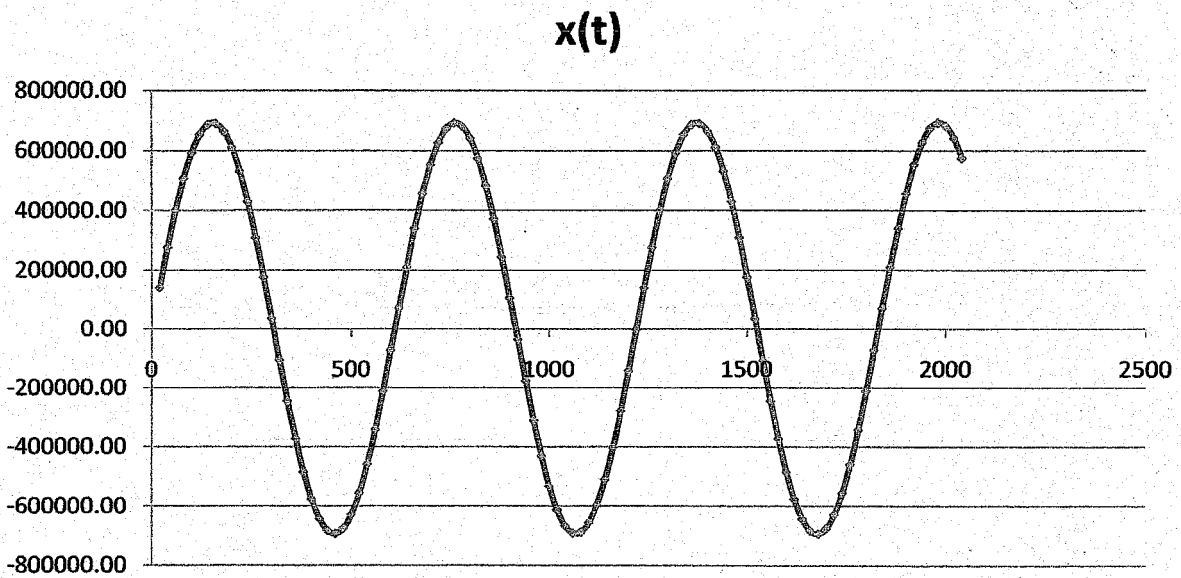
$$\Rightarrow x(t) = \frac{3,602,442.5}{1.03 \times 10^{-2} \times 504.77} \sin(1.03 \times 10^{-2} t) = 692,893.2 \sin(0.0103 t) \quad \leftarrow (t - t_f)$$

$$\rightarrow x_{\text{max}} = 692,893.2 \text{ in}$$

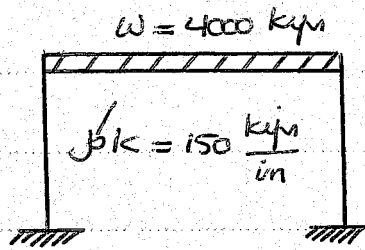
$$Q(t) = \frac{\bar{K}}{m^*} \omega V(t) = \frac{\bar{K}}{m^* \omega} V(t) \times \bar{K} \omega^2 = x(t) \cdot \bar{K} \omega^2 \quad \leftarrow \text{مقدار}$$

$$\rightarrow Q_{\text{max}} = 692,893.2 \times 1200.85 \times (1.03 \times 10^{-2})^2 = 882,73.3 \text{ lb}$$

تغییرات (in)



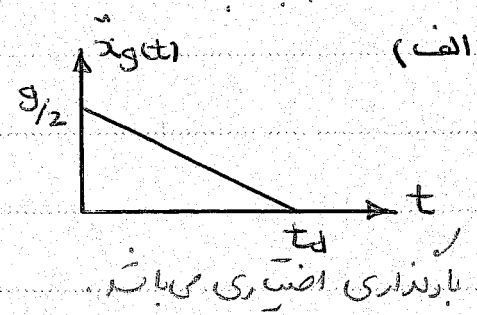
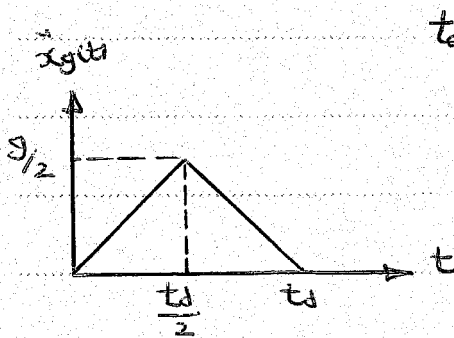
زمان (ثانیه)



حل محدود و صحیح (دومین ۱۶)
قاب شکل مقابل مفروض است. در صورتیکه این قاب بکت
تیر شتاب زمین بصورت دایا گرام $\frac{1}{2}$ ی الف و ب قرار گیرد.
مطلوبت تعیین و

۱) تغییر مکان Max ۲) برش پایه Max

(t_d دو برابر T می باشد)



$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = P_{eff} = -m\ddot{x}_g(t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} = \sqrt{\frac{150 \times 386.06}{4000}} = 3.805 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.805} = 0.526\pi = 1.651 \text{ rad}$$

حالت الف)

فاز اول ($0 < t < 2T$) تعیین تابع تغییر مکان $x(t)$ است.

$$x(t) = \frac{1}{\omega} v(t) \quad v(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$\ddot{x}_g(\tau) = \frac{-g}{4T} \tau + \frac{g}{2}$$

$$\Rightarrow v(t) = \int_0^t \left(\frac{-g}{4T} \tau + \frac{1}{2}g \right) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$v(t) = \int_0^t (-58.46\tau + 193.03) \sin(3.805(t-\tau)) d\tau$$

$$v(t) = -15.36t - 50.73 C_1(3.805t) + 4.04 \sin(3.805t) + 50.7$$

$$\Rightarrow x(t) = -4.04t - 13.32 C_1(3.805t) + 1.062 \sin(3.805t) + 13.32$$

$$\Rightarrow t = 0.784 < 2T = 3.303 \rightarrow x_{1 \text{ Max}} = 23.47$$

فازدوم $(t > 2T)$ و حالت ارتعاش آزاد

$$x_2(t) = x_{2Max} C_1(\omega_n(t-2T) - \phi)$$

$$2T = 3.303 \text{ s}$$

$$x_0 = x_1(3.303) = -13.36 \text{ in}$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_1(3.303) \Rightarrow \dot{x}(t) = -4.04 + 50.6 \sin(3.805t) + 4.03 C_1(3.805t)$$

$$\Rightarrow \dot{x}_0 = \dot{x}(3.303) = 0.068 \text{ in/s}$$

$$\Rightarrow x_{2Max} = [x_0^2 + (\frac{\dot{x}_0}{\omega_n})^2]^{1/2} = 13.36 \text{ in}$$

$$\Rightarrow \text{تغییر مکان ماکزیمم } x_{Max} = x_1(t=0.784) = 23.47$$

برش ماکزیمم را برابر مقایسه از دو رابطه زیر بدست می آوریم.

$$1) Q_{Max} = k x_{Max} = 150 \times 23.47 = 3520.5 \text{ kips}$$

$$2) Q_{Max} = m \omega V_{Max} = m \omega (x_{Max} \cdot \omega) = \frac{4000}{386.06} \times 3.805^2 \times 23.47 = 3520.7 \text{ kips}$$

$$x(t) = \frac{1}{\omega} V(t) \quad V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

(حالت ب)

$$\ddot{x}_g(\tau) = \begin{cases} \frac{g}{2T} \tau & 0 \leq \tau \leq T \\ -\frac{g}{2T} \tau + g & T < \tau \leq 2T \\ 0 & t > 2T \end{cases}$$

فازاول $(0 < t \leq T)$

$$V_1(t) = \int_0^t \frac{g}{2T} \tau \sin \omega(t-\tau) d\tau = \int_0^t 116.92 \tau \sin(3.805(t-\tau)) d\tau$$

$$= 30.73 t - 8.076 \sin(3.805 t)$$

$$x_1(t) = 8.076 t - 2.122 \sin(3.805 t)$$

$$\rightarrow t = T \Rightarrow x_{1Max} = 13.34 \text{ in}$$

فازدوم $(T < t \leq 2T)$

$$V_2(t) = \int_0^T \frac{g}{2T} \tau \sin \omega(t-\tau) d\tau + \int_T^t (-\frac{g}{2T} \tau + g) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$= \int_0^{1.651} 116.92 \tau \sin(3.805(t-\tau)) d\tau + \int_{1.651}^t (-116.92 \tau + 386.06) \sin(3.805(t-\tau)) d\tau$$

$$= -30.73 t + 101.46 C_1(3.805 t - 6.28) + 16.15 \sin(3.805 t - 6.28)$$

$$- 101.46 C_1(3.805(t-1.651)) - 8.08 \sin(3.805 t) + 101.46$$

$$\Rightarrow x_2(t) = -8.08t + 26.66 C_1(3.805t - 6.28) + 4.24 \sin(3.805t - 6.28) \\ - 26.66 C_1(3.805(t - 1.651)) - 2.12 \sin(3.805t) + 26.66$$

$$t=T \rightarrow x_2 \text{ Max} = 13.34 \text{ in}$$

فانسم ($t > 2T$) حالت ارتعاش آزاد

$$x_3(t) = x_{\text{Max}} C_1(\omega_n(t - 2T) + \phi)$$

$$x_0 = x_2(3.303) = -0.011$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_2(3.303)$$

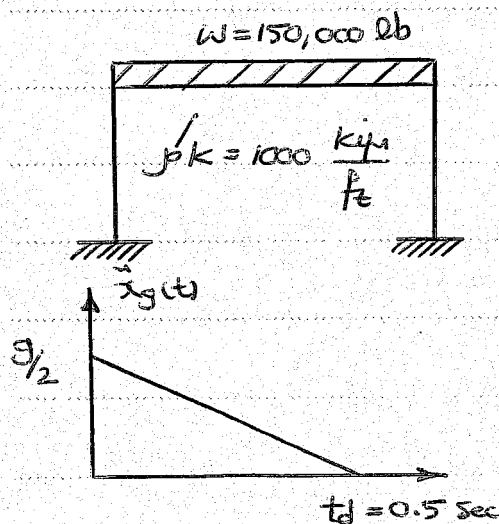
$$\dot{x}_2(t) = -8.08 - 101.44 \sin(3.805t - 6.28) + 16.13 C_1(3.805t - 6.28) \\ + 101.44 \sin(3.805(t - 1.651)) - 8.07 C_1(3.805t)$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_2(3.303) = 0.157$$

$$\Rightarrow x_3 \text{ Max} = \left[x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.043$$

$$\Rightarrow \text{Max} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = 13.34 \text{ in}$$

$$Q_{\text{Max}} = k x_{\text{Max}} = 150 \times 13.34 = 2001 \text{ kips}$$



حل مجدد و تصحیح (تقریب ۱۵)
قاب یک طبقه شکل مقابل مفروض است. (در صورتی که این)
قاب تحت اثر نیروی زلزله ای با معنی زیر قرار گیرد، مطلوب است

- تقریب ۱۵
- (۱) تابع تغییر مکان
 - (۲) رسم تابع تغییر مکان
 - (۳) تقریب مقدار Max تغییر مکان و Max بیش یا نه

$$W = 150,000 \text{ lb} = 150 \text{ kips}$$

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = P_{\text{eff}}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$$

$$\omega = \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2} = \left(\frac{kg}{mg} \right)^{1/2} = \left(\frac{100 \times 32.17}{150} \right)^{1/2} = 4.631 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.357$$

چون $t > \frac{T}{4}$ (0.5 > 0.34) پس بارگذاری ایجاب می‌کند که از صفر است.

$$x_1(t) = \frac{1}{\omega} v_1(t)$$

فاز اول $(0 < t \leq 0.5)$

$$\ddot{x}_g(t) = -g\tau + \frac{1}{2}g$$

$$v_1(t) = \int_0^t (-32.17\tau + 16.085) \sin(4.631(t-\tau)) d\tau$$

$$= 6.947t - 3.473 C_1(4.631t) + 1.5 \sin(4.631t) + 3.473$$

$$\Rightarrow x_1(t) = 1.5t - 0.75 C_1(4.631t) + 0.324 \sin(4.631t) + 0.75$$

$$t = 0.5 \rightarrow x_{1, \text{Max}}(0.5) = 2.247 \text{ ft}$$

$$x_2(t) = x_{\text{Max}} C_1(\omega_n(t-0.5) - \phi)$$

فاز دوم $(t > 0.5)$

$$x_0 = x_1(0.5) = 2.247$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_1(0.5) \rightarrow \dot{x}(t) = 1.5 + 3.473 \sin(4.631t) + 1.5 C_1(4.631t)$$

$$\rightarrow \dot{x}_0 = 3.037$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x_{2, \text{Max}} &= \left[x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[2.247^2 + \left(\frac{3.037}{4.631} \right)^2 \right]^{1/2} = 2.341 \text{ ft} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n x_0} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3.037}{4.631 \times 2.247} \right) = 0.284 \text{ rad} \end{aligned} \right.$$

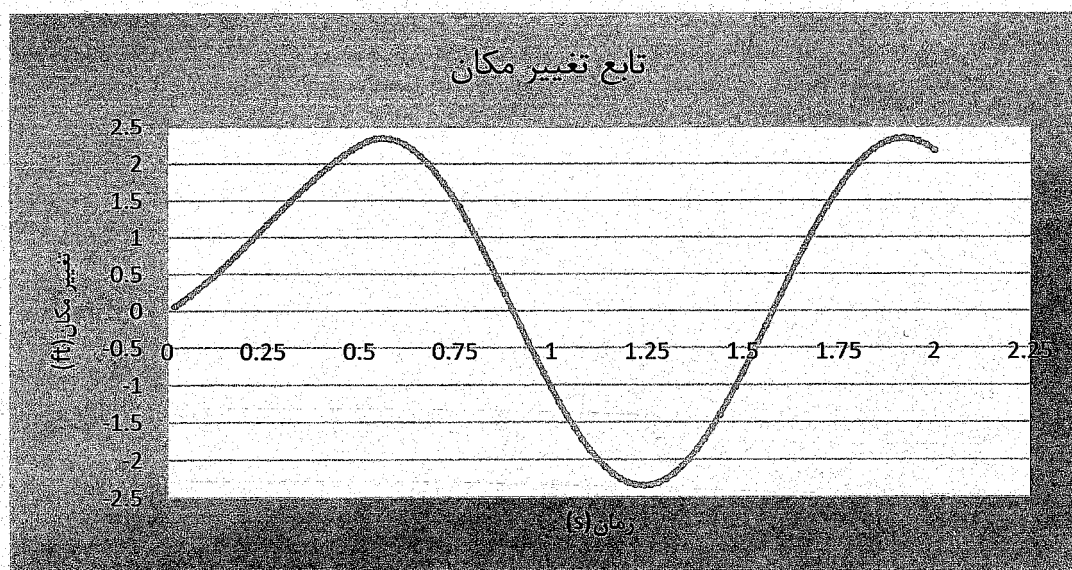
$$\rightarrow x_2(t) = 2.341 C_1(4.631t - 0.284)$$

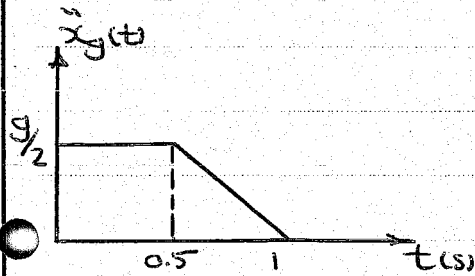
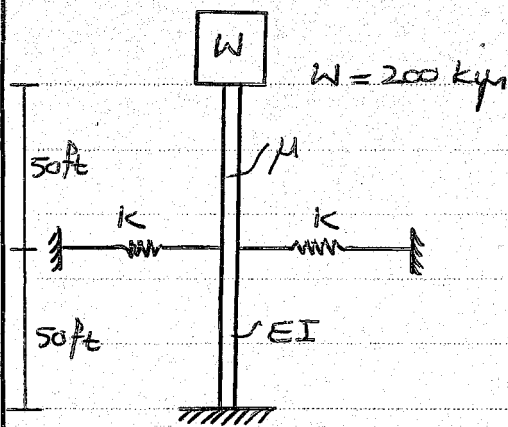
$$\text{Max تغییر مکان} = 2.341 \text{ ft}$$

$$\text{Max بارش پل} = 2.341 \times 100 = 234.1 \text{ kips}$$

در نتیجه

t(s)	x(t)	t(s)	x(t)	t(s)	x(t)	t(s)	x(t)
0.02	0.06318	0.52	2.29826	1.02	-1.23024	1.52	-0.63066
0.04	0.13251	0.54	2.329593	1.04	-1.40917	1.54	-0.41945
0.06	0.20764	0.56	2.340956	1.06	-1.57602	1.56	-0.20464
0.08	0.28819	0.58	2.332252	1.08	-1.72937	1.58	0.011918
0.1	0.37373	0.6	2.303554	1.1	-1.86788	1.6	0.228378
0.12	0.46379	0.62	2.25511	1.12	-1.99039	1.62	0.44288
0.14	0.55784	0.64	2.187335	1.14	-2.09583	1.64	0.653585
0.16	0.65533	0.66	2.100809	1.16	-2.18331	1.66	0.858688
0.18	0.75570	0.68	1.996274	1.18	-2.25207	1.68	1.056429
0.2	0.85833	0.7	1.874626	1.2	-2.30153	1.7	1.245115
0.22	0.96260	0.72	1.736908	1.22	-2.33126	1.72	1.423127
0.24	1.06789	0.74	1.584301	1.24	-2.341	1.74	1.58894
0.26	1.17353	0.76	1.418113	1.26	-2.33067	1.76	1.74113
0.28	1.27888	0.78	1.239769	1.28	-2.30037	1.78	1.878398
0.3	1.38330	0.8	1.050796	1.3	-2.25034	1.8	1.999561
0.32	1.48615	0.82	0.852816	1.32	-2.18103	1.82	2.103584
0.34	1.58681	0.84	0.647525	1.34	-2.09302	1.84	2.189575
0.36	1.68466	0.86	0.436684	1.36	-1.98706	1.86	2.256795
0.38	1.77913	0.88	0.222099	1.38	-1.86408	1.88	2.30467
0.4	1.86966	0.9	0.00561	1.4	-1.72511	1.9	2.332788
0.42	1.95574	0.92	-0.21093	1.42	-1.57135	1.92	2.340909
0.44	2.03688	0.94	-0.42566	1.44	-1.40413	1.94	2.328962
0.46	2.11265	0.96	-0.63674	1.46	-1.22487	1.96	2.297051
0.48	2.18265	0.98	-0.84236	1.48	-1.0351	1.98	2.245449
0.5	2.24655	1	-1.04076	1.5	-0.83647	2	2.174598





$$\mu L g = 2W$$

$$k = 50 \text{ kip/in} = \frac{50,000}{12} = 4166.7 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$L = 1200 \text{ inch}$$

$$W = 200,000 \text{ lb}$$

$$\Rightarrow M = \frac{200,000}{386.06} = 518.1 \text{ lb}$$

$$\mu L g = 2W \Rightarrow \mu L = 2 \frac{W}{g} \Rightarrow \mu L = 2M \Rightarrow \mu = \frac{2 \times 518.1}{1200} = 0.863 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot \gamma(t)$$

$$\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum m_i \psi_i^2$$

$$= \int_0^{1200} 0.863 \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2400}\right)^2 dx + 518.1 \left(1 - C_1 \frac{\pi}{2}\right)^2 = 752.9 \text{ lb}$$

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2}\right]^2 dx + \sum k_i \psi_i^2$$

$$= \int_0^{1200} 2.1 \times 10^8 \left(\frac{\pi}{2400}\right)^4 \left(C_1 \left(\frac{\pi x}{2400}\right)\right)^2 dx + 2 \times 4166.7 \left(1 - C_1 \frac{\pi}{4}\right)^2$$

$$= 715.26 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{715.26}{752.9}} = 0.975 \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 6.45$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx + \sum m_i \psi_i = \int_0^{1200} 0.863 \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2400}\right) dx + 518.1 \left(1 - C_1 \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 894.42 \text{ lb}$$

$$\ddot{x}_g(\tau) = \begin{cases} g/2 & 0 < \tau \leq 0.5 \\ -g(\tau-1) & 0.5 < \tau \leq 1 \\ 0 & \tau > 1 \end{cases}$$

فاز اول (0 < t ≤ 0.5)

$$Y(t) = \frac{\bar{k}}{M^* \omega} V(t) \rightarrow V_1(t) = \psi(\omega) \cdot \frac{\bar{k}}{M^* \omega} V_1(t)$$

$$V_1(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau = \int_0^t 193.03 \sin(0.975(t-\tau)) d\tau$$

$$= -197.98 C_1(0.975 t) + 197.98$$

$$Y_1(t) = \frac{894.42}{752.9 \times 0.975} (-197.98 C_1(0.975 t) + 197.98)$$

$$= -241.22 C_1(0.975 t) + 241.22$$

$$t = 0.5 \quad Y_1 \text{ Max} = 28.1 \text{ in}$$

فاز دوم (0.5 < t ≤ 1)

$$V_2(t) = \int_0^{0.5} \frac{g}{2} \sin \omega(t-\tau) d\tau + \int_{0.5}^t -g(\tau-1) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$= \int_0^{0.5} 193.03 \sin 0.975(t-\tau) d\tau + \int_{0.5}^t -386.06(\tau-1) \sin 0.975(t-\tau) d\tau$$

$$= -395.96 t + 395.96 t C_1(0.975(t-0.5)) - 197.98 C_1(0.975(t-0.5))$$

$$- 197.98 C_1(0.975 t) + 395.96 + (\text{خط})$$

$$Y_2(t) = -482.45 t + 482.45 t C_1(0.975(t-0.5)) - 241.22 C_1(0.975(t-0.5))$$

$$- 241.22 C_1(0.975 t) + 482.45$$

$$t = 1 \rightarrow Y_2 \text{ Max} = 77.76 \text{ in} \quad 96.3\%$$

$$Y_3(t) = Y_{\text{Max}} (C_1(t-1) - \phi) \quad (t \geq 1) \text{ فاز سوم}$$

$$Y_0 = Y_2(1) = 77.76 \text{ in}$$

$$\dot{Y}_0 = \dot{Y}_2(1) \rightarrow \dot{Y}_2(t) = -482.45 + 482.45 C_1(0.975(t-0.5))$$

$$-482.45 t \sin(0.975(t-0.5)) + 241.22 \sin(0.975(t-0.5)) + 241.22 \sin(0.975 t)$$

$$\Rightarrow \dot{Y}_0 = \dot{Y}_2(1) = 30.46 \frac{\text{in}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow Y_{Max} = \left[Y_0^2 + \left(\frac{\dot{Y}_0}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[77.76^2 + \left(\frac{30.46}{0.975} \right)^2 \right]^{1/2} = 83.8 \text{ in}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{30.46}{0.975 \times 77.76} \right) = 0.38$$

- تابع تغییر مکان و

$$0 < t \leq 0.5$$

$$V(x, t) = \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2400} \right) \times \begin{cases} -241.22 C_1 (0.975 t) + 241.22 & 0 < t \leq 0.5 \\ -482.45 t + 482.45 t C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 t) + 482.45 & 0.5 < t \leq 1 \\ 83.8 C_1 (0.975 (t - 1) + 0.38) & t > 1 \end{cases}$$

$$Y_{Max} = 83.8 \text{ in}$$

- مقدار Max تغییر مکان و

$$Q = \frac{\bar{k}^2}{M^*} \omega V(t) = \left(\frac{\bar{k}}{M^* \omega} \right) \bar{k} \cdot \omega^2 V(t)$$

- نسبت نیروی برش و

$$\rightarrow Q = \bar{k} \cdot \omega^2 \cdot Y(t) = 850.26 Y(t)$$

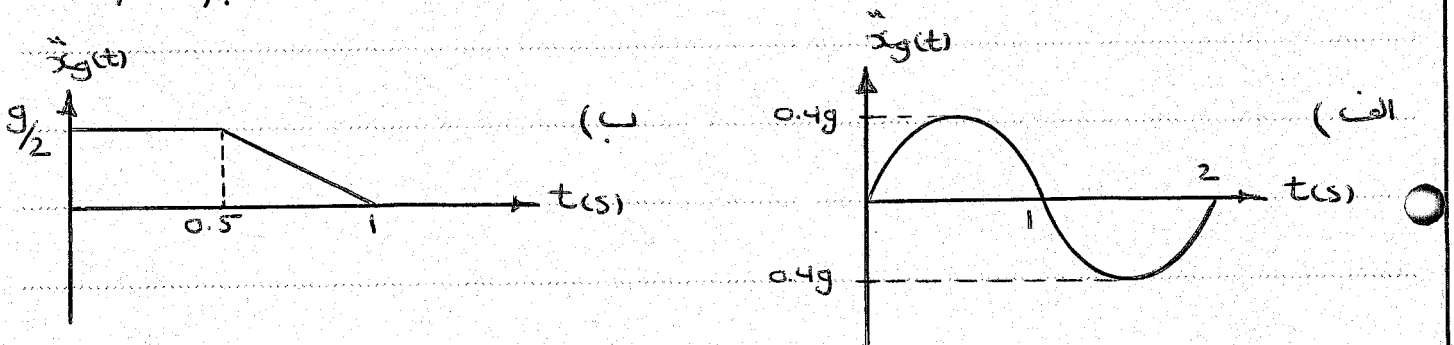
$$Q(t) = 850.26 \times \begin{cases} -241.22 C_1 (0.975 t) + 241.22 & 0 < t \leq 0.5 \\ -482.45 t + 482.48 t C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 t) + 482.45 & 0.5 < t \leq 1 \\ 83.8 C_1 (0.975 (t - 1) + 0.38) & t > 1 \end{cases}$$

- Max برش پایه

$$Q_{Max} = 850.26 \times 83.8 = 71251.79 \text{ lb}$$

تمرین ۱۷) در صورتیکه شتاب ثبت شده زمین در روز زلزله مختلف مطابق اشکال الف و ب باشد، محسوسات تعیین طیف پاسخ این روز زلزله برابر تغییر مکان، سرعت و شتاب طیف لمبی مربوط را برای سه میرایی زیر بدست آورید. (برابر رسم تا ۴۵ پس برود)

$\xi_1 = 0\%$ $\xi_2 = 5\%$ $\xi_3 = 10\%$



حسب الف)
$$\ddot{x}_g(\tau) = \begin{cases} 0.4g \sin \pi \tau & 0 < \tau \leq 2 \\ 0 & \tau > 2 \end{cases}$$

$0 < t \leq 2 \rightarrow v(t) = \int_0^t 0.4g \sin \pi \tau \cdot e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau$

با فرض $(T \leq 4)$ همواره $t > T/4$ می باشد پس پاسخ سازه اجباری است و چون $t > T/2$ می باشد حد اکثر پاسخ سازه در انتهای اجباری است.

$\omega_n = \frac{2\pi}{T}$ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2}$ $g = 32.17 \text{ ft/s}^2$

$$v(t) = \int_0^t 12.868 \sin \pi \tau \cdot e^{-\xi (\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2} (t-\tau)) d\tau$$

برای $\xi = 0$ داریم:

$$v(t) = \int_0^t 12.868 \sin \pi \tau \cdot \sin(\frac{2\pi}{T} (t-\tau)) d\tau$$

$$= 12.868 \left(\frac{\sin(\pi t) + \sin(\frac{2\pi t}{T})}{2(\frac{2\pi}{T} + \pi)} + \frac{\sin(\pi t) - \sin(\frac{2\pi t}{T})}{2(\frac{2\pi}{T} - \pi)} \right)$$

برای $\xi = 5\%$ داریم:

$$A = \frac{9.873}{100 T^2} + \left(\frac{6.274}{T} + \pi \right)^2$$

$$B = \frac{9.873}{100 T^2} + \left(\frac{6.274}{T} - \pi \right)^2$$

$$V(t) = \left[\frac{1}{A} \left[\frac{0.1571 C_1(\pi t)}{T} + \frac{1}{2} \left(\frac{6.274}{T} + \pi \right) \sin(\pi t) - \frac{0.1571}{T} e^{\frac{-0.3142 t}{T}} C_1 \left(\frac{6.274}{T} t \right) + \frac{1}{2} e^{\frac{-0.3142 t}{T}} \left(\frac{6.274}{T} + \pi \right) \sin \left(\frac{6.274 t}{T} \right) \right] + \frac{1}{B} \left[- \frac{0.1571 C_1(\pi t)}{T} + \frac{1}{2} \left(\frac{6.274}{T} - \pi \right) \sin(\pi t) + \frac{0.1571}{T} e^{\frac{-0.3142 t}{T}} C_1 \left(\frac{6.274 t}{T} \right) - \frac{1}{2} e^{\frac{-0.3142 t}{T}} \left(\frac{6.274}{T} - \pi \right) \sin \left(\frac{6.274 t}{T} \right) \right] \right] \times 12.868$$

برای $\xi = 10\%$ داریم:

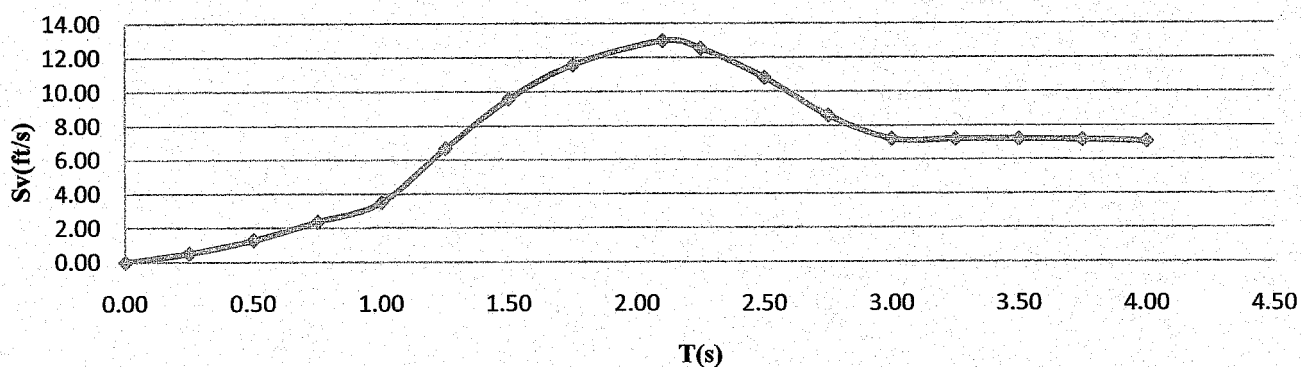
$$C = \frac{0.394}{100 T^2} + \left(\frac{6.283}{T} + \pi \right)^2$$

$$D = \frac{0.394}{100 T^2} + \left(\frac{6.283}{T} - \pi \right)^2$$

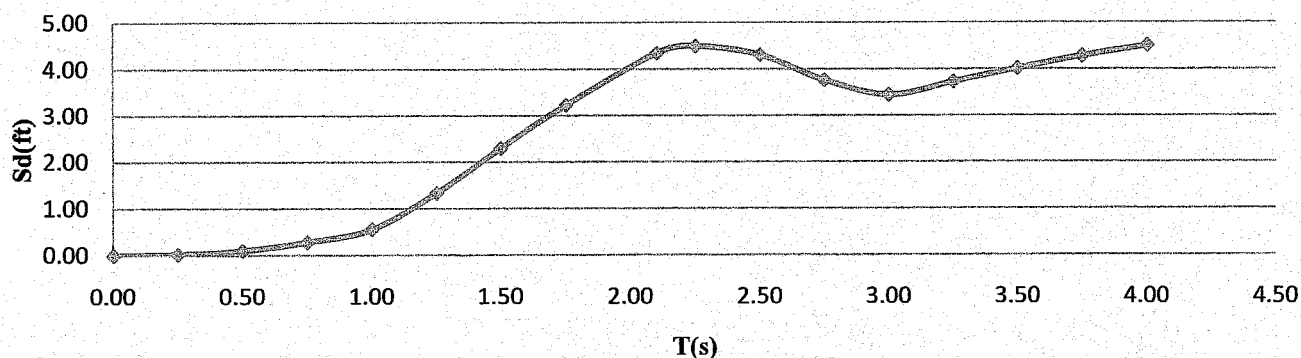
$$V(t) = \left[\frac{1}{C} \left[\frac{+0.314 C_1(\pi t)}{10 T} + \frac{1}{2} \left(\frac{6.283}{T} + \pi \right) \sin(\pi t) - \frac{0.314}{10 T} e^{\frac{-0.628 t}{10 T}} C_1 \left(\frac{6.283 t}{T} \right) + \frac{1}{2} e^{\frac{-0.628 t}{10 T}} \left(\frac{6.283}{T} + \pi \right) \sin \left(\frac{6.283 t}{T} \right) \right] + \frac{1}{D} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{6.283}{T} - \pi \right) \sin(\pi t) + \frac{0.314}{10 T} e^{\frac{-0.628 t}{10 T}} C_1 \left(\frac{6.283 t}{T} \right) - \frac{1}{2} e^{\frac{-0.628 t}{10 T}} \left(\frac{6.283}{T} - \pi \right) \sin \left(\frac{6.283 t}{T} \right) - \frac{0.314 C_1(\pi t)}{10 T} \right] \right] \times 12.868$$

$\zeta=0$																	
T	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.10	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00
S_v	0.00	0.53	1.30	2.37	3.51	6.70	9.59	11.59	12.99	12.54	10.82	8.61	7.22	7.21	7.21	7.17	7.08
S_d	0.00	0.02	0.10	0.28	0.56	1.33	2.29	3.23	4.34	4.49	4.31	3.77	3.45	3.73	4.01	4.28	4.50
S_a	12.87	13.39	16.32	19.84	22.04	33.67	40.19	41.61	38.85	35.03	27.20	19.66	15.13	13.94	12.94	12.01	11.11

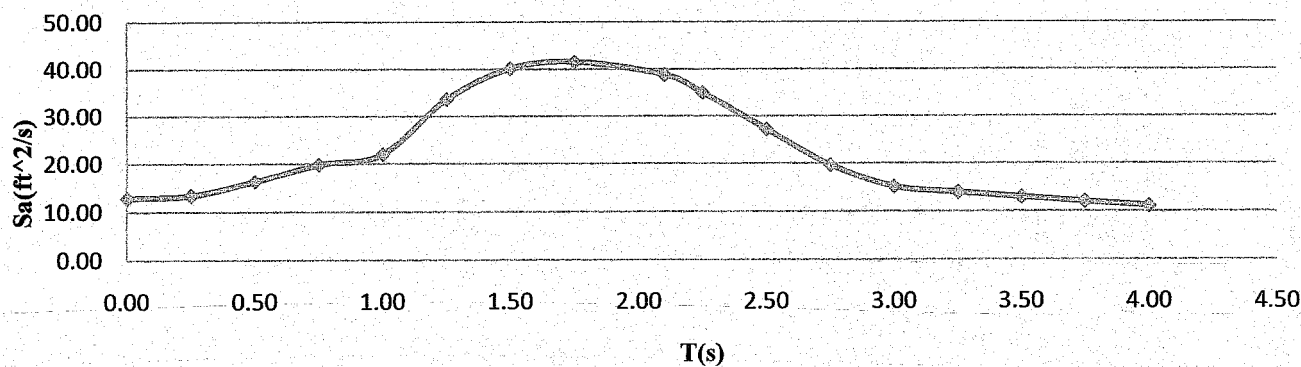
طيف سرعت ($\zeta=0$)



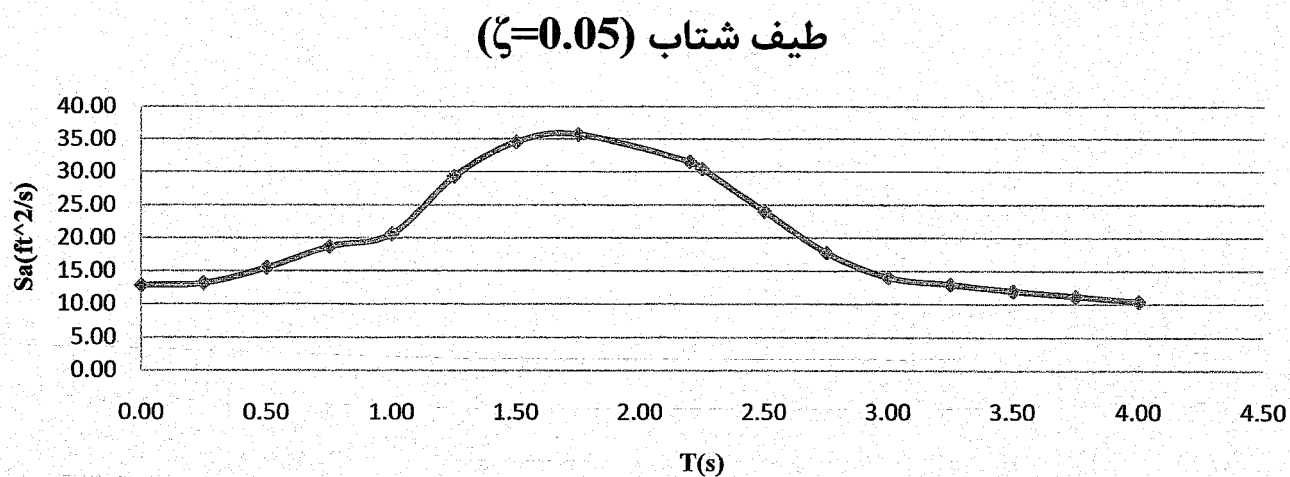
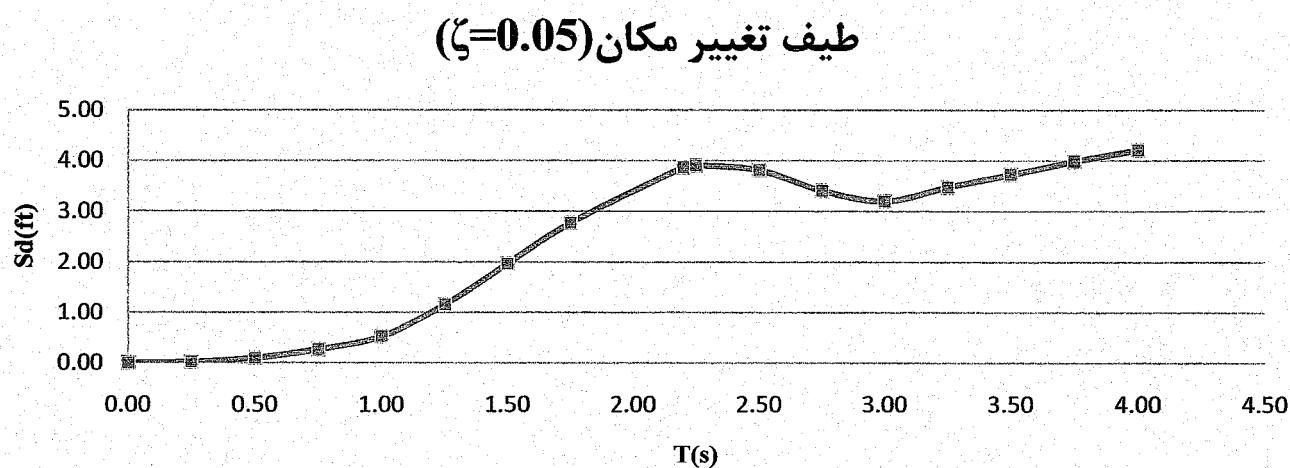
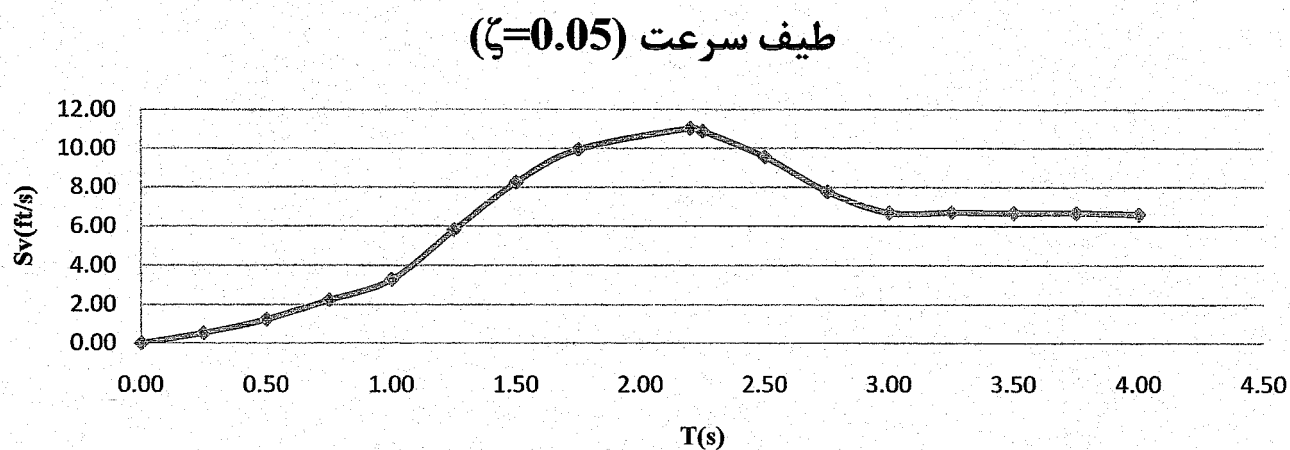
طيف تغيير مكان ($\zeta=0$)



طيف شتاب ($\zeta=0$)

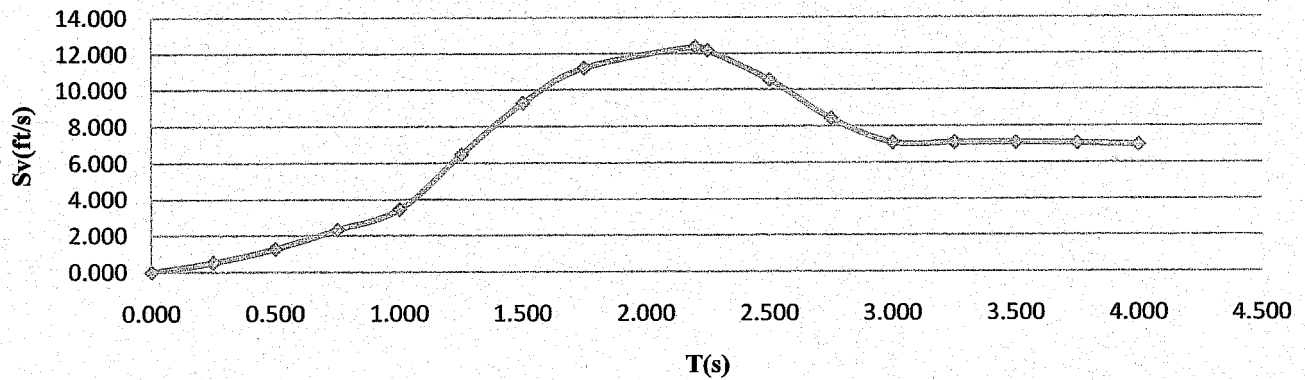
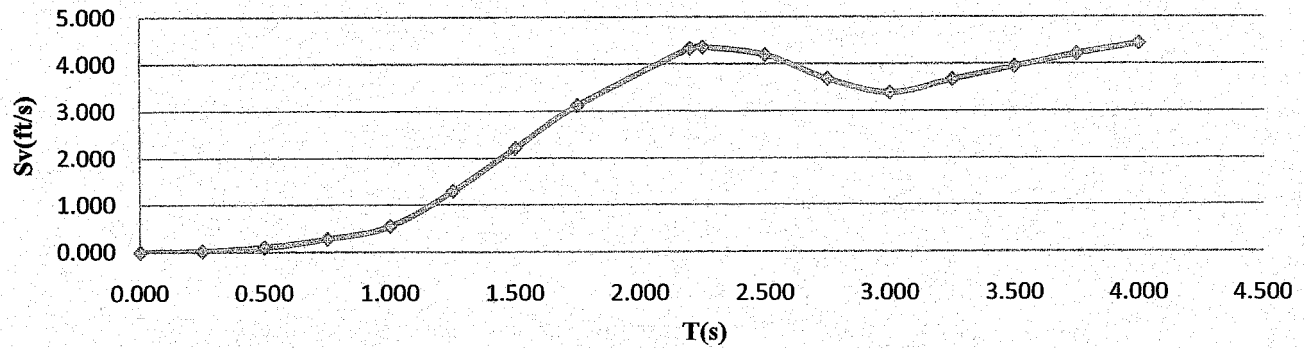
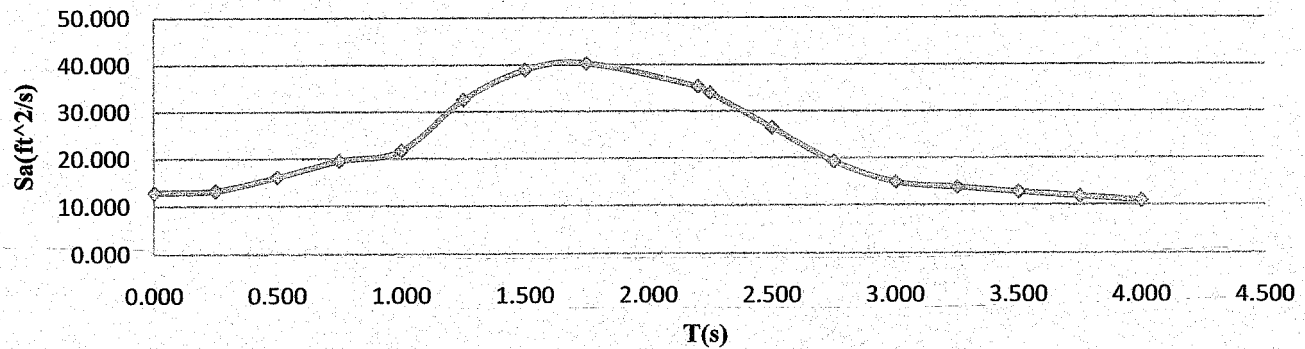


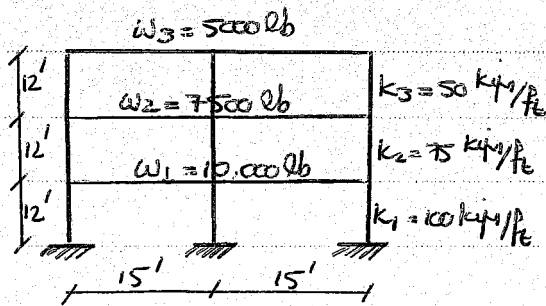
$\zeta=0.05$																	
T	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.20	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00
S_v	0.00	0.52	1.24	2.23	3.29	5.83	8.26	9.96	11.05	10.90	9.58	7.78	6.70	6.72	6.68	6.68	6.62
S_d	0.00	0.02	0.10	0.27	0.52	1.16	1.97	2.78	3.87	3.90	3.81	3.41	3.20	3.48	3.72	3.99	4.21
S_a	12.85	13.16	15.53	18.69	20.65	29.31	34.59	35.78	31.57	30.44	24.07	17.78	14.03	12.99	12.00	11.19	10.39



$\zeta=0.10$

T	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.20	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00
S_v	0.00	0.53	1.29	2.34	3.46	6.49	9.30	11.23	12.39	12.19	10.56	8.44	7.11	7.11	7.10	7.07	6.98
S_d	0.00	0.02	0.10	0.28	0.55	1.29	2.22	3.13	4.34	4.37	4.20	3.69	3.40	3.68	3.95	4.22	4.44
S_a	12.87	13.27	16.15	19.57	21.75	32.61	38.97	40.33	35.40	34.05	26.54	19.28	14.90	13.75	12.75	11.85	10.97

طيف سرعت ($\zeta=0.10$)طيف تغيير مكان ($\zeta=0.10$)طيف شتاب ($\zeta=0.10$)



تمرین ۱۸) قاب ۳ طبقه شکل مفروض است. مطلوب است تعیین:

۱) جرم مدل ۱۲) سختی مدل ۱۳) فرکانس پایه قاب
در صورتی که قاب دارای نسبت انحطاط بحرانی $\beta = 2$ باشد و در منطقه تهران که شدت Max زمین $0.35g$

می باشد قرار داشته باشد و برای محاسبه آن در مقابل زلزله بتجانس از نمودارهای شکل "A" استفاده کرد. هم چنین مطلوب است تعیین: ۱) تغییر مکان Max ۲) برش پایه Max

$$M_1 = \frac{10000}{386.06} = 25.9 \text{ lb-sec}^2/\text{ft}$$

$$M_2 = \frac{7500}{386.06} = 19.43 \text{ lb-sec}^2/\text{ft}$$

$$M_3 = \frac{5000}{386.06} = 12.95 \text{ lb-sec}^2/\text{ft}$$

$$12 \text{ ft} = 144 \text{ in}$$

$$15 \text{ ft} = 180 \text{ in}$$

$$k_1 = 100 \frac{\text{kip}}{\text{ft}} \times \frac{10^3 \text{ lb}}{\text{kip}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = 8333.3 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$k_2 = 75 \times \frac{10^3}{12} = 6250 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$k_3 = 50 \times \frac{10^3}{12} = 4166.7 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$\frac{H}{D} = \frac{3 \times 144}{2 \times 180} = 1.2 < 1.5 \Rightarrow \psi_{ci} = \sin \frac{\pi i}{2H} = \sin \frac{\pi i}{864}$$

تراز	$K (\frac{\text{lb}}{\text{in}})$	$M (\text{lb-sec}^2/\text{ft})$	ψ_i	$\Delta \psi_i$	$M \psi_i^2$	$K \Delta \psi_i^2$
3		12.56	1		12.56	
2	4166.7	19.43	0.866	0.134	14.57	74.817
1	6250	25.9	0.5	0.366	6.475	837.225
0	8333.3			0.5		2083.333
Σ					$M^* = 33.605$	$K^* = 2995.375$

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{2995.375}{33.605}} = 9.44 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.666 \text{ s}$$

$$S_d = \frac{0.35}{0.2} \times 1.4 = 2.45 \text{ in}$$

$$\bar{K} = \Sigma m_i \psi_i^2 = 42.73 \text{ lb-sec}^2/\text{ft}$$

$$Q_{\text{Max}} = \frac{\bar{K}}{M^*} S_a$$

$$S_a = 0.3 \times \frac{0.35}{0.2} g = 0.525g$$

$$Q_{\text{Max}} = \frac{42.73^2}{33.605} \times 0.525g = 11012.2 \text{ lb زنی}$$

تمرین ۱۹) برج مخازن تهری بصورت شکل مقابل مدل شده است. در صورتیکه $w = 100 \text{ kip}$ وزن یابیه برابر 150 kip و صلبیت خمشی $EI = 9.1 \times 10^8 \text{ lb.in}^2$ باشد، مطلوب است تعیین

جرم مقابل، نسبت معدل و فرکانس یابیه برج
حجم خمشی تعیین کنید مقدار M_{max} تغییر مکان نسبت نیروی لرزانی

و بیش یابیه M_{max} در صورتیکه این برج در منطقه ای قرار دارد که شدت M_{max} است $0.35g$ باشد و بتوانیم از نمودارهای شکل A برای خواص آن استفاده کرد.

$$\xi = 7\% \quad M_L g = 150 \text{ kip}$$

$$M = \frac{100 \times 10^3}{32.17} = 3108.5 \text{ lb.ft}$$

$$\mu = \frac{150 \times 10^3}{80 \times 32.17} = 58.28 \frac{\text{lb.ft}}{\text{ft}}$$

$$\phi_{max} = 1 - C_1 \frac{\pi}{160}$$

$$M^* = \int_0^{80} 58.28 \left(1 - C_1 \frac{\pi}{160}\right)^2 + 3108.5 = 4165.7 \text{ lb.ft}$$

$$K^* = \int_0^{80} 9.1 \times 10^8 \left(\frac{1}{12}\right)^2 \left(\left(\frac{\pi}{160}\right)^2 C_1 \frac{\pi}{160}\right)^2 dx = 37.57 \frac{\text{lb.ft}}{\text{ft}}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{37.57}{4165.7}} = 0.095 \quad \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.66$$

تکلیف ۱۷
قسمت ب

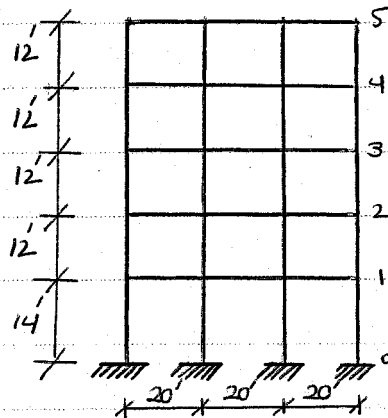
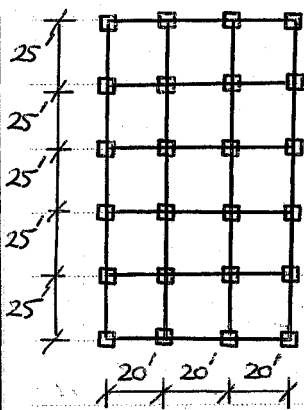
$$\tilde{x}_g(\tau) = \begin{cases} \delta/2 & 0 < \tau \leq 0.5 \\ -g\tau + g & 0.5 < \tau \leq 1 \\ 0 & \tau > 1 \end{cases}$$

$$V(t) = \int_0^t 16.085 e^{-\xi(\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2}(t-\tau)\right) d\tau \quad 0 < t \leq 0.5$$

$$V(t) = \int_0^{0.5} 16.085 e^{-\xi(\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2}(t-\tau)\right) d\tau + \int_{0.5}^t (-32.17\tau + 32.17) e^{-\xi(\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2}(t-\tau)\right) d\tau \quad 0.5 < t \leq 1$$

بمقربین (۲۰) ساختمان ۵ طبقه شکل زیر مفروض است. (در صورتی که ابعاد مقاطع کلیه ستون‌ها یکسان و برابر $16 \times 16 \text{ in}^2$ باشد، مدول الاستیسیته بتن به صورت $E = 3.6 \times 10^6 \text{ psi}$ ، شدت باربرنده در طبقات 90 lb/ft^2 و در بام 60 lb/ft^2 و حجم بتن به شدت باربرنده در طبقات 70 lb/ft^2 و در بام 30 lb/ft^2 در نظر گرفته شود، مطلوب است تعیین جرم معادل، سختی معادل برابر با صفت ه

الف) $\psi_a(x) = \sin \frac{\pi x}{2L}$ (ب) $\psi_b(x) = \frac{x}{L}$ (ج) $\psi_c(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$



* شدت باربرنده در طبقات ۳۵٪ و در بام ۶۵٪ می باشد.

وزنی $E = 3.6 \times 10^6 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$

$K_a = \frac{12EI}{L^3}$ $I = \frac{16^4}{12} = 5461.33 \text{ in}^4$

$K_{\text{story}} = \sum_i K_i = 4K_a$

$K_{1-2} = K_{2-3} = K_{3-4} = K_{4-5} = 4 \times \frac{12 \times 3.6 \times 10^6 \times 5461.33}{(12 \times 12)^3} = 316049.2 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$

$K_{0-1} = 4 \times \frac{12 \times 3.6 \times 10^6 \times 5461.33}{(14 \times 12)^3} = 199028.1 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$

جرم صریح در طبقه $M = \frac{A}{g} (DL + 0.35LL) = \frac{25 \times 60}{386.06} (90 + 0.35(70)) = 444.88 \text{ lb}$

جرم صریح در بام $M = \frac{A}{g} (DL + 0.65LL) = \frac{25 \times 60}{386.06} (60 + 0.65(30)) = 308.89 \text{ lb}$

$A \rightarrow$ سطح بارگیر قابل مسدود

الف) $\psi_a(x) = \sin \frac{\pi x}{2L}$

$\Rightarrow \psi_a(x) = \sin \frac{\pi}{2 \times 62} x = \sin \frac{\pi}{124} x$

تراز	$K (lb/in)$	$M (lb)$	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$K\Delta\psi_i^2$
5		308.89	1		308.89	
4	316049.2	444.88	0.954	0.046	404.89	668.76
3	316049.2	444.88	0.821	0.133	299.88	5590.59
2	316049.2	444.88	0.612	0.209	166.63	13805.35
1	316049.2	444.88	0.347	0.265	53.57	22194.56
0	199028.1		0	0.347		23964.77
Σ					$M^* = 1233.86$	$K^* = 66224.03$

$$\Rightarrow \omega_a = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{66224.03}{1233.86}} = 7.326 \frac{rad}{s} \rightarrow T_a = 0.858 s$$

$$\psi_b(x) = \frac{x}{L} \quad (c)$$

تراز	$K (lb/in)$	$M (lb)$	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$K\Delta\psi_i^2$
5		308.89	1		308.89	
4	316049.2	444.88	0.806	0.194	289.01	11894.83
3	316049.2	444.88	0.613	0.193	167.17	11772.52
2	316049.2	444.88	0.419	0.194	78.1	11894.83
1	316049.2	444.88	0.226	0.193	22.72	11772.52
0	199028.1		0	0.226		10165.56
Σ					$M^* = 865.89$	$K^* = 57500.26$

$$\Rightarrow \omega_b = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{57500.26}{865.89}} = 8.149 \frac{rad}{s} \rightarrow T_b = 0.771 s$$

$$\psi_c(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L} \quad (c)$$

$$\Rightarrow \psi_c(x) = 1 - C_1 \frac{\pi}{2 \times 62} x = 1 - C_1 \frac{\pi}{124} x$$

(Y)

تراز	$K (lb/in)$	$M (lb)$	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M \psi_i^2$	$K \Delta\psi_i^2$
5		308.89	1		308.89	
4	316049.2	444.88	0.701	0.299	218.61	28255.11
3	316049.2	444.88	0.429	0.272	81.88	23382.58
2	316049.2	444.88	0.209	0.22	19.43	15296.78
1	316049.2	444.88	0.062	0.147	1.71	6829.51
0	199028.1		0	0.062		765.06
Σ					$M^* = 630.52$	$K^* = 74529.04$

$$\Rightarrow W_c = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{74529.04}{630.52}} = 10.87 \rightarrow T = 0.578$$

بنابر این تابع شکلی $\sin \frac{\pi x}{2L}$ به این حرکت در فرکانس طبیعی کمتری در دسترس است.

تقریباً (۲۱) درصد در بیش از 20 تراز فرض نمود که برای طراحی بارهای ویژه می توان از بارهای
 به شکل A با شتاب $\ddot{u}_g = 0.35g$ استفاده کرد، مطلوبیت تقس $\ddot{u}_{g, Max}$ تغییر مکان
 $\ddot{u}_{g, Max}$ بیش یا به $\ddot{u}_{g, Max}$ نیروی جانبی تراز طبقات از سوی نیروی زلزله.
 (فرض $\xi = 10\%$)

$$M^* = 1233.86 \text{ lb}$$

$$\psi_a(x) = \sin \frac{\pi x}{2L} \quad (\text{الف})$$

$$\bar{K} = \sum M_i \psi_i^2 = 308.89 + 444.88(0.954 + 0.821 + 0.612 + 0.347) = 1525.2 \text{ lb}$$

$$T = 0.858, \xi = 10\% \rightarrow S_d = 1.7 \text{ in} \quad S_v = 7.6 \frac{\text{in}}{\text{Sec}} \quad S_a = 0.14g \frac{\text{in}}{\text{Sec}^2}$$

11 تغییر مکان $\ddot{u}_{g, Max}$

$$V(x, t) = \psi_{eq} \frac{\bar{K}}{M^*} S_d = \frac{1525.2}{1233.86} \times 1.7 \psi_i = 2.1 \psi_i$$

$$V_{Max}(x, t) = 2.1 \text{ in}$$

۲ بیش یا به $\ddot{u}_{g, Max}$

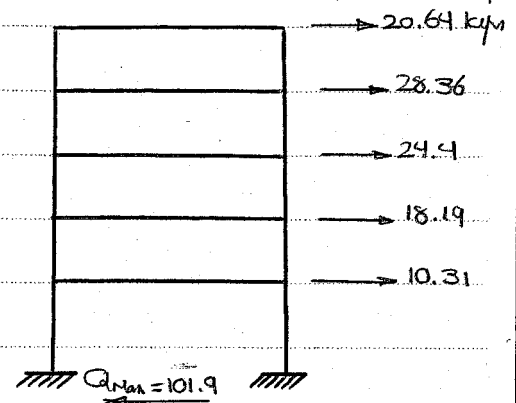
$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}^2}{M^*} S_a = \frac{1525.2^2}{1233.86} (0.14g) = 263.95g = 101900.54 \frac{\text{lb} \cdot \text{in}}{\text{Sec}^2}$$

$$= 101900.54 \text{ lb وزنی} = 101.9 \text{ kip}$$

(۳) نیروهای جانبی Max در تراز طبقات و

$$q_{i, Max} = \frac{\bar{K}}{M^*} S_a \cdot M_{i, Max} \cdot \psi_i \rightarrow q_{i, Max} = \frac{\bar{K}}{M^*} S_a \cdot M_i \cdot \psi_i = \frac{Q_{Max}}{\bar{K}} M_i \cdot \psi_i$$

$$\rightarrow q_{i, Max} = \frac{101900.54}{1525.2} M_i \cdot \psi_i = 66.81 M_i \cdot \psi_i$$



$$M^* = 865.89 \text{ lb}$$

$$\psi_b(x) = \frac{x}{L} \quad (\text{ب})$$

$$\bar{K} = \sum M_i \psi_i = 308.89 + 444.88(0.806 + 0.613 + 0.419 + 0.226) = 1227.12 \text{ lb}$$

$$T = 0.771 \text{ s}, \quad \xi = 10\% \rightarrow S_d = 0.9 \text{ in} \quad S_v = 7.3 \text{ in/sec} \quad S_a = 0.15g \frac{\text{in}}{\text{sec}^2}$$

(۱) تغییر مکان Max

$$v(x, t) = \psi_i \frac{\bar{K}}{M^*} S_d = \frac{1227.12}{865.89} \times 0.9 \times \psi_i = 1.275 \psi_i$$

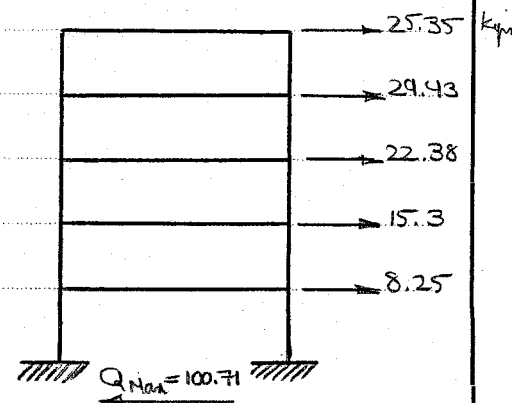
$$v_{Max}(x, t) = 1.275 \text{ in}$$

(۲) بیش‌بایی Max

$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}^2}{M^*} S_a = \frac{1227.12^2}{865.89} (0.15g) = 260.86 g = 100706.5 \frac{\text{lb in}}{\text{sec}^2} = 100706.5 \frac{\text{lb}}{\text{in}} = 100.71 \text{ kN}$$

(۳) نیروهای جانبی Max در تراز طبقات و

$$q_{i, Max} = \frac{Q_{Max}}{\bar{K}} M_i \cdot \psi_i = \frac{100706.5}{1227.12} M_i \cdot \psi_i = 82.07 M_i \cdot \psi_i$$



(۴)

$$M^* = 630.52 \text{ lb}$$

$$\psi_c(u) = 1 - C_1 \frac{\pi \lambda}{2L} \quad (\text{ج})$$

$$\bar{K} = \sum M_i \psi_i = 308.89 + 444.88(0.701 + 0.429 + 0.209 + 0.062) = 932.17 \text{ lb}$$

$$T = 0.578 \quad \xi = 10\% \rightarrow S_d = 0.62 \text{ in} \quad S_v = 6.7 \frac{\text{in}}{\text{sec}} \quad S_a = 0.185 g \frac{\text{in}}{\text{sec}^2}$$

۱) تغییر مکان Max

$$V_c(u, t) = \psi_c(u) \cdot \frac{\bar{K}}{M^*} S_d = \frac{932.17}{630.52} \cdot 0.62 \psi_i = 0.917 \psi_i$$

$$V_{Max}(u, t) = 0.917 \text{ in}$$

۲) بیش بایر Max

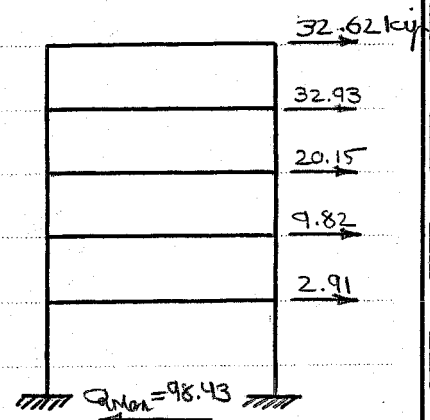
$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}^2}{M^*} S_a = \frac{932.17^2}{630.52} (0.185 g) = 254.95 g = 98427.8 \frac{\text{lb} \cdot \text{in}}{\text{sec}^2}$$

$$= 98427.8 \text{ lb} = 98.43 \text{ kip}$$

۳) نیروهای جانبی Max در تراز طبقات

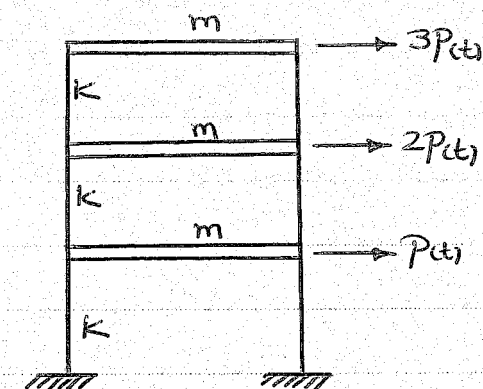
$$q_i^{Max} = \frac{Q_{Max}}{\bar{K}} M_i \psi_i = \frac{98427.8}{932.17} M_i \psi_i$$

$$= 105.59 M_i \psi_i$$

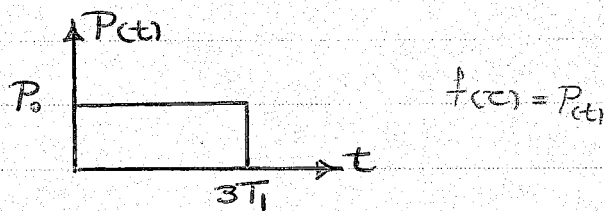


* در روابط ضرب $\frac{0.35}{0.2}$ خافوش شده است. بکام نزله و تغییر مکان باید در این ضرب ضرب کردند

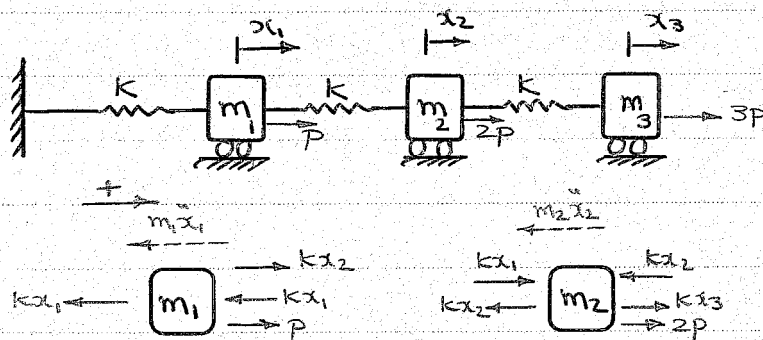




تیمون ۲۲ و ساختمان سه طبقه شکل تحت اثر نیروهای نشان داده شده در شکل قرار گرفته است. اولاً سیستم معادلات حرکت را بدست آورید، ثانیاً فرکانس های و دامپ زایی مدی متعلق به آن را محاسبه کنید.
توابع تغییر مکان را در حرکت از طبقات بدست آورید.
(T_1 نیز تورد مد اول ساختمان می باشد).



تعیین مدل دینامیکی



$$m_1 = m_2 = m_3 = m$$

$$m_1: \sum F_x = 0 \Rightarrow -m\ddot{x}_1 - 2kx_1 + kx_2 + P = 0$$

$$m_2: \sum F_x = 0 \Rightarrow -m\ddot{x}_2 + kx_1 - 2kx_2 + kx_3 + 2P = 0$$

$$m_3: \sum F_x = 0 \Rightarrow -m\ddot{x}_3 + kx_2 - kx_3 + 3P = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m\ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 = P \\ m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 - kx_3 = 2P \\ m\ddot{x}_3 - kx_2 + kx_3 = 3P \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ 2P \\ 3P \end{bmatrix}$$

$$[M][\ddot{x}] + [K][x] = [F]$$

①

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 = 0 \\ m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 - kx_3 = 0 \\ m\ddot{x}_3 - kx_2 + kx_3 = 0 \end{cases} \quad \text{جواب } \{x_i(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\begin{cases} (-m\omega^2 x_1 + 2kx_1 - kx_2) \sin \omega t = 0 \\ (-m\omega^2 x_2 - kx_1 + 2kx_2 - kx_3) \sin \omega t = 0 \\ (-m\omega^2 x_3 - kx_2 + kx_3) \sin \omega t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -m\omega^2 + 2k & -k & 0 \\ -k & -m\omega^2 + 2k & -k \\ 0 & -k & -m\omega^2 + k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} -m\omega^2 + 2k & -k & 0 \\ -k & -m\omega^2 + 2k & -k \\ 0 & -k & -m\omega^2 + k \end{vmatrix} = 0$$

$$(-m\omega^2 + 2k)((-m\omega^2 + 2k)(-m\omega^2 + k) - k^2) + (-1)(-k)(-k(-m\omega^2 + k)) = 0$$

$$\Rightarrow (-m\omega^2 + 2k)^2(-m\omega^2 + k) - k^2(-m\omega^2 + 2k) - k^2(-m\omega^2 + k) = 0$$

$$\Rightarrow m^3 \omega^6 - 5km^2 \omega^4 + 6k^2 m \omega^2 - k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 3.25k & \omega_1 = 1.8 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 1.55k & \Rightarrow \omega_2 = 1.24 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 0.198k & \omega_3 = 0.445 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} -1.25 & -1 & 0 \\ -1 & -1.25 & -1 \\ 0 & -1 & -2.25 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \stackrel{(1)}{\overline{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.25 \\ 0.56 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 0.45 & -1 & 0 \\ -1 & 0.45 & -1 \\ 0 & -1 & -0.55 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \stackrel{(2)}{\overline{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.45 \\ -0.82 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1.802 & -1 & 0 \\ -1 & 1.802 & -1 \\ 0 & -1 & 0.802 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \stackrel{(3)}{\overline{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{Bmatrix}$$

(2)

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \rightarrow [A]^T [M] [A] \{\ddot{Y}(t)\} + [A]^T [K] [A] \{Y(t)\} = [A]^T \{F(t)\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1.25 & 0.45 & 1.802 \\ 0.56 & -0.82 & 2.247 \end{bmatrix} \quad [M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} = m [I]_{3 \times 3}$$

$$[K] = k \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad [F(t)] = p \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$[A]^T [M] [A] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad [A]^T [K] [A] = \begin{bmatrix} 3.25k & 0 & 0 \\ 0 & 1.55k & 0 \\ 0 & 0 & 0.198k \end{bmatrix}$$

$$[A]^T \{F(t)\} = \begin{bmatrix} 0.058p \\ -0.277p \\ 1.219p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_2 \\ \ddot{Y}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.25k & 0 & 0 \\ 0 & 1.55k & 0 \\ 0 & 0 & 0.198k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.058p \\ -0.277p \\ 1.219p \end{bmatrix}$$

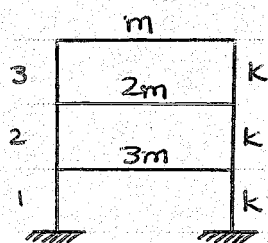
$$Y_1(t) = \frac{1}{1.8\sqrt{km}} \int_0^t p_0 \sin(1.8\sqrt{\frac{k}{m}}(t-\tau)) d\tau$$

$$Y_2(t) = \frac{1}{1.24\sqrt{km}} \int_0^t 2p_0 \sin(1.24\sqrt{\frac{k}{m}}(t-\tau)) d\tau$$

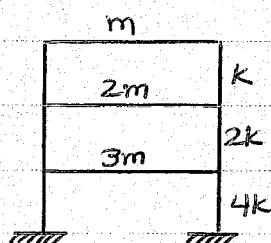
$$Y_3(t) = \frac{1}{0.445\sqrt{km}} \int_0^t 3p_0 \sin(0.445\sqrt{\frac{k}{m}}(t-\tau)) d\tau$$

تابع تغییر مکان هر صلبه

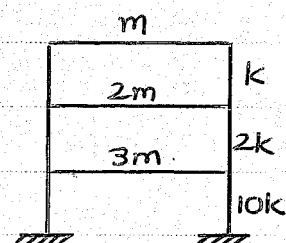
تمرین ۲۳. در حرکت از قلاب برای سه طبقه، سیستم معادلات حرکت را نوشته و فرکانس های طبیعی و بر دارگی مودی را بدست آورده با هم مقایسه کنید.



(الف)

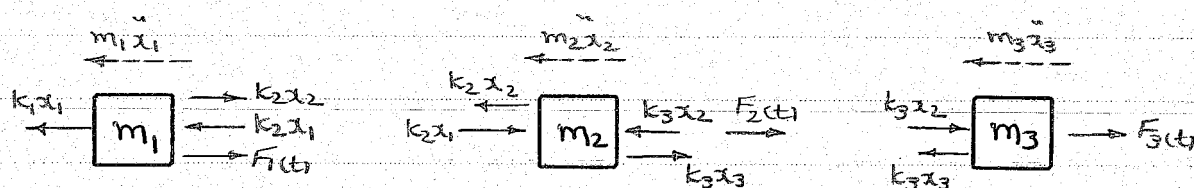
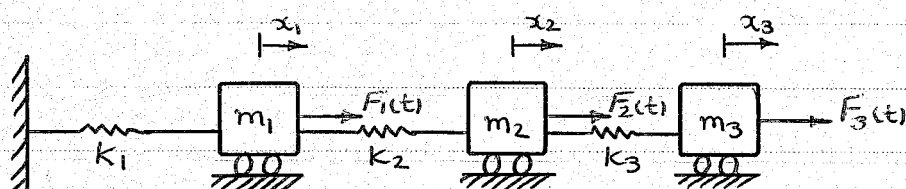


(ب)



(ج)

تعیین مدل دینامیکی (حالت کلی)



$$m_1 : \sum F_x = 0 \rightarrow +m_1 \ddot{x}_1 + x_1(k_1 + k_2) - x_2(k_2) - F_1(t) = 0$$

$$m_2 : \sum F_x = 0 \rightarrow +m_2 \ddot{x}_2 + x_1(-k_2) + x_2(k_2 + k_3) + x_3(-k_3) - F_2(t) = 0$$

$$m_3 : \sum F_x = 0 \rightarrow +m_3 \ddot{x}_3 + x_2(-k_3) + x_3(k_3) - F_3(t) = 0$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \end{bmatrix}$$

$$\text{فرض : } \{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\begin{cases} 3m\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = 0 \\ 2m\ddot{x}_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3 = 0 \\ m\ddot{x}_3 - k_3x_2 + k_3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-3m\omega^2 x_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2) \sin \omega t = 0 \\ (-2m\omega^2 x_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3) \sin \omega t = 0 \\ (-m\omega^2 x_3 - k_3x_2 + k_3x_3) \sin \omega t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -3m\omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -2m\omega^2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & -m\omega^2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0$$

در همین ماتریس باید صفر باشد.

$$(-3m\omega^2 + k_1 + k_2) [(-2m\omega^2 + k_2 + k_3)(-m\omega^2 + k_3) - k_3^2] + k_2 (k_2(m\omega^2 - k_3)) = 0$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k$$

(الف)

$$\rightarrow (-3m\omega^2 + 2k) [(-2m\omega^2 + 2k)(-m\omega^2 + k) - k^2] + k^2 (m\omega^2 - k) = 0$$

$$+ 6m^3\omega^6 - 16km^2\omega^4 + 10k^2m\omega^2 - k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 0.123k & \omega_1 = 0.351 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 0.758k & \omega_2 = 0.871 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 1.786k & \omega_3 = 1.336 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1.631 & -1 & 0 \\ -1 & 1.754 & -1 \\ 0 & -1 & 0.877 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (1) \\ \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.631 \\ 1.86 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} -0.274 & -1 & 0 \\ -1 & 0.484 & -1 \\ 0 & -1 & 0.242 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (2) \\ \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.274 \\ -1.132 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} -3.358 & -1 & 0 \\ -1 & -1.572 & -1 \\ 0 & -1 & -0.786 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (3) \\ \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3.358 \\ 4.272 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

د

$$k_1 = 4k \quad k_2 = 2k \quad k_3 = k$$

(b)

$$(-3m\omega^2 + 6k) [(-2m\omega^2 + 3k)(-m\omega^2 + k) - k^2] + 4k^2(m\omega^2 - k) = 0$$

$$6m^3\omega^6 - 27km^2\omega^4 + 32k^2m\omega^2 - 8k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 0.34k & \omega_1 = 0.583 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 1.441k & \Rightarrow \omega_2 = 1.2 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 2.719k & \omega_3 = 1.649 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 4.98 & -2 & 0 \\ -2 & 2.32 & -1 \\ 0 & -1 & 0.66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} (1) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2.49 \\ 3.773 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1.677 & -2 & 0 \\ -2 & 0.118 & -1 \\ 0 & -1 & -0.441 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} (2) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.839 \\ -1.901 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} -2.157 & -2 & 0 \\ -2 & -2.438 & -1 \\ 0 & -1 & -1.719 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} (3) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.079 \\ 0.627 \end{bmatrix}$$

$$k_1 = 10k \quad k_2 = 2k \quad k_3 = k$$

(c)

$$(-3m\omega^2 + 12k) [(-2m\omega^2 + 3k)(-m\omega^2 + k) - k^2] + 4k^2(m\omega^2 - k) = 0$$

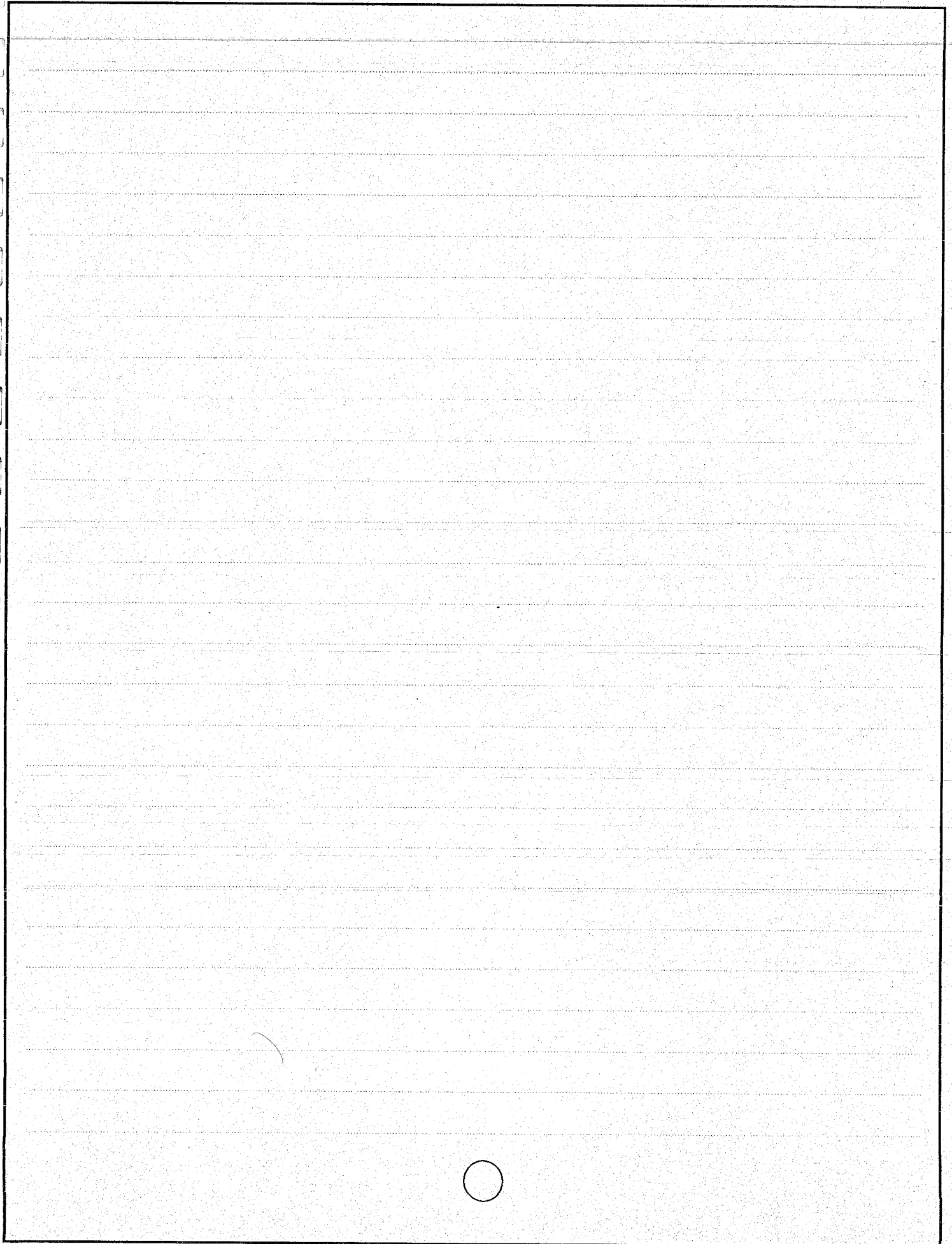
$$6m^3\omega^6 - 39km^2\omega^4 + 62k^2m\omega^2 - 20k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 0.432k & \omega_1 = 0.657 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 1.812k & \Rightarrow \omega_2 = 1.346 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 4.256k & \omega_3 = 2.063 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

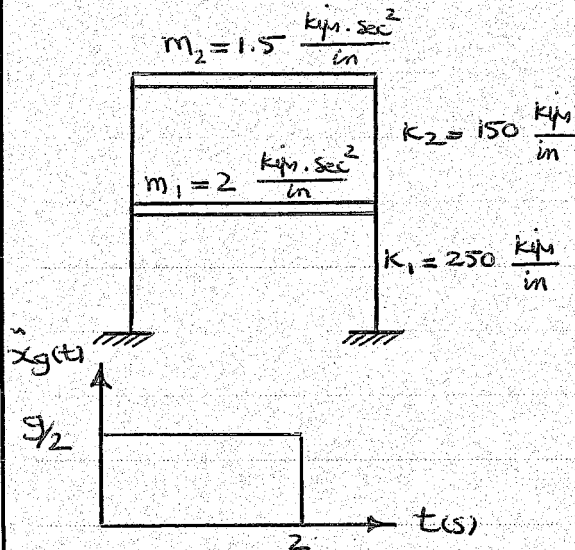
$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 10.704 & -2 & 0 \\ -2 & 2.136 & -1 \\ 0 & -1 & 0.568 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (1) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5.352 \\ 9.422 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 6.564 & -2 & 0 \\ -2 & -0.624 & -1 \\ 0 & -1 & -0.812 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \stackrel{(2)}{\underline{X}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3.282 \\ -4.042 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} -0.765 & -2 & 0 \\ -2 & -5.512 & -1 \\ 0 & -1 & -3.256 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \stackrel{(3)}{\underline{X}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.38 \\ 0.117 \end{bmatrix}$$



تمرین ۲۴: قاب در طبقه شکل تحت اثر شتاب زمین تصویرت را بر گرام نشان داده شده می باشد. مطلوبت تعیین:



- (۱) فرکانس ها
(۲) دوره ها
(۳) جابجایی لرزه
(۴) بردار تغییر مکان در هر مورد
(۵) بردار تغییر مکان کل
(۶) بردار نیروی الاستیک در هر مورد
(۷) بردار نیروی الاستیک کل
(۸) تنش یار
(۹) چمن و اثر گونی
(۱۰) رسم تغییر مکان طبقه

حل:

(۱) فرکانس ها:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \quad \text{بافرض}$$

$$\rightarrow (-\omega^2 m_1 + k_1 + k_2)(-\omega^2 m_2 + k_2) - k_2^2 = 0$$

$$\Rightarrow (-2\omega^2 + 400)(-1.5\omega^2 + 150) - 150^2 = 0 \rightarrow 3(\omega^2)^2 - 900\omega^2 + 37500 = 0$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 50 \rightarrow \omega_1 = 7.071 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 0.89 \text{ s} \\ \omega_2^2 = 250 \rightarrow \omega_2 = 15.811 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.4 \text{ s} \end{cases}$$

(۲) دوره ها:

$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 300 & -150 \\ -150 & 75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} -100 & -150 \\ -150 & -225 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{Bmatrix}$$

$$M_k = \bar{X}_k^T [m] \bar{X}_k$$

۱.۳ جرم های متری :

$$M_1 = \bar{X}_1^T [m] \bar{X}_1 = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 8 \frac{\text{kips} \cdot \text{sec}^2}{\text{in}}$$

$$M_2 = \bar{X}_2^T [m] \bar{X}_2 = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{bmatrix} = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 2.67 \frac{\text{kips} \cdot \text{sec}^2}{\text{in}}$$

$$\{x_k(t)\} = \bar{X}_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} v_k(t)$$

۱.۴ بردار تغییر مکان هر مود :

الف) بردار تغییر مکان مود اول : ($k=1$)

$$v_1(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(7.071(t-\tau)) d\tau$$

$$= -27.3 C_1(7.071t) + 27.3$$

$$\bar{K}_1 = \bar{X}_1^T [m] [I] = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 \\ 1.5 \end{bmatrix} = 5$$

$$\{x_1(t)\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} 5 \times \frac{1}{8 \times 7.071} (-27.3 C_1(7.071t) + 27.3)$$

$$\{x_1(t)\} = \begin{bmatrix} -2.41 C_1(7.071t) + 2.41 \\ -4.825 C_1(7.071t) + 4.825 \end{bmatrix}$$

ب) بردار تغییر مکان مود دوم : ($k=2$)

$$v_2(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_2(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(15.811(t-\tau)) d\tau$$

$$= -12.21 C_1(15.811t) + 12.21$$

$$\bar{K}_2 = \bar{X}_2^T [m] [I] = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 \\ 1.5 \end{bmatrix} = 1$$

$$\{x_2(t)\} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{bmatrix} 1 \times \frac{1}{2.66 \times 15.811} (-12.21 C_1(15.811t) + 12.21)$$

$$\{x_2(t)\} = \begin{bmatrix} -0.29 C_1(15.811t) + 0.29 \\ +0.194 C_1(15.811t) - 0.194 \end{bmatrix}$$

(۲)

(۵) بردار تغییر مکان کل :

$$\{x(t)\} = X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t) = \{x_1(t)\} + \{x_2(t)\}$$

$$\Rightarrow \{x(t)\} = \begin{bmatrix} -2.41 C_1(7.071t) - 0.29 C_1(15.811t) + 2.7 \\ -4.825 C_1(7.071t) + 0.144 C_1(15.811t) + 4.631 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{تغییر مکان طبقه اول} \\ \text{تغییر مکان طبقه دوم} \end{matrix}$$

(۶) بردار نیروهای الاستیک در هر مود :

$$\{F_{S_k}\} = [m] X_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k \cdot V_k(t)$$

(الف) بردار نیروی الاستیک مود اول :

$$\{F_{S_1}\} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \frac{5}{8} 7.071 (-27.3 C_1(7.071t) + 27.3)$$

$$= \begin{bmatrix} -241.3 C_1(7.071t) + 241.3 \\ -361.95 C_1(7.071t) + 361.95 \end{bmatrix}$$

(ب) بردار نیروی الاستیک مود دوم :

$$\{F_{S_2}\} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{bmatrix} \frac{1}{2.67} 15.811 (-12.21 C_1(15.811t) + 12.21)$$

$$= \begin{bmatrix} -144.61 C_1(15.811t) + 144.61 \\ 72.304 C_1(15.811t) - 72.304 \end{bmatrix}$$

(۷) بردار نیروی الاستیک کل :

$$\{F_S\} = \{F_{S_1}\} + \{F_{S_2}\} = \begin{bmatrix} -241.3 C_1(7.071t) - 144.61 C_1(15.811t) + 385.91 \\ -361.95 C_1(7.071t) + 72.3 C_1(15.811t) + 289.65 \end{bmatrix}$$

(۸) برش پایه :

$$Q(t) = \sum \frac{\bar{K}_k^2}{M_k} \omega_k V_k(t)$$

$$Q(t) = \frac{5^2}{8} \times 7.071 (-27.3 C_1(7.071t) + 27.3) + \frac{1^2}{2.67} \times 15.811 (-12.21 C_1(15.811t) + 12.21) = -603.24 C_1(7.071t) - 72.39 C_1(15.811t) + 675.55$$

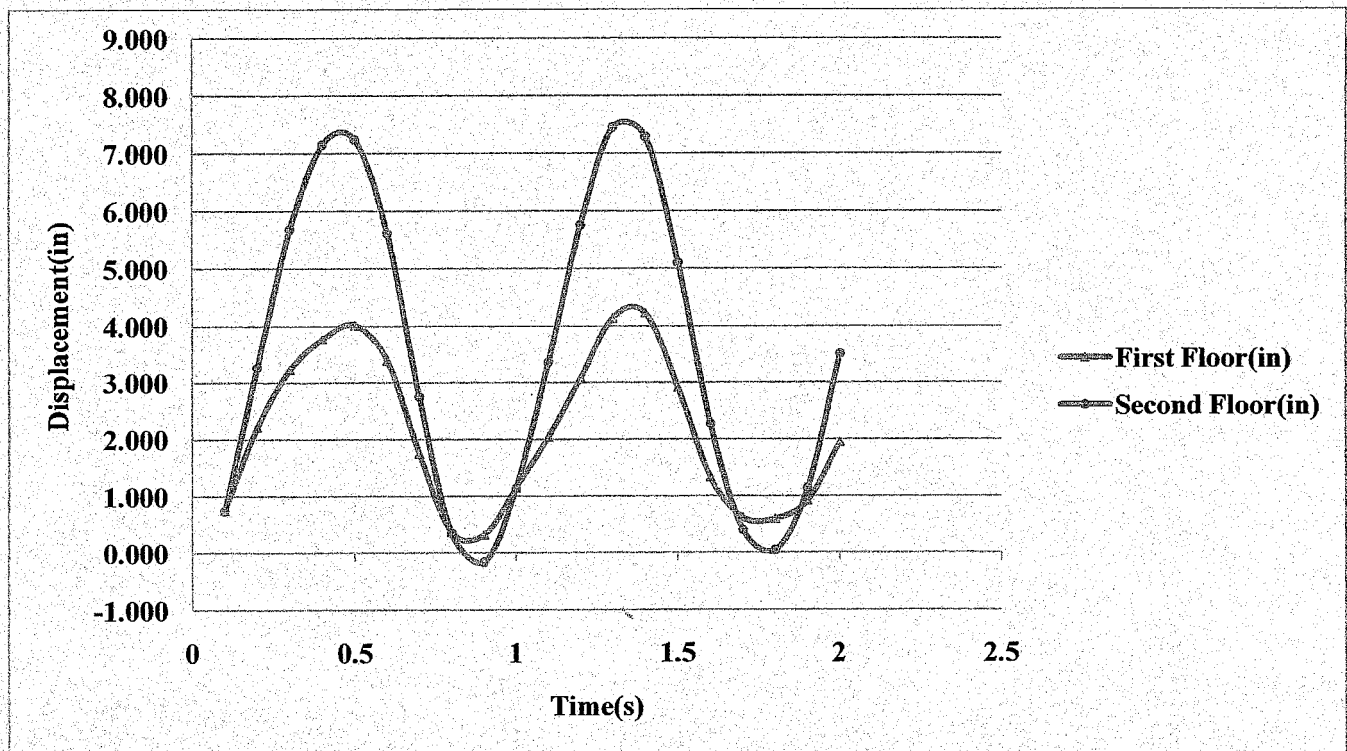
(۹) امان وارثی :

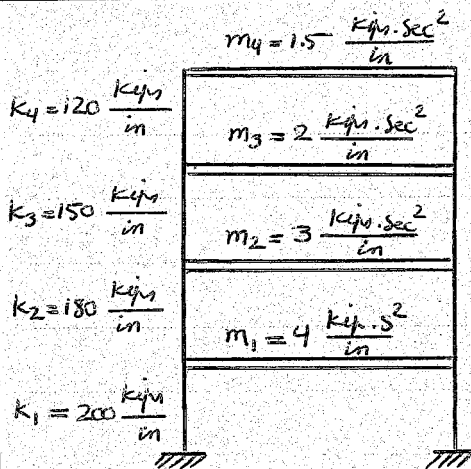
بافرض ارتفاع صوبية 3m يعني 118.11 in (دريم)

$$\begin{aligned}
 M(t) &= \sum h_k \cdot P_{sk}(t) = [h] \{P_{sk}(t)\} \\
 &= [118.11 \quad 236.22] \times \begin{bmatrix} -241.3 C_1(7.071t) - 144.61 C_1(15.811t) + 385.91 \\ -361.95 C_1(7.071t) + 72.3 C_1(15.811t) + 289.65 \end{bmatrix} \\
 &= -113999.77 C_1(7.071t) - 1.18 C_1(15.811t) + 114000.95 \text{ kip.in}
 \end{aligned}$$

(١٠) رسم تغير مكان طبقات

t(s)	First Floor(in)	Second Floor(in)
0.1	0.756	0.737
0.2	2.209	3.262
0.3	3.221	5.683
0.4	3.766	7.148
0.5	4.017	7.244
0.6	3.383	5.611
0.7	1.745	2.749
0.8	0.367	0.349
0.9	0.323	-0.159
1	1.147	1.140
1.1	2.041	3.355
1.2	3.071	5.755
1.3	4.137	7.452
1.4	4.224	7.295
1.5	2.907	5.104
1.6	1.330	2.272
1.7	0.621	0.404
1.8	0.600	0.051
1.9	0.917	1.139
2	1.945	3.499





$$(\xi = 0)$$

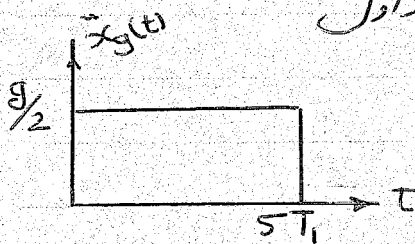
نیمین ۲۵ ساختمان چهار طبقه شکل مقابل مفروض است. اولاً فرکانس های و فرکانس های منتقل به آن را محاسبه کنید. ثانیاً جرم های موردی و ضرایب حرکت را در دست آورید. ثالثاً در صورتیکه این ساختمان تحت اثر زلزله ای قرار گیرد به مقدار شتاب آن بصورت زیر باشد مطلوب است تعیین هـ

الف) تابع تغییر مکان در حین ارتعاشات

ب) مقدار Max تغییر مکان در مود اول

ج) بردار نیروهای الاستیک برای حرکت از مود ۱ و برای ترکیب آنست (برابر ترکیب مود ۱)

د) تابع برش پایه برای حرکت از مود ۱ و مقدار Max برش پایه در مود اول



فرکانس ها

$$\begin{bmatrix} -m_4\omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & -m_2\omega^2 + k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & -m_3\omega^2 + k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & -m_4\omega^2 + k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} -4\omega^2 + 380 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & -3\omega^2 + 330 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & -2\omega^2 + 270 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & -1.5\omega^2 + 120 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 36(\omega^2)^4 - 15120(\omega^2)^3 + 1946700(\omega^2)^2 - 80640000\omega^2 + 648 \times 10^6 = 0$$

$$\omega_1^2 = 10.47 \rightarrow \omega_1 = 3.236 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 1.94 \text{ s}$$

$$\omega_2^2 = 59.12 \rightarrow \omega_2 = 7.689 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.82 \text{ s}$$

$$\omega_3^2 = 134.88 \rightarrow \omega_3 = 11.614 \text{ rad/s} \rightarrow T_3 = 0.54 \text{ s}$$

$$\omega_4^2 = 215.53 \rightarrow \omega_4 = 14.681 \text{ rad/s} \rightarrow T_4 = 0.43 \text{ s}$$

موده ها

$$\omega = \omega_1 = 3.236 \rightarrow \begin{bmatrix} 338.11 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & 298.58 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & 249.06 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & 104.29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.878 \\ 2.538 \\ 2.92 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 = 7.689 \rightarrow \begin{bmatrix} +143.52 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & 152.64 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & 151.76 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & 31.32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ +0.797 \\ -0.389 \\ -1.49 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 = 11.614 \rightarrow \begin{bmatrix} -159.54 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & -74.65 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & 0.23 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & -82.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.886 \\ -0.759 \\ 1.106 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_4 = 14.681 \rightarrow \begin{bmatrix} -482.13 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & -316.6 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & -161.06 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & -203.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2.679 \\ 4.454 \\ -2.629 \end{bmatrix}$$

$$M_k = \underline{X}_k^T [m] \underline{X}_k$$

جرم های مودى

$$M_1 = 40.253$$

$$M_2 = 9.538$$

$$M_3 = 9.342$$

$$M_4 = 75.575$$

$$\bar{k}_k = \bar{X}_k^T [m] [I]$$

ضرایب تحرک زلزله :

$$k_1 = 19.09$$

$$k_2 = 3.378$$

$$k_3 = 1.483$$

$$k_4 = 0.928$$

$$\{x_k(t)\} = \bar{X}_k \cdot \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} v_k(t)$$

الف) تابع تغییر مکان در هر طبقه :

$$v_1(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(3.236(t-\tau)) d\tau$$

$$= 59.65 (-C_1(3.236t) + 1)$$

الف-1) بردار تغییر مکان در اول :

$$\Rightarrow \{x_1(t)\} = \begin{pmatrix} 8.742 \\ 16.417 \\ 22.187 \\ 25.527 \end{pmatrix} (-C_1(3.236t) + 1)$$

الف-2) بردار تغییر مکان در دوم :

$$v_2(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_2(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(7.689(t-\tau)) d\tau$$

$$= 25.1 (-C_1(7.689t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{x_2(t)\} = \begin{pmatrix} 1.156 \\ 0.921 \\ -0.45 \\ -1.723 \end{pmatrix} (-C_1(7.689t) + 1)$$

الف-3) بردار تغییر مکان در سوم :

$$v_3(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_3(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(11.614(t-\tau)) d\tau$$

$$= 16.62 (-C_1(11.614t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{x_3(t)\} = \begin{pmatrix} 0.227 \\ -0.201 \\ -0.172 \\ 0.251 \end{pmatrix} (-C_1(11.614t) + 1)$$

الف - ۲. بردار تغییر مکان در حدام

$$v_4(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_4(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(14.681(t-\tau)) d\tau$$

$$= 13.15 (-C_1(14.681t) + 1)$$

$$\{x_4(t)\} = \begin{bmatrix} 0.011 \\ -0.029 \\ 0.049 \\ -0.029 \end{bmatrix} (-C_1(14.681t) + 1)$$

ب) Max تغییر مکان در مورد اول

$$\{x_1(t)\} = \begin{bmatrix} 8.742 \\ 16.417 \\ 22.187 \\ 25.527 \end{bmatrix} (-C_1(3.236t) + 1) \quad 0 < t < 5 \times 1.94$$

$$t = 0.971 \rightarrow -C_1(3.236 \times 0.971) + 1 = 2 \Rightarrow \{x_{1,Max}\} = \begin{bmatrix} 17.484 \\ 32.834 \\ 44.374 \\ 51.054 \end{bmatrix} \text{ in}$$

ج) بردار نیروهای الاستیک برای صرود و برای ترکیب آن ها

$$\{f_{sk}\} = [m] X_k \frac{k_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot v_k(t)$$

ج-۱) مورد اول

$$\{f_{s1}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5.634 \\ 5.076 \\ 4.38 \end{bmatrix} \times \frac{19.09}{40.253} \times 3.236 \times 59.65 (-C_1(3.236t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s1}\} = \begin{bmatrix} 366.17 \\ 515.76 \\ 464.67 \\ 400.96 \end{bmatrix} (-C_1(3.236t) + 1) \quad (\text{kip})$$

۲

ج-٢) مورد دوم :

$$\{f_{s2}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2.391 \\ -0.778 \\ -2.235 \end{bmatrix} \frac{3.378}{9.538} \times 7.689 \times 25.1 (-C_1(7.689t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s2}\} = \begin{bmatrix} 273.4 \\ 163.43 \\ -53.18 \\ -152.76 \end{bmatrix} (-C_1(7.689t) + 1)$$

ج-٣) مورد سوم :

$$\{f_{s3}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2.658 \\ -1.518 \\ 1.659 \end{bmatrix} \frac{1.483}{9.342} \times 11.614 \times 16.62 (-C_1(11.614t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s3}\} = \begin{bmatrix} 122.57 \\ -81.45 \\ -46.51 \\ 50.83 \end{bmatrix} (-C_1(11.614t) + 1)$$

ج-٤) مورد چهارم :

$$\{f_{s4}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8.037 \\ 8.908 \\ -3.944 \end{bmatrix} \frac{0.928}{75.575} \times 14.681 \times 13.15 (-C_1(14.681t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s4}\} = \begin{bmatrix} 9.48 \\ -19.05 \\ 21.12 \\ -9.35 \end{bmatrix} (-C_1(14.681t) + 1)$$

$$\{f_s\} = \{f_{s1}\} + \{f_{s2}\} + \{f_{s3}\} + \{f_{s4}\}$$

ج-٥) ترکیب موارد :

$$\{f_s\} = \begin{bmatrix} -366.17C_1(3.236t) - 273.4C_1(7.689t) - 122.57C_1(11.614t) - 9.48C_1(14.681t) + 771.62 \\ -515.76C_1(3.236t) - 163.43C_1(7.689t) + 81.45C_1(11.614t) + 19.05C_1(14.681t) + 578.69 \\ 464.67C_1(3.236t) + 53.18C_1(7.689t) + 46.51C_1(11.614t) - 21.12C_1(14.681t) + 386.1 \\ -400.96C_1(3.236t) + 152.76C_1(7.689t) - 50.83C_1(11.614t) + 9.35C_1(14.681t) + 289.68 \end{bmatrix}$$

د) تابع برش پایه صرمود - Max برش پایه مورد اول

$$Q_k(t) = \sum \frac{k_k^2}{M_k} w_k v_k(t)$$

$$Q_1(t) = \frac{19.09^2}{40.253} \times 3.236 \times 59.65 (-C_1(3.236t) + 1) \quad \text{د-۱) مورد اول}$$

$$= 1747.56 (-C_1(3.236t) + 1) \text{ (kjm)}$$

$$Q_2(t) = \frac{3.378^2}{9.538} \times 7.689 \times 25.1 (-C_1(7.689t) + 1) \quad \text{د-۲) مورد دوم}$$

$$= 230.89 (-C_1(7.689t) + 1) \text{ (kjm)}$$

$$Q_3(t) = \frac{1.488^2}{9.342} \times 11.614 \times 16.62 (-C_1(11.614t) + 1) \quad \text{د-۳) مورد سوم}$$

$$= 45.44 (-C_1(11.614t) + 1) \text{ (kjm)}$$

$$Q_4(t) = \frac{0.928^2}{75.575} \times 14.681 \times 13.15 (-C_1(14.681t) + 1) \quad \text{د-۴) مورد چهارم}$$

$$= 2.2 (-C_1(14.681t) + 1) \text{ (kjm)}$$

د-۵) Max برش پایه مورد اول

$$Q_{1, \text{Max}} = 1747.56 \times 2 = 3495.12 \text{ (kjm)}$$

۲۴. اگر در هر جرمی ۵ صغیرترین ۲۵ بتوان از نمودار شکل A استفاده کرد و
 نسبت بحرانی را بر این مبنای مورد استفاده در نظر گرفت، مطلوبیت تغییر
 (الف) بزرگ از تغییر مکان Max بر این مبنای مورد استفاده و برآورد تغییر مکان کل
 (ب) نیروهای الاستیک در هر از طبقات و مقدار کل نیروی الاستیک
 (ج) بیش یا کم در هر مورد و مقدار کل آنست.

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= 3.236 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 1.94 \text{ s} \\
 \omega_2 &= 7.689 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.82 \text{ s} \\
 \omega_3 &= 11.614 \text{ rad/s} \rightarrow T_3 = 0.54 \text{ s} \\
 \omega_4 &= 14.681 \text{ rad/s} \rightarrow T_4 = 0.43 \text{ s}
 \end{aligned}
 \Rightarrow \{S_v\} = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \\ 8.7 \\ 7.6 \end{bmatrix} \text{ in/s}$$

$$\{x_{k, \text{Max}}\} = \bar{x}_k \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} S_{v_k} \quad (\text{الف})$$

$$\{x_{1, \text{Max}}\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.878 \\ 2.538 \\ 2.92 \end{bmatrix} \frac{19.09}{40.253 \times 3.236} \times 12 = \begin{bmatrix} 1.759 \\ 3.303 \\ 4.463 \\ 5.135 \end{bmatrix} \text{ in}$$

$$\{x_{2, \text{Max}}\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.797 \\ -0.389 \\ -1.49 \end{bmatrix} \frac{3.378}{9.538 \times 7.689} \times 10 = \begin{bmatrix} 0.461 \\ 0.367 \\ -0.179 \\ -0.686 \end{bmatrix} \text{ in}$$

$$\{x_{3, \text{Max}}\} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.866 \\ -0.759 \\ 1.106 \end{bmatrix} \frac{1.483}{9.342 \times 11.614} \times 8.7 = \begin{bmatrix} 0.119 \\ -0.103 \\ -0.09 \\ 0.132 \end{bmatrix} \text{ in}$$

$$\{x_{4,Max}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.679 \\ 4.454 \\ -2.629 \end{Bmatrix} \frac{0.928}{75.575 \times 14.681} \times 7.6 = \begin{Bmatrix} 0.006 \\ -0.017 \\ 0.028 \\ -0.017 \end{Bmatrix}$$

$$\{x_{Max}\} = \begin{Bmatrix} (1.759^2 + 0.461^2 + 0.119^2 + 0.006^2)^{1/2} \\ (3.303^2 + 0.367^2 + 0.103^2 + 0.017^2)^{1/2} \\ (4.463^2 + 0.179^2 + 0.09^2 + 0.028^2)^{1/2} \\ (5.135^2 + 0.686^2 + 0.132^2 + 0.017^2)^{1/2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.822 \\ 3.325 \\ 4.468 \\ 5.182 \end{Bmatrix} \text{ (in)}$$

$$\{f_{Sk}\} = [m] I_k \frac{\bar{E}_k}{M_k} \omega_k \cdot S_v$$

$$\{f_{S1,Max}\} = \begin{Bmatrix} 73.66 \\ 103.76 \\ 93.48 \\ 80.66 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S2,Max}\} = \begin{Bmatrix} 108.96 \\ 65.13 \\ -21.19 \\ -60.88 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S3,Max}\} = \begin{Bmatrix} 64.16 \\ -42.63 \\ -24.35 \\ 26.61 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S4,Max}\} = \begin{Bmatrix} 5.48 \\ -11.01 \\ 12.2 \\ -5.4 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S,Max}\} = \begin{Bmatrix} (73.66^2 + 108.96^2 + 64.16^2 + 5.48^2)^{1/2} \\ (103.76^2 + 65.13^2 + 42.63^2 + 11.01^2)^{1/2} \\ (93.48^2 + 21.19^2 + 24.35^2 + 12.2^2)^{1/2} \\ (80.66^2 + 60.88^2 + 26.61^2 + 5.4^2)^{1/2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 146.44 \\ 130.18 \\ 99.65 \\ 104.64 \end{Bmatrix} \text{ kN}$$

(A)

$$Q(t) = \sum \frac{\bar{k}_k^2}{M_k} W_k V_k(t)$$

(ع)

$$Q_{1(t)} = \frac{19.09^2}{40.253} \times 3.236 \times 12 = 351.56 \text{ kjn}$$

$$Q_{2(t)} = \frac{3.378^2}{9.538} \times 7.689 \times 10 = 91.99 \text{ kjn}$$

$$Q_{3(t)} = \frac{1.483^2}{9.342} \times 11.614 \times 8.7 = 23.79 \text{ kjn}$$

$$Q_{4(t)} = \frac{0.928^2}{75.575} \times 14.681 \times 7.6 = 1.27 \text{ kjn}$$

$$Q_{\text{Max}}(t) = (351.56^2 + 91.99^2 + 23.79^2 + 1.27^2)^{1/2} = 364.18 \text{ kjn}$$

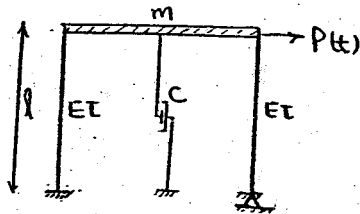


سری ①

۸۱۲۴۰۲

مک شلیا

شاد مروت قانع شکل زیر را بدست آورید. در صورتی که نیروی $P(t)$ و نیز استخوان مسدود می باشد.
مطلوبست تعیین تابع تغییر مکان و اگر در نقطه صفر $\lambda = X_0$ باشد تابع تغییر مکان را رسم کنید.



$$k_1 = \frac{EI}{L^3} \quad k_2 = \frac{EI}{L^3}$$

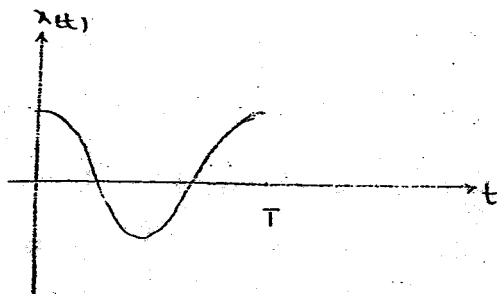
$$\Rightarrow k = \frac{12EI}{L^3} = k_1 + k_2$$

$$\begin{cases} \ddot{\lambda} + \omega_n^2 \lambda = 0 \\ \lambda(0) = X_0 \\ \dot{\lambda}(0) = \dot{X}_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda(t) = X \cos(\omega_n t - \phi) \\ X = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n}\right)^2} \\ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0}\right) \end{cases}$$

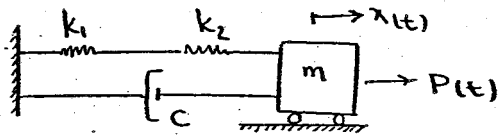
$$\dot{X}_0 = 0 \quad \phi = 0$$

$$X_0 = X \quad X = X_0 \Rightarrow \lambda(t) = X_0 \cos \omega_n t$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{12EI}{mL^3}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

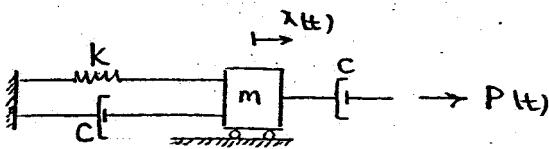


- معادله حرکت سیستم‌های زیر را بدست آورید.



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_r} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_r}{k_1 + k_r}, \quad x = x_1 + x_r$$

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = P(t) \Rightarrow m(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_r) + C(\dot{x}_1 + \dot{x}_r) + \frac{k_1 k_r}{k_1 + k_r} (x_1 + x_r) = P(t)$$



در موازات $C = C_1 + C_r = rC$

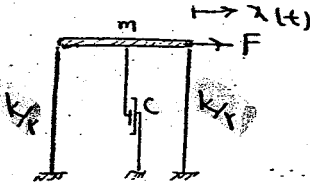
$$\Rightarrow m\ddot{x} + rC\dot{x} + kx = P(t)$$

سری (۲)

۸۱۲۴۰۲۰

جرم سلیکا

قاب نشان داده شده در شکل یک تانکر نیروی افقی 1000 kgf تغییر مکان استاتیسی می دهد. اگر نیرو یکباره برداشته شود قاب با برورد 1.5 ارتعاش کرده و بعد از 5 سیل حامل تغییر مکان به سمت راست می رسد. بعد از این آزمایش مطلوبیت تعیین وزن موثر فراموش استاتیسی نسبت استهلاک بحرانی و ضریب استهلاک هم چنین دامنه بین سیل حاصل.



$$k = \frac{F}{x_s} = \frac{1000}{1/20} = 200,000 \text{ kgf/cm} \times 10^2 \text{ kgf/m}$$

$$T = \frac{r_R}{\omega_D} \approx \frac{r_R}{\omega_n} \Rightarrow \gamma = \frac{r_R}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{r_R}{\sqrt{\frac{200,000 \times 10^2 \times 1.5}{W}}}$$

$$\Rightarrow W = 1080 \text{ kgf}$$

$$\Rightarrow \omega_D = \frac{r_R}{T} = \frac{r_R}{\gamma} = 7.18 \text{ rad/s}$$

$$\frac{x_k}{x_{k+\omega}} = \frac{x e^{-\xi \omega_n k (\frac{r_R}{\omega_D})}}{x e^{-\xi \omega_n (k+\omega) (\frac{r_R}{\omega_D})}} = e^{\xi \omega_n \frac{r_R}{\omega_D}} = e^{1.0 \xi \frac{\omega_n}{\omega_D}}$$

$$\Rightarrow \ln \left(\frac{x_k}{x_{k+\omega}} \right) = 1.0 \xi \frac{\omega_n}{\omega_D} = 1.0 \xi \frac{\omega_n}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \approx 1.0 \xi$$

$$\Rightarrow \xi = \frac{1}{1.0} \ln \left(\frac{x_k}{x_{k+\omega}} \right) = \frac{1}{1.0} \ln \left(\frac{1/20}{1} \right) = 0.129 = 12.9\%$$

$$C = 2 \xi m \omega_n = 2 \times 0.129 \times \frac{1080 \times 7.18}{1.5} = 218.19 \text{ kg.s/m}$$

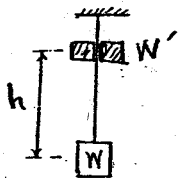
$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = \omega_n \sqrt{1-0.129^2} = 0.99992 \omega_n \approx \omega_n$$

$$\frac{1}{\omega_n r_R} \ln \left(\frac{x_0}{x_D} \right) = \frac{1}{r_R \lambda_1} \ln \left(\frac{x_0}{x_1} \right) \Rightarrow r \ln \left(\frac{x_0}{x_D} \right) = \ln \left(\frac{x_0}{x_1} \right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x_0}{x_D} \right)^r = \left(\frac{x_0}{x_1} \right) \Rightarrow \left(\frac{1/20}{1} \right)^r = \frac{1/20}{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{1/20} = 0.777 \text{ cm}$$

$$1 \text{ CPM} = 0.033 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- وزن W به کابل متصل است فرکانس طبیعی سیستم در این حالت 94 CPM اندازه گیری شده است حرکت وزنه $W' = 1 \text{ lb}$ به W افزوده شود فرکانس سیستم به $76, 78 \text{ CPM}$ تغییر می یابد مقدار W را تعیین کنید $h = 7 \text{ in}$ را حرکت داده در وزن W متصل بماند مقدار $\min$ و $\max$ نیروی کابل را محاسبه کنید در این حالت $\xi = 0.1$ فرض گردد توجه شود کابل تنها نیروی کشش را تحمل می کند



$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\begin{cases} 94 \text{ CPM} = 3, 122 \text{ rad/s} \\ 76, 78 \text{ CPM} = 2, 551 \text{ rad/s} \end{cases}$$

$$\text{حالت اول} \Rightarrow \omega_n = 3, 122 = \sqrt{\frac{k \times 9}{W}} \Rightarrow \frac{k}{W} = 3, 028$$

$$\text{حالت دوم} \Rightarrow \omega_n = 2, 551 = \sqrt{\frac{k \times 9}{W + W'}} \Rightarrow \frac{k}{W + 1} = 2, 0187$$

$$\Rightarrow \frac{3, 028 W}{W + 1} = 2, 0187 \Rightarrow W = 2 \text{ lb}, k = 7, 056 \text{ lb/ft}$$

$$\text{مقدار } h = \frac{1}{2} (m + m') v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{\pi}{180} = \frac{1}{2} \left(\frac{2+1}{32} \right) v^2$$

$$\Rightarrow v_0 = 3, 277 \text{ ft/s}, \dot{x}_0 = 3, 277 \text{ ft/s}, \xi = 0.1$$

کابل تنها نیروی کشش را تحمل می کند $\min$ نیروی کابل = 0

$$x = \left[\left(\frac{\dot{x}_0 + \xi \omega_n x_0}{\omega_D} \right)^2 + x_0^2 \right]^{1/2}$$

سیستم دارای امپدانس $\xi < 1$

$$\Rightarrow x = \left[\left(\frac{3, 277 + 0.1 \times 7, 056 \times 0}{7, 997} \right)^2 + 0^2 \right]^{1/2} = 0, 408 \text{ ft}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2, 551 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 2, 497$$

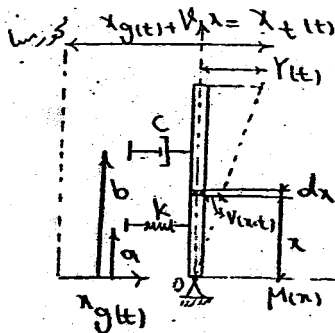
$$\Rightarrow F_{\max} = kx = 7, 056 \times 0, 408 = 2, 87 \text{ lb}$$

سری (۳)

۸۱۲۴۰۳۰

محمد شلیبا

- در صورتیکه مثال فوق تحت اثر حرکت زمین $x_g(t)$ قرار گیرد طبق نسبت بین معادله حرکت این دریل



در نظر گرفتن $P(t)$ و $P(t)$ در نظر گرفتن $P(t)$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow M_I + M_D + M_S = M_P(t) \quad (1)$$

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) \quad \psi(L) = 1 \Rightarrow \psi(x) = \frac{x}{L}$$

$$\Rightarrow v(x,t) = \frac{x}{L} \cdot Y(t)$$

$$M_S = f_s \cdot a, \quad f_s = k \cdot \frac{a}{L} Y(t), \quad M_D = f_D \cdot b, \quad f_D = c \cdot \frac{b}{L} \dot{Y}(t)$$

$$M_I = \int_0^L M(x) x \cdot \ddot{x}_t(t) \cdot dx \quad x_t(t) = x_g(t) + v(x,t)$$

$$\rightarrow \ddot{x}_t(t) = \ddot{x}_g(t) + \ddot{v}(x,t) = \ddot{x}_g(t) + \frac{x}{L} \ddot{Y}(t)$$

$$\Rightarrow M_I = \int_0^L M(x) x \left(\ddot{x}_g(t) + \frac{x}{L} \ddot{Y}(t) \right) dx = \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y} \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx$$

$$M_I = \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y} \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx$$

$$\ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y} \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx + c \cdot \frac{b}{L} \dot{Y} + k \frac{a}{L} Y = 0$$

$$\rightarrow \ddot{Y} \int_0^L M(x) \left(\frac{x^2}{L} \right) dx + \dot{Y} c \left(\frac{b}{L} \right) + Y \cdot k \left(\frac{a}{L} \right) = -\ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) \frac{x}{L} dx$$

$$\Rightarrow M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = -M^* \ddot{x}_g(t)$$

$$v(x,t) = \frac{x}{L} Y(t) \quad \sum M_o = 0 \rightarrow M_I + M_D + M_S = M_P(t) \quad (2)$$

$$M_I = \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y} \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx$$

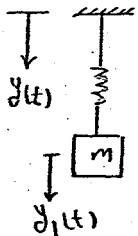
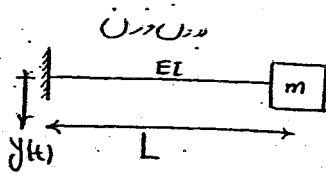
$$M_D = c \frac{b}{L} \dot{Y}(t) \quad M_S = k \frac{a}{L} Y(t)$$

$$M_P(t) = P(t) \cdot d$$

$$\Rightarrow M^* \ddot{x}_g(t) + \ddot{Y} \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx + \dot{Y} c \frac{b}{L} + Y k \frac{a}{L} = P(t) \cdot d$$

$$\Rightarrow \ddot{Y} \int_0^L M(x) \left(\frac{x^2}{L} \right) dx + \dot{Y} c \left(\frac{b}{L} \right) + Y k \left(\frac{a}{L} \right) = P(t) \cdot \frac{d}{L} - M^* \ddot{x}_g(t)$$

- تقریباً سرگردار بدون وزن نه انجا ی آن جرم m متصل است دارای تکیه گاه است نه مطابق شکل
می تواند حرکت کند مطلوب است تعیین معادله حرکت سیستم.



$$y_t(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$f_I + f_D + f_S = 0$$

$$f_S = k y_1(t) \quad f_D = c \dot{y}_1(t) \quad , \quad f_I = m \ddot{y}_t(t)$$

$$\ddot{y}_t(t) = \ddot{y}_1(t) + \ddot{y}_2(t) \Rightarrow f_I = m \ddot{y}_1(t) + m \ddot{y}_2(t)$$

$$\Rightarrow m \ddot{y}_1(t) + \underbrace{m \ddot{y}_2(t)} + c \dot{y}_1(t) + k y_1(t) = 0$$

$$\Rightarrow m \ddot{y}_1 + c \dot{y}_1 + k y_1 = -m \ddot{y}_2(t)$$

$$n_{ij} = k \cdot \Delta \quad \Delta = \frac{P L^3}{6 E I}$$

$$\Rightarrow k = \frac{n_{ij}}{\Delta} = \frac{P n_{ij} \cdot E I}{P L^3} = \frac{6 E I}{L^3}$$

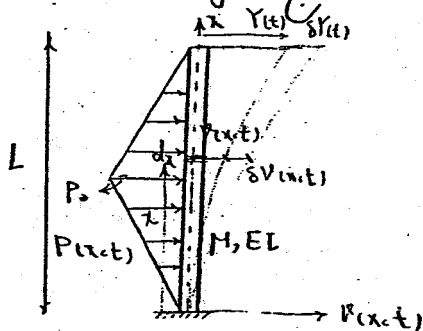
$$c = 0 \quad \rightarrow \quad m \ddot{y}_1 + \frac{6 E I}{L^3} y_1 = -m \ddot{y}_2(t)$$

سری (۴)

۸۱۲۴۰۳۰

میرزا شایان

سازه شل زیر مفروض است مطلوبت تعیین معادله حرکت برای سرعتهای ارتعاشی شل.



$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

صم غرض

$$\delta W_t = 0 \Rightarrow \delta W_E = \delta W_L$$

$$\delta v(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\delta W_E = \int_0^L P(x,t) \cdot \delta v(x,t) \cdot dx \quad \text{کار بارهای خارجی}$$

$$\delta W_L = \int_0^L m(x) \delta \theta + \int_0^L f_L(x) \delta v(x,t) dx$$

$$f_L(x) = M(x) \ddot{v}(x,t) \quad \theta = \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \quad d\theta = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx \quad m(x) = EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow \delta W_L = \int_0^L EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \cdot \delta \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx + \int_0^L M(x) \ddot{v}(x,t) \cdot \delta v(x,t) dx$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{d^2 \psi}{dx^2} \cdot Y(t) \quad \delta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{d^2 \psi}{dx^2} \cdot \delta Y(t)$$

$$\Rightarrow \delta W_L = \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 \cdot Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot dx + \int_0^L M(x) \psi(x) \frac{d^2 Y}{dt^2} \cdot \delta Y(t) dx$$

$$\delta W_L = \delta W_E \Rightarrow Y(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{d^2 Y}{dt^2} \cdot \delta Y(t) \int_0^L M(x) \psi(x) dx = \delta Y(t) \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow \ddot{Y} \int_0^L M(x) \psi(x) dx + Y \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow M^* \ddot{Y} + K^* Y = P^*(t)$$

$$P(x,t) = \begin{cases} \frac{P_0}{L} x & 0 \leq x < \frac{L}{2} \\ -\frac{P_0}{L} x + P_0 & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases}$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{R x}{L} \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{R^2}{L^2} \cos \frac{R x}{L}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{R x}{L} \right)^2 dx = M_0 \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{L} + \frac{L}{R} \sin \frac{R x}{L} + \frac{R x L}{R L} \right) = 0.777 M L$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\frac{R^2}{L^2} \cos \frac{R x}{L} \right)^2 dx = EI \cdot \frac{R^4}{17 L^4} \times \left(\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{L} + \frac{x}{1} \right) = EI \cdot \frac{R^4}{17 L^4}$$

$$P^*(t) = \int_0^{L/r} \frac{r p_0}{L} x \left(1 - \cos \frac{R x}{r L}\right) dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{r p_0}{L} x + r p_0\right) \left(1 - \cos \frac{R x}{r L}\right) dx$$

$$\Rightarrow P^*(t) = \frac{r p_0}{L} \left(\left[\frac{x^2}{2} - \frac{r L x}{R} \sin \frac{R x}{r L} - \frac{r^2 L}{R^2} \cos \frac{R x}{r L} \right]_0^{L/r} + r p_0 \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{r x}{R} \sin \frac{R x}{r L} - \frac{r L}{R} \sin \frac{R x}{r L} + \frac{r^2 L}{R^2} \cos \frac{R x}{r L} \right) \right) = r p_0 L \left(\frac{1}{2} - \frac{r L}{R^2} + \frac{r}{R^2} \right) = 0,117 p_0 L$$

$$\Rightarrow 0,117 M L \ddot{Y} + r_0 \cdot f \frac{E L}{L^2} Y = 0,117 p_0 L$$

$$b) \psi(x) = \frac{x^2}{L^2} \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{2}{L^2}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(\frac{x^2}{L^2} \right)^2 dx = \frac{M}{L^4} \cdot \frac{L^5}{5} = \frac{1}{5} M L$$

$$K^* = \int_0^L E I \left(\frac{2}{L^2} \right)^2 dx = \frac{4 E I}{L^2}$$

$$P^*(t) = \int_0^{L/r} \frac{r p_0}{L} x \cdot \frac{x^2}{L^2} dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{r p_0}{L} x + r p_0\right) \cdot \frac{x^2}{L^2} dx = 0,147 p_0 L$$

$$\Rightarrow 0,147 M L \ddot{Y} + \frac{4 E I}{L^2} Y = 0,147 p_0 L$$

$$c) \psi(x) = \sin \left(\frac{R x}{r L} \right) \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{R^2}{r^2 L^2} \sin \frac{R x}{r L}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(\sin \frac{R x}{r L} \right)^2 dx = M \times \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{r L} + \frac{x}{r} \right) \Big|_0^L = 0,2 M L$$

$$K^* = \int_0^L E I \left(-\frac{R^2}{r^2 L^2} \sin \frac{R x}{r L} \right)^2 dx = \frac{R^4 E I}{\pi^2 L^4} \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{r L} + \frac{x}{r} \right) \Big|_0^L = \frac{R^4 E I}{\pi^2 L^4}$$

$$P^*(t) = \int_0^{L/r} \frac{r p_0}{L} x \cdot \sin \frac{R x}{r L} dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{r p_0}{L} x + r p_0\right) \cdot \sin \frac{R x}{r L} dx =$$

$$\Rightarrow P^*(t) = \frac{r p_0}{L} \left(\left[-\frac{r L x}{R} \cos \frac{R x}{r L} + \frac{r^2 L}{R^2} \sin \frac{R x}{r L} \right]_0^{L/r} + r p_0 \left(\frac{r x}{R} \cos \frac{R x}{r L} - \frac{r L}{R} \cos \frac{R x}{r L} - \frac{r^2 L}{R^2} \sin \frac{R x}{r L} \right) \Big|_{L/r}^L \right)$$

$$\Rightarrow P^*(t) = -0,118 p_0 L$$

$$\Rightarrow 0,2 M L \ddot{Y} + \frac{R^4 E I}{\pi^2 L^4} Y = -0,118 p_0 L$$

۱۱۲۴۰ ۳.

میشی

روابط بین دالری استادی و λ را پیدا کنید.

$$x(t) = e^{-\gamma \omega_n t} (C \cos \omega_D t + D \sin \omega_D t) \quad x_0 = X, \quad \dot{x}_0 = \dot{X}_0$$

$$\Rightarrow x(0) = e^0 \times (C \times \cos 0 + D \sin 0) = 1 \times C = X_0 \Rightarrow C = X_0$$

$$\dot{x}(t) = -\gamma \omega_n e^{-\gamma \omega_n t} (C \cos \omega_D t + D \sin \omega_D t) + e^{-\gamma \omega_n t} (-\dot{X}_0 \omega_D \sin \omega_D t - D \omega_D \cos \omega_D t)$$

$$\Rightarrow \dot{x}(0) = -\gamma \omega_n \times 1 \times (X_0 + 0) + 1 \times (-\dot{X}_0 \omega_D \times 0 + D \omega_D \times 1)$$

$$\Rightarrow -\gamma \dot{X}_0 \omega_n + D \omega_D = \dot{X}_0 \Rightarrow D \omega_D = +\gamma \dot{X}_0 \omega_n + \dot{X}_0$$

$$\Rightarrow D = + \frac{\gamma \omega_n \dot{X}_0 + \dot{X}_0}{\omega_D}$$

$$\Rightarrow x(t) = e^{-\gamma \omega_n t} \left(X_0 \cos \omega_D t + \frac{\gamma \omega_n \dot{X}_0 + \dot{X}_0}{\omega_D} \sin \omega_D t \right)$$

$$1/ \psi(x) = \sin \frac{R\lambda}{\pi L}$$

$$\Rightarrow M^* = 0, \omega ML \quad K^* = \frac{R^2 E E}{\pi L^3}$$

$$P = -0,118 P \cdot L, \quad \int_0^L M_x \sin \frac{R\lambda}{\pi L} dx = \frac{\pi L}{\pi} M$$

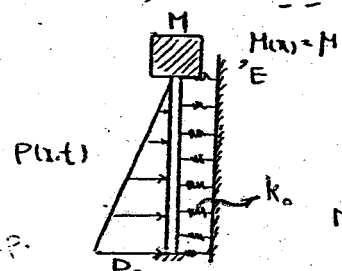
$$\Rightarrow 0, \omega ML \ddot{Y} + \frac{R^2 E E}{\pi L^3} Y = -0,118 P \cdot L - \frac{\pi}{\pi} M \ddot{x}_g(t)$$

محمد علي

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{L}$$

6

- در صورتی که ستون نشان داده شده در شکل دارای صلبیت محلی EI و جرم در واحد طول M تحت اثر بارگذاری
 خاص مطابق شکل قرار گرفته و بعد از آن به حالت تعادل رسیده باشد مطلوب است تعیین معادله حرکت



$$M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = P^*(t) \quad \psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* = \int_0^L M (\psi(x))^2 dx + \sum_i m_i \psi_i^2 + \sum I_{0,i} (\psi_i')^2$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + M \left(1 - \cos \frac{\pi L}{2L}\right)^2 = 0.728 ML + M + \frac{L}{4} ML^2 \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2L}$$

$$C^* = \int_0^L C(x) (\psi(x))^2 dx + \sum_i C_i \psi_i^2 = 0$$

$$K^* = \int_0^L EI (\psi''(x))^2 dx + \int_0^L k_0 (\psi(x))^2 dx + \sum K_i \psi_i^2$$

$$\Rightarrow K^* = \int_0^L EI \left(\frac{\pi^2}{4L^2} \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + \int_0^L k_0 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = \frac{\pi^4}{16} \frac{EI}{L^2} + 0.728 k_0 L$$

$$P^*(t) = \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx + \sum P_i \psi_i$$

$$\Rightarrow P^*(t) = \int_0^L \left(P_0 - P_0 \frac{x}{L}\right) \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right) dx = P_0 \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L}\right) \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right) dx$$

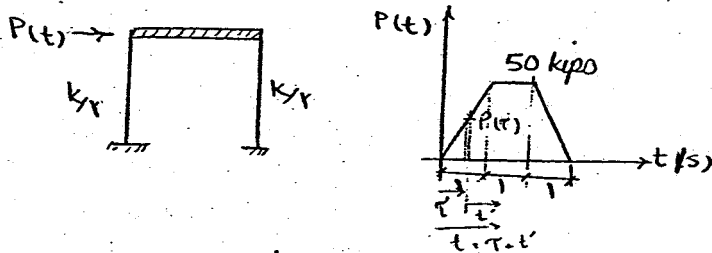
$$\Rightarrow P^*(t) = \frac{LP_0}{4} - \frac{7LP_0}{128\pi^2}$$

$$\Rightarrow P^*(t) = 0.92 P_0 L$$

در مثال حل شده اگر زمان اعمال نیرو به صورت شکل مقابل غیر یکنواخت باشد مطلوبست تعیین تابع $x(t)$

$$W_t = 2000 \text{ kips}, \quad k = 201,1 \text{ k/in}$$

$$t = 1s, 2s, 3s \quad \text{در نقاط}$$



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{201,1 \times 201,1}} = 2s < t_s = t_d$$

← اثر نیرو به صورت ضرب نموده و قاطب یکا
یک بارگذاری اضافی قرار دارد.

$$\Rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{m\omega_n} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{201,1 \times 201,1}{2000}} = 10,1 \text{ rad/s}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2000}{32,2} = 62,1 \text{ k}$$

$$\Rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{\frac{2000}{32,2} \times 10,1} \sin 10,1(t-\tau) d\tau$$

$$\rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{64,1} \sin 10,1(t-\tau) d\tau$$

$$t = 1s \rightarrow x(1) = \int_0^1 \frac{20 \cdot \tau}{64,1} \sin 10,1(1-\tau) d\tau = \frac{20}{64,1} \times 0,218 = 0,677$$

$$t = 2s \rightarrow x(2) = \int_0^1 \frac{20 \cdot \tau}{64,1} \sin 10,1(2-\tau) d\tau + \int_1^2 \frac{20}{64,1} \sin 10,1(2-\tau) d\tau = 2,93 \text{ in}$$

$$t = 3s \rightarrow x(3) = \int_0^1 \frac{20 \cdot \tau}{64,1} \sin 10,1(3-\tau) d\tau + \int_1^2 \frac{20}{64,1} \sin 10,1(3-\tau) d\tau + \int_2^3 \frac{(20 \cdot \tau + 20)}{64,1} \sin 10,1(3-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow x(3) = 2,91 \text{ in}$$

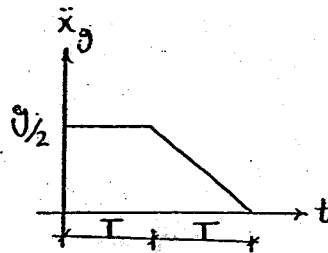
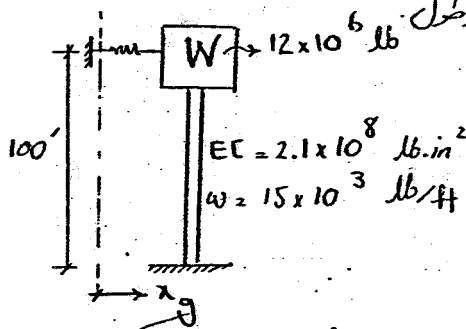
$$\frac{20}{64,1} \int_0^3 \sin 10,1\tau \sin(10,1\tau - 0,2\pi) d\tau$$

سری ⑦

۸۱۲۴۰۳۰

مریم شلیبا

- سازه شغل زیر مفروض است در صورتیکه این سازه تحت اثر حرکت زمین قرار گیرد که دیگر ارام سواب زمین به صورت شغل دوم باشد مطلوب است تعیین: معادله حرکت، تابع تغییر مکان، مقدار تغییر مکان در لحظه $t=0.2s$ و نزدی دارده در همین لحظه، ماکزیمم تغییر مکان در برش پایه و برش در واحد طول



$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$

$$\ddot{x}_g(t) = -2.5g t + g$$

$$M \ddot{Y} + C \dot{Y} + k Y = P^*(t) \quad T = 0.2s$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_i m_i \psi_i^2 + \sum_i I_{0i} \psi_i'^2 = \int_0^L \mu \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + \frac{W}{g} \cdot 1 + 0$$

$$\rightarrow M^* = 0.2267 \mu L + \frac{W}{g} = 0.2267 \times 15 \times 10^3 \times 100 + \frac{12 \times 10^6}{32.2} = 712720.81 \text{ lb/ft/s}^2$$

$$K^* = \int_0^L EI (\psi'(x))^2 dx + \int_0^L k(x) (\psi(x))^2 dx + \sum k_i \psi_i^2 = \int_0^L EI \left(\frac{\pi^2}{4L^2} \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + K \cdot 1^2$$

$$\rightarrow K^* = EI \cdot \frac{\pi^4}{16L^3} \cdot \frac{L}{2} + K = \frac{2.1 \times 10^8}{12^2} \times \frac{\pi^4}{32 \times L^3} + 4 \times 10^4 = 40004.439$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx + m = \int_0^L \mu \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right) dx + \frac{W}{g} = 0.363 \mu L + \frac{W}{g} = 917741.15$$

$$\rightarrow P^*(t) = -\bar{K} \ddot{x}_g(t)$$

$$v(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau$$

تعیین تابع تغییر مکان

$$v(x,t) = \frac{\psi(x) \cdot \bar{K}}{M^* \cdot \omega_D} \cdot v(t) \quad \omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{40004.439}{712720.81}} = 0.237s \rightarrow T = 26.52s$$

$$v(t)_1 = \int_0^t \frac{g}{2} \sin \omega(t-\tau) d\tau = \frac{g}{2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{\cos \omega t}{\omega} \right) \quad 0 \leq t \leq 0.2s$$

$$v(t=0.2) = \frac{32.2}{2} \left(\frac{1}{0.237} - \frac{\cos(0.237 \times 0.2)}{0.237} \right) = 0.0763$$

$$\dot{v}(t) = \frac{g}{2} \times \sin \omega t \quad \rightarrow \quad \dot{v}(t=0.2) = 0.763$$

$$V(t)_2 = V(t=0.2) \cos \omega(t-0.2) + \frac{\dot{V}(t=0.2)}{\omega} \sin \omega(t-0.2) + \int_{0.2}^t (-2.5g\tau + g) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V(t)_2 = 0.0763 \omega \cos \omega(t-0.2) + 3.22 \sin \omega(t-0.2) + g \left(-2.5 \frac{t}{\omega} - \frac{\cos \omega(t-0.2)}{2\omega} + \frac{1}{\omega} + \frac{5 \sin \omega(t-0.2)}{2\omega^2} \right)$$

$0.2 \leq t \leq 0.45$

$$V(t=0.4)_2 = 0.0763 \omega (0.237 \times 0.2) + 3.22 \sin(0.237 \times 0.2) + 32.2 \left(-2.5 \times \frac{0.4}{0.237} - \frac{\cos(0.237 \times 0.2)}{2 \times 0.237} + \frac{1}{0.237} + \frac{5 \sin(0.237 \times 0.2)}{2 \times 0.237^2} \right) = 0.28$$

$$\dot{V}(t)_2 = -0.0763 \omega \sin \omega(t-0.2) + 3.22 \omega \cos \omega(t-0.2) + g \left(-\frac{2.5}{\omega} + \frac{\sin \omega(t-0.2)}{2} + \frac{5 \omega \cos \omega(t-0.2)}{2\omega} \right)$$

$$\Rightarrow \dot{V}(t=0.4)_2 = 1.193$$

$$\Rightarrow V(t)_3 = V(t=0.4) \cos \omega(t-0.4) + \frac{\dot{V}(t=0.4)}{\omega} \sin \omega(t-0.4) \quad t \geq 0.45$$

$$\Rightarrow V(t)_3 = 0.28 \cos \omega(t-0.4) + 1.193 \sin \omega(t-0.4)$$

$$q(x,t) = M \omega^2 \varphi(x) \cdot Y(t) \quad \ddot{Y}(t) = \omega^2 Y(t)$$

$$F_T(H,t) = M \omega^2 \psi(L) Y(t)$$

$$F_S(H,t) = k_S \times \psi(L) Y(t)$$

$$Q_B(x=0,t) = \int_0^L q(x,t) dx + F_T(L,t) + F_S(L,t)$$

$$\Rightarrow Q_B(x=0,t) = \int_0^L M \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t) + M \psi'(L) \cdot \ddot{Y}(t) + k_S \times \psi'(L) \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow Q = \int_0^L M \times (1 - \cos \frac{R x}{2L}) \ddot{Y}(t) dx + M \ddot{Y}(t) + k_S Y(t)$$

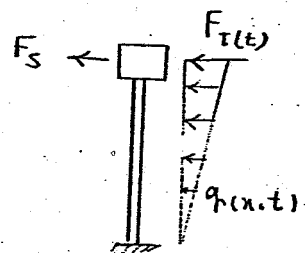
$$\Rightarrow Q_B(x=0,t) = M \ddot{Y}(t) \int_0^L (1 - \cos \frac{R x}{2L}) dx + M \ddot{Y}(t) + k_S Y(t)$$

$0.363L$

$$\Rightarrow Q_B(x=0,t) = 0.363 M L \ddot{Y}(t) + M \ddot{Y}(t) + k_S Y(t) \quad Y(t) = \frac{\bar{E}}{M \omega^2} \cdot V(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(x=0, t=0.25) = 0.363 \times 15 \times 10^3 \times 100 \times \frac{32.2}{2} + 12 \times 10^6 \times \frac{32.2}{2} + 9 \times 10^4 \times \frac{917741.15 \times 0.076}{712720.81 \times 0.237}$$

$$\Rightarrow Q_B(0,0.25) = 2.0198 \times 10^8$$



$$\begin{cases} v(t) = \frac{g}{2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{\cos \omega t}{\omega} \right) & 0 \leq t \leq 0.2 \text{ s} \\ v(t) = 0.0763 \cos \omega(t-0.2) + 3.22 \sin \omega(t-0.2) + g \left(-\frac{2.5t}{\omega} - \frac{\cos \omega(t-0.2)}{2\omega} + \frac{1}{\omega} + \frac{5 \sin \omega(t-0.2)}{2\omega^2} \right) & 0.2 \leq t \leq 0.4 \\ v(t) = 0.28 \cos \omega(t-0.4) + 4.823 \sin \omega(t-0.4) & t \geq 0.4 \text{ s} \end{cases}$$

$$v(t)_1 = \frac{g}{2} \sin \omega t = 0 \quad \omega t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k\pi}{\omega} \xrightarrow{13.265} v(t)_1 = \frac{g}{2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{\cos \omega t}{\omega} \right) = \frac{g}{\omega} = 135.86'$$

$$\begin{aligned} \dot{v}(t)_2 &= -0.0763 \omega \sin \omega(t-0.2) + 3.22 \omega \cos \omega(t-0.2) + g \left(-\frac{2.5}{\omega} + \frac{\sin \omega(t-0.2)}{2} + \frac{5 \omega \sin \omega(t-0.2)}{2\omega} \right) = 0 \\ \Rightarrow \dot{v}(t)_2 &= -0.0181 \sin \omega(t-0.2) + 0.763 \cos \omega(t-0.2) + g \left(-10.55 + \frac{\sin \omega(t-0.2)}{2} + \frac{5 \omega \sin \omega(t-0.2)}{2\omega} \right) = 0 \\ \Rightarrow \dot{v}(t)_2 &= 16.0819 \sin \omega(t-0.2) + 340.426 \cos \omega(t-0.2) - 339.662 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t = 0.72 \text{ s} > 0.4 \text{ s}$$

$$\dot{v}(t)_3 = -0.28 \omega \sin \omega(t-0.4) + 4.823 \omega \cos \omega(t-0.4) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{v}(t)_3 = 0.06636 \sin \omega(t-0.4) + 1.743 \cos \omega(t-0.4) = 0$$

$$\Rightarrow t = 6.58 \text{ s} \sim v_{\max} = 4.83'$$

$$v(t)_2 = -67.256 \cos \omega(t-0.2) + 1436.394 \sin \omega(t-0.2) + 135.86 - 339.865t$$

$$Q(x, t) = \int_0^L q(x, t) dx + F_T(L, t) + F_S(L, t)$$

$$q(x, t) = M(x) \psi(x) \cdot \frac{\bar{k} \omega}{m^*} v(t) = M(x) \cdot \psi(x) \cdot \frac{\int_0^L M(x) \psi(x) dx \cdot \omega}{m^* \omega} v(t)$$

$$F_T(L, t) = M \cdot \omega^2 \cdot \phi(L) \cdot Y(t) = M \omega^2 \cdot \phi(L) \cdot \frac{\bar{k}}{m^* \omega} v(t) = M \omega \cdot \phi(L) \cdot \frac{M}{m^*} v(t)$$

$$F_S(L, t) = k_S \cdot \phi(L) \cdot Y(t) = k_S \cdot \phi(L) \cdot \frac{\bar{k}}{m^* \omega} v(t)$$

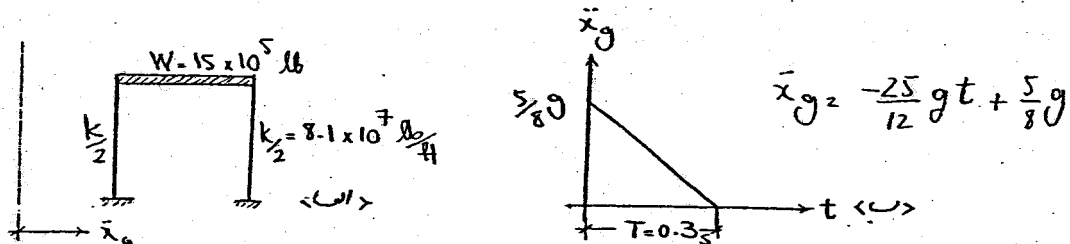
$$\Rightarrow Q_B(x=0, t) = \left[\int_0^L M(x) \psi(x) dx + M \right] \frac{\ddot{Y}(t)}{\omega^2 Y(t)} + k_S \cdot \phi(L) \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(0, t) = \left[\left(\int_0^L M(x) \psi(x) dx + M \right) \omega^2 + k_S \right] Y(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(0, t) = \left[(0.363) (L + \frac{W}{g}) \omega^2 + k_S \right] \times \frac{\bar{k}}{M^* \omega_0} \cdot v(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(0, 6.58) = \left[917741.15 \times 0.237^2 + 4 \times 10^4 \right] \times \frac{917741.15}{712720.81 \times 0.237} \times 4.83' = 2.4 \times 10^6 \text{ lb}$$

فان یک طبقه شکل زیر تحت اثر زلزله ای با دایگرام شتاب شکل قرار گرفته است مطلوب است
عین معادله حرکت، پاسخ تغییر مکان، پاسخ برش پایه و هم چنین معادله ماکزیمم حرکت از آن ها.



$$x(t) = \int_0^t \frac{P_{eff}(\tau)}{m\omega_n} e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \quad \zeta = 0$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_{eff}(\tau) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$P_{eff}(\tau) = -m\ddot{x}_g = -mg \left(-\frac{25}{12} \tau + \frac{5}{8} \right) \quad 0 \leq \tau \leq 0.3s$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{g\omega_n} \int_0^{0.3} -g \left(-\frac{25}{12} \tau + \frac{5}{8} \right) \sin \omega_n(0.3-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega_n} \int_0^t \left(-\frac{25}{12} \tau + \frac{5}{8} \right) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega_n^2} \left(-\frac{25}{12} \tau \cos \omega(t-\tau) + \frac{5}{8} \cos \omega(t-\tau) - \frac{25}{12\omega} \sin \omega(t-\tau) \right) \Big|_0^t$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega_n^2} \left(\frac{5}{8} (1 - \cos \omega t) - \frac{25}{12} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) \right) \quad 0 \leq t \leq 0.3s$$

مقدار نوشتن شتاب لرزه ای آزاد خواصم داشت

$$x_0 = x(T), \quad \dot{x}_0 = \dot{x}(T)$$

$$x(t) = x(T) \cos \omega_n(t-T) + \frac{\dot{x}(T)}{\omega_n} \sin \omega_n(t-T) \quad t \geq 0.3s$$

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_n^2 x = -m\ddot{x}_g(t) & 0 \leq t \leq 0.3s \\ \ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 & 0.3 \leq t \end{cases} \quad \text{معادله حرکت}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.1 \times 10^7 \times 32 - 2}{15 \times 10^5}} = 58.97 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega^2} \left(\frac{5}{8} (1 - \cos \omega t) - \frac{25}{12} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) \right) \quad \text{نفسی تغییرات، صاف ایل}$$

$$\rightarrow \dot{x}(t) = \frac{-g}{\omega^2} \left(-\frac{25}{12} + \frac{5}{8} \omega \sin \omega t + \frac{25}{12} \cos \omega t \right) = 0 \quad \rightarrow t = 0, 0.6s > 0.3$$

$\rightarrow$

$$x(t) = X(T) \cos \omega_n (t - T) + \frac{\dot{X}(T)}{\omega_n} \sin \omega_n (t - T)$$

$$X(0.3) = \frac{-g}{\omega^2} \left(\frac{5}{8} (1 - \cos(0.3 \times 58.97)) - \frac{25}{12} \left(0.3 - \frac{\sin(0.3 \times 58.97)}{58.97} \right) \right) = 2.618 \times 10^{-3}$$

$$\dot{X}(T=0.3) = \frac{-g}{\omega^2} \left(-\frac{25}{12} + \frac{5}{8} \times 58.97 \times \sin(0.3 \times 58.97) + \frac{25}{12} \cos(0.3 \times 58.97) \right) = 0.324$$

$$\Rightarrow x(t) = 2.618 \times 10^{-3} \cos \omega(t - \frac{0.3}{\omega}) + \frac{0.324}{58.97} \sin \omega(t - \frac{0.3}{\omega}) \quad t \geq 0.3s$$

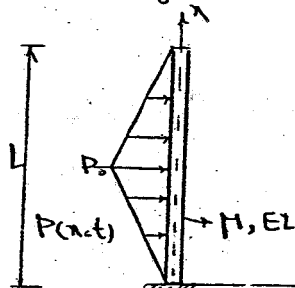
$$\rightarrow \dot{x}(t) = -2.618 \times 10^{-3} \omega \sin \omega(t - 0.3) + \frac{0.324 \omega}{58.97} \cos \omega(t - 0.3) = 0 \quad \rightarrow t = 0.319s$$

$$\rightarrow x(0.319) = 6.0861 \times 10^{-3} \text{ ft}$$

$$Q_{max} = k \cdot x_{max} = 2 \times 8.1 \times 10^7 \times 6.0861 \times 10^{-3} = 1111,482 \text{ lb} = 1.11 \times 10^6 \text{ lb}$$

در صورتی که سازه برین تحت اثر حرکت زمین قرار گیرد مطلوبست تعیین معادله حرکت برای دو حالت

الف) موجود بودن بارگذاری جانبی با اضافه بارگذاری جانبی برای سه تابع مدتی شطرنجی.



$$M^* \ddot{Y} + k^* Y = P_{eff}^*(t)$$

$$M^* = \int_0^L M(x) \psi(x)^2 dx \quad \text{ب}$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$P_{eff}^* = -\ddot{x}_g(t) \bar{k}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M(x) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M x \left(1 - \cos \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = 0.1227 ML$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{Rx}{L} \quad 1$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{R^2}{L^2} \cos \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = EI x \frac{R^2}{L^2}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M x \left(1 - \cos \frac{Rx}{L} \right) dx = M \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{Rx}{L} + x \right) \Big|_0^L = 0.1772 ML$$

$$\Rightarrow 0.1227 ML \ddot{Y} + \frac{R^2 EI}{L^2} Y = -0.1772 ML \ddot{x}_g(t)$$

$$M^* = \int_0^L M \left(\frac{x^2}{L^2} \right)^2 dx = \frac{1}{20} ML$$

$$\psi(x) = \frac{x^2}{L^2} \quad 2$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{2x}{L^2} \right)^2 dx = \frac{fEI}{L^2}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M x \frac{x^2}{L^2} dx = \frac{M}{L^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} ML$$

$$\Rightarrow 0.1 ML \ddot{Y} + \frac{fEI}{L^2} Y = -\frac{1}{3} ML \ddot{x}_g(t)$$

$$M^* = \int_0^L M \left(\sin \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = 0.2 ML$$

$$\psi(x) = \sin \frac{Rx}{L} \quad 3$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{-R^2}{L^2} \sin \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = \frac{R^2 EI}{L^2}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M \sin \frac{Rx}{L} dx = M x \frac{-L}{R} \cos \frac{Rx}{L} \Big|_0^L = M x \frac{L}{R}$$

$$\Rightarrow 0.2 ML \ddot{Y} + \frac{R^2 EI}{L^2} Y = -\frac{L}{R} ML \ddot{x}_g(t)$$

$$\delta W_E = \int_0^L P(x,t) \cdot \delta V(x,t) dx \quad \text{عملیاتی کار، بار، جابجایی}$$

(الف)

$$\delta W_{E_T} = \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^T Y(t) \cdot \delta Y(t) dx + Y \cdot \delta Y \int_0^L M(x) \psi(x) dx + \delta Y \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow \delta W_E = \int_0^L P(x,t) \cdot \psi(x) \delta Y(t) dx$$

$$\delta W_E = \delta W_{E_T}$$

$$\Rightarrow Y \int_0^L M(x) \psi(x) dx + Y \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^T dx = \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx - \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) \psi(x) dx$$

$$1/ \psi(x) = 1 - \omega \frac{Rx}{rL}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right)^T dx = 0,177 ML$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\frac{R^T}{rL^T} \omega \frac{Rx}{rL} \right)^T dx = \frac{R^T EI}{r^2 L^T}$$

$$\int_0^{L/r} \frac{rP_0}{L} x \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right) dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{rP_0}{L} x + rP_0 \right) \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right) dx = 0,177 P_0 L$$

$$\int_0^L M x \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right) dx = 0,177 r ML$$

$$\Rightarrow 0,177 r ML \ddot{Y} + \frac{R^T EI}{r^2 L^T} Y = 0,177 P_0 L - 0,177 r ML \ddot{x}_g(t)$$

$$1/ \psi(x) = \frac{x^T}{L^T}$$

$$M^* = \int_0^L M x \left(\frac{x^T}{L^T} \right)^T dx = 0,1 ML$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\frac{r}{L^T} \right)^T dx = \frac{r EI}{L^T}$$

$$\int_0^{L/r} \frac{rP_0}{L} x \left(\frac{x^T}{L^T} \right) dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{rP_0}{L} x + rP_0 \right) \left(\frac{x^T}{L^T} \right) dx = 0,177 P_0 L$$

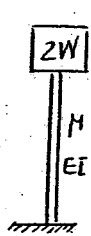
$$\int_0^L M \left(\frac{x^T}{L^T} \right) dx = \frac{1}{r} ML$$

$$\Rightarrow 0,1 r ML \ddot{Y} + \frac{r EI}{L^T} Y = 0,177 P_0 L - \frac{1}{r} ML \ddot{x}_g(t)$$

سری (۷)

برگشتی ۸۱۲۴۰۳۰

سازه شکل زیر فرض است در صورتی بتوان برای طراحی این سازه در مقابل زلزله از شکل A استفاده کرد و برای سازه ۱/۵ دیر بود آن را در نظر گرفته شود. مطلوب است تعیین ماکزیم تغییر مکان در بیش در بیش در داده طول برای ماکزیم شتاب زمین ۰.۳۵g در نظر گرفته شود.



$$ML = \frac{W}{g}$$

$$\xi = 5/1$$

$$T = 1s$$

$$\rightarrow S_a = 0.17g, S_d = 1.7m, S_v = 105 \text{ in/s} \quad a = 0.2g$$

$$0.35g \rightarrow \frac{0.35}{0.2} \rightarrow S_a = 0.2975g, S_d = 2.975m, S_v = 183.75 \text{ in/s}$$

$$V(x,t) = \frac{\psi(x) \bar{k}}{m^* \omega_D} V(t) \rightarrow V_{max}(x) = \psi(x) \cdot \frac{\bar{k}}{m^* \omega_D} S_d = \psi(x) \cdot \frac{\bar{k}}{m^*} S_d$$

$$\bar{k} = \int_0^L M(x) \psi(x) dx + m = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) dx + \frac{2W}{g} = 0.363 ML + \frac{2W}{g}$$

$$M^* = \int_0^L M(x) (\psi(x))^2 dx + \sum m_i \psi_i^2 = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right)^2 dx + \frac{2W}{g} \times 1 = 0.2267 ML + \frac{2W}{g}$$

$$k^* = \int_0^L EI (\psi''(x))^2 dx = \int_0^L EI \left(\frac{R^2}{4L^2} \cos \frac{Rx}{2L}\right)^2 dx = \frac{R^4 EI}{32L^3}$$

$$\rightarrow V_{max}(x) = \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) \times \frac{0.363 ML + \frac{2W}{g}}{0.2267 ML + \frac{2W}{g}} \times 2.975 = \frac{0.363 \times \frac{W}{g} + \frac{2W}{g}}{0.2267 \frac{W}{g} + \frac{2W}{g}} \times 2.975$$

$$\Rightarrow V_{max} = 3.157^*$$

$$q_{max}(x) = M(x) \psi(x) \frac{\bar{k}}{m^*} S_d = M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) \times \frac{\bar{k}}{M^*} \times 0.2975g$$

$$q_{max}(x) = M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) \times \frac{0.363 ML + \frac{2W}{g}}{0.2267 ML + \frac{2W}{g}} \times 0.2975g = 0.316 \text{ Mg}$$

$$Q_{max} = \frac{\bar{k}}{m^*} S_d = \frac{(2.363 \frac{W}{g})^2}{2.2267 \frac{W}{g}} \times 0.2975g = 0.746W$$

$$Q_E(x,t) = \int_0^L q(x,t) dx + F_L(L,t) = \frac{\bar{k}}{m^*} \omega V(t) + M \cdot \frac{\bar{k}}{m^*} \omega V(t) \quad \checkmark$$

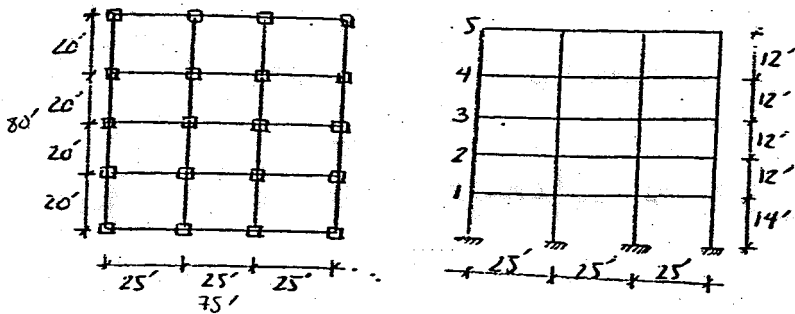
سری ۱

۸۱۴۰۳۰

برج شلیبا

ساختن دایره بی شکل زیر فرض است در صورتیکه بار مرده در تمام ۱۵۰ psl و در طبقات دیگر ۲۵۰ psl و بار زنده در تمام ۳۰ psl و در طبقات دیگر ۸۰ psl در نظر گرفته شود و ابعاد ستون ها 16×16 in^2 $E_c = 3.6 \times 10^6$ psi فرض شود طبق سبب تعیین فرم عامل، سطح معادل، برپایه اصلی سازه و معادله حرکت آن در مقابل زلزله

برای سه حالت تابع شکلی ۱۵ $\psi(x) = \frac{\sin \frac{\pi x}{2L}$ ۱۶ $\psi(x) = \frac{x}{L}$ ۱۷ $\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$



$$k_i = \frac{12EI}{L^3}$$

$$k_{\text{story}} = 2 k_i = 20K_i$$

$$I = \frac{16^4}{12} = 5461.33 \text{ in}^4$$

$$k_{2,3,4,5} = 20 \times \frac{12 \times (3.6 \times 10^6) \times 5461.33}{(12 \times 12)^3} = 1580.25 \text{ kps/in}$$

$$k_1 = 20 \times \frac{12 \times 3.6 \times 10^6 \times 5461.33}{(12 \times 14)^3} = 995.14 \text{ kps/in}$$

$$P.M = 150 \times 3 \times 25 \times 4 \times 20 + 0.2 \times 30 \times 3 \times 25 \times 4 \times 20 = 936000 \text{ lb} = 936 \text{ kps}$$

$$L.M = 250 \times 75 \times 20 + 0.2 \times 80 \times 75 \times 80 = 1596000 \text{ lb} = 1596 \text{ kps}$$

تایر	k	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$k\Delta\psi_i^2$
5	1580.25	936	1		936	
4	1580.25	1596	0.959	0.046	1452.55	3.344
3	1580.25	1596	0.821	0.133	1075.77	27.953
2	1580.25	1596	0.612	0.209	597.77	69.03
1	1580.25	1596	0.397	0.265	192.17	110.97
0	995.14	1596	0.397	0.397		119.824
					4254.26	$k^* = 331.121$

$$L = 62'$$

$$\psi(x) = \frac{\sin \frac{\pi x}{2L}}{2L} \text{ ۱۵}$$

$$m^* = \frac{4254.26}{12 \times 32.2} = 11.01$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{331.121}{11.01}} = 5.48 \text{ rad/s} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.146 \text{ s}$$

عادلر حرکت

$$11.01Y + 331.121Y = 0$$

$$\psi(x) = \frac{x}{L} \quad (b)$$

i	k	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$k\Delta\psi_i^2$
5	1580.25	936	1	0.194	936	59.47
4	1580.25	1596	0.806	0.193	-1036.82	58.86
3	1580.25	1596	0.613	0.194	559.73	59.47
2	1580.25	1596	0.419	0.193	-280.2	58.86
1	995.14	1596	0.226	0.226	81.52	50.83
0					2894.27	$k^* = 287.49$

$$\Rightarrow m^* = \frac{2894.27}{12 \times 32.2} = 7.49$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{287.49}{7.49}} = 6.195 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.0145$$

$$\Rightarrow 7.49\ddot{Y} + 287.49Y = 0$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L} \quad (c)$$

i	k	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$k\Delta\psi_i^2$
5	1580.25	936	1	0.299	936	141.276
4	1580.25	1596	0.701	0.272	789.276	116.913
3	1580.25	1596	0.429	0.22	293.729	76.489
2	1580.25	1596	0.209	0.147	69.715	39.148
1	995.14	1596	0.062	0.062	6.135	3.826
0					2089.86	$k^* = 372.646$

$$\Rightarrow m^* = \frac{2089.86}{12 \times 32.2} = 5.409$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{372.646}{5.409}} = 8.3 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.7575$$

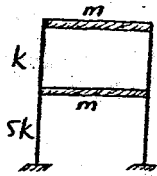
$$\Rightarrow 5.409\ddot{Y} + 372.646Y = 0$$

۸۱۲۴۰۳۰

مریم شلیبا

سری ۹

سازه‌های در صلبه شکل زیر عضو شده طبق سیستم تعیین فرکانس‌های مدول‌های متعلق بر آن‌ها را تعیین کنید.
فرکانس‌های مدول‌های مربوط به اجزای مثال مدول شده در شکل.



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\} \quad (I)$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r \omega^2 + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (II)$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r \omega^2 + k_r \end{vmatrix} = (-m_1 \omega^2 + k_1 + k_r)(-m_r \omega^2 + k_r) - k_r^2 = 0$$

$$m_1 = m_r = m \quad k_1 = 7k \quad k_r = k$$

$$\Rightarrow (-m \omega^2 + 7k)(-m \omega^2 + k) - k^2 = 0 \Rightarrow m \omega^4 - 8k \omega^2 + 6k^2 = 0$$

$$\Rightarrow m \omega^4 - 8k \omega^2 + 6k^2 = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 24}}{2} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_2 = \left(\frac{8 + \sqrt{64 - 24}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_1 = \left(\frac{8 - \sqrt{64 - 24}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

برای ارتداد $\omega = \omega_2$ در رابطه (II) ضرایب را بدست

$$\begin{cases} (-m \omega_2^2 + 7k) x_1 - k x_r = 0 \\ -k x_1 + (-m \omega_2^2 + k) x_r = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-7 + \frac{8 + \sqrt{64 - 24}}{2}) k x_1 - k x_r = 0 \\ -k x_1 + (-1 + \frac{8 + \sqrt{64 - 24}}{2}) k x_r = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x_r}{x_1} = -0.193 < -0.62$$

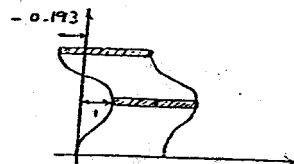
$$\begin{cases} (-m \omega_1^2 + 7k) x_1 - k x_r = 0 \\ -k x_1 + (-m \omega_1^2 + k) x_r = 0 \end{cases}$$

برای ارتداد $\omega = \omega_1$ در رابطه II ضرایب را بدست

$$\Rightarrow \begin{cases} (7 - \frac{8 - \sqrt{64 - 24}}{2}) k x_1 - k x_r = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{8 - \sqrt{64 - 24}}{2}) k x_r = 0 \end{cases}$$

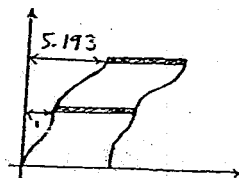
$$\Rightarrow \frac{x_r}{x_1} = 5.193 > 1.62$$

$$\omega_2 = 2.488 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \frac{x_r}{x_1} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.193 \end{Bmatrix}$$

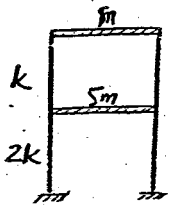


شکل مدول دوم ارتداد

$$\omega_1 = 0.9 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \frac{x_r}{x_1} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 5.193 \end{Bmatrix}$$



شکل مدول اول ارتداد



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\} \quad (I)$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (II)$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{matrix} m_1 = 2m & k_1 = 2k \\ m_2 = m & k_r = k \end{matrix}$$

$$\Rightarrow (-m_1 \omega^2 + k_1 + k_r)(-m_2 \omega^2 + k_r) - k_r^2 = 0$$

$$\Rightarrow (-2m \omega^2 + 2k)(-m \omega^2 + k) - k^2 = 0 \Rightarrow 2m^2 \omega^4 - 2mk \omega^2 - 2mk \omega^2 + 2k^2 - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 \omega^4 - 4mk \omega^2 + k^2 = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{4} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{4 - \sqrt{8}}{4} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_2 = \left(\frac{4 + \sqrt{8}}{4} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (-2m \cdot \frac{4 - \sqrt{8}}{4} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-m \cdot \frac{4 - \sqrt{8}}{4} \cdot \frac{k}{m} + k) x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{نسبت در رابطه II مواضع راست:}$$

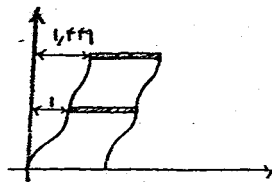
$$\rightarrow \begin{cases} (\sqrt{2} - 2 + 2) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{4 - \sqrt{8}}{4}) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.449 < 1.472$$

$$\begin{cases} (-2m \cdot \frac{4 + \sqrt{8}}{4} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-m \cdot \frac{4 + \sqrt{8}}{4} \cdot \frac{k}{m} + k) x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{نسبت در رابطه II مواضع راست:}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (-2 - \sqrt{2} + 2) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{4 + \sqrt{8}}{4}) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -1.449$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0.707 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

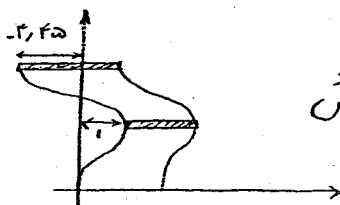
$$\bar{X}^I = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.449 \end{Bmatrix}$$



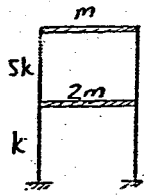
شکل اولین مد ارتعاش

$$\omega_2 = 1.118 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\bar{X}^2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.449 \end{Bmatrix}$$



شکل دومین مد ارتعاش



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\}$$

$$x(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^r + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r \omega^r + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{I}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m_1 \omega^r + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r \omega^r + k_r \end{vmatrix} = (-m_1 \omega^r + k_1 + k_r)(-m_r \omega^r + k_r) - k_r^2 = 0$$

$$m_1 = 2m, \quad k_1 = k$$

$$m_r = m, \quad k_r = 2k \Rightarrow (-2m \omega^r + 2k)(-m \omega^r + 2k) - 2k^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^r \omega^r - 4m k \omega^r + 2m k \omega^r + 2k^2 - 2k^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^r \omega - 2m k \omega^r + 2k^2 = 0 \Rightarrow \omega^r = \frac{1 \pm \sqrt{2f}}{2} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{1 - \sqrt{2f}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_2 = \left(\frac{1 + \sqrt{2f}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2m \times \frac{1 - \sqrt{2f}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (-m \times \frac{1 + \sqrt{2f}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{با قرار دادن } \omega = \omega_1 \text{ در رابطه II ضرایب را ست}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2 - 1 + \sqrt{2f}) k x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (2 - \frac{1 + \sqrt{2f}}{2}) k x_2 = 0 \end{cases}$$

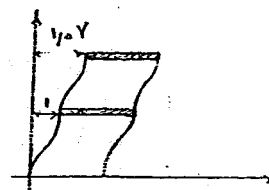
$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.07 < 1.71$$

$$\begin{cases} (-2m \times \frac{1 + \sqrt{2f}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (-m \times \frac{1 - \sqrt{2f}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{با قرار دادن } \omega = \omega_2 \text{ در رابطه II ضرایب را ست}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2 - 1 - \sqrt{2f}) k x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (2 - \frac{1 - \sqrt{2f}}{2}) k x_2 = 0 \end{cases}$$

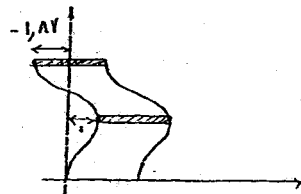
$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -1.87 > -0.71$$

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_1 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{X}^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.07 \end{Bmatrix}$$

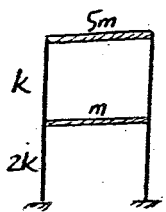


شکل مدول ارتعاش

$$\omega_2 = 1.71 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{X}^2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.87 \end{Bmatrix}$$



شکل مدول ارتعاش



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{F \sin \omega t\}$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$m_1 = m, m_2 = \omega m, k_1 = 2k, k_r = k$$

$$\Rightarrow (-m \omega^2 + 2k)(-\omega m \omega^2 + k) - k^2 = 0 \Rightarrow \omega^4 m^2 - 17mk \omega^2 + k^2 = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{17 \pm \sqrt{17}}{10} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{17 - \sqrt{17}}{10} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_2 = \left(\frac{17 + \sqrt{17}}{10} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1$$

$$\begin{cases} (-m \omega_1^2 + 2k + k_r) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-\omega m \omega_1^2 + k_r) x_2 = 0 \end{cases}$$

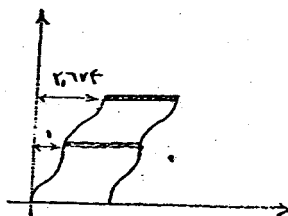
$$\Rightarrow \begin{cases} \left(2 - \frac{17 - \sqrt{17}}{10} \right) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + \left(1 - \frac{17 - \sqrt{17}}{10} \right) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.77 > 1.77$$

$$\omega = \omega_2$$

$$\begin{cases} (-m \omega_2^2 + 2k + k_r) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-\omega m \omega_2^2 + k_r) x_2 = 0 \end{cases}$$

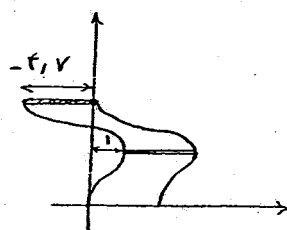
$$\Rightarrow \begin{cases} \left(2 - \frac{17 + \sqrt{17}}{10} \right) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + \left(1 - \frac{17 + \sqrt{17}}{10} \right) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -1.77 < -1.77$$

$$\Rightarrow \omega_{1,2} = \omega \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \underline{X}^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.77 \end{Bmatrix}$$



مداخل ارتعاش

$$\omega_2 = 1.77 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \underline{X}^2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.77 \end{Bmatrix}$$



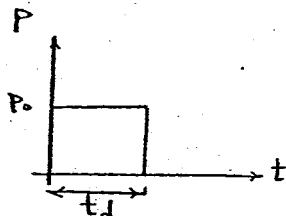
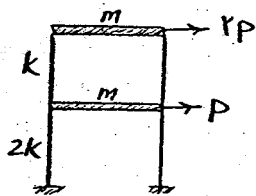
مداخل ارتعاش

سری (۱۵)

۸۱۲۴۰۳۰

معم شلیب

تکین ساقمان دو طبقه شکل زیر فرض است اگر این ساختمان تحت تاثیر زلزله‌ها می‌دارد قرار گیرد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات در هر یک از مداهم چنین تغییر مکان در صورتیکه t_d برابر با برود حداقل ارتعاش باشد.



$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Y}_1(t) \\ \ddot{Y}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^r M_1 & 0 \\ 0 & \omega_2^r M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix}$$

$$M_1 = \sum_1^T m \sum_1$$

$$M_2 = \sum_2^T m \sum_2$$

$$[m] \{\ddot{x}\} + [k] \{x\} = 0$$

تکین فرکانس مای سیستم:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^r + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^r + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m\omega^r + k & -k \\ -k & -m\omega^r + k \end{vmatrix} = (-m\omega^r + k)(-m\omega^r + k) - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 \omega^r - k m \omega^r + k^2 = 0 \Rightarrow \omega^r = (1 \pm \sqrt{1}) \frac{k}{m}$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{(1 - \sqrt{1}) \frac{k}{m}} \\ \omega_2 = \sqrt{(1 + \sqrt{1}) \frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\rightarrow \omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{cases} [-m(1 - \sqrt{1}) \frac{k}{m} + k] x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + [-m(1 - \sqrt{1}) \frac{k}{m} + k] x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = r/f$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0.777 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \sum_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ r/f \end{Bmatrix}, \quad T_1 = 0.2 \sqrt{\frac{m}{k}} = t_d$$

$$\omega_2 = 1.178 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \sum_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1/f \end{Bmatrix}$$

$$\ddot{Y}_k(t) + \omega_k^r Y_k = \frac{1}{M_k} t_k(t), \quad Y_k(t) = \frac{1}{M_k \omega_k} \int_0^t t_k(\tau) \sin \omega_k(t - \tau) d\tau$$

$$\{x(t)\} = \sum_{k=1}^N \sum_k Y_k(t) \stackrel{N \rightarrow \infty}{=} [\sum_1 \quad \sum_2] \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{Bmatrix} = \sum_1 Y_1(t) + \sum_2 Y_2(t)$$

$$t_k(t) = \sum_k^T F_k(t), \quad F_k(t) = \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow t_1(t) = \begin{Bmatrix} 1 & r/f \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix} = P + r^2/fP = \omega_1/fP$$

$$t_2(t) = \begin{Bmatrix} 1 & -1/f \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix} = P - r/fP = 0.1/fP$$

جواب سؤال $M_1 = \bar{X}_1^T \bar{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ r/f & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r/f \end{bmatrix} = 1,17m$

جواب سؤال $M_r = \bar{X}_r^T \bar{X}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -r/f & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -r/f \end{bmatrix} = 1,17m$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{1}{M_1 \omega_1} \int_0^{t_d} f_1(\tau) \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \frac{1}{1,17m \times 0,177 \sqrt{\frac{k}{m}}} \int_0^{t_d} \omega_1 \Lambda P \sin \omega_1(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{\omega_1 \Lambda P}{\omega_1 \Lambda \sqrt{k m}} \int_0^{t_d} \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \frac{\omega_1 \Lambda P}{\omega_1 \Lambda \sqrt{k m}} \times \frac{1}{\omega_1} (1 - \cos \omega_1 t_d) \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{\omega_1 \Lambda P}{\omega_1 \Lambda \sqrt{k m} \times 0,177 \sqrt{\frac{k}{m}}} (1 - \cos \omega_1 t_d) = 1,17 \frac{P}{K} (1 - \cos \pi) = 1,17 \frac{P}{K} \times 0$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = 0 \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$Y_r(t) = \frac{1}{M_r \omega_r} \int_0^{t_d} f_r(\tau) \sin \omega_r(t-\tau) d\tau = \frac{1}{1,17m \times 1,17 \Lambda \sqrt{\frac{k}{m}}} \int_0^{t_d} 0,1 P \times \sin \omega_r(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow Y_r(t) = \frac{0,1 P}{1,17m \times \omega_r} \int_0^{t_d} \sin \omega_r(t-\tau) d\tau = \frac{0,1 P}{1,17m \omega_r} \times \frac{1}{\omega_r} (1 - \cos \omega_r t_d) \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$\Rightarrow Y_r(t) = \frac{0,1 P}{1,17m \times r/f \times \frac{k}{m}} (1 - \cos (1,17 \Lambda \sqrt{\frac{k}{m}} \times 1,17 \sqrt{\frac{m}{k}})) =$$

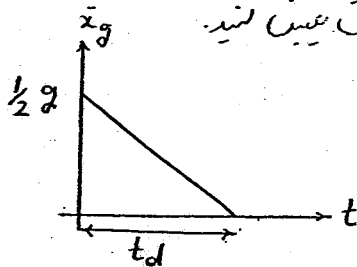
$$\Rightarrow Y_r(t) = 0,0207 \frac{P}{K} (1,17 \Lambda) = 0,0241 \frac{P}{K} \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$\{x(t)\} = [\bar{X}_1 \quad \bar{X}_r] \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_r(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ r/f & -r/f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,0241 \frac{P}{K} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,0241 \frac{P}{K} \\ -0,0241 \frac{P}{K} \end{Bmatrix} \quad r, \Lambda$$

$$\{x(t)\} = [\bar{X}_1] \{Y_1(t)\} = \begin{bmatrix} 1 \\ r/f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

فرح سلیبا

Diagram of a frame structure. A vertical wall is on the left. To its right are two columns. The top column has height k and mass m . The bottom column has height $4k$ and mass $2m$. A horizontal axis x_g is shown at the base of the columns.



$$\ddot{x}_g(t) = -\frac{g}{2t_d} t + \frac{g}{2} = \frac{g}{t_d} \left(-\frac{1}{2} t + 1 \right)$$

تقسیم فرکانس های سازه

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^r + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r \omega^r + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^r + \omega k & -k \\ -k & -m \omega^r + k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow (-m_1 \omega^r + \omega k)(-m_2 \omega^r + k) - k^r = 0 \quad \Rightarrow m_1 \omega^r - m_1 k \omega^r - \omega m_2 k \omega^r + \omega k^r - k^r = 0$$

$$\rightarrow r m^r \omega^r - r m k \omega^r + F k^r = 0 \rightarrow \omega^r = \frac{v \pm \sqrt{1v}}{f} \frac{k}{m} \rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{v - \sqrt{1v}}{f} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/r} \\ \omega_2 = \left(\frac{v + \sqrt{1v}}{f} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/r} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{cases} (-r \cancel{m} \cdot \frac{v - \sqrt{14}}{r} \cdot \frac{k}{m} + \omega k) X_1 - k X_2 = 0 \\ -k X_1 + (-m \cdot \frac{v - \sqrt{14}}{r} \cdot \frac{k}{m} + k) X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = \frac{r + \sqrt{14}}{r} = r, \omega r$$

$$\omega = \omega_r \Rightarrow \begin{cases} (-r m_1 \frac{v + \sqrt{14}}{r} - \frac{k}{m} + \omega k) X_1 - k X_2 = 0 \\ -k X_1 + (-m_2 \frac{v + \sqrt{14}}{r} - \frac{k}{m} + k) X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = \frac{r - \sqrt{14}}{r} = -0, 271$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0, \text{ and } \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \underline{X}_1 = \left\{ r, \omega r \right\}, \quad T_1 = v, \text{ e.g. } \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{td}{r}$$

$$\omega_{r2} = 1.7V \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{X}_{r2} = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ -0.07r \end{matrix} \right\}$$

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = -[M][\tau] \ddot{x}_g$$

$$\Rightarrow \ddot{Y}_k + \omega_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} \ddot{t}_k(t)$$

$$M_k = \bar{X}_k^T M \bar{X}_k$$

$$\ddot{t}_k(t) = \bar{k}_k \ddot{x}_g(t)$$

$$\bar{k}_k = -\bar{X}_k^T [m][\tau] \quad \text{ضرب مسألت زیر}$$

$$Y_k(t) = \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} V_k(t)$$

$$V_k(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta \omega_k(t-\tau)} \sin \omega_k(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V_1(t) = \int_0^{t_d} \left(\frac{-g}{r t_d} \tau + \frac{g}{r} \right) \sin \omega_1(t_d - \tau) d\tau = \frac{g}{r} \int_0^{t_d} \left(-\frac{1}{t_d} \tau + 1 \right) \sin \omega_1(t_d - \tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V_1(t) = \frac{g}{r} \left(\frac{\sin(t_d \omega_1)}{t_d \omega_1} - \frac{\cos(t_d \omega_1)}{\omega_1} \right) = -\frac{g}{r \omega_1} = -0.179 g \sqrt{\frac{m}{k}} \quad 0 \leq t \leq t_d$$

$$\Rightarrow V_r(t) = \int_0^{t_d} \left(\frac{-g}{r t_d} \tau + \frac{g}{r} \right) \sin \omega_r(t_d - \tau) d\tau = \frac{g}{r} \int_0^{t_d} \left(-\frac{1}{t_d} \tau + 1 \right) \sin \omega_r(t_d - \tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V_r(t) = \frac{g}{r} \left(\frac{\sin(t_d \omega_r)}{t_d \omega_r} - \frac{\cos(t_d \omega_r)}{\omega_r} \right) = -0.182 g \sqrt{\frac{m}{k}} \quad 0 \leq t \leq t_d$$

$$\bar{k}_1 = -\bar{X}_1^T [m][\tau] = -\langle 1 \quad r_1 \omega_1 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -\langle r_m \quad r_1 \omega_1 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_1 = -\omega_1 \omega_1 r_m$$

$$\bar{k}_r = -\bar{X}_r^T [m][\tau] = -\langle 1 \quad -0.179 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -\langle r_m \quad -0.179 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_r = -1.179 r_m$$

$$M_1 = \langle 1 \quad r_1 \omega_1 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r_1 \omega_1 r \end{bmatrix} = \langle r_m \quad r_1 \omega_1 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ r_1 \omega_1 r \end{bmatrix} = 1.179 r_m$$

$$M_r = \langle 1 \quad -0.179 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.179 r \end{bmatrix} = \langle r_m \quad -0.179 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ -0.179 r \end{bmatrix} = 1.179 r_m$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{\bar{k}_1}{M_1 \omega_1} V_1(t) = \frac{-\omega_1 \omega_1 r_m}{1.179 r_m \times 0.179 \sqrt{\frac{m}{k}}} \times -0.179 g \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.179 g \frac{m}{k}$$

$$Y_r(t) = \frac{\bar{k}_r}{M_r \omega_r} V_r(t) = \frac{-1.179 r_m}{1.179 r_m \times 1.179 \sqrt{\frac{m}{k}}} \times -0.182 g \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.182 g \frac{m}{k}$$

$$\{x(t)\}_k = \bar{X}_k \cdot Y_k(t)$$

$$\Rightarrow \{x(t)\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \omega r \end{Bmatrix} \times (0.1779 \frac{m}{k}) = \begin{Bmatrix} 0.1779 \frac{m}{k} \\ 0.1937 \frac{m}{k} \end{Bmatrix}$$

$$\{x(t)\}_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.1 \omega r \end{Bmatrix} \times (0.1029 \frac{m}{k}) = \begin{Bmatrix} 0.1029 \frac{m}{k} \\ -0.01029 \frac{m}{k} \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{x(t)\}_{\text{کل}} = \bar{X}_1 Y_1(t) + \bar{X}_r Y_r(t) = \begin{Bmatrix} 0.1779 \frac{m}{k} \\ 0.1937 \frac{m}{k} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0.1029 \frac{m}{k} \\ -0.01029 \frac{m}{k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2808 \frac{m}{k} \\ 0.1834 \frac{m}{k} \end{Bmatrix}$$

$$\{f_s(t)\}_k = [M] \{X_k\} \cdot \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot V_k(t)$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_1 = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \omega r \end{Bmatrix} \cdot \frac{-0.1 \omega r m}{14.79 m} \cdot 0.1848 \sqrt{\frac{k}{m}} \times -0.1029 \sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_1 = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \omega r_m \end{Bmatrix} \cdot \frac{0.1779 g}{14.79} = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.119 g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.1779 mg \\ 0.1779 mg \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_r = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.1 \omega r \end{Bmatrix} \cdot \frac{-0.1448 m}{14.79 m} \cdot 1.177 \sqrt{\frac{k}{m}} \times -0.1848 \sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_r = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.1 \omega r_m \end{Bmatrix} \times 0.1937 g = \begin{Bmatrix} 0.1029 mg \\ -0.1779 mg \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_{\text{کل}} = \begin{Bmatrix} 0.1779 mg \\ 0.1779 mg \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0.1029 mg \\ -0.1779 mg \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2808 mg \\ 0.0000 mg \end{Bmatrix}$$

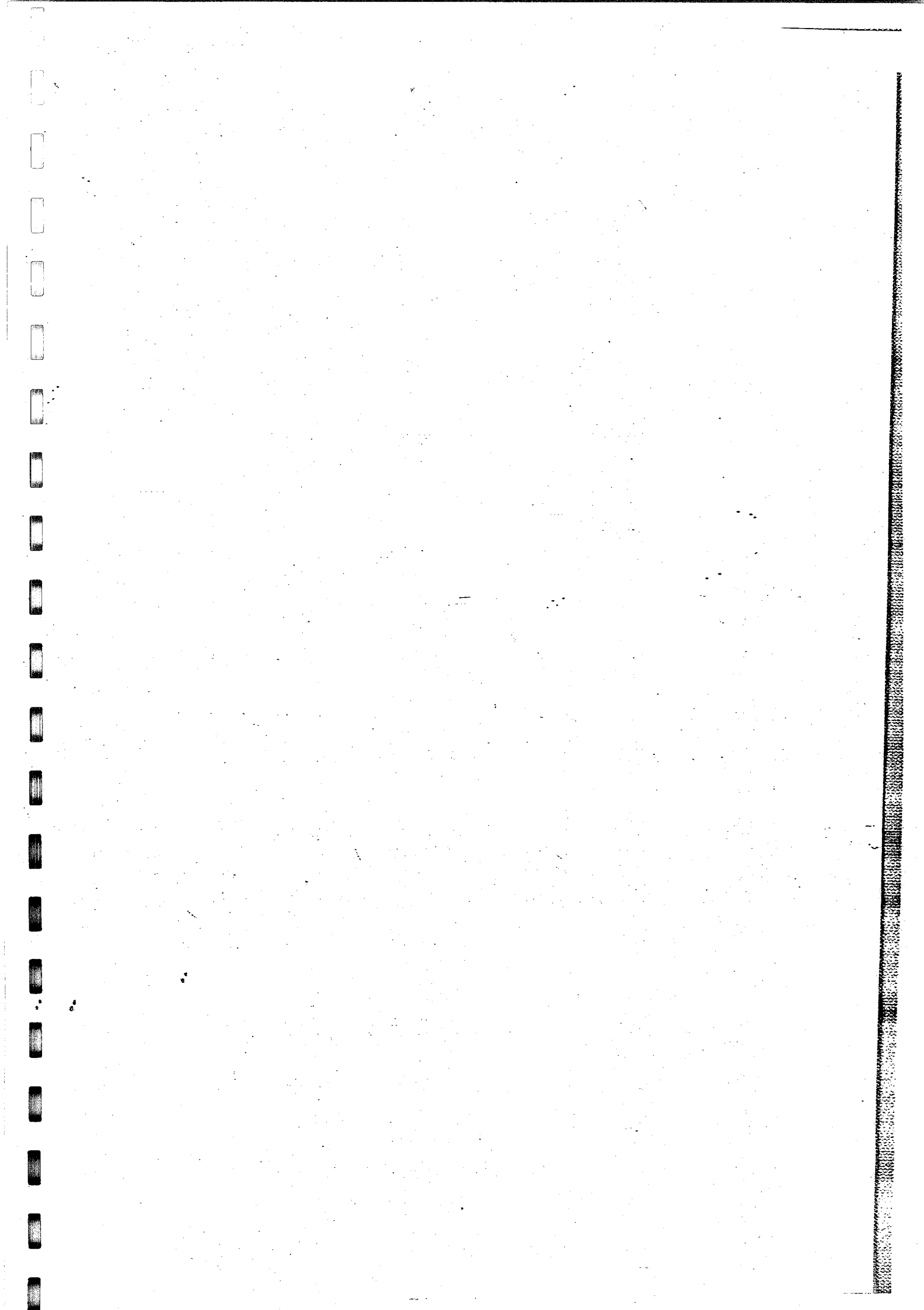
$$Q_1(t) = 0.1779 mg + 0.1779 mg = 0.3558 mg \quad \text{رشد یاب در مد اول}$$

$$Q_r(t) = 0.1029 mg - 0.1779 mg = -0.0750 mg \quad \text{رشد یاب در مد دوم}$$

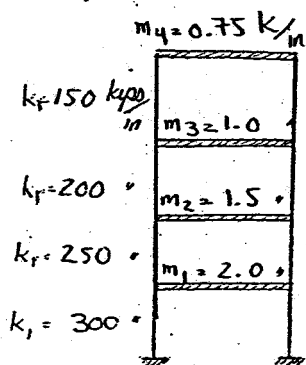
$$\Rightarrow \text{کل } Q(t) = 0.3558 mg + (-0.0750 mg) = 0.2808 mg \quad \rightarrow \text{در صورت اول: } 11.44\%$$

$$M^r = \frac{\bar{k}_k}{M_k} = \left\{ \frac{(-0.1 \omega r m)^2}{14.79 m} \right\} = \begin{Bmatrix} 2.107 m \\ 0.1894 m \end{Bmatrix} \rightarrow \text{در صورت اول: } 2.0\%$$

$\Sigma M = 1.999$



ماتریس ۴ طبقه شکل زیر مندرج است در صورتیکه بردار تغییر مکان طبقه در لحظه $t_1 = t_3$ مقدار نامعین خود را داشته باشد برای مداخله و این مقدار برای سایر مدتها بصورت بردار نشان داده شده در زیر باشد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات دوم و پنجم بردار نیروی الاستیک و نیروی برش باشد.



$$S_d = \begin{Bmatrix} 0.8 \\ 0.6 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{Bmatrix}$$

$$\{\lambda_k\}_{max} = \sum_k \frac{k_k}{M_k} \cdot S_{dk}$$

$$\begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_f & -k_f & 0 & 0 \\ -k_f & -m_2 \omega^2 + k_2 + k_f & -k_f & 0 \\ 0 & -k_f & -m_3 \omega^2 + k_3 + k_f & -k_f \\ 0 & 0 & -k_f & -m_4 \omega^2 + k_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2\omega^2 + \omega_0 & -2\omega_0 & 0 & 0 \\ -2\omega_0 & -1/2\omega^2 + \omega_0 & -1.0 & 0 \\ 0 & -1.0 & -\omega^2 + 2\omega_0 & -1\omega_0 \\ 0 & 0 & -1\omega_0 & -0.75\omega^2 + 1\omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \omega_1 f \quad \omega_2 = 12.7 \quad \omega_3 = 17.1 f \quad \omega_4 = 24.82 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{cases} (-2\omega_1^2 + k_1 + k_f) X_1 - k_f X_2 = 0 \\ -k_f X_1 + (-1/2\omega_1^2 + k_2 + k_f) X_2 - k_f X_3 = 0 \\ -k_f X_2 + (-\omega_1^2 + k_3 + k_f) X_3 - k_f X_4 = 0 \\ -k_f X_3 + (-0.75\omega_1^2 + k_f) X_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-2 \times 0.75 + \omega_0) X_1 - 2\omega_0 X_2 = 0 \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = 1.977 \\ -2\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 0.75 + \omega_0) X_2 - 1.0 X_3 = 0 \Rightarrow \frac{X_3}{X_1} = 2.747 \\ -1.0 X_2 + (-0.75 + 2\omega_0) X_3 - 1\omega_0 X_4 = 0 \Rightarrow \frac{X_4}{X_1} = 3.201 \end{cases}$$

$$\omega_1 = \omega_1 f \text{ rad/s} \quad X_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.977 \\ 2.747 \\ 3.201 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_f = 17,7 \Rightarrow \begin{cases} (-r \times 17,7^2 + 2\omega_0) X_1 - r\omega_0 X_f = 0 \\ -r\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 17,7^2 + f\omega_0) X_f - r_0 X_f = 0 \\ -r_0 X_f + (-1 \times 17,7^2 + r\omega_0) X_f - 1\omega_0 X_f = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{X_f}{X_1} &= 0,91 \\ \frac{X_f}{X_1} &= -0,1 \\ \frac{X_f}{X_1} &= -1,29 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \omega_f = 17,7 \text{ rad/s} \Rightarrow \underline{X}_f = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \\ -0,1 \\ -1,29 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_f = 19,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \begin{cases} (-r \times 19,17^2 + 2\omega_0) X_1 - r\omega_0 X_f = 0 \\ -r\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 19,17^2 + f\omega_0) X_f - r_0 X_f = 0 \\ -r_0 X_f + (-19,17^2 + r\omega_0) X_f - 1\omega_0 X_f = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{X_f}{X_1} &= -0,771 \\ \frac{X_f}{X_1} &= -0,1117 \\ \frac{X_f}{X_1} &= 1,07 \end{aligned}$$

$$\omega = \omega_f = 27,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \begin{cases} (-r \times 27,17^2 + 2\omega_0) X_1 - r\omega_0 X_f = 0 \\ -r\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 27,17^2 + f\omega_0) X_f - r_0 X_f = 0 \\ -r_0 X_f + (-27,17^2 + r\omega_0) X_f - 1\omega_0 X_f = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{X_f}{X_1} &= -2,77 \\ \frac{X_f}{X_1} &= 7,771 \\ \frac{X_f}{X_1} &= -1,171 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \omega_f = 19,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \underline{X}_f = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,771 \\ -0,1117 \\ 1,07 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_f = 27,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \underline{X}_f = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2,77 \\ 7,771 \\ -1,171 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{k}_k = -\underline{X}_k^T [m][z]$$

$$m = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2\omega_0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_1 = \langle 1 \quad 1,977 \quad 7,777 \quad 7,721 \rangle \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_1 = \{ r \quad 1,9\omega_0 \quad 7,777 \quad 7,777 \} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -10,17\omega_0$$

$$\bar{k}_r = \langle 1 \quad 0.91 \quad -0.12 \quad -1.29 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -1.172$$

$$\bar{k}_r = \langle 1 \quad -0.741 \quad -0.177 \quad 1.07 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -0.179$$

$$\bar{k}_r = \langle 1 \quad -1.44 \quad 1.441 \quad -1.171 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -0.22$$

$$M_k = \bar{X}_k^T m \bar{X}_k$$

$$\Rightarrow M_1 = \langle 1 \quad 1.977 \quad 1.747 \quad -1.201 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.177 \\ 1.747 \\ 1.201 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow M_1 = \begin{Bmatrix} 1 & 1.977 & 1.747 & -1.201 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.177 \\ 1.747 \\ 1.201 \end{Bmatrix} = 14.17$$

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad 0.91 \quad -0.12 \quad -1.29 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.91 \\ -0.12 \\ -1.29 \end{Bmatrix} =$$

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad 1.172 \quad -0.12 \quad -1.192 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.91 \\ -0.12 \\ -1.29 \end{Bmatrix} = 0.12$$

∴

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad -0.741 \quad -0.177 \quad 1.07 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.741 \\ -0.177 \\ 1.07 \end{Bmatrix} =$$

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad -1.172 \quad -0.177 \quad 1.07 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.741 \\ -0.177 \\ 1.07 \end{Bmatrix} = 1.44$$

$$M_F = \begin{pmatrix} 1 & -1,22 & 1,441 & -1,171 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1,2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1,75 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,441 \\ -1,171 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow M_F = \begin{pmatrix} 1 & -1,2 & 1,441 & -1,171 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,441 \\ -1,171 \end{Bmatrix} = 1,47,71$$

$$\{ \lambda_k \}_{max} = \bar{X}_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk}$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_1 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,977 \\ 1,747 \\ 1,221 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-1,172}{1,47,71} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -0,748 \\ -0,782 \\ -0,927 \\ -1,141 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_2 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,91 \\ -0,13 \\ -1,29 \end{Bmatrix} \times \frac{-1,172}{2,22} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -0,515 \\ -0,197 \\ 0,742 \\ 0,242 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_3 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,741 \\ -0,177 \\ 1,07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,129}{1,44} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -0,0549 \\ 0,0547 \\ 0,077 \\ -0,08 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_4 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,441 \\ -1,171 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,22}{1,47,71} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -7,44 \times 10^{-2} \\ 0,0151 \\ -0,0222 \\ 0,012 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\{ f_{sk} \}_{max} = [M][\bar{X}_k] \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk}$$

نوری الاستی :

$$\Rightarrow \{ f_{s1} \}_{max} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1,2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1,75 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,977 \\ 1,747 \\ 1,221 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-1,172}{1,47,71} \times 0,1 \times 12 = \begin{Bmatrix} -8,37 \\ -12,22 \\ -11,48 \\ -10,19 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \\ -0,12 \\ -1,29 \end{Bmatrix} \times \frac{-2,258}{-2,12} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -2,127 \\ -3,21 \\ 0,77 \\ 3,04 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,721 \\ -0,117 \\ 1,07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,199}{0,77} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -1,797 \\ 0,912 \\ 0,797 \\ -0,721 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,771 \\ -1,171 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,077}{-1,771} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -0,124 \\ 0,12 \\ -0,172 \\ 0,108 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s\}_{max} = \begin{Bmatrix} (f_{S_{im}} + f_{S_{rm}} + f_{S_{rm}} + f_{S_{fm}})^{1/2} \\ " \\ " \\ " \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9,917 \\ 12,17 \\ 11,24 \\ 1,77 \end{Bmatrix}$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k S_{vk} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k^r S_{dk}$$

~ 10/10

$$\Rightarrow Q_{1max} = \frac{(-10,122)^r}{12,17} \times 2,12^r \times 0,7 = 10,297 \times 12$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1,1722)^r}{0,77} \times 12,17^r \times 0,7 = 7,719 \times 12$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0,122)^r}{1,771} \times 11,24^r \times 0,7 = 2,77 \times 12$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0,122)^r}{1,771} \times 12,17^r \times 0,7 = 1,94 \times 12$$

$$\Rightarrow Q_{max} = \sqrt{10,297^2 + 7,719^2 + 2,77^2 + 1,94^2} = 12,17 \times 12$$

مرکز شلیا ۸۱۲۴۰۳۰

سری (۲-۱۱)

اگر سازه ترین تحت اثر شتاب زمین لرزه قرار گیرد که در لحظه t_2 بر دارنده سرعت آن برای محاسبه
مورد هاهم صورت زیر باشد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات در این لحظه. بررسی الاستیک در این لحظه.

دوم ضیق برش پایه در لحظه یاد شده.

$$V(t_2) = \begin{Bmatrix} 2 \\ 1.7 \\ 1.5 \\ 1.2 \end{Bmatrix} \frac{\text{t}}{\text{s}} \quad \omega_n = \begin{Bmatrix} 5.4 \\ 12.7 \\ 19.14 \\ 24.82 \end{Bmatrix} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\bar{K}_n = \begin{Bmatrix} -10.142 \\ -1.8722 \\ -0.1829 \\ -0.24 \end{Bmatrix}$$

$$M_n = \begin{Bmatrix} 24.27 \\ 5.24 \\ 4.43 \\ 24.71 \end{Bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.967 & 0.91 & -0.731 & -2.44 \\ 2.747 & -0.12 & -0.887 & 2.441 \\ 2.251 & -0.59 & 1.07 & -1.818 \end{bmatrix}$$

$$\{x_k\}_{max} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot \frac{V(t)}{\omega_k}$$

$$\Rightarrow \{x_1\}_{max} = \begin{Bmatrix} 1.967 \\ 2.747 \\ 2.251 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.142}{24.27} \times \frac{2}{5.4} = \begin{Bmatrix} -0.171 \\ -0.317 \\ -0.442 \\ -0.242 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_2\}_{max} = \begin{Bmatrix} 0.91 \\ -0.12 \\ -1.59 \end{Bmatrix} \times \frac{-1.8722}{5.24} \times \frac{1.7}{12.7} = \begin{Bmatrix} -0.0479 \\ -0.0447 \\ 0.0144 \\ 0.0762 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_3\}_{max} = \begin{Bmatrix} -0.731 \\ -0.887 \\ 1.07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.1829}{4.43} \times \frac{1.5}{19.14} = \begin{Bmatrix} -0.0147 \\ 0.0107 \\ 0.013 \\ -0.0157 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_4\}_{max} = \begin{Bmatrix} -2.44 \\ 2.441 \\ -1.818 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.24}{24.71} \times \frac{1.2}{24.82} = \begin{Bmatrix} -1.81 \times 10^{-3} \\ 2.44 \times 10^{-3} \\ -2.22 \times 10^{-3} \\ 2.02 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow x_{max} = \begin{Bmatrix} 0.179 \\ 0.32 \\ 0.442 \\ 0.249 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\{ \ddot{s}_k \}_{max} = [M][X_k] \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot S_{sk} = [M][X_k] \cdot \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega \cdot v_{(t)}$$

$$\Rightarrow \{ \ddot{s}_1 \}_{max} = [M][X_1] \cdot \frac{-1.0/122}{12,12} \times \omega, 1 \times 1 = \begin{Bmatrix} -9, 101 \\ -12, 111 \\ -12, 914 \\ -11, 174 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$, \{ \ddot{s}_2 \}_{max} = [M][X_2] \cdot \frac{-1, 172}{12, 12} \times 11, 1 \times 1, 1 = \begin{Bmatrix} -12, 17 \\ -1, 10 \\ 1, 119 \\ 9, 15 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$, \{ \ddot{s}_3 \}_{max} = [M][X_3] \cdot \frac{-0, 119}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = \begin{Bmatrix} -1, 10 \\ 1, 17 \\ 1, 17 \\ -1, 11 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$, \{ \ddot{s}_4 \}_{max} = [M][X_4] \cdot \frac{-0, 119}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = \begin{Bmatrix} -1, 17 \\ 1, 17 \\ -1, 11 \\ 1, 17 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\Rightarrow \{ \ddot{s} \}_{max} = \begin{Bmatrix} 11, 102 \\ 11, 17 \\ 11, 17 \\ 11, 17 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot v_{(t)}$$

رسد

$$\rightarrow Q_{1max} = \frac{(-1.0/122)^1}{12, 12} \times \omega, 1 \times 1 = 11, 17 \times 11$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1, 172)^1}{12, 12} \times 11, 1 \times 1, 1 = 11, 17 \times 11$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0, 119)^1}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = 1, 17 \times 11$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0, 119)^1}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = 1, 17 \times 11$$

$$\rightarrow Q_{max} = 11, 17 \times 11$$

$$\{Q_{k, \max}\} = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k} \cdot S_{ok}$$

0 ماکزیمم برش پایه :

$$Q_{1, \max} = \frac{11,292^r}{r_{E,0A0}} \times 121,01 = 727,712$$

$$Q_{r, \max} = \frac{r^r}{7} \times 249,11 = 177,073$$

$$Q_{r, \max} = \frac{0,1708^r}{r_{E,14V}} \times 289,97 = 22,037$$

$$Q_{\max} = \left(727,712^r + 177,073^r + 22,037^r \right)^{1/r} = 70,707 \text{ kips}$$

$$n_k^* = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k}$$

0 جزیء

$$n_1^* = \frac{11,292^r}{r_{E,0A0}} = 0,187$$

$$n_r^* = \frac{r^r}{7} = 0,177$$

$$n_r^* = \frac{0,1708^r}{r_{E,14V}} = 0,127$$

$$n_1^* + n_r^* + n_r^* = 7 = n_1 + n_r + n_r \rightarrow OK$$

تیمه تنظیم
A. Dayani

A. Dayani

نمونه سسده استخوان اصول گفتنی زلزله / حساب آتشی و لرزه ای زاده

* یک تیر π اصل با شرایط مرده سطحی شکل مرز است

خیابان این تیر در π دارای یک فرستش با سختی K_0 باشد تحت بار جانبی زلزله با یک درشتاب π گانه

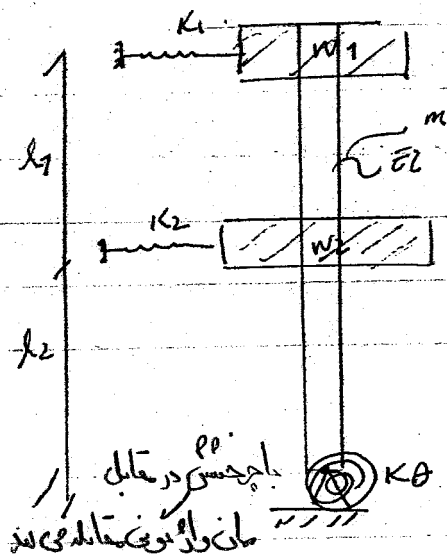
زیر فرایند مطلوبت یقین:

1. K^* , M^* و K در کانس

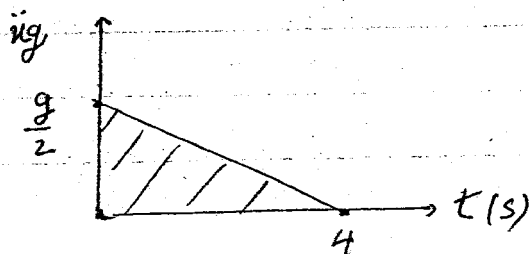
2. محاسبه حرکت، ماکزیم تغییر مکان، نقطه مربوط به آن

3. برش پایه در دو جهت و ماکزیم آن

4. ماکزیم برش پایه در همان مقدم پایه (یا همان در گانه)



$$\begin{aligned} l_1 &= 40' (l_1) = 480 \text{ in} \\ l_2 &= 60' (l_2) = 720 \text{ in} \\ K_1 &= 200 \text{ kips/in} \\ K_2 &= 400 \text{ kips/in} \\ w_1 &= 50 \text{ kips} \Rightarrow m = 0.13 \text{ lb} \\ w_2 &= 100 \text{ kips} \Rightarrow m = 0.24 \text{ lb} \\ m &= 500 \text{ lb/in} \quad (\text{وزن خونی می باشد}) \\ EI &= 2 \times 10^5 \text{ lb. in}^2 = 2 \times 10^2 \text{ kips. in}^2 \\ K_0 &= 1000 \text{ kips. in/Rad} \end{aligned}$$



سر در سبب گانه زلزله

$$g = 384 \frac{\text{in}}{\text{s}} = 32.2 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

$$l = 12 \text{ in}$$

$$k_{\text{ستون}} = \frac{\text{kips}}{\text{ft}}$$

حل) برای حل ابتدا می‌بایستی تابع شکل مناسب را تعیین کرد. سپس این تابع مستقیم یکبار در حل طولانی است اما

می‌تواند به آسانی به این تابع نیز $\psi_1(x)$ را انتخاب می‌کنیم چرا که مقدار $\psi_1(0) = 0$ در نظر می‌گیریم و این را که اهمیت دارد می‌باشد چون ساده‌تر است $\psi = \frac{x}{l}$ جواب می‌دهد

$$\psi_1(x) = 1 - \cos \pi x / 2l \quad \checkmark$$

$$\psi_2(x) = \sin \pi x / 2l$$

تابع شکل مناسب تر است که در آن k حذف شود
یعنی مشتق آن در دو سر برابر می‌شود $k^* = k_1 \psi_1' + k_2 \psi_2'$

در شرط بعد مجدداً تشکیل داده و معادله ψ برای اجزای ψ قرار می‌دهیم و بررسی می‌کنیم که اعداد (w_1, w_2)

تخمینی بایستی، جرم تبدیل شود و در آخر از زمین ابتدا شکل می‌کشند، این موضوع فوق العاده حیاتی است!

Item	$x (ft)$	ψ	ψ'
w_1	100	1	$(200/\pi)^{-1} (63.7)^{-1}$
w_2	60	0.4	$(250/\pi)^{-1} (50.9)$
K_1	100	1	$200/\pi$
K_2	60	0.4	$(250/\pi)^{-1}$

$$\begin{aligned} K_1 &= 200 \times 12 = 2400 \text{ kips/ft} \\ K_2 &= 400 \times 12 = 480 \text{ kips/ft} \end{aligned}$$

$$m = \frac{0.500 \times 12}{32.2} = 0.63 \quad \frac{\text{kips} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}} = 0.21 \frac{\text{kips} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}^2}$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{50}{2.87} = 5.2 \\ m_2 = \frac{100}{2.87} = 9.2 \end{cases}$$

$$E I = 2 \times 10^6 \times 10^3 \times \frac{1}{12} = \pi \text{ kip-ft}^2$$

$\bar{K}, M^*, K^*$ مقیاس

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum m_i \psi_i^2$$

$$M^* = \int_0^L 0.21 \left[1 - \cos \frac{\pi x}{2L} \right]^2 dx + m_1 \psi_1^2 + m_2 \psi_2^2$$

$$M^* = 0.21 \times 0.228 \left(\overset{L}{100} \right) + 5.2 \times 1^2 + 9.2 \times 0.4^2 = 11.2 \frac{\text{Kips} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}^2}$$

$$K^* = \int_0^L EI \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} dx + \sum K_i \psi_i^2 + K_0 \psi^2$$

$$K^* = \frac{\pi^4}{32} \times \frac{14}{100}^3 + 2400 \times \frac{1}{63.7}^2 + 4800 \times \frac{1}{80}^2 \approx 1.34$$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{1.34}{11.2}} \approx 0.35 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow T \approx 12 \text{ s}$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx + \sum m_i \psi_i$$

$$\bar{K} = 0.21 \times 0.364 \times 100 + 5.1 \times 1 + 9.2 \times 0.4 \approx 8$$

$$\frac{\bar{K}}{M^*} = \frac{8}{11.2} \approx 0.73 \quad \text{مقیاس یک نر}$$

مقیاس اول حل شد!

امکان "بدهد" → ساده است → بار مزبای → $t \leq \frac{T}{2}$ اگر
 (انتقال دو حال می تواند)

2. سازه چوب

$$T \approx 12.5, \tau = 4.5, \tau > T/10 \rightarrow \text{No Impulse Loading}$$

آر. ب. برای تپان سطح نیست.

$$V(t) = \int_0^T \ddot{u}_g(\tau) \sin \omega_d(t-\tau) d\tau, \quad \int_0^\infty = 0$$

$$\omega_d = \omega_n = \omega^* = 0.35$$

$$\ddot{u}_g(\tau) = -0.18\tau + 0.12 = 0.12(-0.4\tau + 1)$$

$$V(t) = 0.12 \int_0^t (-0.4\tau + 1) \sin 0.35(t-\tau) d\tau$$

$$V(t) = 0.12 \left[\frac{1}{0.35} \cos(t-\tau) d\tau \right]_0^t - 0.18 \int_0^t \tau \sin 0.35(t-\tau) d\tau$$

انتگرال گیری به سبب

$$V(t) = 0.12 (1 - \cos t + 2 \sin t)$$

* وقت برای انتگرال گیری محدود نیست، فرض کنید طول برود!

$$V'(t) = 0 \rightarrow t = 2.45 \rightarrow V_{\max}(2.4) \approx 2$$

$$u(t) = \psi(x) \frac{K}{m\omega} V(t) \rightarrow u(t) = 2(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}) 2(1 - \cos t + 2 \sin t)$$

به صورت دیگر

$$u_{\max}(t) = 2 \times 1 \times 2 \approx 4 \text{ inch} \rightarrow \text{مکان تغییر مکان}$$

* 2.45: زمان تغییر مکان

در این مسئله، ما یک سیستم را داریم که شامل یک ستون عمودی و یک تیر افقی است. ستون عمودی دارای دو تیر افقی در دو انتهای خود است. تیرهای افقی دارای جرم و سازه هستند. ستون عمودی در یک نقطه از پایین به یک پایه متصل است. یک نیروی افقی در انتهای تیر بالایی اعمال می‌شود. ما می‌خواهیم پاسخ‌های دینامیکی را برای این سیستم پیدا کنیم.

این سیستم یک سیستم چند درجه‌ای است. ما می‌توانیم از روش ماتریس جرم و سازه برای حل این مسئله استفاده کنیم. ماتریس جرم و سازه را می‌توانیم به صورت زیر تعریف کنیم:

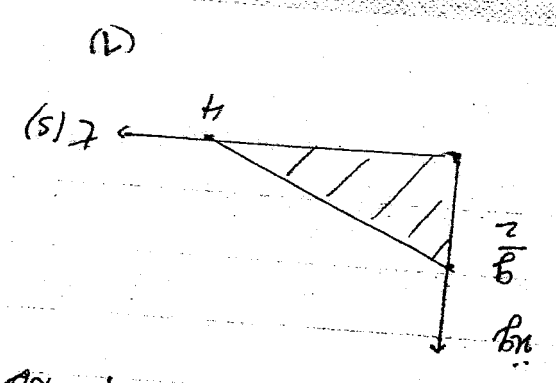
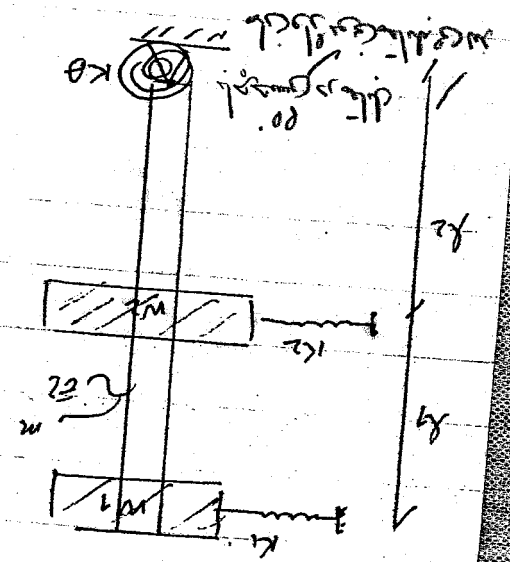
$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$$

در اینجا، M_1 و M_2 جرم تیرهای افقی هستند و K_1 و K_2 سازه تیرهای افقی هستند.

ما می‌توانیم از روش ماتریس جرم و سازه برای حل این مسئله استفاده کنیم. ماتریس جرم و سازه را می‌توانیم به صورت زیر تعریف کنیم:

در اینجا، M_1 و M_2 جرم تیرهای افقی هستند و K_1 و K_2 سازه تیرهای افقی هستند.



- $L_1 = 40'$ (ft) $= 480$ in
- $L_2 = 60'$ (ft) $= 720$ in
- $K_1 = 200$ kips/in
- $K_2 = 400$ kips/in
- $m_1 = 50$ kips $= 0.15$ lb
- $m_2 = 100$ kips $= 0.3$ lb
- $m = 500$ lb/in $= 2 \times 10^5$ kips/in
- $EL = 2 \times 10^5$ lb.in² $= 2 \times 10^5$ kips.in
- $K_0 = 1000$ kips.in/Rad

در اینجا، m_1 و m_2 جرم تیرهای افقی هستند و K_1 و K_2 سازه تیرهای افقی هستند.

$$M = K\theta$$

$$Q_m = Q_{m1} + Q_{m2}$$

$$Q_m = \frac{K}{m+1} \omega^2 S_d \sum m_i \phi_i$$

$$Q_m = 0.73 \times 0.35^2 \times 0.04 [5.2 \times 1 + 9.2 \times 0.4] = 0.03 \quad (3)$$

$$Q_{Total} = Q_B + Q_S + Q_m$$

$$Q_T = (1) + (2) + (3) = 0.02 + 173 + 0.03 = 173.05 \text{ kips}$$

* بررسی جان درگنی

دوره حل رجه دارد (1) درش تقسیم (جان جان درش) و در این اتمام و غیره

روسی را می بیند

(2) درش جان تمام یعنی آنجا که از جان قابل تحمل رطوبت بیشتری K_h

درش تقسیم ب دو تا طولانی تر است
درش درم برگرد می شود

(2)

$$M_{OT} = M_R = K\theta, \quad \theta = v(x, t)'$$

$$v(x, t) = \psi(x) v(\frac{t}{\tau}), \quad v(\frac{t}{\tau}) : \text{تغییرات شعاع}$$

$$M_{Rmax} = ? \rightarrow \theta' = 0 \rightarrow v''(x, t) = 0 \rightarrow v'(t) = 0$$

کافی است از حالت شروع درم $v(t) = 0$ ، τ را می بینیم θ شعاع است ب و باندای کنیم

والت

A. Dayani

A. Dayani (6)

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \\ -0,1 \\ -1,09 \end{Bmatrix} \times \frac{-1,1722}{-0,11} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -2,107 \\ -1,02 \\ 0,77 \\ 1,04 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,741 \\ -0,187 \\ 1,07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,199}{1,11} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -1,797 \\ 0,910 \\ 0,797 \\ -0,711 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_{S_f}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,11 \\ 1,11 \\ -1,171 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,077}{-1,171} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -0,124 \\ 0,12 \\ -0,126 \\ 0,101 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s\}_{max} = \begin{Bmatrix} (f_{S_{im}} + f_{S_{rm}} + f_{S_{fm}} + f_{S_{fm}})^{1/2} \\ " \\ " \\ " \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9,917 \\ 11,17 \\ 11,04 \\ 10,77 \end{Bmatrix}$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k S_{vk} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k^r S_{dk}$$

نزدیک

$$\Rightarrow Q_{1max} = \frac{(-10,142)^r}{11,17} \times 0,1^r \times 0,1 = 10,197 \times 12$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1,1722)^r}{0,11} \times 11,17^r \times 0,7 = 7,19 \times 12$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0,199)^r}{1,11} \times 11,17^r \times 0,7 = 1,74 \times 12$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0,077)^r}{-1,171} \times 11,17^r \times 0,7 = 1,94 \times 12$$

$$\Rightarrow Q_{max} = \sqrt{10,197^2 + 7,19^2 + 1,74^2 + 1,94^2} = 11,17 \times 12$$

مرکز شلیک ۸۱۲۴۰۳۰

سری (۲-۱۱)

- اگر سازه تیرین ۱ تحت اثر شتاب زمین لرزه قرار گیرد در هر لحظه t_2, t_5 بردار تیر به سرعت آن برای تیر
مورده به صورت زیر باشد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات در این لحظه. تیرهای ۱۱ مستقیم در این لحظه،

و هم چنین برش پایه در هر لحظه یاد شده.

$$V(t_2) = \begin{Bmatrix} 2 \\ 1.7 \\ 1.5 \\ 1.2 \end{Bmatrix} \frac{\text{t}}{\text{s}} \quad \omega_n = \begin{Bmatrix} 5.4 \\ 12.7 \\ 19.14 \\ 24.82 \end{Bmatrix} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\bar{K}_n = \begin{Bmatrix} -10.125 \\ -1.8725 \\ -0.829 \\ -0.52 \end{Bmatrix} \quad M_n = \begin{Bmatrix} 24.27 \\ 5.24 \\ 4.43 \\ 24.71 \end{Bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.967 & 0.91 & -0.721 & -2.44 \\ 2.747 & -0.12 & -0.887 & 2.441 \\ 2.251 & -1.59 & 1.07 & -1.871 \end{bmatrix}$$

$$\{x_k\}_{max} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot \frac{V(t)}{\omega_k}$$

$$\Rightarrow \{x_1\}_{max} = \begin{Bmatrix} 1.967 \\ 2.747 \\ 2.251 \end{Bmatrix} \times \frac{-10.125}{24.27} \times \frac{2}{5.4} = \begin{Bmatrix} -0.721 \\ -0.237 \\ -0.442 \\ -0.524 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_2\}_{max} = \begin{Bmatrix} 0.91 \\ -0.12 \\ -1.59 \end{Bmatrix} \times \frac{-1.8725}{5.24} \times \frac{1.7}{12.7} = \begin{Bmatrix} -0.0479 \\ -0.0437 \\ 0.0144 \\ 0.0762 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_3\}_{max} = \begin{Bmatrix} -0.721 \\ -0.887 \\ 1.07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.829}{4.43} \times \frac{1.5}{19.14} = \begin{Bmatrix} -0.0147 \\ 0.0107 \\ 0.012 \\ -0.0157 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_4\}_{max} = \begin{Bmatrix} -2.44 \\ 2.441 \\ -1.871 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.52}{24.71} \times \frac{1.2}{24.82} = \begin{Bmatrix} -1.082 \times 10^{-3} \\ 2.523 \times 10^{-3} \\ -2.722 \times 10^{-3} \\ 2.021 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow x_{max} = \begin{Bmatrix} 0.729 \\ 0.232 \\ 0.442 \\ 0.529 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\{\ddot{z}_k\}_{max} = [M][X_k] \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot S_{ak} = [M][X_k] \cdot \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega \cdot V_{(t)}$$

$$\Rightarrow \{\ddot{z}_1\}_{max} = [M][X_1] \times \frac{-1,12\omega}{12,14} \times \omega, 1 \times 1 = \begin{Bmatrix} -9,701 \\ -12,111 \\ -12,914 \\ -11,774 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\cdot \{\ddot{z}_2\}_{max} = [M][X_2] \times \frac{-1,12\omega}{12,14} \times 12,14 \times 1,1 = \begin{Bmatrix} -12,77 \\ -1,12 \\ 1,12 \\ 9,15 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\cdot \{\ddot{z}_3\}_{max} = [M][X_3] \times \frac{-0,12\omega}{1,14} \times 12,14 \times 1,1 = \begin{Bmatrix} -1,12 \\ 1,12 \\ 1,12 \\ -1,12 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\cdot \{\ddot{z}_4\}_{max} = [M][X_4] \times \frac{-0,12\omega}{1,14} \times 12,14 \times 1,1 = \begin{Bmatrix} -1,12 \\ 1,12 \\ -1,12 \\ 1,12 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\Rightarrow \{\ddot{z}\}_{max} = \begin{Bmatrix} 11,010 \\ 11,010 \\ 11,010 \\ 11,010 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot V_{(t)}$$

رسالة

$$\rightarrow Q_{1max} = \frac{(-1,12\omega)^2}{12,14} \times \omega, 1 \times 1 = 11,77 \times 11$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1,12\omega)^2}{12,14} \times 12,14 \times 1,1 = 11,77 \times 11$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0,12\omega)^2}{1,14} \times 12,14 \times 1,1 = 1,12 \times 11$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0,12\omega)^2}{1,14} \times 12,14 \times 1,1 = 1,12 \times 11$$

$$\Rightarrow Q_{max} = 11,77 \times 11$$

$$\{Q_{k,max}\} = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k} \cdot \Delta_{ok}$$

0 ماکزیمم برش باید:

$$Q_{1,max} = \frac{11,292^r}{r_{E,080}} \times 121,01 = 727,712$$

$$Q_{r,max} = \frac{r^r}{7} \times 249,11 = 177,072$$

$$Q_{r,max} = \frac{0,708^r}{r_{E,114}} \times 289,97 = 22,027$$

$$Q_{max} = \left(727,712^r + 177,072^r + 22,027^r \right)^{1/r} = 70,707 \text{ kips}$$

$$n_k^* = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k}$$

0 جبر

$$n_1^* = \frac{11,292^r}{r_{E,080}} = 0,187$$

$$n_r^* = \frac{r^r}{7} = 0,777$$

$$n_r^* = \frac{0,708^r}{r_{E,114}} = 0,117$$

$$n_1^* + n_r^* + n_r^* = 7 = n_1 + n_r + n_r \rightarrow OK$$

تشکر :

در انتها لازم میدانم از آقای محمدرضا سیفی (کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیر کبیر- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی امیر کبیر) که بنده را در تهیه این فایل کمک نموده اند کمال تشکر را داشته باشم .

در صورت لزوم می توانید با آدرس پست الکترونیکی زیر
انتقادات و پیشنهادات خود را ارائه فرمائید .

hamid_kazem041@yahoo.com