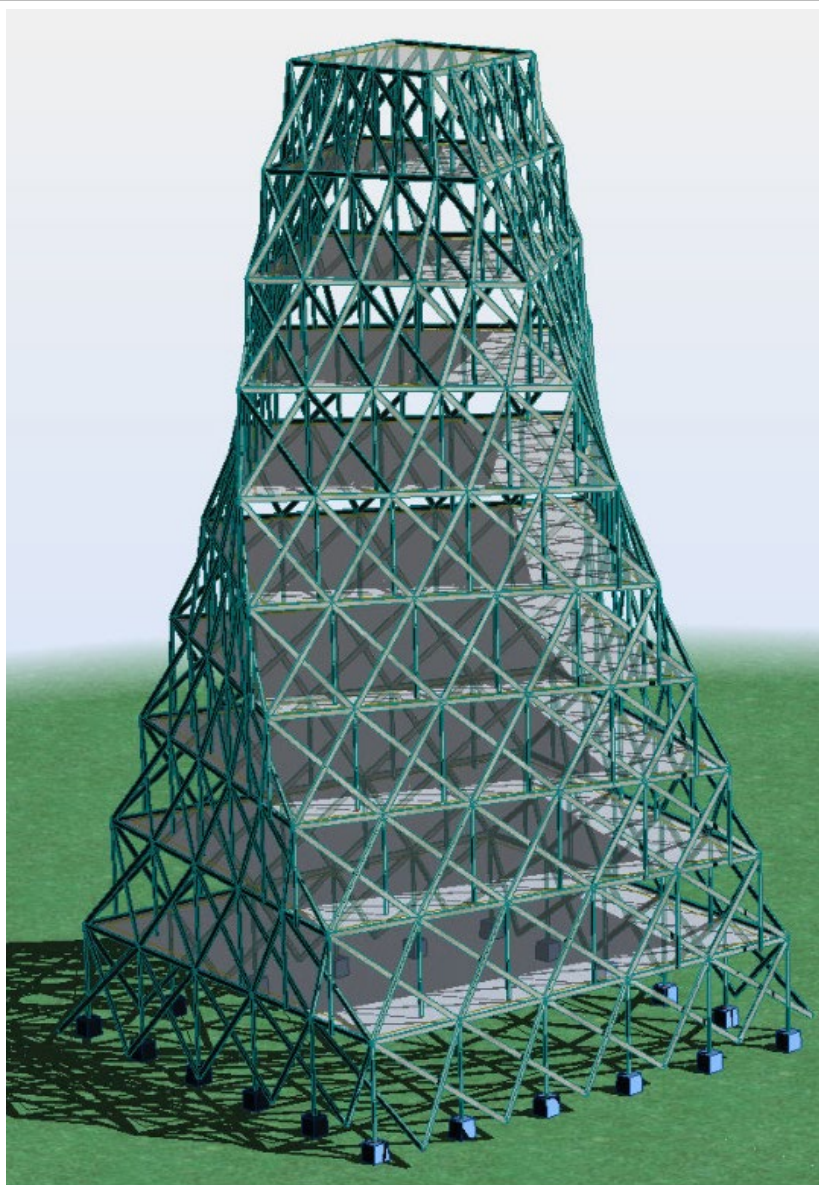


تحليل سازه ها ویژه آزمون محاسبات



مدرس دکتر محمد رضا جوانمردی

موسسه گسترش علوم مهندسی شیراز

<http://gostaresholum.com>

 @rjavanmardi

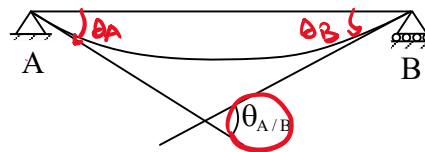
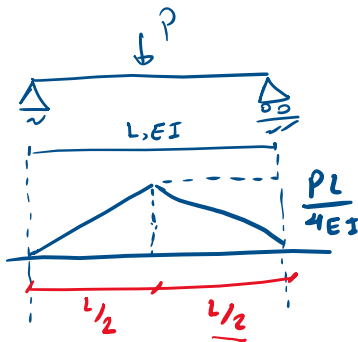
روش لنگر اول سطح و اصل بر هم نهی

۱. روش لنگر سطح (روش ممان سطح):

این روش برای محاسبه تغییر مکان و دوران نقاط مختلف تیرها و قاب ها مورد استفاده قرار می گیرد. از آنجایی که قضایای این روش در ارتباط با سطح زیر نمودار لنگر خمشی است روش ممان سطح یا لنگر سطح نامیده می شود. این روش دارای دو قضیه است که در زیر آن ها را توضیح می دهیم.

۱-۱. قضیه اول لنگر سطح: زاویه بین مماسهای رسم شده در دو نقطه A و B از منحنی تغییر شکل یافته یک تیر برابر است با

سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ تیر بین دو نقطه A و B.



$$\theta_{A/B} = \theta_A - \theta_B = 2 \times \left[\frac{L}{2} \times \frac{PL}{4EI} \times \frac{1}{2} \right] = \frac{PL^2}{8EI}, \quad \theta_A = -\theta_B = \frac{PL^2}{16EI}$$

برابر است با: $\theta_{A/B}$

سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ از A تا B $\theta_{A/B} = \theta_A - \theta_B$

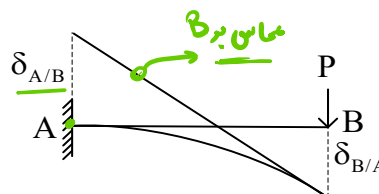
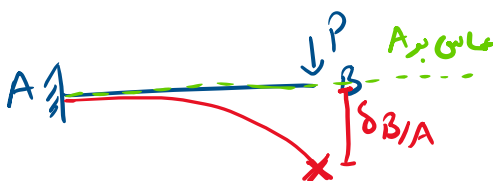
اگر بعد از محاسبات θ مثبت به دست آمد یعنی مماس در نقطه B نسبت به مماس در نقطه A چرخش پاد ساعتگرد داشته است.

۲-۱. قضیه دوم لنگر سطح: فاصله هر نقطه دلخواهی از روی منحنی ارتجائی (تغییر شکل) یک سازه (نقطه B) تا خط مماس برهم

نقطه دیگر (نقطه A) برابر است با لنگر اول سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ در حول نقطه ی B. به طور مثال در زیر داریم:

فاصله قائم بین نقطه A از یک تیر تا مماس رسم شده از نقطه B در منحنی تغییر شکل یافته تیر برابر است با لنگر اول سطح زیر

نمودار $\frac{M}{EI}$ تیر بین دو نقطه A و B حول نقطه A (و برعکس).



$$\delta_{B/A} = \text{لنگر اول سطح نمودار } \frac{M}{EI} \text{ از A تا B حول A}$$

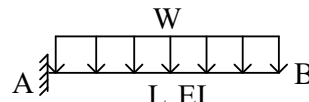
$$\delta_{A/B} = \text{لنگر اول سطح نمودار } \frac{M}{EI} \text{ از B تا A حول B}$$

لنگر اول سطح نمودار $\frac{M}{EI}$ از A تا B حول $\delta_{A/B} = A$ همانطور که مشاهده می شود $\delta_{A/B}$ با $\delta_{B/A}$ متفاوت است و وابسته به این است که حول کدام نقطه (A یا B) لنگر گیری شود.

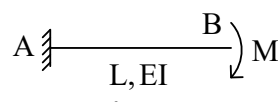
با استفاده از مفهوم قضایای اول و دوم لنگر سطح و با استفاده از اصل بر هم نهی و در نظر گرفتن تغییر شکل تیرهای مهم زیر، می توان به حل مسائل این قسمت پرداخت.



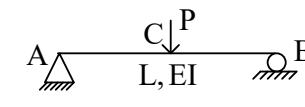
$$\delta_B = \frac{PL^3}{3EI} \quad \theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$



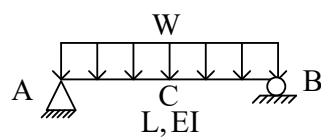
$$\delta_B = \frac{WL^4}{8EI} \quad \theta_B = \frac{WL^3}{6EI}$$



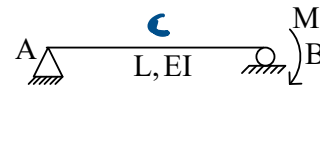
$$\delta_B = \frac{ML^2}{2EI} \quad \theta_B = \frac{ML}{EI}$$



$$\delta_C = \frac{PL^3}{48EI} \quad \theta_B = -\theta_A = \frac{PL^2}{16EI}$$

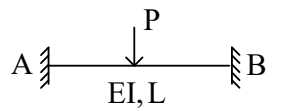


$$\delta_C = \frac{5WL^4}{384EI} \quad \theta_B = -\theta_A = \frac{WL^3}{24EI}$$

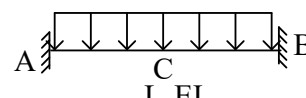


$$\theta_A = \frac{-ML}{6EI} \quad \theta_B = \frac{ML}{3EI}$$

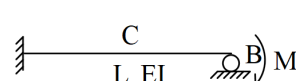
$$\delta_C = \frac{ML^2}{16EI} \uparrow$$



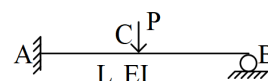
$$\delta_C = \frac{PL^3}{192EI} \quad \theta_A = \theta_B = 0$$



$$\delta_C = \frac{WL^4}{384EI} \quad \theta_A = \theta_B = 0$$



$$\delta_C = \frac{ML^2}{32EI}$$



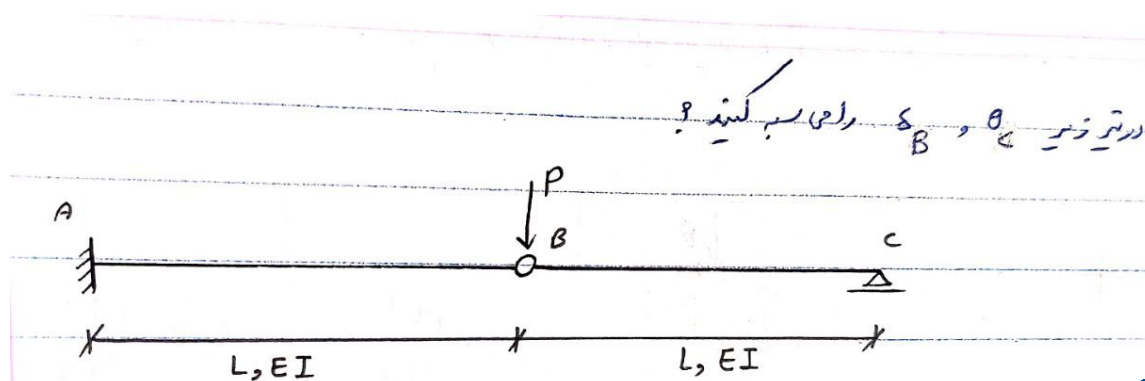
$$\delta_C = \frac{7PL^3}{768EI}$$

تغییر شکل و شیب تیرهای مهم

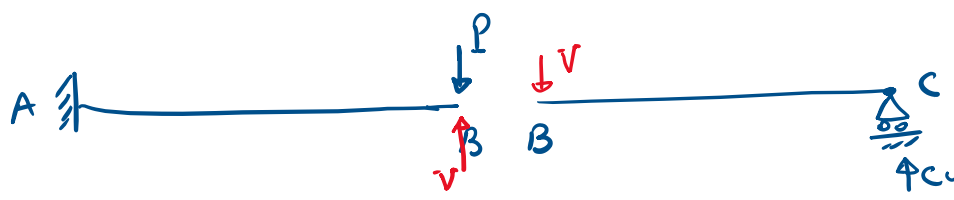
با استفاده از روابط فوق و مقصایار بند سطح می توان مسائل زیر را حل کرد. در آینده به حل مسائل سازه های معینی می پردازیم.

سازه معینی $\rightarrow$ $\begin{cases} \sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0 \\ 3 \text{ معادله تعادل} \\ \text{تغییراتی} \\ \text{شیب ها} \end{cases}$

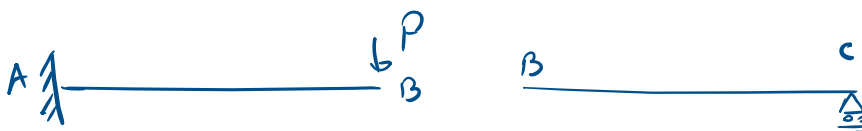
در سازه های با معادلات تعادل می توان حل معینی را حساب کرد.



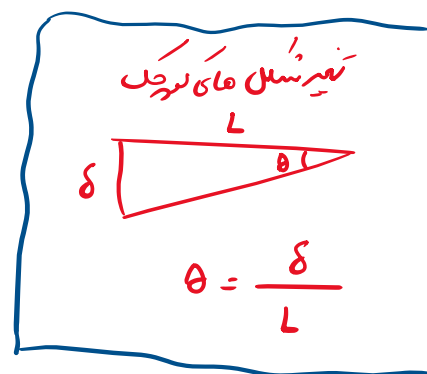
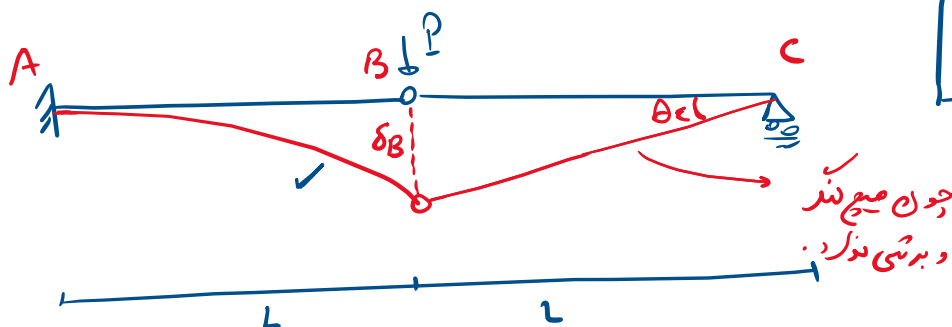
۱- عکس العمل سازه ای M_A ، A_y ، A_x ، C_y
۲- معادله تعادل، شرط (یابی به دلیل سفلی غنی B) ← سازه معین



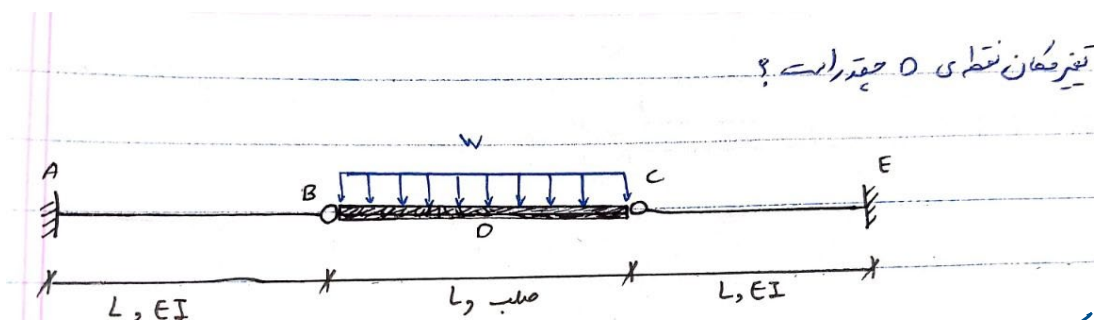
$$B \leftarrow \sum M_C = 0 \Rightarrow V \times L = 0 \Rightarrow V = 0$$



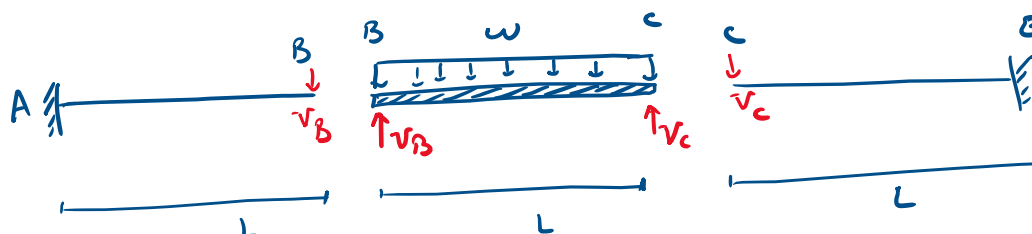
$$\delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$



$$\theta_C = \frac{\delta_B}{L} = \frac{PL^2}{3EI}$$

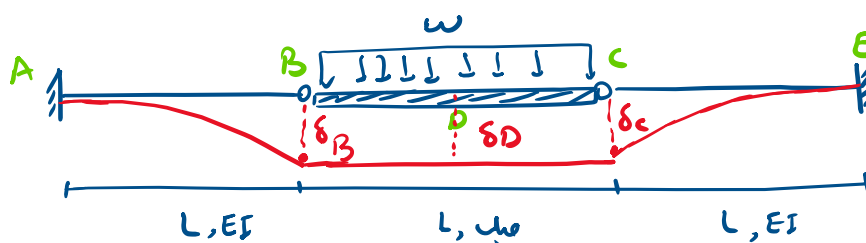


کامپس العمل سازه ای
3 معادله تعادل، 2 معادله شرط
مغنی است. ← سنده از لحاظ محور درجه نامغنی اما از لحاظ غنی درجه ای



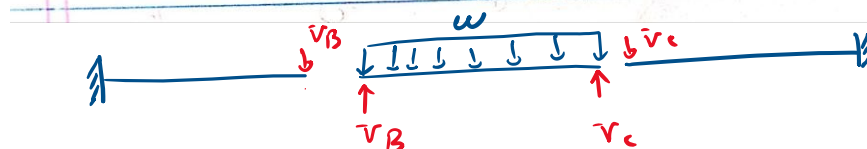
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow w \times L \times \frac{L}{2} - V_C \times L = 0 \Rightarrow V_C = \frac{wL}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_B + V_C = wL \Rightarrow V_B = \frac{wL}{2}$$

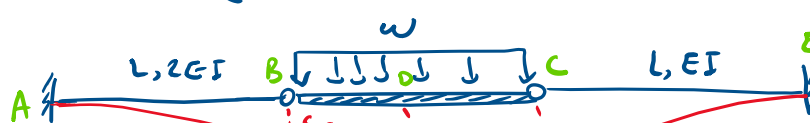


$$\delta_B = \delta_C = \frac{(wL/2) L^3}{3EI} = \frac{wL^4}{6EI}$$

$$\delta_D = \delta_C = \delta_B = \frac{wL^4}{6EI}$$



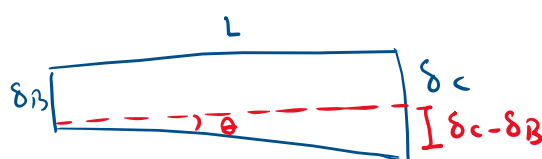
$$V_B = V_C = \frac{\omega l}{2}$$



$$\delta_B = \frac{(\omega l/2) l^3}{3(2EI)}$$

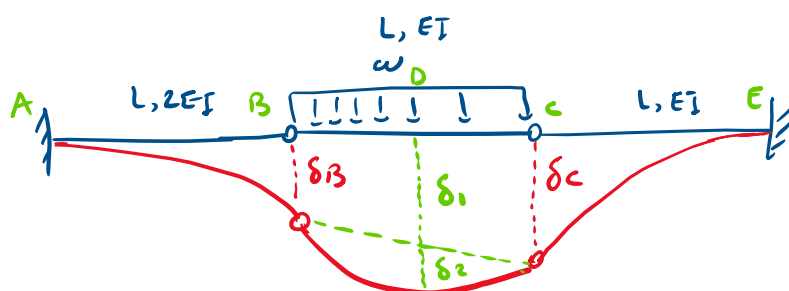
$$\delta_c = \frac{(w l^2 / 2) \times l^3}{3 E I}$$

$$\delta_D = \frac{\delta_B + \delta_C}{2} = \frac{\omega l^4}{8EI}$$



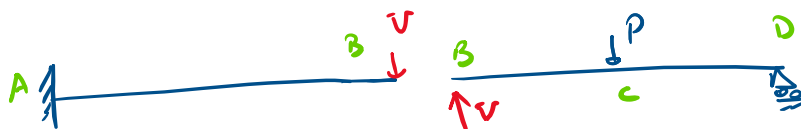
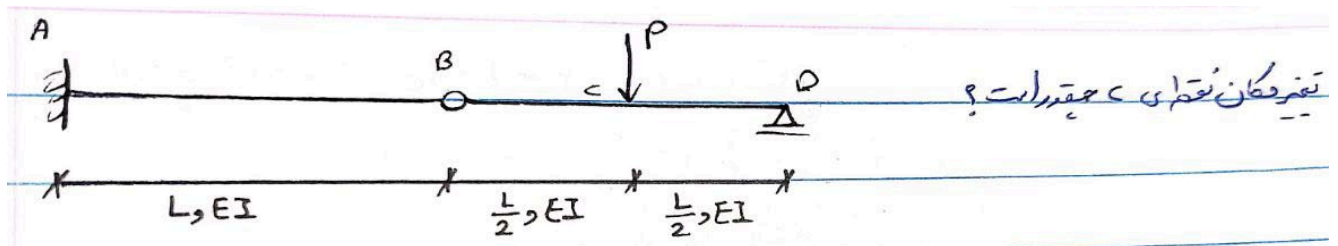
$$\theta = \frac{\delta_c - \delta_B}{L} = \frac{\omega l^3}{12EI}$$

اگر $B \subset A$ ہے تو $A \cap B = B$ ۔

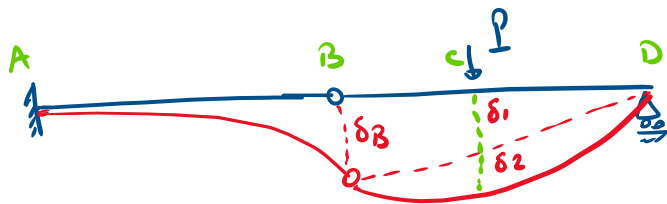


$$\delta_D = \delta_1 + \delta_2, \quad \delta_1 = \frac{\delta_B + \delta_C}{2} = \frac{\omega l^4}{8EI}, \quad \delta_2 = \frac{5\omega l^4}{384EI}$$

$$\delta_D = \delta_1 + \delta_2 = \frac{53 \omega l^4}{384 EI}$$



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow V = \frac{P}{2}$$

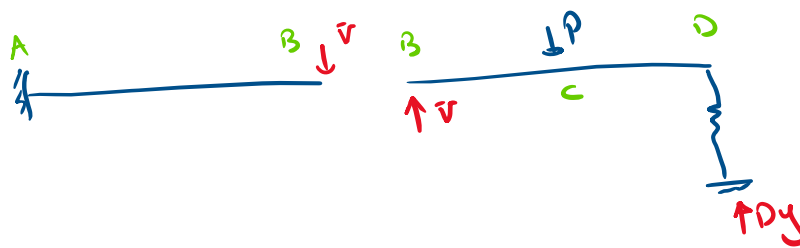
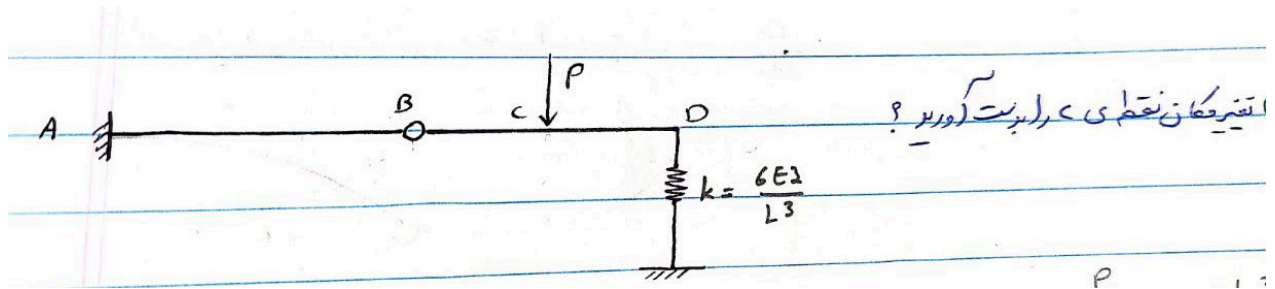


$$\delta_c = \delta_1 + \delta_2 = \frac{5Pl^3}{48EI}$$

$$\delta_B = \frac{(P/2)l^3}{3EI} = \frac{Pl^3}{6EI}$$

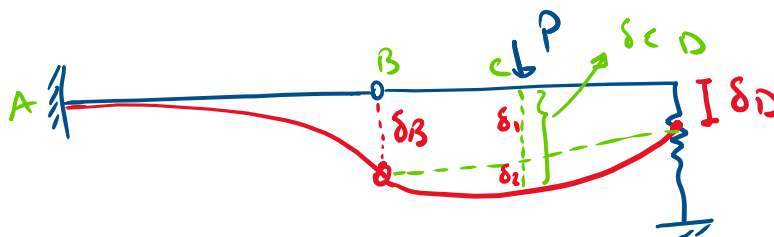
$$\delta_1 = \frac{\delta_B}{2} = \frac{Pl^3}{12EI}$$

$$\delta_2 = \frac{Pl^3}{48EI}$$



$$\begin{aligned} BD \rightarrow \sum M_D = 0 &\Rightarrow V = \frac{P}{2} \\ BD \rightarrow \sum F_y = 0 &\Rightarrow D_y = \frac{P}{2} \end{aligned}$$

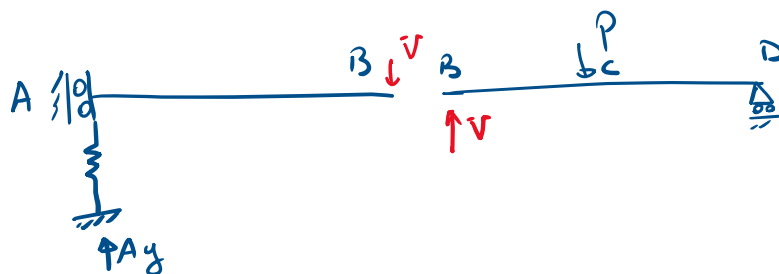
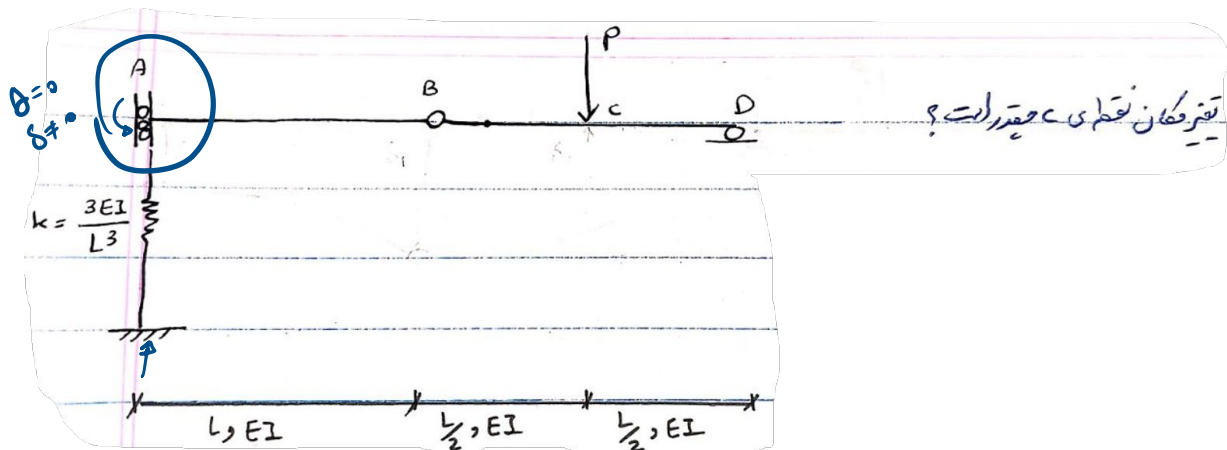
$$\boxed{\delta = \frac{F}{k}}$$



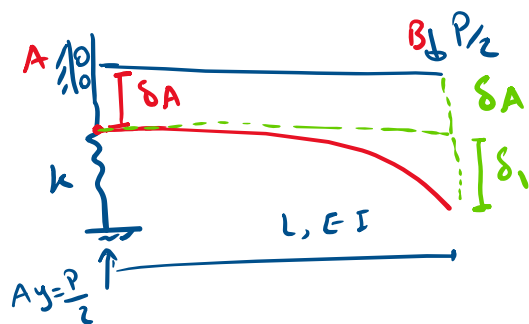
$$\delta_B = \frac{(P/2)l^3}{3EI}$$

$$\delta_D = \frac{P/2}{k} = \frac{Pl^3}{12EI}$$

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{\delta_B + \delta_D}{2} = \frac{Pl^3}{8EI} \Rightarrow \delta_C = \delta_1 + \delta_2 = \frac{7Pl^3}{48EI} \\ \delta_2 &= \frac{Pl^3}{48EI} \end{aligned}$$



$$BD \rightarrow \sum M_D = 0 \Rightarrow V = \frac{P}{2} \quad , \quad AB \rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = V = \frac{P}{2}$$

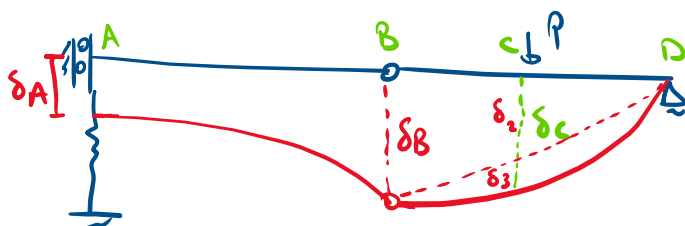


$$\frac{(P/2)l^3}{3EI}$$

$$\delta_A = \frac{F}{K} = \frac{P/2}{3EI/l^3} = \frac{Pl^3}{6EI}$$

$$\delta_1 = \frac{(P/2)l^3}{3EI} = \frac{Pl^3}{6EI}$$

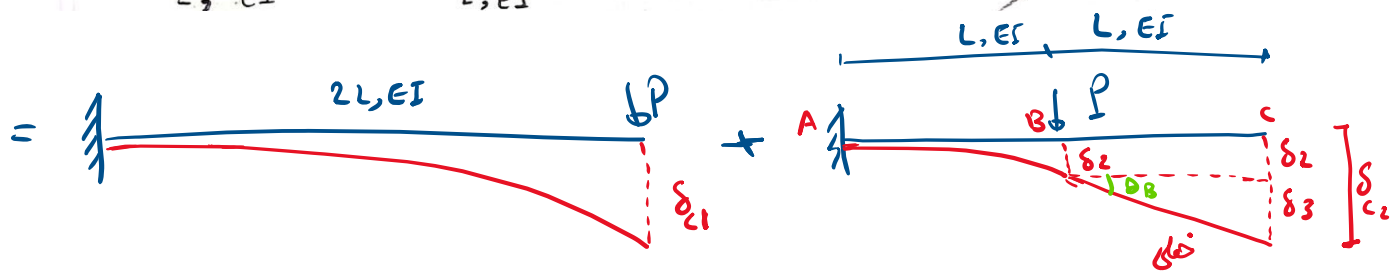
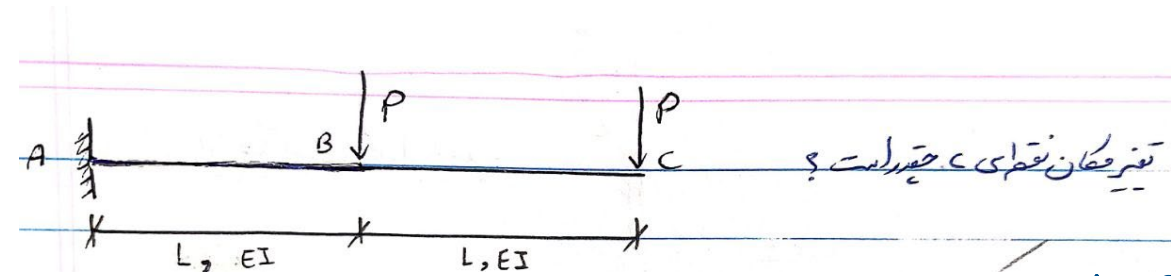
$$\delta_B = \delta_A + \delta_1 = \frac{Pl^3}{3EI}$$



$$\delta_2 = \frac{\delta_B}{2} = \frac{Pl^3}{6EI}$$

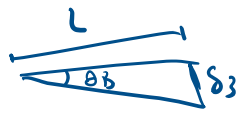
$$\delta_3 = \frac{Pl^3}{48EI}$$

$$\delta_C = \delta_2 + \delta_3 = \frac{9Pl^3}{48EI}$$



$$\delta_{c1} = \frac{P \times (2L)^3}{3EI} = \frac{8PL^3}{3EI}$$

$$\delta_2 = \frac{PL^3}{3EI}$$

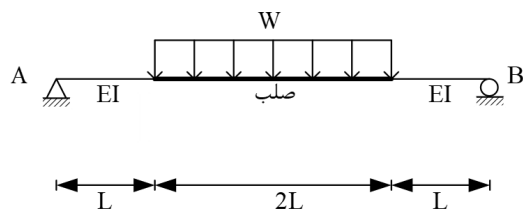


$$\delta_3 = \theta_B \times l = \frac{Pl^2}{2EI} \times l = \frac{Pl^3}{2EI}$$

$$\delta_{c2} = \delta_3 + \delta_2 = \frac{5PL^3}{6EI}$$

$$\delta_c = \delta_{c1} + \delta_{c2} = \frac{7PL^3}{2EI}$$

در تیر شکل زیر تغییر مکان حداکثر کدام است؟

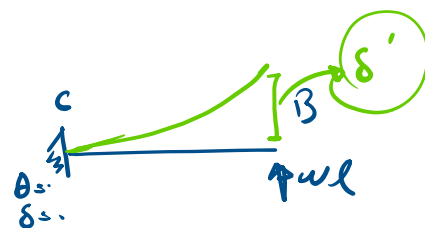
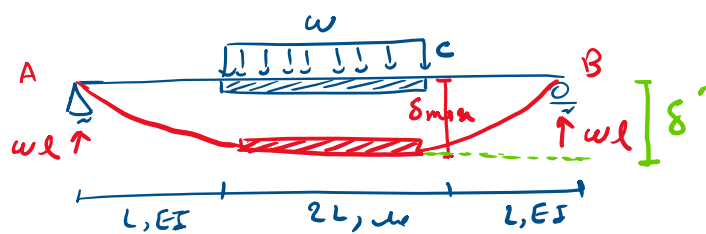


$2WL^4 / 3EI$ (۴)

$WL^4 / 12EI$ (۳)

$WL^4 / 6EI$ (۲)

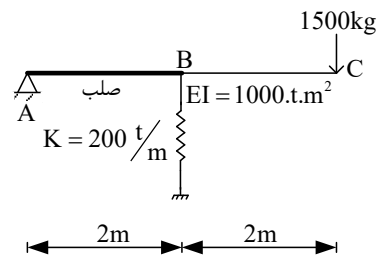
$WL^4 / 3EI$ (۱)



$$\delta_{max} = \delta' = \frac{(wl)l^3}{3EI} = \frac{wl^4}{3EI}$$

گزینه ۱

در تیر شکل زیر تغییر مکان گره C کدام است؟



34 mm (ع)

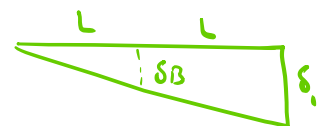
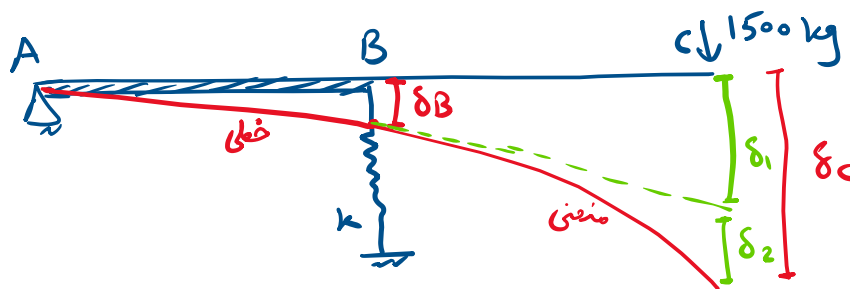
18 mm (ب)

14 mm (د)

4 mm (ا)

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow B_y = 3000 \text{ kg}$$

$$\delta_B = \frac{B_y}{K} = \frac{3 \text{ ton}}{200 \text{ ton/m}} = 15 \text{ mm}$$

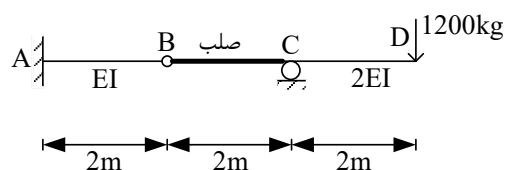


$$\delta_1 = 2\delta_B = 30 \text{ mm}$$

$$\delta_2 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{1.5 \text{ t} \times 2^3}{3 \times 1000 \text{ t.m}} = 4 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \delta_C = \delta_1 + \delta_2 = 34 \text{ mm}$$

در تیر شکل زیر تغییر مکان گره D کدام است؟

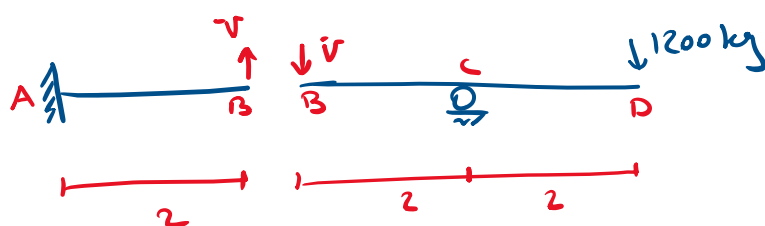


$$4800 / EI (\epsilon)$$

$$1600 / EI (\epsilon)$$

$$6400 / EI (\epsilon)$$

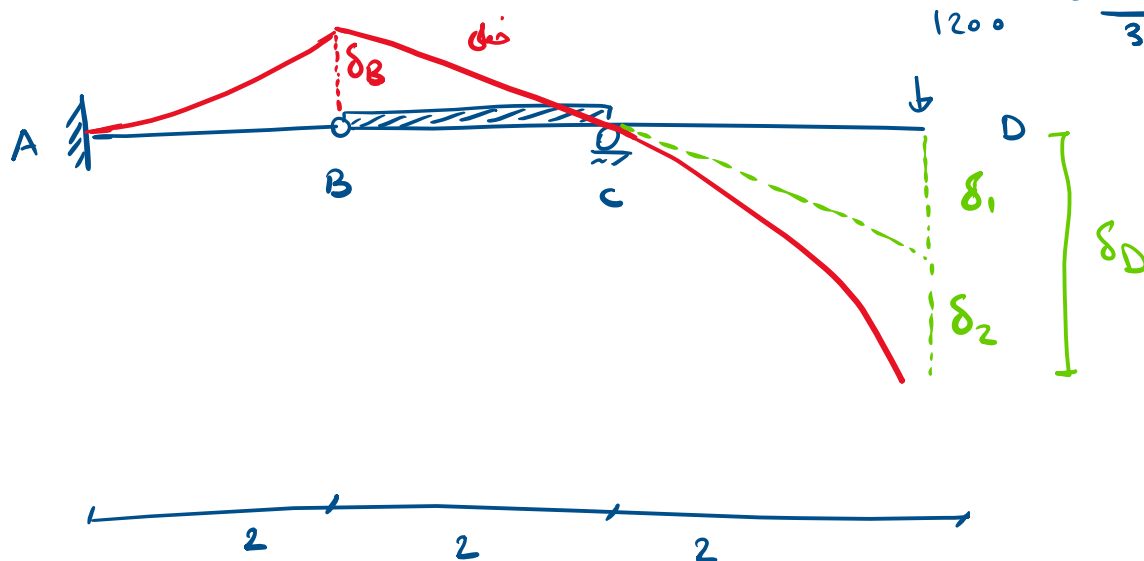
$$3200 / EI (\epsilon)$$



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow V = 1200 \text{ kg}$$

$$\delta_B = \frac{PL^3}{3EI} \uparrow$$

$$= \frac{1200 \times 2^3}{3EI} = \frac{3200}{EI}$$

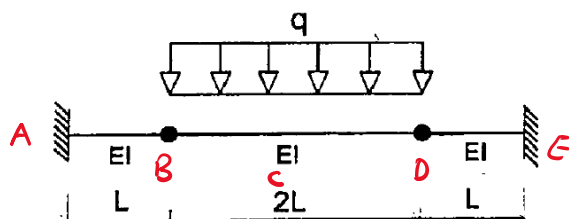


$$\delta_1 = \delta_B \text{ از شرط هم‌خطی}$$

$$\delta_2 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{1200 \times 2^3}{3EI} = \frac{3200}{EI}$$

$$\delta_D = \delta_1 + \delta_2 = \frac{6400}{EI}$$

خیز حداکثر تیر شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



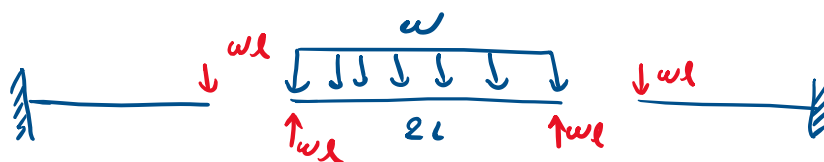
$$0.346 \frac{qL^4}{EI} \quad (1)$$

$$0.375 \frac{qL^4}{EI} \quad (2)$$

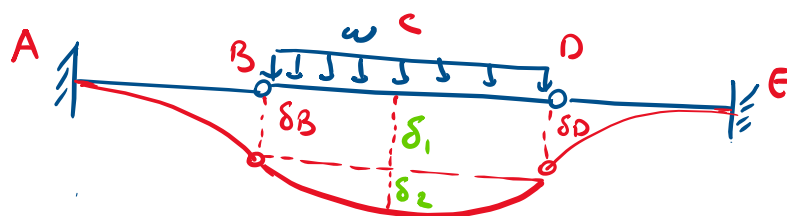
$$0.542 \frac{qL^4}{EI} \quad (3)$$

$$0.013 \frac{qL^4}{EI} \quad (4)$$

اسفند ۹۵



$$\delta_B = \delta_D = \frac{(wl)l^3}{3EI}$$

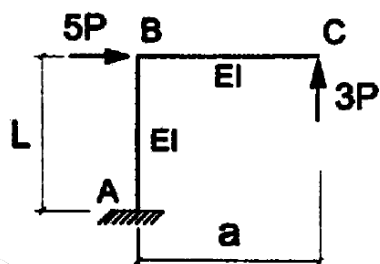


$$\delta_1 = \delta_B = \frac{wl^4}{3EI}, \quad \delta_2 = \frac{5w(2l)^4}{384EI} = \frac{5wl^4}{24EI}$$

$$\delta_C = \delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{0.541wl^4}{EI}$$

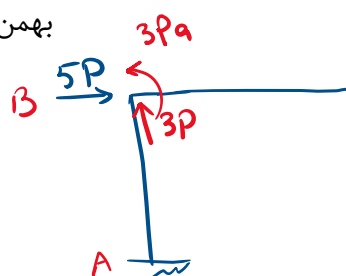
پس گزینه ۳

در شکل مقابل نسبت $\frac{a}{L}$ چقدر باشد تا دوران نقطه B از سازه صفر شود؟

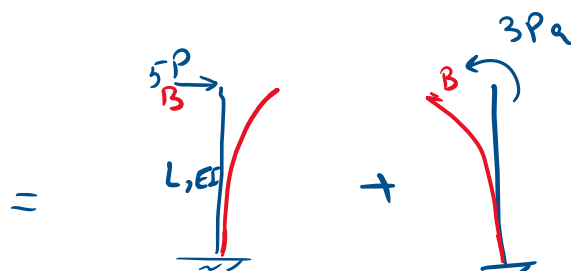


- (۱) $\frac{5}{3}$
- (۲) $\frac{3}{5}$
- (۳) $\frac{6}{5}$
- (۴) $\frac{5}{6}$

بهمن ۹۷



$$\theta_B = 0$$



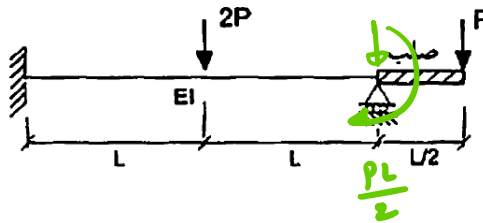
$$\theta_B = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5P(L^2)}{2EI} = \frac{(3Pa)L}{EI}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{L} = \frac{5}{6}$$

گزینه ۴

در تیر نشان داده شده در شکل زیر، تغییر مکان قائم در زیر بار متمرکز $2P$ به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ از وزن اعضا صرف نظر شود.



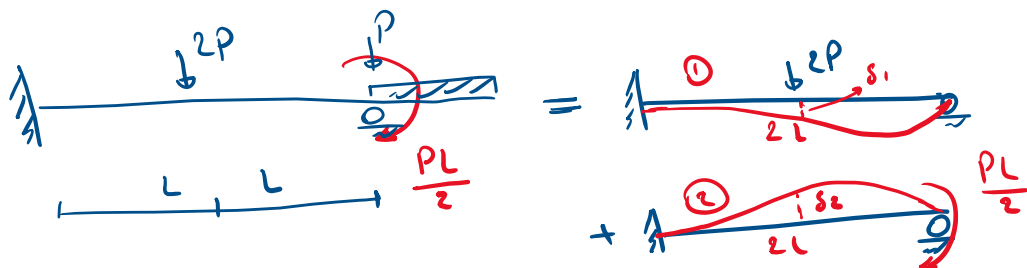
$$\frac{PL^3}{24EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{48EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{192EI} \quad (4)$$

مهر ۹۹



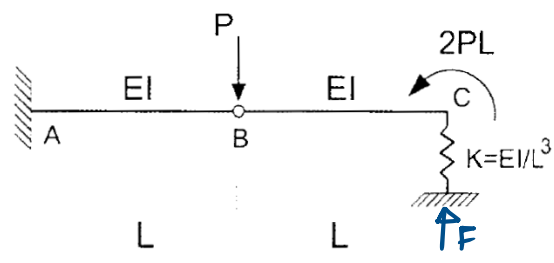
$$\delta_1 = \frac{7(2P)(L)^3}{768EI} \downarrow$$

$$\delta_2 = \frac{(PL/2)(L)^2}{32EI} \uparrow$$

$$\Rightarrow \delta = \delta_1 - \delta_2 = \frac{7PL^3}{48EI} - \frac{PL^3}{16EI} = \frac{4PL^3}{48EI} = \frac{PL^3}{12EI}$$

گزینه ۲

در تیر شکل زیر اگر از تغییر شکل های محوری و برشی صرف نظر شود، براساس داده های موجود تغییر مکان قائم تیر در نقطه B به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



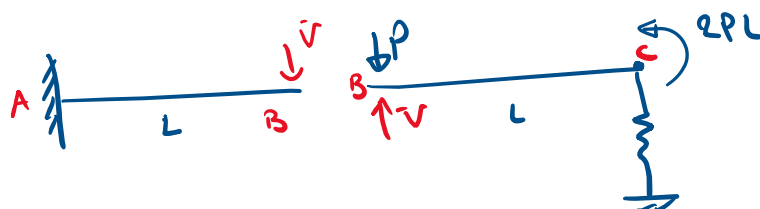
$$\frac{PL^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{2EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{EI} \quad (3)$$

$$\frac{2PL^3}{3EI} \quad (4)$$

مرداد ۱۴۰۰



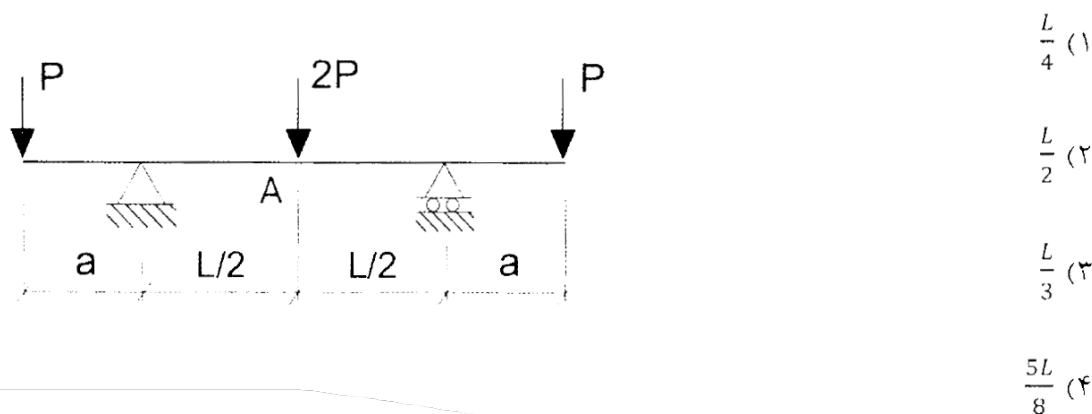
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow V \times L - P \times L - 2PL = 0$$

$$\Rightarrow V = 3P$$

$$\delta_B = \frac{(3P)L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{EI}$$

گزینه ۳

در تیر شکل زیر اگر در طول تیر EI ثابت باشد، به ازای چه مقداری از a بر حسب L ، تغییر شکل (خیز) در وسط دهانه تیر (نقطه A) برابر صفر خواهد بود؟



مرداد ۱۴۰۰

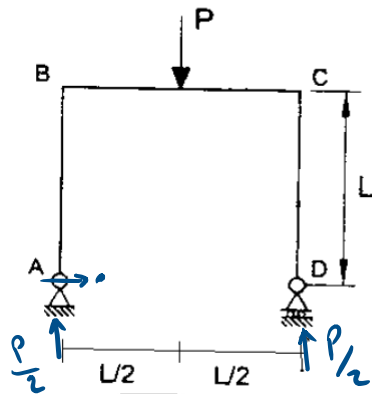
$$\delta_1 = \frac{(2P)l^3}{48EI} = \frac{Pl^3}{24EI}$$

$$\delta_2 = \frac{(Pa)l^2}{16EI} \times 2 = \frac{Pal^2}{8EI}$$

$$\delta_1 = \delta_2 \Rightarrow \frac{Pl^3}{24EI} = \frac{Pal^2}{8EI} \Rightarrow a = \frac{L}{3}$$

پاسخ: ۳

برای قاب نشان داده شده در شکل زیر، تغییر مکان افقی تکیه گاه D به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (EI در تمام اعضا یکسان بوده و از تغییر شکل های محوری و برشی صرف نظر شود).



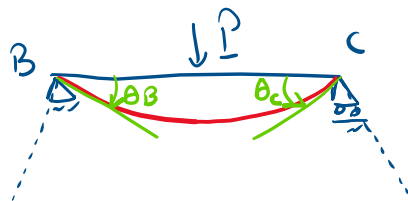
$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{8EI} \quad (2)$$

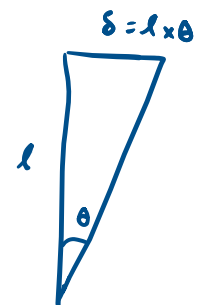
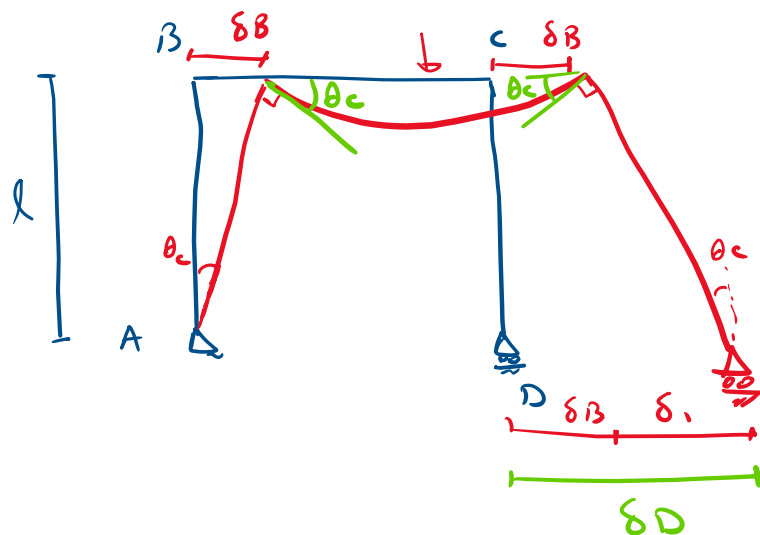
$$\frac{PL^3}{16EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{4EI} \quad (4)$$

مهر ۹۶



$$\theta_B = -\theta_C = \frac{PL^2}{16EI}$$



$$\delta_B = \delta_1 = \theta_C \times l = \frac{Pl^3}{16EI} \Rightarrow \delta_D = \delta_B + \delta_1 = \frac{Pl^3}{8EI}$$

کزینه ۲

سازه های نامعین:

در صورتیکه سازه ۱ یا نهایتاً ۲ درجه نامعین باشد می توان از روش فوق برای حل مسائل آن استفاده کرد.
اگر نامعین بیشتر باشد بهتر است از روش مول سازی فرایست استفاده کرد.

(تعداد معادلات $3 + 3$) - تعداد معکس العمل ها = D.I. درجه نامعینی

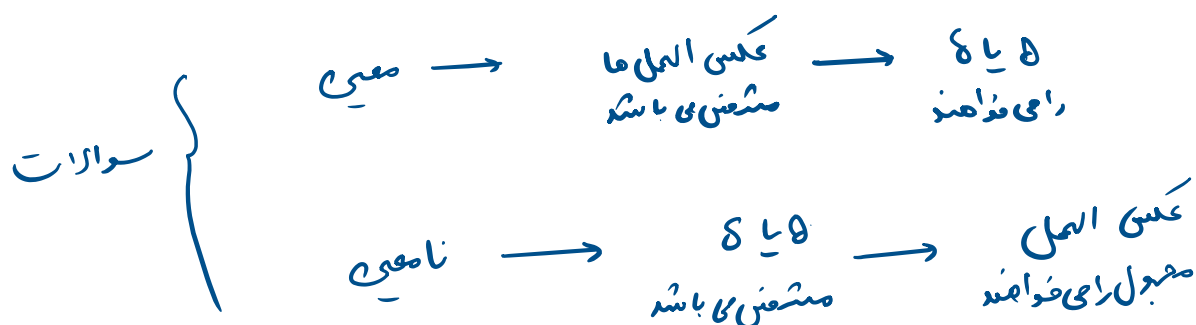
2D

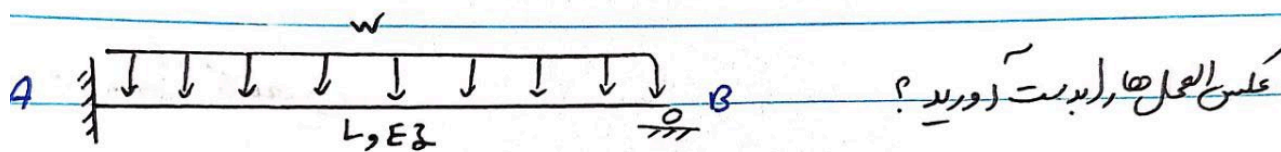
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

① $M = 0$ مفصل خمشی

① $V = 0$ غلظک برشی

در حل مسائل نامعین باروش جمع آوری رنجه بر خورده با مسئله اینکده نه است که به ازای صردرجه نامعینی یک درجه سازه را بر تغییر شکل باید نوشته شود.

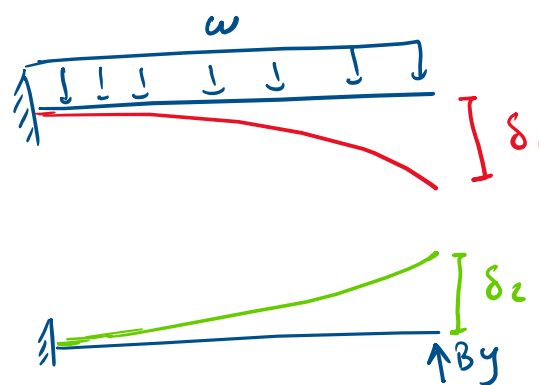
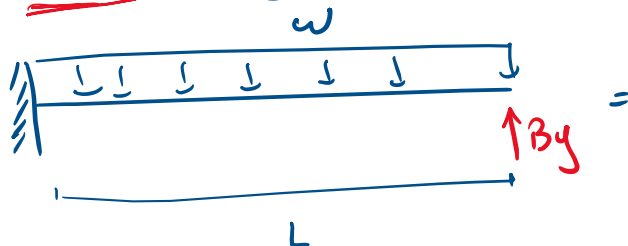




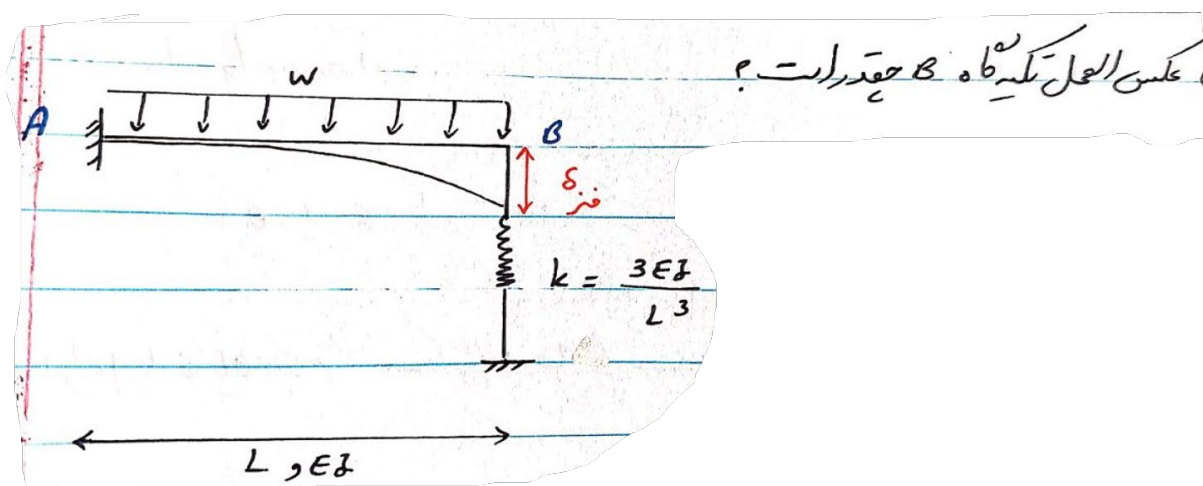
3 معادله تعادل ، 4 عکس العمل

1 سازه را تغییر شکل لازم داریم $\Rightarrow D.I. = 4 - 3 = 1$

شرط سازگاری تغییر شکل $\delta_B = 0$



$$\delta_B = 0 \Rightarrow \delta_1 = \delta_2 \Rightarrow \frac{w l^4}{8 EI} = \frac{B_y l^3}{3 EI} \Rightarrow B_y = \frac{3 w l}{8}$$



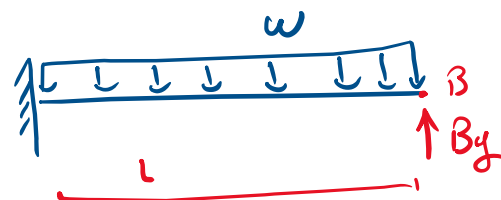
D.I. = 1 $\Rightarrow$ 1 شرط سازگاری $\Rightarrow \delta_B = \delta_{\text{فنر}}$
تغییر شکل

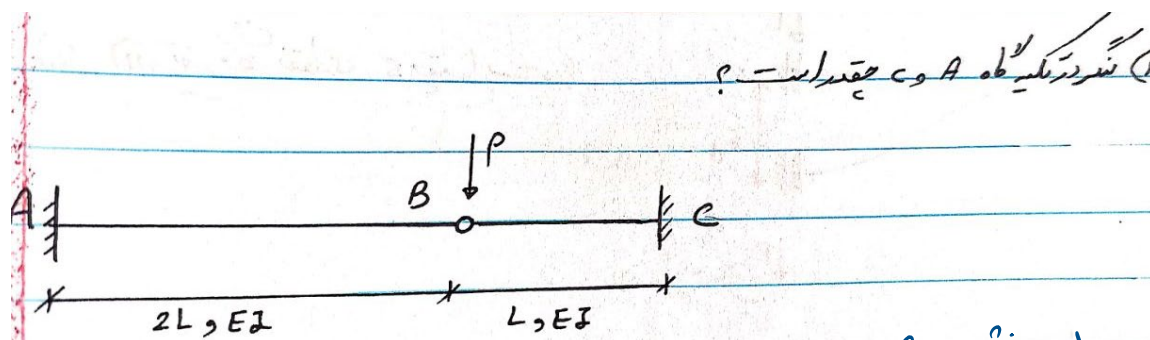
$$\delta_B = \frac{wl^4}{8EI} - \frac{B_y l^3}{3EI}$$

$$\delta_{\text{فنر}} = \frac{B_y}{k} = \frac{B_y l^3}{3EI}$$

$$\delta_B = \delta_{\text{فنر}} \Rightarrow \frac{wl^4}{8EI} - \frac{B_y l^3}{3EI} = \frac{B_y l^3}{3EI} \Rightarrow B_y = \frac{3wl}{16}$$

$$\delta_B = \delta_{\text{فنر}} = \frac{B_y}{k}$$



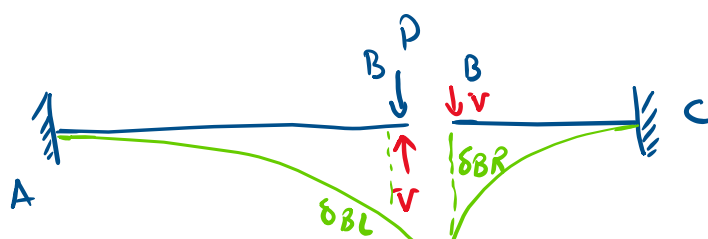


$$D.I. = 6 - (3 + 1) = 2$$

درجه خمشی
درجه محوری

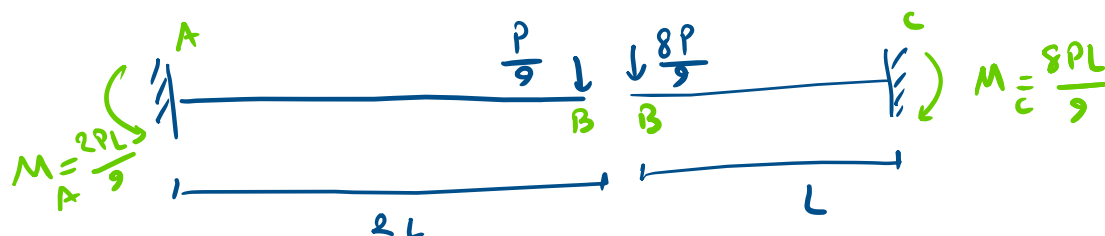
1 درجه خمشی $\Rightarrow$ 1 شرط سازگار $\Rightarrow$ $\delta_{BL} = \delta_{BR}$

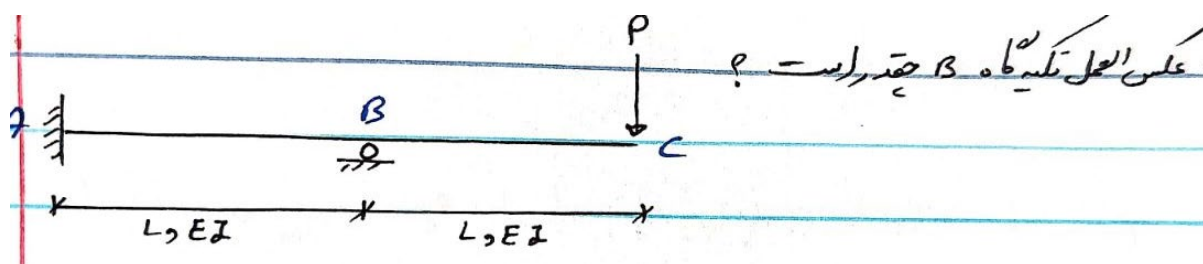
از معادله جدایی نسبی:



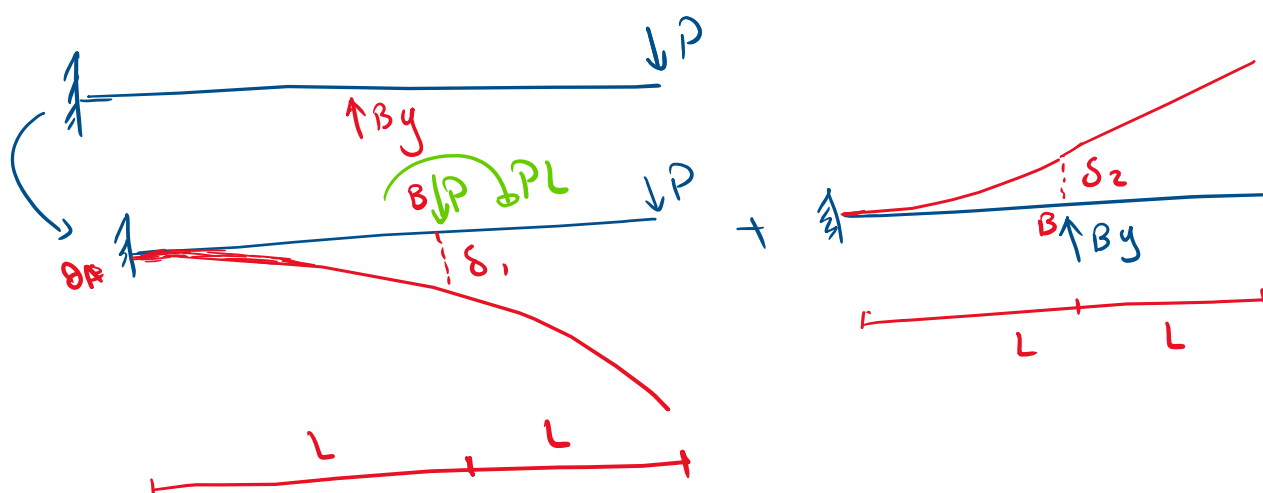
$$\delta_{BL} = \frac{(P - V)(2L)^3}{3EI}, \quad \delta_{BR} = \frac{VL^3}{3EI}$$

شرط سازگار $\frac{(P - V)(2L)^3}{3EI} = \frac{VL^3}{3EI} \Rightarrow V = \frac{8P}{9}$





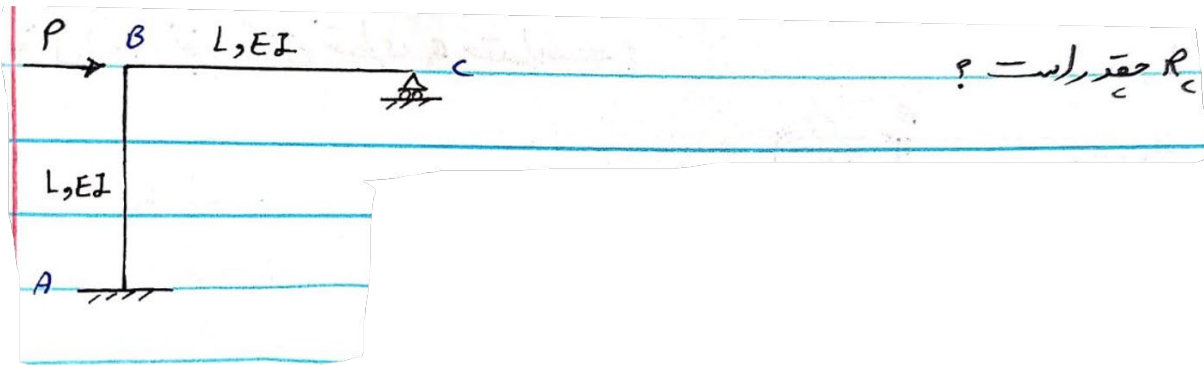
D.I. = (4-3) = 1 $\Rightarrow$ 1 بار سازگار تغییر شکل $\Rightarrow \delta_B = 0$



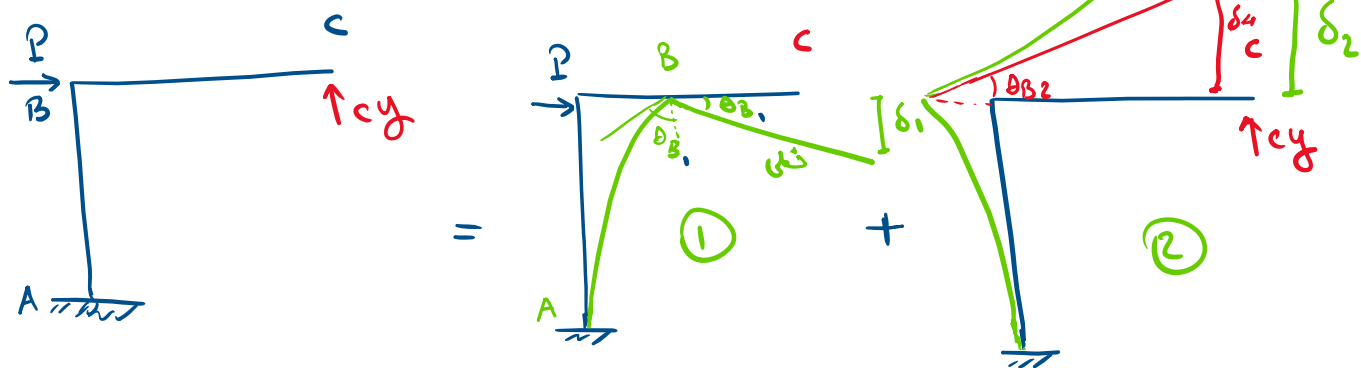
$$\delta_1 = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{(Pl)l^2}{2EI}$$

$$\delta_2 = \frac{By l^3}{3EI}$$

$$\delta_B = 0 \Rightarrow \delta_1 = \delta_2 \Rightarrow \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl^3}{2EI} = \frac{By l^3}{3EI} \Rightarrow \underline{By = 2.5P}$$



D.I. = (4-3) = 1 $\Rightarrow$ 1 سازه سازگار تغییرشکل $\rightarrow \delta_{cy} = 0$



$$\theta_{B1} = \frac{Pl^2}{2EI}, \quad \delta_1 = \theta_{B1} \times l = \frac{Pl^3}{2EI}$$

$$\delta_3 = \frac{cy l^3}{3EI}, \quad \delta_4 = \theta_{B2} \times l$$

$$\theta_{B2} = \frac{Ml}{EI} = \frac{(cy l) l}{EI}$$

$$\delta_2 = \delta_3 + \delta_4 = \frac{4cy l^3}{3EI}$$

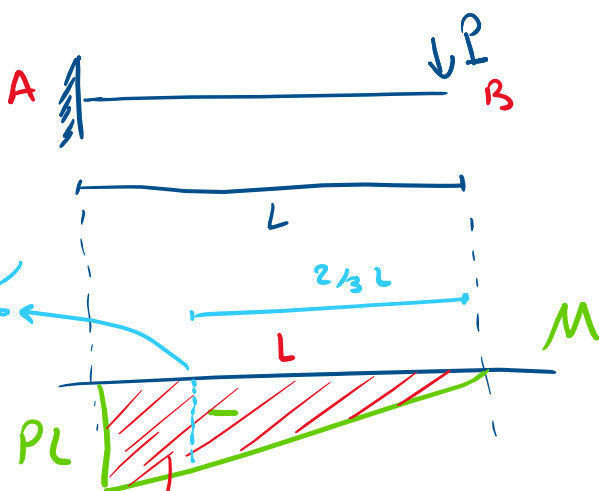
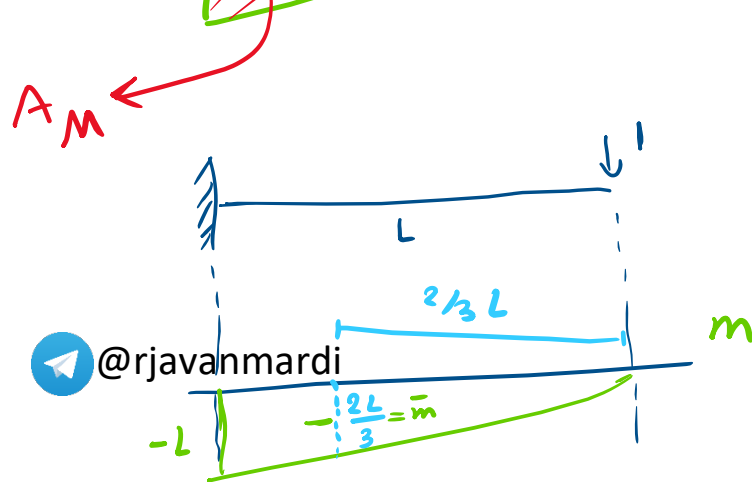
$\delta_{cy} = 0 \Rightarrow \delta_2 = \delta_1 \Rightarrow \frac{4cy l^3}{3EI} = \frac{Pl^3}{2EI} \Rightarrow cy = \frac{3P}{8}$

روش کار مجازی (بار واحد)

این روش مناسب برای سازه‌های مسطح می‌باشد. (حضره سازه‌های مسطح)

در این روش ابتدا یک بار واحد را در نظر می‌گیریم یا قاب را تحت اثر بارهای وارد بر آن بدست می‌آوریم و نام آن را (M) می‌گذاریم پس از آن یک بار واحد در نقطه‌ای که نقطه‌نگار آن را می‌خواهیم و در راستای مورد نظر قرار می‌دهیم و دیگر بار واحد را در راستای این بار واحد رسم می‌کنیم و نام آن را (m) می‌گذاریم. اگر در آن را در یک نقطه بجای یک بار واحد در آن نقطه قرار می‌دهیم. پس از رسم در دیگر بار واحد (M, m) می‌توان با استفاده از رابطه زیر δ یا θ خواسته شده را حساب کرد.

$$\theta \text{ یا } \delta = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI}$$

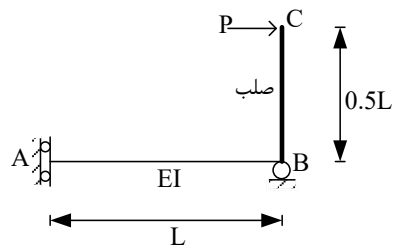
 A_M : مساحت زیر نمودار M $\bar{m}$: مقدار m در مرکز سطح نمودار M  $\delta_B = ?$ دیگر بار واحد
بارهای دارد.

$$\delta_B = \frac{A_M \bar{m}}{EI}$$

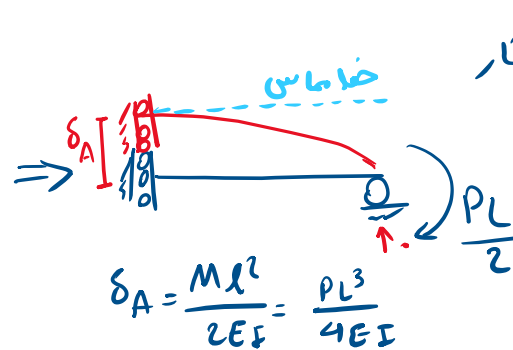
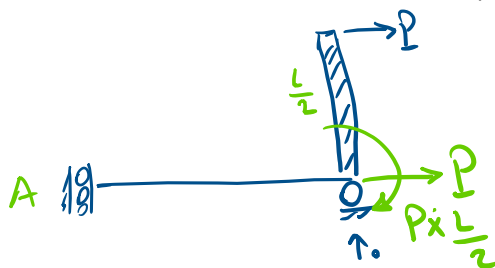
$$= \frac{1}{EI} \left[\underbrace{PL \times L \times \frac{1}{2}}_{A_M} \times \underbrace{\frac{2L}{3}}_{\bar{m}} \right]$$

$$= \frac{PL^3}{3EI}$$

در سازه شکل زیر تغییر مکان تکیه گاه A کدام است؟



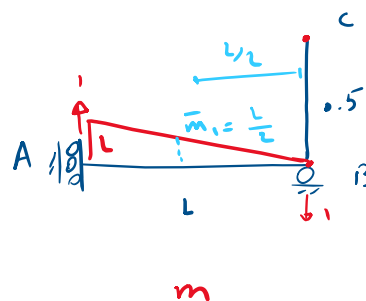
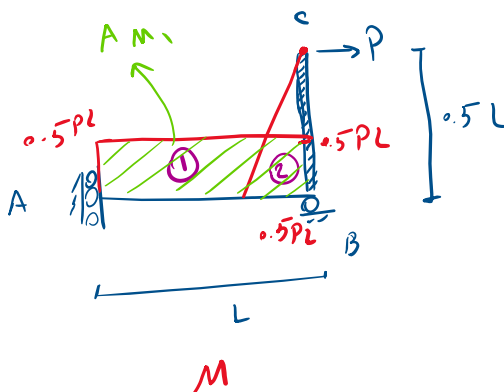
0 (۴) $PL^3 / 6EI$ (۳) $PL^3 / 4EI$ (۲) $PL^3 / 3EI$ (۱)



روش اول: جمع آثار

ساده

روش دوم: تار مجازی

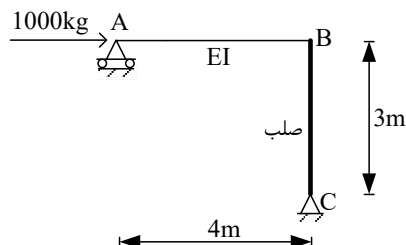


مقدار m در مرکز ضلع M

$$\delta_A = \sum \frac{A_m \bar{m}}{EI} = \frac{A_{m_1} \bar{m}_1}{EI} + \frac{A_{m_2} \bar{m}_2}{EI} \rightarrow \infty$$

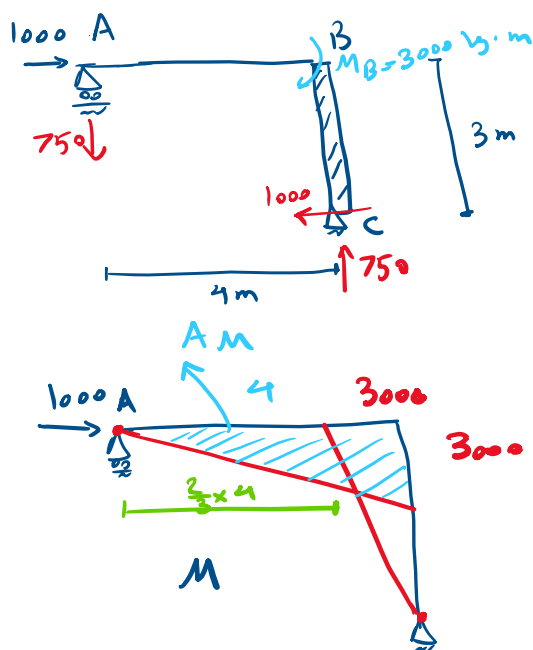
$$\delta_A = \frac{1}{EI} \times \underbrace{(0.5PL \times L)}_{A_{m_1}} \times \underbrace{\frac{L}{2}}_{\bar{m}_1} = \frac{PL^3}{4EI}$$

در سازه شکل زیر عضو BC صلب و عضو AB دارای صلبیت خمشی به مقدار 1200 t.m^2 می باشد. تغییر مکان گره A چقدر است؟



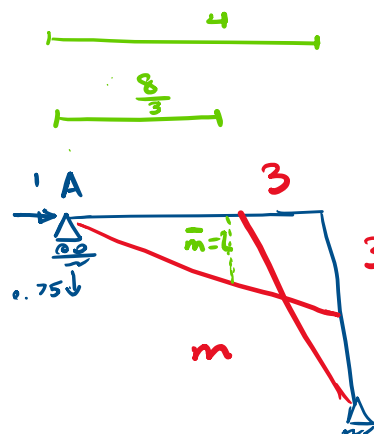
0.75 cm (۴) 1.5 cm (۳) 1 cm (۲) 0 (۱)

روش اول: خارج مجازی



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 1000 \times 3 = A_y \times 4 \Rightarrow A_y = 750 \text{ کتا} \downarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x = 1000 \leftarrow, \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow C_y = 750 \uparrow$$

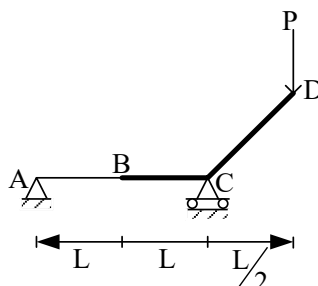


$$\frac{4}{3} = \frac{8/3}{x} \Rightarrow x = 2$$

$$\delta_A = \frac{A_m \bar{m}}{EI} = \frac{1}{EI} \left[\underbrace{\frac{3000 \times 4}{2}}_{A_m} \times \underbrace{2}_{\bar{m}} \right] = \frac{12000}{EI} = 1 \text{ cm}$$

چون صلب می باشد و EI آن بی نهایت است بنابراین در محاسبه داریبی شود.

قطعه‌ی BCD صلب است، Δ_{By} چقدر است ؟

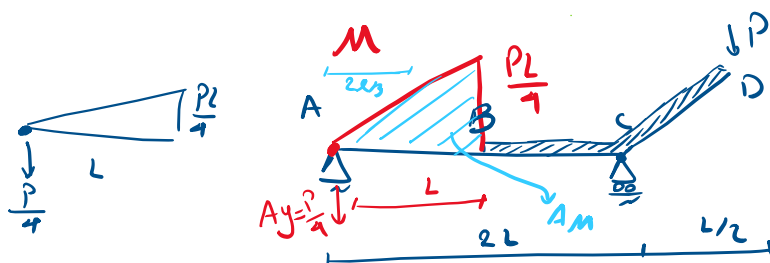


$$PL^3 / 8EI (\epsilon)$$

$$PL^3 / 12EI (\gamma)$$

$$PL^3 / 3EI (\varphi)$$

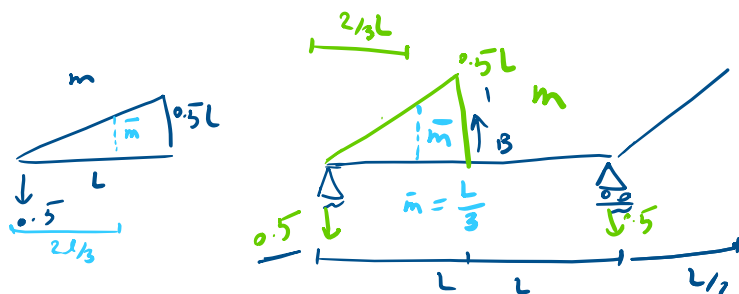
$$PL^3 / 24EI (\alpha)$$



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow P \times \frac{L}{2} = A_y \times 2L \Rightarrow A_y = \frac{P}{4} \downarrow$$

$$A_m = \frac{P}{4} \times L \times \frac{1}{2}$$

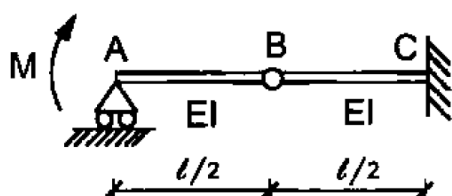
با توجه به صلب بودن BCD و بار موزون کنشش بر AB رسم می شود.



$$\delta_{By} = \frac{A_m \bar{m}}{EI} = \frac{1}{EI} \times \left(\underbrace{\frac{P}{4} \times L \times \frac{1}{2}}_{A_m} \times \underbrace{\frac{L}{3}}_{\bar{m}} \right) = \frac{PL^3}{24EI}$$

گزینه ۱

شیب ایجاد شده در نقطه A از تیر شکل زیر چقدر است؟ اتصال نقطه B مفصلی می باشد.



$$\frac{Ml}{5EI} \quad (1)$$

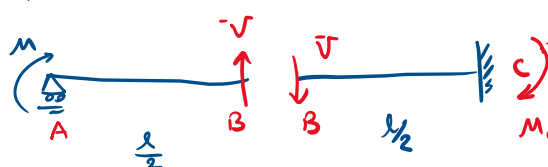
$$\frac{Ml}{3EI} \quad (2)$$

$$\frac{Ml}{4EI} \quad (3)$$

$$\frac{Ml}{7EI} \quad (4)$$

آبان ۹۳

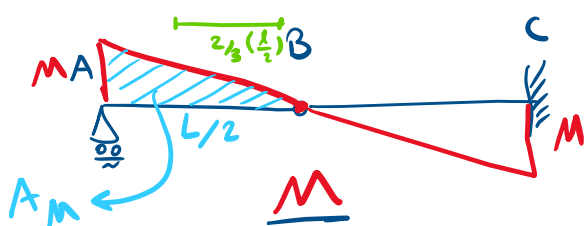
روش کار مجازی



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \bar{V} = \frac{2M}{l}$$

$$M_C = \bar{V} \times \frac{l}{2} = M$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_C = \bar{V} \times \frac{l}{2} = M$$

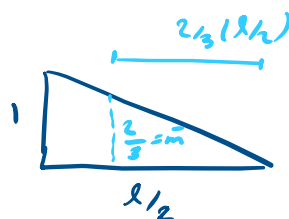


$$\theta_A = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI}$$

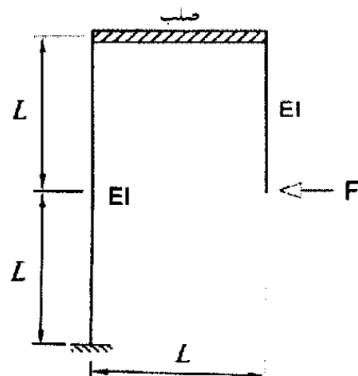
$$= \frac{1}{EI} \left[\underbrace{M \times \frac{l}{2} \times \frac{1}{2}}_{A_M} \times \underbrace{\frac{2}{3}}_{\bar{m}} \right] \times 2$$

$$\theta_A = \frac{Ml}{3EI}$$

2 ضلع شبه مستطیل
کرنه 2



جابجایی افقی نقطه اثر نیروی F در سازه نشان داده شده برابر با کدام گزینه است؟ (صلبیت خمشی و محوری عضو افقی بی نهایت فرض می شود.)

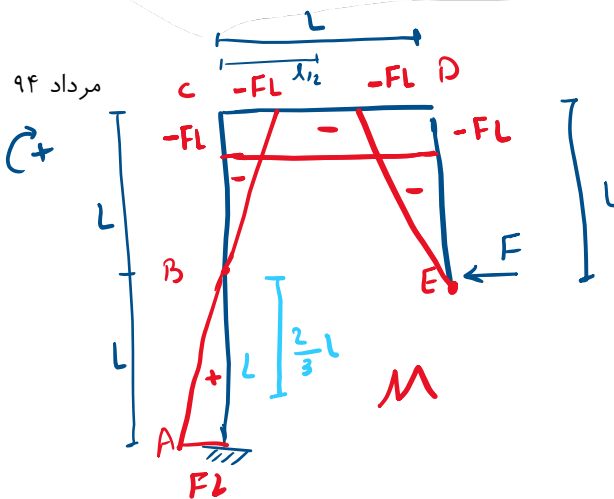


$$\frac{5}{2} \frac{FL^3}{EI} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \frac{FL^3}{EI} \quad (2)$$

$$2 \frac{FL^3}{EI} \quad (3)$$

$$\frac{FL^3}{EI} \quad (4)$$

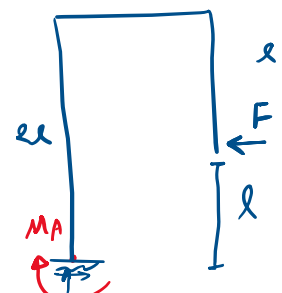
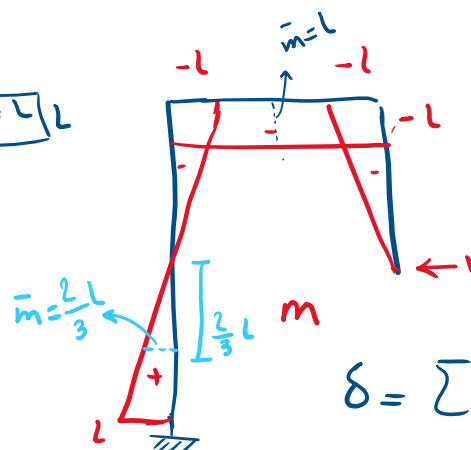
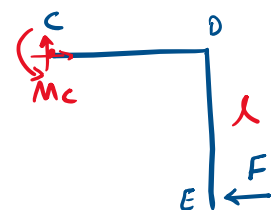


$$M_E = 0$$

$$M_D = -FL$$

$$M_C = -FL$$

$$M_A = FL$$



$$\delta = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI} = 3 \times \frac{1}{EI} \times \left[FL \times L \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} L \right]$$

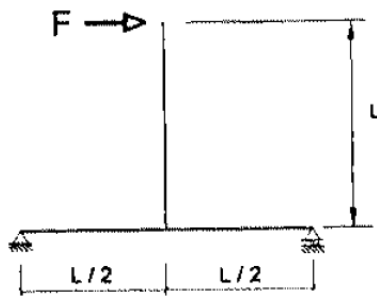
$$= \frac{FL^3}{EI}$$

گزینه ۴

اگر CD صلب نبود آنگاه

$$\delta = \frac{FL^3}{EI} + \frac{1}{EI} \times [FL^2 \times L] = \frac{2FL^3}{EI}$$

جابجایی افقی محل اثر نیروی F چقدر است؟ (تمام اعضا دارای صلبیت خمشی EI می باشند.
از تغییر شکل محوری و برشی اعضا صرف نظر شود)



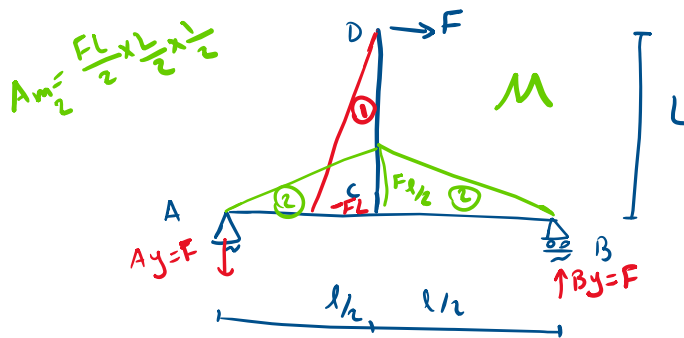
$$\frac{5 FL^3}{12 EI} \quad (1)$$

$$\frac{FL^3}{2 EI} \quad (2)$$

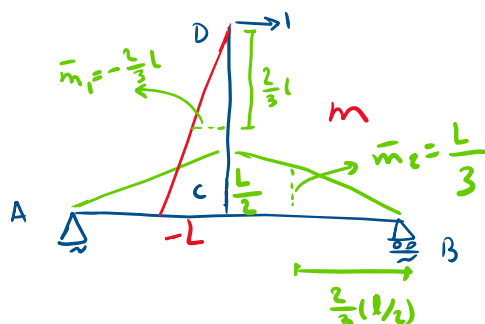
$$\frac{7 FL^3}{12 EI} \quad (3)$$

$$\frac{11 FL^3}{24 EI} \quad (4)$$

شهریور ۹۵



BC $\rightarrow$ $M_{BC} = \frac{Fl}{2}$



کار جابی

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F \times L = B_y \times L \Rightarrow B_y = F \uparrow$$

$$^+ \curvearrowleft M_D = 0, \quad \curvearrowright M_C = -FL$$

$$CA \rightarrow \quad F \quad l/2 \quad \curvearrowleft M_C$$

$$M_C = \frac{FL}{2}$$

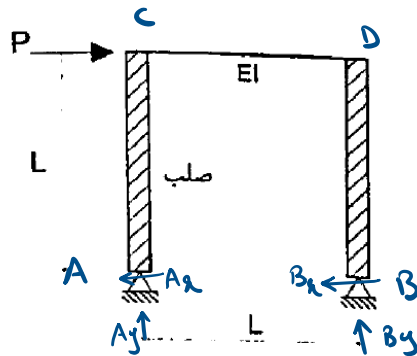
$$\delta = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI}$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\underbrace{-\frac{FL \times L}{2}}_{A_{M1}} \times \underbrace{\left(-\frac{2}{3}L\right)}_{\bar{m}_1} + 2 \times \underbrace{\frac{FL^2}{8}}_{A_{M2}} \times \underbrace{\frac{L}{3}}_{\bar{m}_2} \right]$$

$$= \frac{5 FL^3}{12 EI}$$

گزینه ۱

تغییر مکان جانبی قاب شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (از اثر تغییر شکل‌های محوری و برشی تیر صرف‌نظر شود).



$$\frac{PL^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{6EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{24EI} \quad (4)$$

اسفند ۹۵

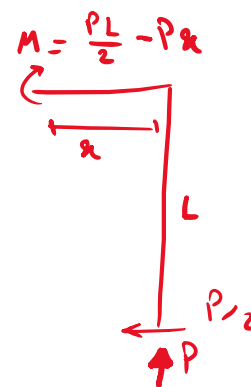
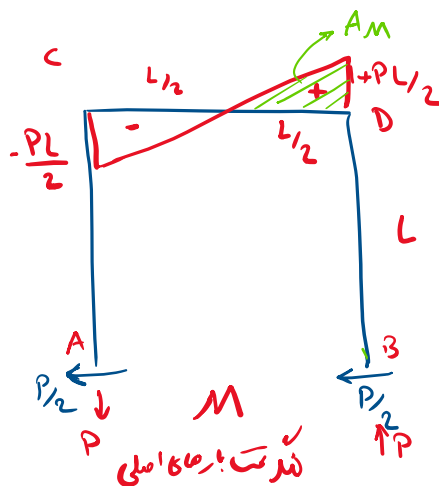
$$D.I. = 4 - 3 = 1$$

با وجود نامعینی بودن به دلیل تقارن موجود در قاب می‌توان
عکس العمل‌های آن را حساب کرد.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y = P \uparrow \quad \cdot \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = P \downarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = B_x = \frac{P}{2} \leftarrow$$

دیگرام‌نگار در ناحیه غیر صلب (CD) رسم می‌کنیم

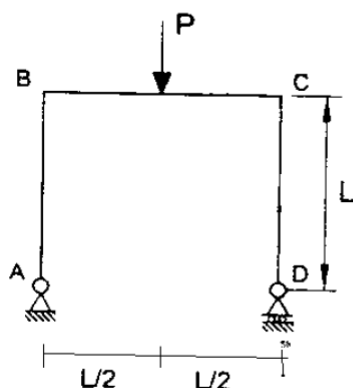


$$\delta = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI} = \frac{1}{EI} \times 2 \times \left[\underbrace{\frac{PL/2 \times L/2}{2}}_{A_M} \times \underbrace{\frac{L}{3}}_{\bar{m}} \right]$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{PL^3}{12EI}$$

گزینه ۲

برای قاب نشان داده شده در شکل زیر، تغییر مکان افقی تکیه گاه D به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (EI در تمام اعضا یکسان بوده و از تغییر شکل های محوری و برشی صرف نظر شود).



$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (1)$$

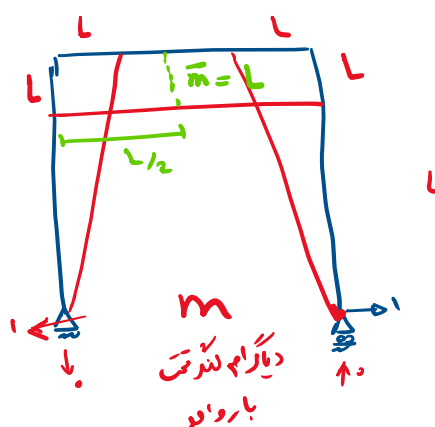
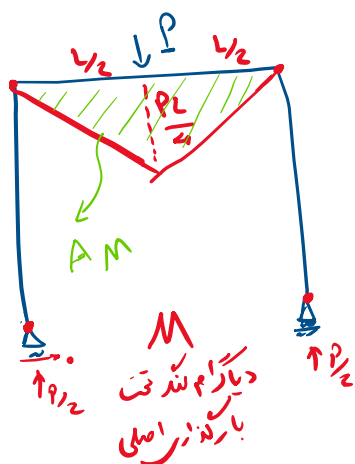
$$\frac{PL^3}{8EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{16EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{4EI} \quad (4)$$

مهر ۹۶

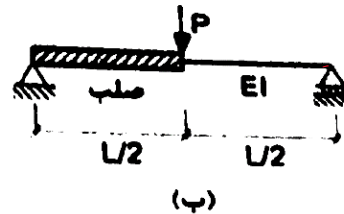
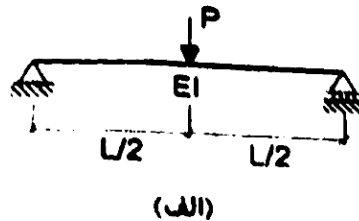
مسئله معی ی باشد.



$$\delta = \sum \frac{A_m \bar{m}}{EI} = \frac{1}{EI} \left[\underbrace{\frac{PL/4 \times L}{2}}_{A_m} \times \underbrace{L}_{\bar{m}} \right] = \frac{PL^3}{8EI}$$

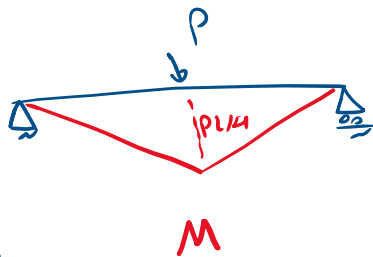
سزین ۲

در مورد تیرهای نشان داده شده در شکل زیر، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ از وزن واحد طول و تغییر طول محوری اعضا صرف نظر شود.



- ۱) مقدار تغییر شکل وسط تیر (الف) هشت برابر مقدار تغییر شکل وسط تیر (ب) است.
- ۲) مقدار تغییر شکل وسط تیر (الف) چهار برابر مقدار تغییر شکل وسط تیر (ب) است.
- ۳) مقدار تغییر شکل وسط هر دو تیر (الف) و (ب) یکسان است.
- ۴) مقدار تغییر شکل وسط تیر (الف) دو برابر مقدار تغییر شکل وسط تیر (ب) است.

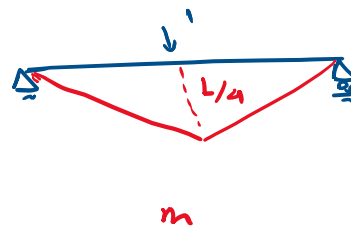
اردیبهشت ۹۷



$$\delta_{\text{الف}} = 2 \frac{A_M \bar{m}}{EI}$$

← سمت

$$\delta_{\text{الف}} = 2 \delta_{\text{ب}}$$

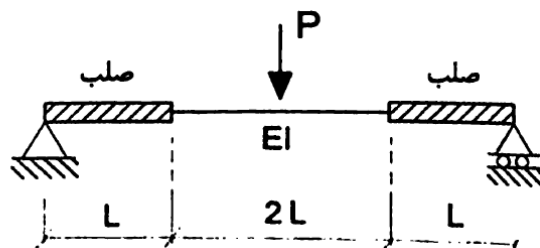


$$\delta_{\text{ب}} = \frac{A_M \bar{m}}{EI} \rightarrow \text{دلیل وجود قله صلب}$$

نی از سمت صاف می شود (آنها به سمت دو طرف)

گزینه ۱

حداکثر خیز تیر شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (بار P درست در وسط دهانه قرار دارد).



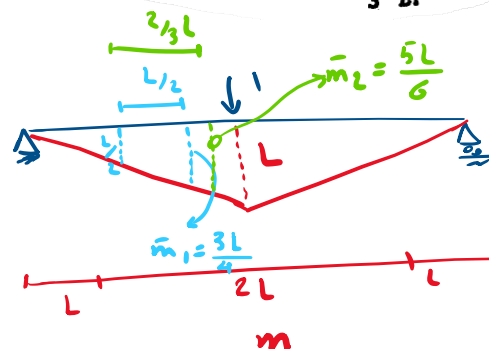
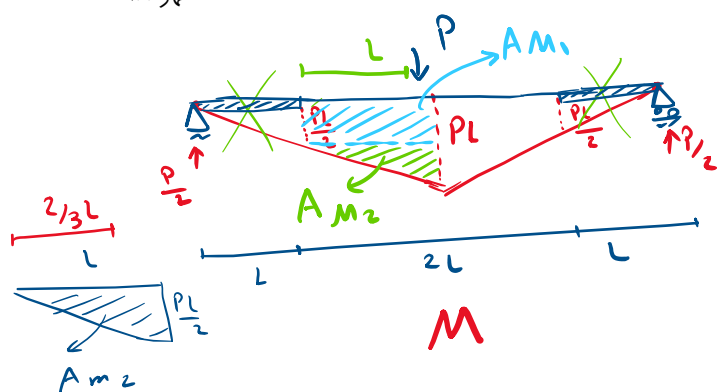
$$\frac{35}{48} \frac{PL^3}{EI} \quad (1)$$

$$\frac{7}{6} \frac{PL^3}{EI} \quad (2)$$

$$\frac{36}{35} \frac{PL^3}{EI} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \frac{PL^3}{EI} \quad (4)$$

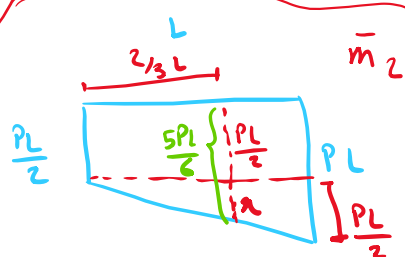
مهر ۹۸



$$\delta = \sum \frac{AM\bar{m}}{EI} = \frac{2}{EI} \times \left[\underbrace{\frac{PL}{2}}_{AM_1} \times L \times \underbrace{\frac{3L}{4}}_{\bar{m}_1} + \underbrace{\frac{PL}{2}}_{AM_2} \times L \times \underbrace{\frac{1}{2}}_{\bar{m}_2} \times \underbrace{\frac{5L}{6}}_{\bar{m}_2} \right]$$

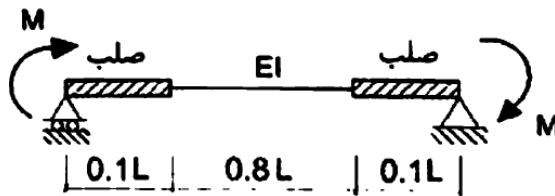
$$= \frac{7}{6} \frac{PL^3}{EI}$$

در نتیجه



$$\frac{L}{\frac{2}{3}L} \quad \frac{PL/2}{\frac{PL}{2}} \Rightarrow a = \frac{PL}{3} = \bar{m}_2$$

اگر دو طرف تیر شکل زیر هریک به طول $0.1L$ صلبیت خمشی خیلی زیاد (صلب) داشته باشد و تیر تحت اثر خمش M در دو انتها مطابق شکل قرار گیرد و هریک از دو انتها به اندازه زاویه θ دوران کند، سختی خمشی $K=M/\theta$ به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



$$4.8 \frac{EI}{L} \quad (1)$$

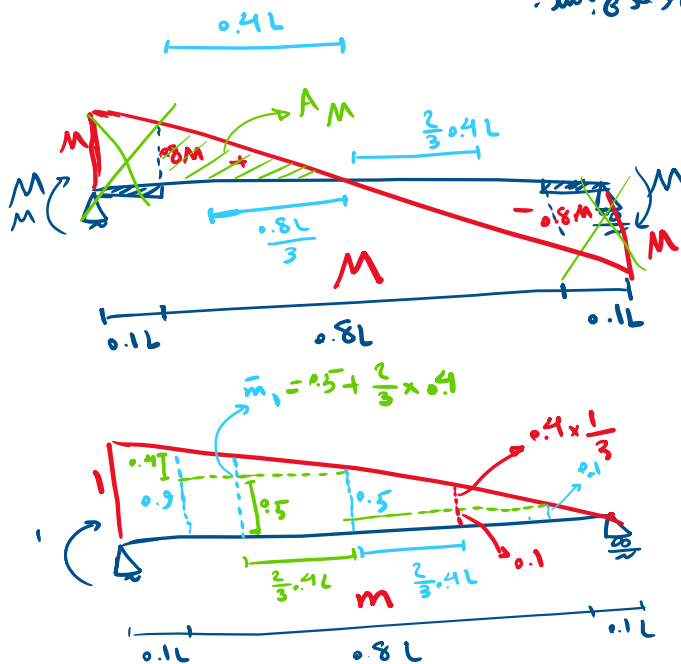
$$11.7 \frac{EI}{L} \quad (2)$$

$$13.2 \frac{EI}{L} \quad (3)$$

$$9.2 \frac{EI}{L} \quad (4)$$

مهر ۹۸

سختی خمشی معادل تیر لازم برای ایجاد دوران واحد باشد.



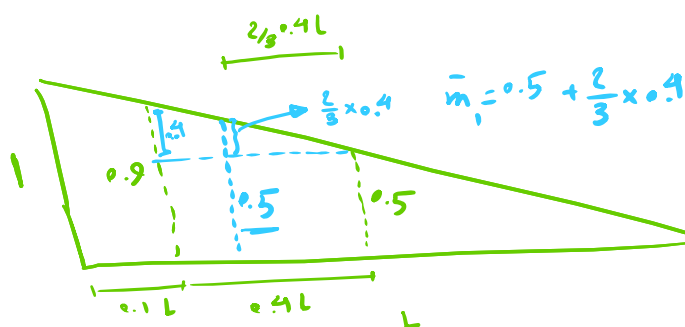
حال تیر واحد را در یک تکیه گاه قرار می دهیم

$$\theta = \frac{\sum A_M \bar{m}}{EI}$$

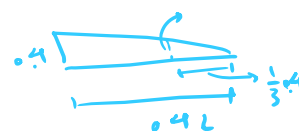
$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{EI} \left[\frac{0.8M \times 0.4L}{2} \times \left[\underbrace{0.5 + \frac{2}{3} \times 0.4}_{\bar{m}_1} - \underbrace{\left(0.1 + \frac{1}{3} \times 0.4\right)}_{\bar{m}_2} \right] \right]$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{0.0853 ML}{EI}, \quad \theta = 1, M = K$$

$$K = \frac{EI}{L} \times 11.72$$



$$\bar{m}_2 = 0.1 + \frac{1}{3} \times 0.4$$

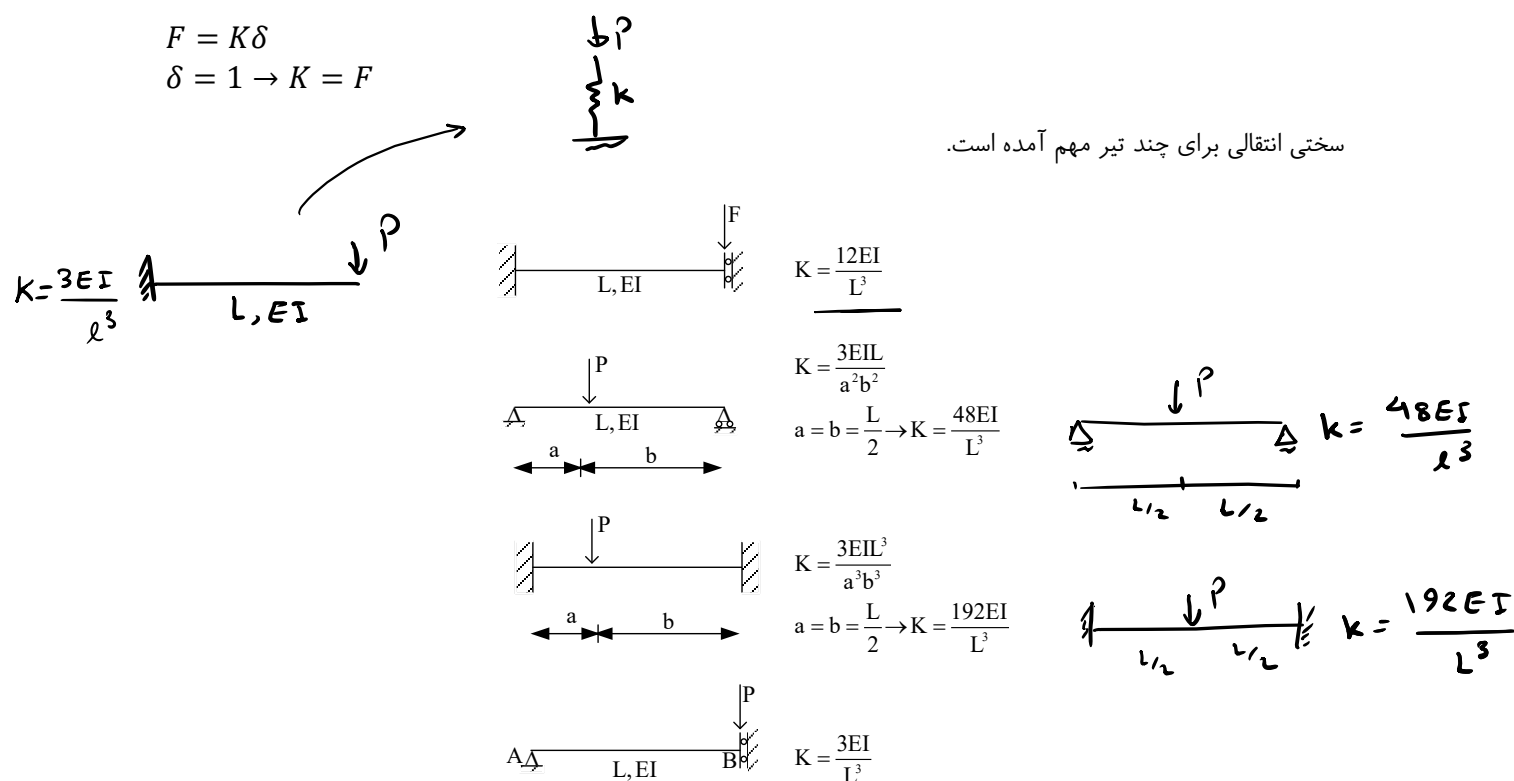


مدل سازی با فنر

تعریف سختی: نیروی اعمالی لازم در یک نقطه از سازه به منظور ایجاد تغییر مکان واحد در آن نقطه را سختی گویند.

۱- سختی انتقالی:

نیروی لازم برای ایجاد جابجایی واحد انتقالی در یک نقطه می باشد.



۲- سختی دورانی:

با استفاده از رابطه $M = K_\theta \times \theta$ اگر مقدار لنگر را در نقطه ای از سیستم به گونه ای تعیین کنیم که دوران آن نقطه مقدار واحد باشد، مقدار عددی سختی دورانی سیستم در آن نقطه با میزان لنگر اعمالی برابر است.

سختی پیچشی چند تیر پر کاربرد در شکل زیر آورده شده است:



$$\theta_B = \frac{ML}{EI} \rightarrow K_\theta = \frac{EI}{L}$$



$$\theta_A = \frac{ML}{3EI} \rightarrow K_\theta = \frac{3EI}{L}$$



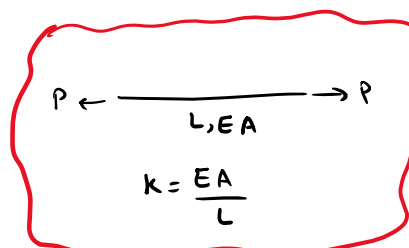
$$\theta_A = \frac{ML}{4EI} \rightarrow K_\theta = \frac{4EI}{L}$$



$$\theta_A = \frac{ML}{EI} \rightarrow K_\theta = \frac{EI}{L}$$

۳- سختی محوری:

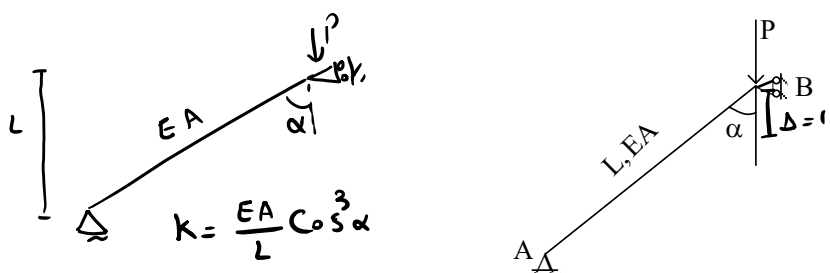
اگر میله ای مطابق شکل زیر با سطح مقطع A و طول L و مدول ارتجاعی E تحت نیروی کششی P در نظر بگیریم تغییر طول میله برابر است با:



$$\Delta = \frac{PL}{EA}$$

$$K = \frac{EA}{L}$$

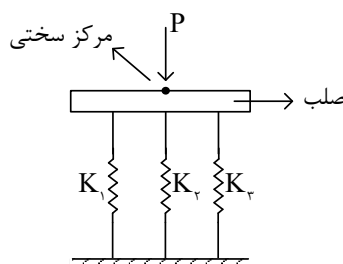
به زاویه ای راستای نیرو در میله باشد



$$\Delta_B^V = \frac{PL}{EA \cos^2 \alpha} \rightarrow K = \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha$$

$$K = \frac{EA}{L} \cos^2 \alpha$$

۴- فنرهای موازی



$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = K_1 \delta_1 + K_2 \delta_2 + K_3 \delta_3$$

$$P = K_{eq} \cdot \delta \rightarrow K_{eq} \cdot \delta = K_1 \delta + K_2 \delta + K_3 \delta$$

$$\rightarrow K_{eq} = K_1 + K_2 + K_3 = \sum K_i$$

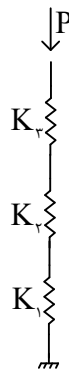
در فنرهای موازی، جابجایی فنرها با هم برابر می باشد اما نیروی آن ها متفاوت هستند

سختی معادل چند فنر موازی برابر است با مجموع سختی فنرها و سهمی که هر فنر از نیرو می برد. برابر است با:

$$P_1 = \frac{K_1}{K_{eq}} P, P_2 = \frac{K_2}{K_{eq}} P, P_3 = \frac{K_3}{K_{eq}} P$$

۵- فنرهای سری

در فنرهای سری نیرو در همه فنرها برابر است و تغییر مکان برابر است با مجموع تغییر مکان هر یک از فنرها:



$$P_1 = P_2 = P_3 = P$$

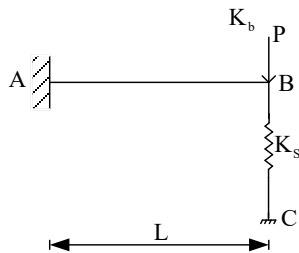
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = \frac{P}{K_1} + \frac{P}{K_2} + \frac{P}{K_3}$$

$$\delta = \frac{P}{K_{eq}} \rightarrow \frac{P}{K_{eq}} = P \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} \right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} = \sum \frac{1}{K_i}$$

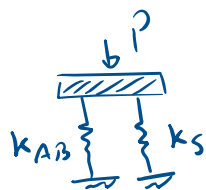
عکس سختی معادل چند فنر سری برابر است با مجموع عکس سختی تک تک فنرها. سهم نیرو نیز که در این حالت در همه فنرها برابر است و فقط جابه جایی فنرها متفاوت می باشد و به سادگی می توان جابجایی در هر فنر را حساب کرد.

تغییر مکان B چقدر است؟ سهم تیر و فنر از نیروی P چقدر است؟ صلبیت خمشی تیر EI و سختی فنر $K_S = \frac{6EI}{L^3}$



$$k_{AB} = \frac{3EI}{L^3}, \quad k_{BC} = k_s = \frac{6EI}{L^3}$$

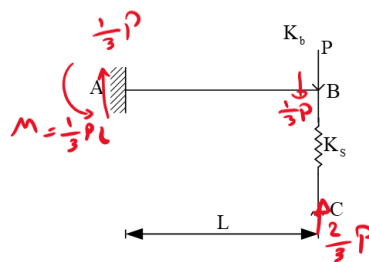
با توجه به برابر بودن تغییر مکان، معادله در نقطه B برابر صدوقه

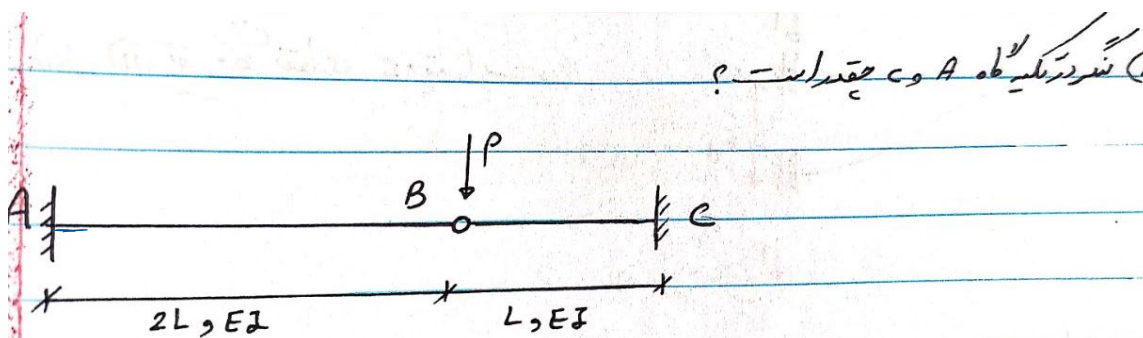


$$k_{eq} = k_{AB} + k_s = \frac{9EI}{L^3} \quad \delta = \frac{P}{k_{eq}} = \frac{PL^3}{9EI}$$

$$F_s = \frac{k_s}{k_{eq}} P = \frac{2}{3} P$$

$$F_{AB} = \frac{k_{AB}}{k_{eq}} P = \frac{1}{3} P$$





$$k_{BA} = \frac{3EI}{(2L)^3} = \frac{3EI}{8L^3}$$

$$k_{BC} = \frac{3EI}{L^3}$$

قوا و مومنت ها

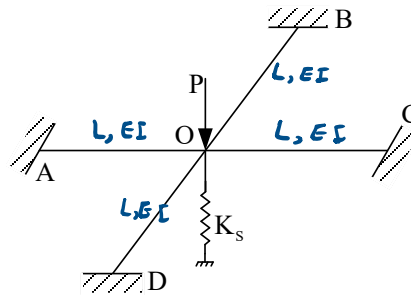
The diagram shows a load P acting on a platform supported by two springs, k_{BA} and k_{BC} , in parallel. The equivalent spring constant k_{eq} is the sum of the individual spring constants.

$$\Rightarrow k_{eq} = k_{BA} + k_{BC} = \frac{27EI}{8L^3}, \quad \delta_B = \frac{P}{k_{eq}}$$

$$F_{BA} = \frac{k_{BA}}{k_{eq}} P = \frac{P}{9}, \quad M_{BA} = \frac{P}{9} \times 2L$$

$$F_{BC} = \frac{k_{BC}}{k_{eq}} P = \frac{8P}{9}, \quad M_{BC} = \frac{8P}{9} \times L$$

سازه مسطح در صفحه XY می باشد. هر یک از اعضا دارای طول L و صلبیت خمشی EI است و سختی فنر $K_s = \frac{6EI}{L^3}$ می باشد. چنانچه بار P در راستای محور Z به گره O اعمال شود، تغییر مکان قائم گره O و سهم هر یک از اعضا و فنر را از نیروی P به دست آورید.



$$K_{OA} = \frac{12EI}{L^3} = K_{OD} = K_{OC} = K_{OB} \quad , \quad K_{eq} = K_{OA} + K_{OD} + K_{OC} + K_{OB} + K_s$$

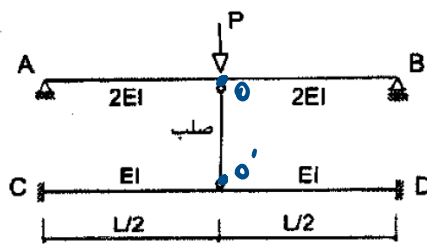
تمام فنر ها موازی اند

$$\Rightarrow K_{eq} = \frac{54EI}{L^3}$$

$$F_s = \frac{K_s}{K_{eq}} P = \frac{P}{9}$$

$$F_{OA} = F_{OD} = F_{OC} = F_{OB} = \frac{K_{OA}}{K_{eq}} P = \frac{2P}{9}$$

در سازه نشان داده شده در شکل زیر، چه نسبتی از نیروی P توسط تیر AB حمل می شود؟



- $\frac{1}{3}$ (۱)
 $\frac{2}{3}$ (۲)
 $\frac{3}{4}$ (۳)
 $\frac{1}{4}$ (۴)

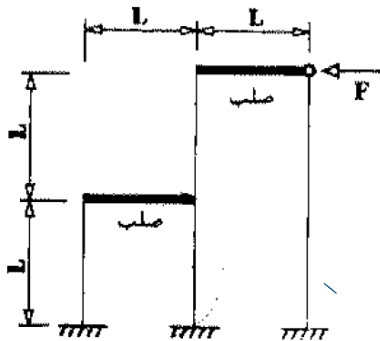
مرداد ۹۴

$$k_{AB} = \frac{48(2EI)}{l^3}, \quad k_{CD} = \frac{192EI}{l^3}$$

$$\delta_0 = \delta_{0'} \Rightarrow \text{فرم هم‌وزنی اند} \Rightarrow k_{eq} = k_{AB} + k_{CD} = \frac{3 \times 96EI}{l^3}$$

$$F_{AB} = \frac{k_{AB}}{k_{eq}} P = \frac{P}{3} \quad \text{سزینه ۱}$$

جابجایی افقی نقطه اثر نیرو در سازه نشان داده شده برابر با کدامیک از گزینه های زیر است؟
(اعضای افقی صلب بوده و ممان اینرسی و مدول الاستیسیته تمامی ستون ها به ترتیب E و I فرض شود. همچنین در تحلیل از تغییر شکل های محوری و برشی اعضا و نیز از وزن سازه صرف نظر نمایید.)



$$\frac{8 FL^3}{67 EI} \quad (1)$$

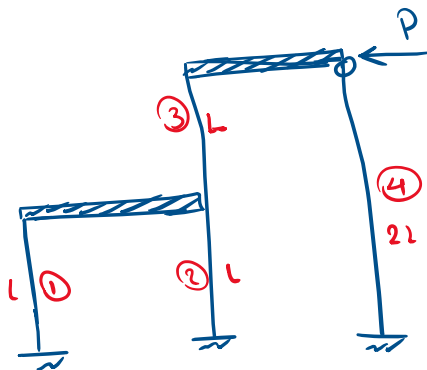
$$\frac{5 FL^3}{12 EI} \quad (2)$$

$$\frac{23 FL^3}{48 EI} \quad (3)$$

$$\frac{15 FL^3}{24 EI} \quad (4)$$

شهریور ۹۵

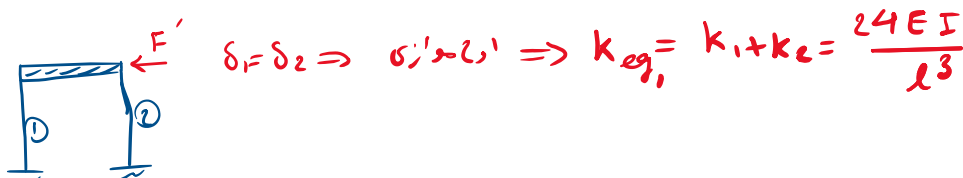
در مسأله که دیده می شود داریم بر سه شش سر یا موزی بودن قوس ها حساب باید از دور ترین عضو است به حل اعمال بار شروع به شش سر یا موزی بودن قوس ها کنیم. همچنین بر این راعی بهتر است ابتدا ۲ عضو را عضو شروع به شش سر و موزی کنیم.



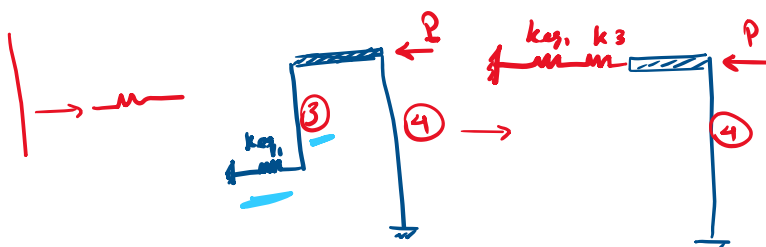
$$k_1 = k_2 = k_3 = \frac{12 EI}{L^3}$$

$$k_4 = \frac{3 EI}{(2L)^3}$$

از قوس ۲ و ۳ شروع به شش سر و موزی می کنیم



$$\delta_1 = \delta_2 \Rightarrow \text{از دو موزی} \Rightarrow k_{eq1} = k_1 + k_2 = \frac{24 EI}{L^3}$$



k_{eq1} , k_3 با هم سر اند

$$\frac{1}{k_{eq2}} = \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_{eq1}} \Rightarrow k_{eq2} = \frac{8 EI}{L^3}$$



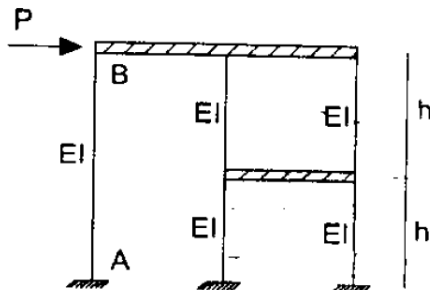
$$k_4, k_{eq2} \Rightarrow k_{eq4} = k_4 + k_{eq2} = \frac{67 EI}{8 L^3}, \delta = \frac{F}{k_{eq4}}$$

$$\delta = \frac{8 FL^3}{67 EI} \quad (1)$$



@rjavanmardi

در قاب شکل زیر چنانچه تیرها به لحاظ خمشی و محوری صلب فرض شوند، حداکثر لنگر خمشی ستون AB به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



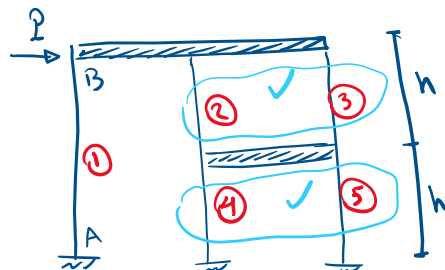
$$\frac{1}{9} Ph \quad (1)$$

$$\frac{1}{12} Ph \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} Ph \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} Ph \quad (4)$$

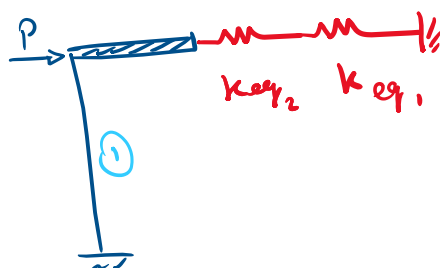
مهر ۹۶



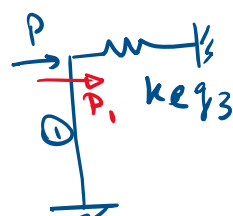
$$k_1 = \frac{12EI}{(2h)^3}, \quad k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = \frac{12EI}{h^3}$$

فصل ۴، ۵ با هم موازی و فصول ۲، ۳ با هم موازی اند

$$k_{eq1} = k_4 + k_5 = \frac{24EI}{h^3}, \quad k_{eq2} = k_2 + k_3 = \frac{24EI}{h^3}$$

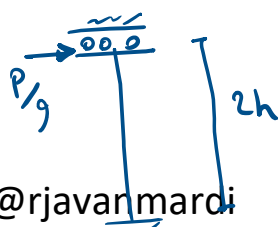


$$\frac{1}{k_{eq3}} = \frac{1}{k_{eq1}} + \frac{1}{k_{eq2}} \Rightarrow k_{eq3} = \frac{12EI}{h^3}$$



$$\Rightarrow k_{eqt} = k_1 + k_{eq3} = \frac{13.5EI}{h^3}$$

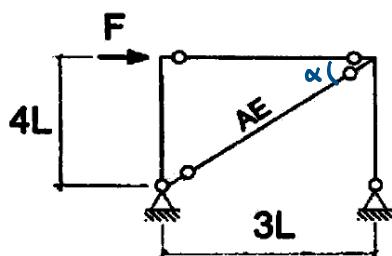
$$P_1 = \frac{k_1}{k_{eqt}} P = \frac{P}{9}$$



$$M_{max} = \frac{P}{9} \times 2h \times \frac{1}{2} = \frac{Ph}{9}$$

گزینه ۱

در قاب شکل زیر اگر سختی محوری تیر و ستون ها بسیار زیاد فرض شود و سطح مقطع عضو مورب برابر A باشد، مقدار سختی جانبی قاب به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



$$0.072 \frac{AE}{L} \quad (1)$$

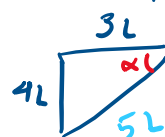
$$0.12 \frac{AE}{L} \quad (2)$$

$$0.16 \frac{AE}{L} \quad (3)$$

$$0.128 \frac{AE}{L} \quad (4)$$

پهن ۹۷

با توجه به اینکه تیر در قاب مفصلی می باشد، بنابراین قاب ساده بوده و هیچ سختی ندارد و تنها ما می توانیم سختی را بدین اعداد حساب کنیم



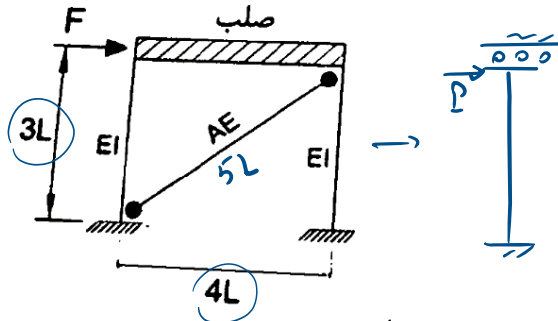
$$\alpha = 53^\circ$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$k = \frac{EA}{5L} \cos^2 \alpha \Rightarrow k = \frac{EA}{5L} \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0.072 \frac{EA}{L}$$

گزینه ۱

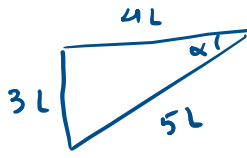
در قاب شکل زیر اگر $AE = 7 \frac{EI}{L^2}$ باشد، آنگاه حدوداً چند درصد برش طبقه توسط ستون ها و چند درصد آن توسط عضو مهاربندی تحمل می شود؟ فرض کنید تغییر طول محوری ستون ها ناچیز است.



- (۱) 50 درصد توسط ستون ها و 50 درصد توسط عضو مهاربندی
- (۲) 75 درصد توسط ستون ها و 25 درصد توسط عضو مهاربندی
- (۳) 25 درصد توسط ستون ها و 75 درصد توسط عضو مهاربندی
- (۴) 40 درصد توسط ستون ها و 60 درصد توسط عضو مهاربندی

اردیبهشت ۹۷

باتوجه به سلسل و برابر بودن جابجایی در قاب و مهاربند، مرصه عضو با هم موازی باشند. حال با یافتن سفتی کدک آن ها را حساب کنیم

$$k_{\text{مهاربند}} = \frac{EA}{5L} \cos^2 \alpha = \frac{EA}{5L} \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{112}{125} \frac{EI}{L^3}$$


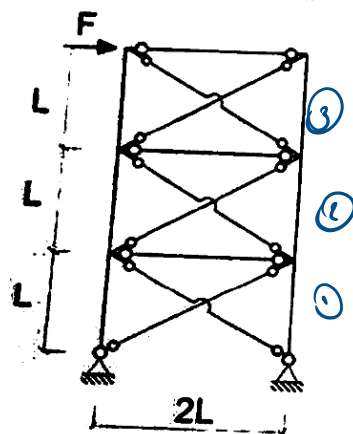
$$\alpha = 37^\circ \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$k_{\text{ستون ها}} = 2 \times \frac{12EI}{(3L)^3} = \frac{8}{9} \frac{EI}{L^3}$$

$$F_{\text{ستون ها}} = \frac{k_{\text{ستون ها}}}{k_{\text{مهاربند}} + k_{\text{ستون ها}}} \times F = 49.8 \% F$$

نزینه ۱

چنانچه در قاب ساختمانی ساده توام با مهاربندی های ضربدری نشان داده شده در شکل زیر از سختی جانبی و تغییر طول محوری ستون ها صرف نظر شود و تیرهای دو سر مفصل به لحاظ محوری صلب فرض شوند و سطح مقطع کلیه اعضای مهاربندی برابر A باشد، آنگاه تغییر مکان جانبی قاب در تراز طبقه بام به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر خواهد بود؟ فرض کنید اعضای مهاربندی به صورت کششی و فشاری عمل می کنند و مدول الاستیسیته فولاد برابر E است.



$$\frac{15FL}{2\sqrt{3}AE} \quad (1)$$

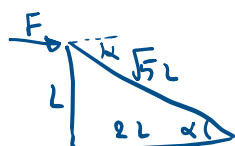
$$\frac{3\sqrt{3}FL}{2AE} \quad (2)$$

$$\frac{15\sqrt{3}FL}{8AE} \quad (3)$$

$$\frac{15\sqrt{3}FL}{2AE} \quad (4)$$

اردیبهشت ۹۷

شخص است که بادبند دارد در مرحله با هم موازی می باشد. (هر دو بادبند ملحق)
بادبند دارد ارتفاع سازه با هم سری می باشد.



$$k_1 = k_2 = k_3 = 2 \times \frac{EA}{\sqrt{5}L} \cos^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2L}{\sqrt{5}L} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

α همواره مقدار ثابتی است و با عضو سازه نمی باشد

$$\Rightarrow k_1 = k_2 = k_3 = \frac{EA}{\sqrt{5}L} \times \frac{8}{5}$$

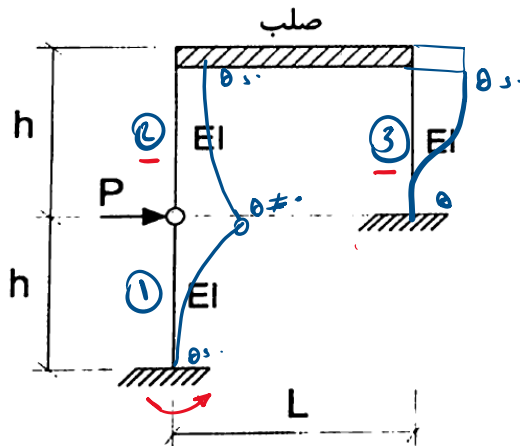


$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \Rightarrow k_{eq} = \frac{k_1}{3} = \frac{EA \times 8}{15\sqrt{5}L}$$

$$\delta = \frac{F}{k_{eq}} = \frac{15\sqrt{5}FL}{8EA}$$

گزینه ۳

در قاب شکل زیر که در آن ستون با ارتفاع بلند در وسط خود دارای یک مفصل است، حداکثر لنگر خمشی در تکیه‌گاه ستون با ارتفاع بلند به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (تیر کاملاً صلب بوده و از تغییر شکل محوری ستون‌ها صرف نظر شود).



$$\frac{5}{9} Ph \quad (1)$$

$$Ph \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} Ph \quad (3)$$

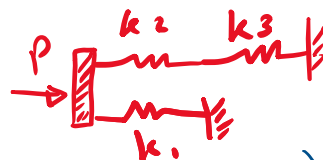
$$\frac{2}{3} Ph \quad (4)$$

مهر ۹۸

برای حل اینگونه سائل به شرایط کلی دو ستون توجه کنید اگر حدان هر دو ستون منفرجه بود
آنگاه $k = \frac{12EI}{L^3}$ ، ستون‌هایی که یک ست حدان آزاد و دیگری منفرجه باشد $k = \frac{3EI}{L^3}$

$$k_1 = k_2 = \frac{3EI}{L^3}, \quad k_3 = \frac{12EI}{L^3}$$

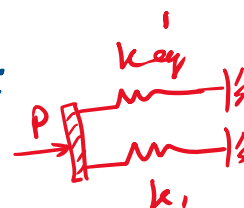
سر k_2, k_3



$$\Rightarrow \frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \Rightarrow k_{eq}' = \frac{12EI}{5L^3}$$

موازی k_{eq}', k_1

$$\Rightarrow F_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_{eq}'} F = \frac{3}{3 + \frac{12}{5}} F = \frac{5}{9} F$$

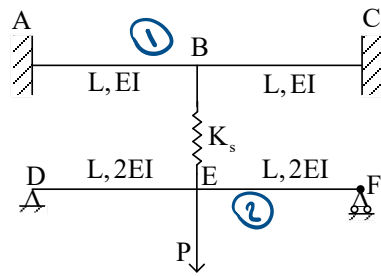


$$\frac{5}{9} F$$

①

$$M_A = \frac{5}{9} Fh$$

در تیر



در سازه زیر تغییر مکان E چقدر است؟ نیروی فنر چقدر است؟

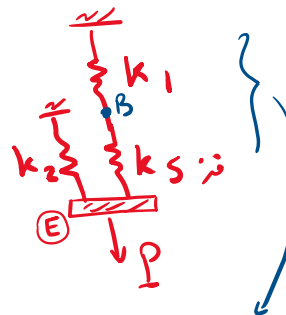
تغییر مکان B چقدر است؟ سختی فنر $\frac{12EI}{L^2}$ می باشد.

$$k_1 = \frac{192EI}{(2L)^3} = \frac{24EI}{L^3}, \quad k_2 = \frac{48(2EI)}{(2L)^3} = \frac{12EI}{L^3}$$

k_s, k_1 سری باشند

$$\frac{1}{k'_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_s}$$

$$\Rightarrow k'_{eq} = \frac{8EI}{L^3}$$



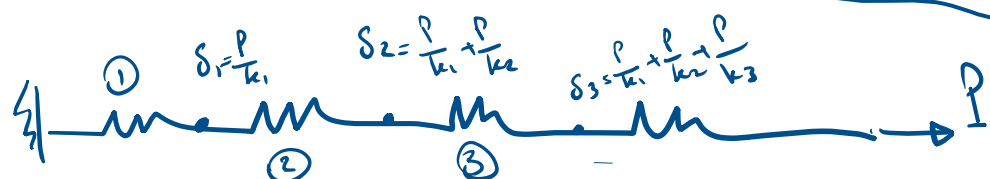
k_2, k'_{eq} با هم موازی می باشند

$$k_{eq}^t = k'_{eq} + k_2 = \frac{20EI}{L^3}$$

$$\delta_E = \frac{P}{k_{eq}^t} = \frac{PL^3}{20EI}$$

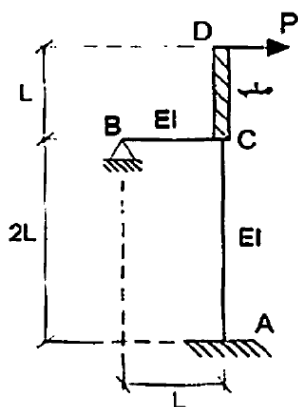
$$F_{ن} = \frac{k'_{eq}}{k'_{eq} + k_2} P = \frac{8}{20} P = \frac{2}{5} P$$

$$\delta_B = \frac{F_1}{k_1} = \frac{\frac{2}{5}P}{\frac{24EI}{L^3}} = \frac{PL^3}{60EI}$$



مجموعه معادلات

در سازه شکل زیر اگر از تغییر شکل های محوری و برشی اعضای BC و AC صرف نظر شود، تغییر مکان افقی نقطه D به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



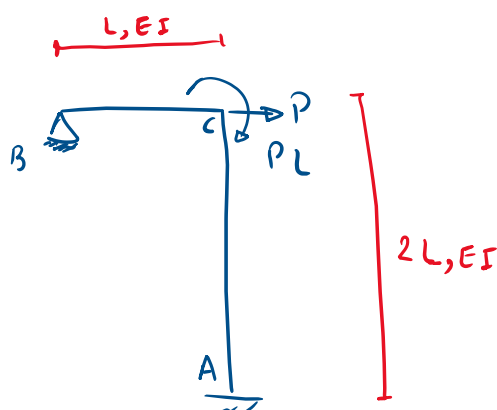
$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{4EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{6EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{5EI} \quad (4)$$

مهر ۹۹



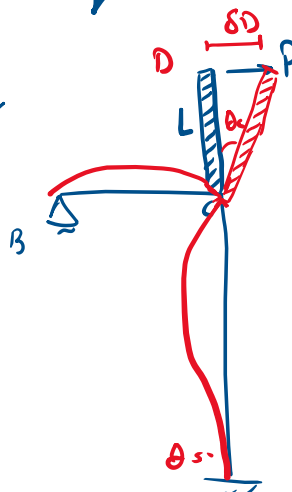
$$k_{Bc} = \frac{3EI}{L}$$

$$k_{Ac} = \frac{4EI}{2L}$$

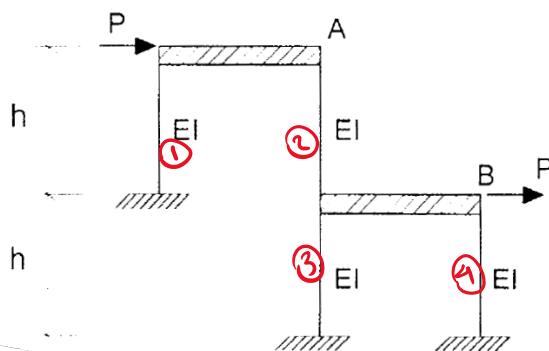
چون در آن در C با هم برابر است بنابراین هر دو قه با هم موازی می باشند

$$k_{eq} = k_{Ac} + k_{Bc} = \frac{5EI}{L}, \quad \theta_c = \frac{PL}{k_{eq}} = \frac{PL^2}{5EI}$$

$$\delta_D = \theta_c \times L = \frac{PL^3}{5EI} \quad \text{گزینه ۴}$$



در قاب شکل زیر تیرها کاملاً صلب بوده و EI کلیه ستون‌ها یکسان است. چنانچه سختی محوری ستون‌ها بسیار زیاد فرض شود، تغییر مکان جانبی قاب در نقطه B چقدر خواهد بود؟



$$\frac{Ph^3}{36EI} \quad (1)$$

$$\frac{Ph^3}{12EI} \quad (2)$$

$$\frac{Ph^3}{20EI} \quad (3)$$

$$\frac{Ph^3}{48EI} \quad (4)$$

مرداد ۱۴۰۰

با استفاده از سوبر پوزیشن
دو بار سازه را باید تحلیل کنیم

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = \frac{12EI}{h^3}, \quad k_3, k_4 \text{ سوزی} \Rightarrow k_{eq}^1 = \frac{24EI}{h^3}$$

بار P در نقطه B :

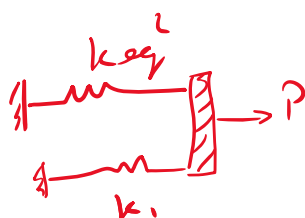
$$k_1, k_2 \text{ سر} \Rightarrow k_{eq}^2 = \frac{6EI}{h^3}$$

$$(\delta_B)_1 = \frac{P}{k_{eq}^1 + k_{eq}^2} = \frac{Ph^3}{30EI}$$

بار P در ستون بالای B :

$$k_3, k_4 \text{ سوزی} \Rightarrow k_{eq}^1 = \frac{24EI}{h^3}$$

$$k_{eq}^2 = \frac{8EI}{h^3} \quad \leftarrow \text{قند k_{eq}^1 سر}$$



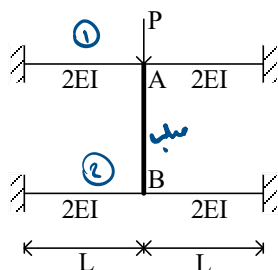
$$F_{eq}^2 = \frac{k_{eq}^2}{k_1 + k_{eq}^2} P = \frac{8P}{20} = \frac{2P}{5}$$

$$(\delta_B)_2 = \frac{\frac{2P}{5}}{k_{eq}^1} = \frac{PL^3}{60EI}$$

$$\delta_B = \delta_{B1} + \delta_{B2} = \frac{PL^3}{20EI} \quad \text{گزینه 3}$$

تست های متنوع از ۳ روش بالا:

در سازه روبرو تغییر مکان حداکثر چقدر است؟



$$\frac{PL^3}{48EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{96EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{192EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{384EI} \quad (4)$$

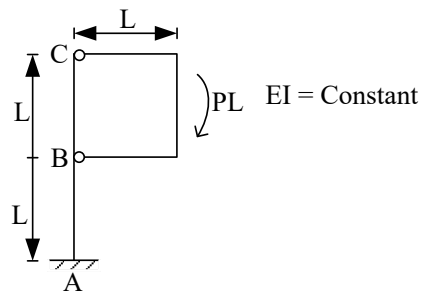
روش محلی سازی باغتر

$$k_1 = k_2 = \frac{192(2EI)}{(2L)^3} = \frac{48EI}{L^3}, \quad \delta = \frac{P}{k_{eq}} = \frac{PL^3}{96EI}$$

$$k_{eq} = k_1 + k_2 = \frac{96EI}{L^3}$$

در نتیجه ۲

چقدر است Δ_{Bx} ؟

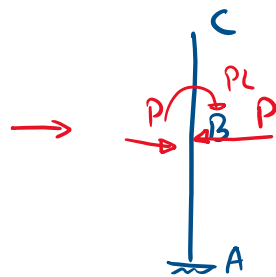
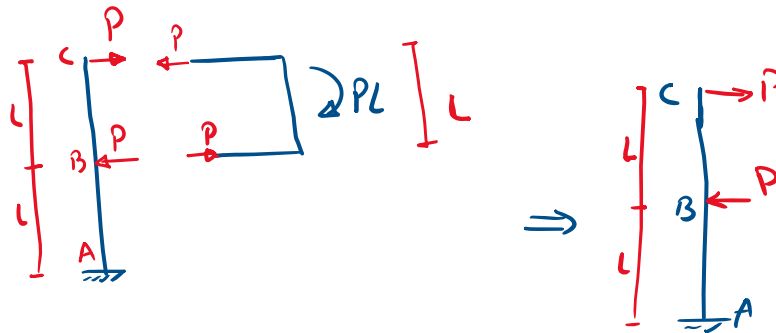


$$\frac{PL^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{2EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{8EI} \quad (3)$$

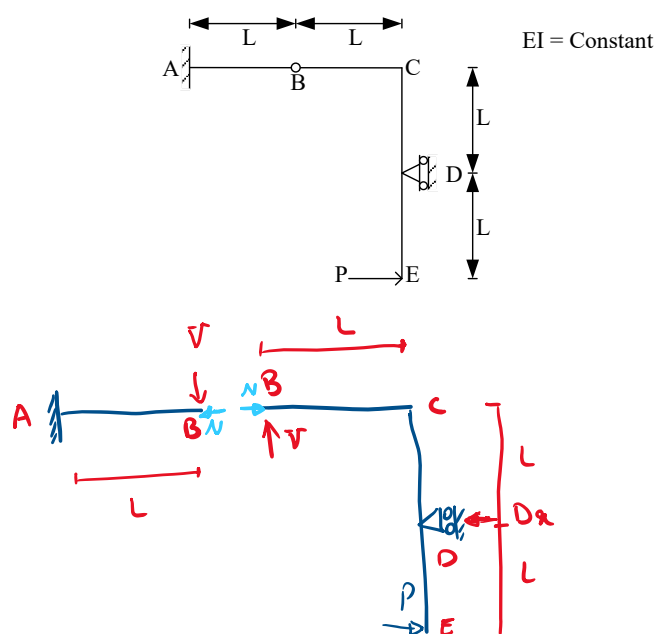
$$\frac{2PL^3}{EI} \quad (4)$$



$$\delta_{Bx} = \frac{Ml^2}{2EI} = \frac{Pl^3}{2EI}$$

در نتیجه

در شکل زیر تغییر مکان مفصل B چقدر است؟



$$\frac{PL^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{2PL^3}{3EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{EI} \quad (3)$$

صفر (4)

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow V = P$$

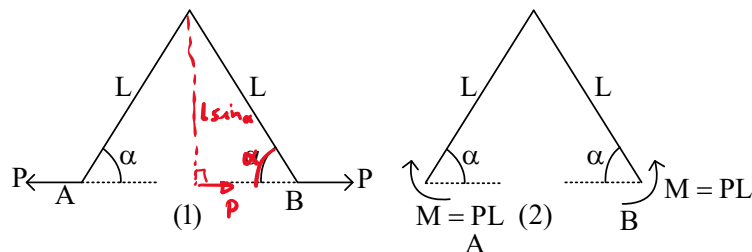
$$\delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

در قطعه BCDE باید $\sum F_y = 0$ قرار داده شود.

$$\delta_B = 0 \Leftarrow V = 0$$

گزینه 4

نسبت تغییر فاصله A و B در سازه ۱ به تغییر فاصله A و B در سازه ۲ چقدر است (فقط ناشی از خمش)؟

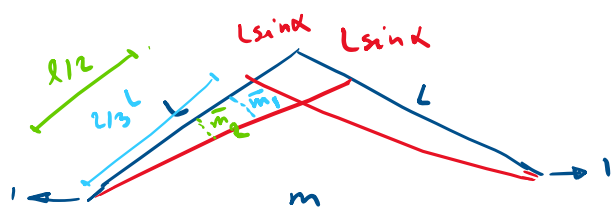
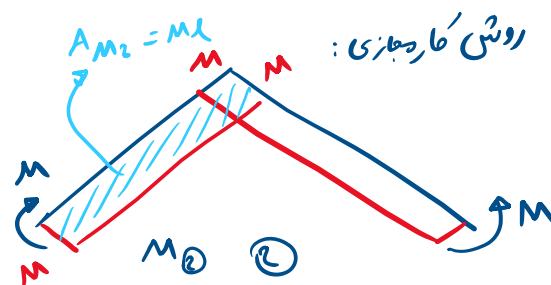
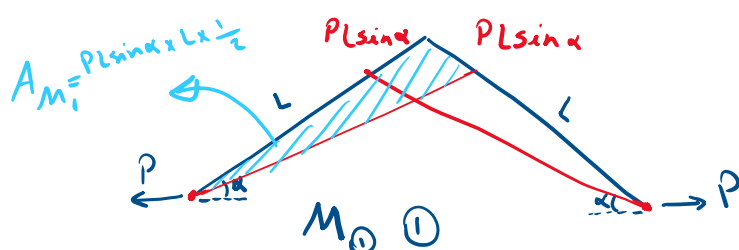


$$\frac{3}{2} \cos \alpha \quad (\delta)$$

$$\frac{2}{3} \cos \alpha \quad (\delta)$$

$$\frac{3}{2} \sin \alpha \quad (\delta)$$

$$\frac{2}{3} \sin \alpha \quad (\delta)$$



$$\delta_1 = \frac{\sum A_M \bar{m}}{EI} = \frac{2}{EI} \times \frac{PL^2 \sin \alpha}{2} \times \frac{2}{3} L \sin \alpha$$

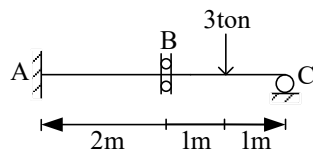
$$\delta_2 = \frac{2}{EI} \times Ml \times \frac{L}{2} \sin \alpha$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{2}{3} \sin \alpha \quad \text{نسبت}$$

جابجایی - بار دانه
در دانه - نیرو دانه

$$\bar{m}_1 = \frac{2L}{3} \sin \alpha$$

$$\bar{m}_2 = \frac{L}{2} \sin \alpha$$



$$EI = 1000 = \text{t.m}^2$$

در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ

مفصل برشی B بر حسب mm کدام است؟

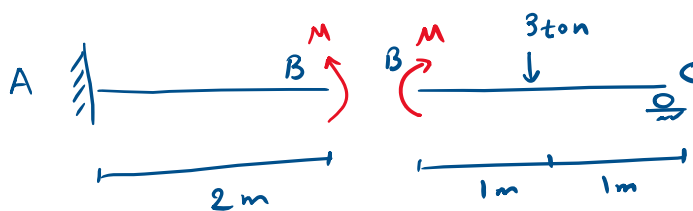
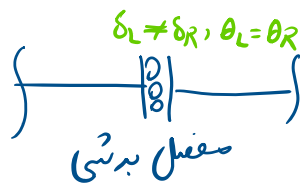
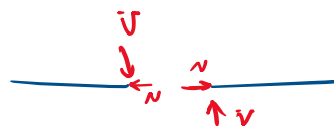
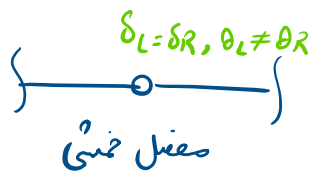
3 (۴)

5 (۳)

6 (۲)

0 (۱)

در این مسائل که مفصل خمشی یا برشی داریم، اولی کار این است که سازه را در مفصل از هم جدا کنیم

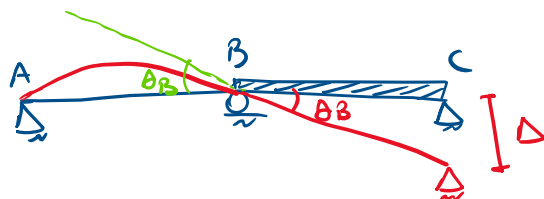
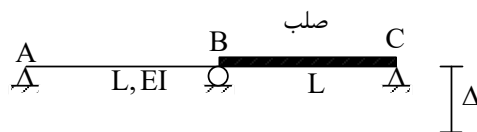


$$B \rightarrow C, \sum M_C = 0 \Rightarrow$$

$$M = 3 \times 1 = 3 \text{ ton.m}$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \delta_B = \frac{M l^2}{2 EI} = \frac{3 \times (2)^2}{2 \times 1000} = 6 \text{ mm} \quad \text{گزینه ۲}$$

درسازه زیر M_{BC} چقدر است؟



$$\theta_B = \frac{\Delta}{L}$$

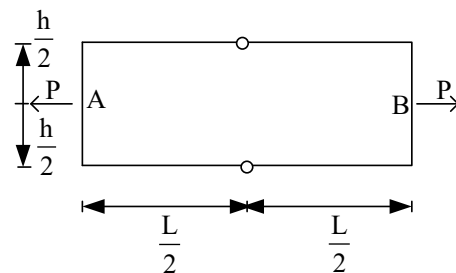
مسئله یک درجه نامعین است
و یک شرط سازگاری تغییر شکل
نیاز دارد شرط سازگاری $\theta_B = \frac{\Delta}{L}$ در نظر میگیریم



$$\theta_B = \frac{\Delta}{L}$$

$$\frac{M_B L}{3EI} = \frac{\Delta}{L} \Rightarrow M_B = \frac{3EI\Delta}{L^2}$$

در سازه نشان داده شده جابجایی نسبی A و B کدامند؟ EI ثابت، تغییر شکل محوری تیرها ناچیز می باشد.

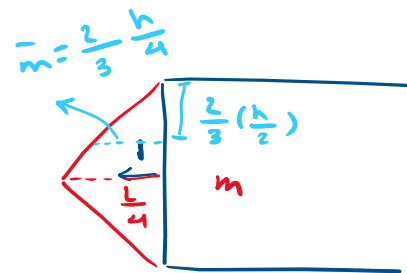
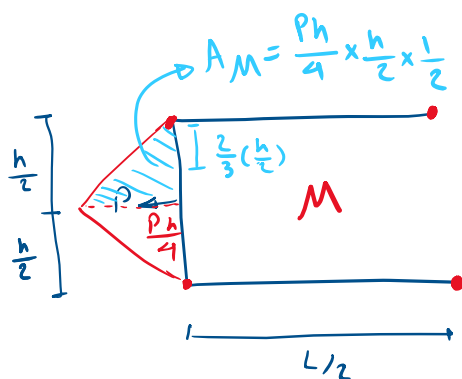
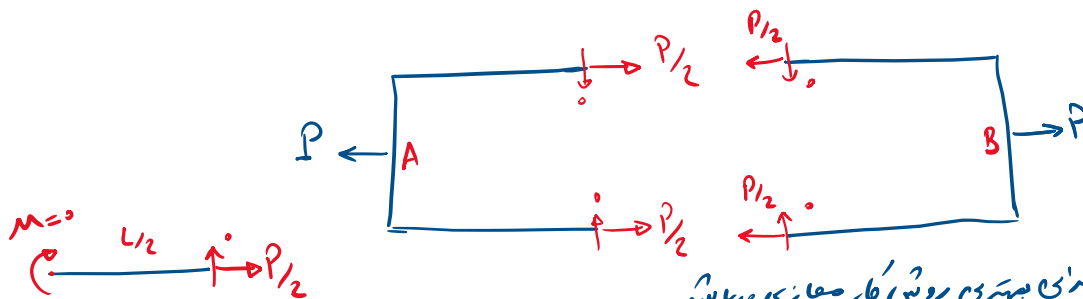


$$\frac{ph^3}{48EI} \quad (2)$$

$$\frac{ph^3}{192EI} \quad (1)$$

$$\frac{ph^3}{24EI} \quad (4)$$

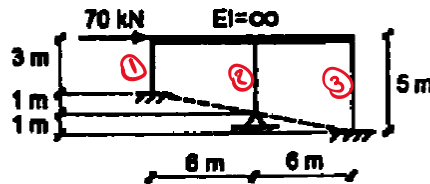
$$\frac{ph^3}{96EI} \quad (3)$$



$$\delta = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI} = 2 \times \frac{Ph^2}{16} \times \left(\frac{2}{3} \frac{h}{4} \right) \times 2 \times \frac{1}{EI} = \frac{Ph^3}{24EI}$$

گزینه 4

جابجایی جانبی سقف در قاب فولادی مطابق شکل زیر با فرض تیرهای با صلبیت خمشی خیلی زیاد و ستونهای با صلبیت خمشی $EI=2000 \text{ kN.m}^2$ حدوداً چند میلی متر است؟ اتصال ستونهای کناری به شالوده گیردار و اتصال ستون میانی به شالوده مفصلی است. اتصال همه ستون ها به تیرهای سقف صلب می باشند.



90 (۱)

45 (۲)

60 (۳)

75 (۴)

آبان ۹۳

$$k_1 = \frac{12EI}{(3)^3}, \quad k_2 = \frac{3EI}{4^3}, \quad k_3 = \frac{12EI}{(5)^3}$$

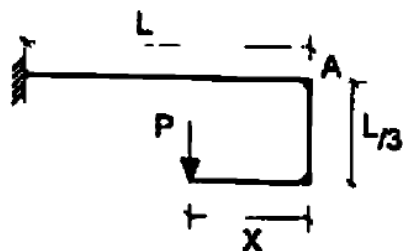
هر سه ستون با هم موازی اند

$$\Rightarrow k_{eq} = k_1 + k_2 + k_3 = 1174.63 \text{ kN/m}$$

$$\delta = \frac{P}{k_{eq}} = \frac{70}{1174.63} = 60 \text{ mm}$$

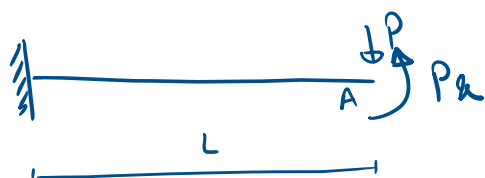
سختی 3

در سازه نشان داده شده ، مقدار X چقدر باشد تا تغییر مکان قائم نقطه A برابر صفر باشد؟



- (۱) $\frac{1}{2}L$
- (۲) $\frac{3}{4}L$
- (۳) $\frac{1}{3}L$
- (۴) $\frac{2}{3}L$

آذر ۹۲

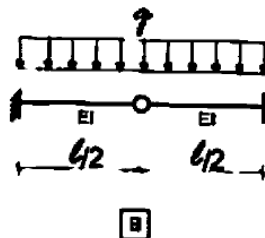
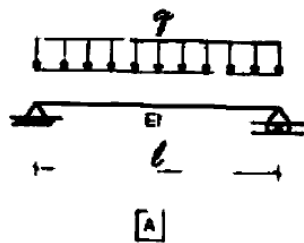


برابر به همراه لنگر نقطه A منتفی می‌شود

$$\delta_A = 0 \Rightarrow \frac{PL^3}{3EI} - \frac{(Pa)L^2}{2EI} = 0 \Rightarrow Pa = \frac{2}{3}P$$

گزینه ۴

در خصوص تیرهای نشان داده شده در شکل، کدامیک از عبارات زیر صحیح نمی باشد؟



(۱) خیز ماکزیمم هر دو تیر یکسان است.

(۲) برش ماکزیمم هر دو تیر یکسان است.

(۳) لنگر ماکزیمم هر دو تیر یکسان است.

(۴) برش هر دو تیر در محل تکیه گاه یکسان است.

آذر ۹۲

$$M_{max} = \frac{q l^2}{8}$$

$$\delta_{max} = \frac{5 q l^4}{384 E I}$$

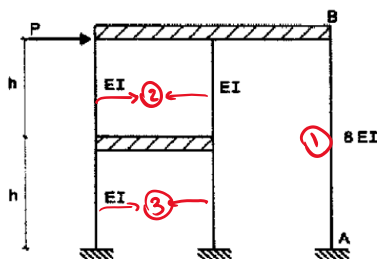
$$M_{max} = q \times l/2 \times \frac{l/2}{2} = \frac{q l^2}{8}$$

$$\delta_{max} = \frac{q (l/2)^4}{8 E I}$$

$$\delta_{max A} \neq \delta_{max B}$$

نویس

در سازه نشان داده شده در شکل زیر، چنانچه تیرها به لحاظ محوری و خمشی صلب فرض شوند، حداکثر لنگر خمشی بوجود آمده در ستون AB به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟



(۱) $Ph/3$

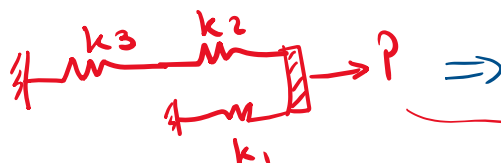
(۲) $2Ph/3$

(۳) $Ph/2$

(۴) $3Ph/2$

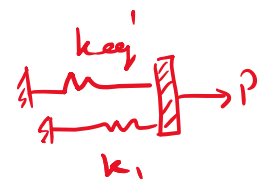
اسفند ۹۱

$$k_2 = k_3 = \frac{2 \times 12EI}{h^3} = \frac{24EI}{h^3}, \quad k_1 = \frac{12(8EI)}{(2h)^3} = \frac{12EI}{h^3}$$



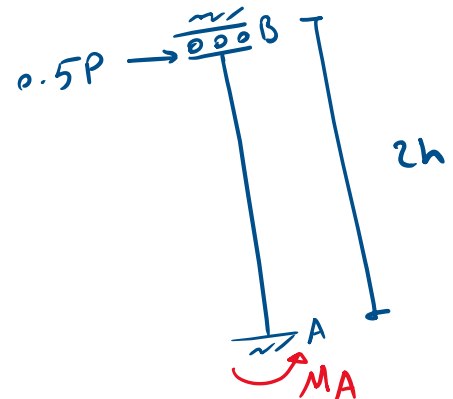
سر k_2, k_3

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \Rightarrow k_{eq} = \frac{12EI}{h^3}$$



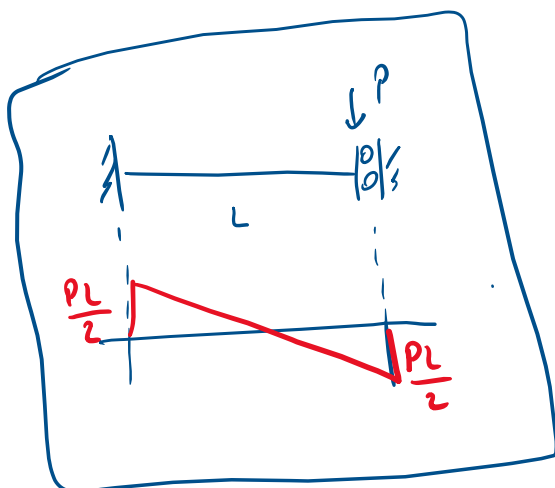
k_1, k_{eq} موازی اند.

$$F_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_{eq}} P = 0.5P$$

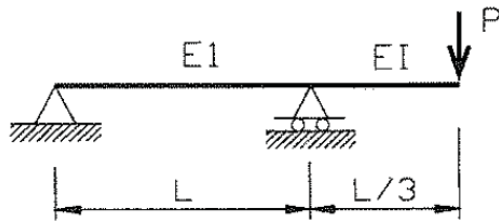


$$M_A = \frac{0.5P \times 2h}{2} = \frac{Ph}{2}$$

گزینه ۳



جابجایی محل اثر بار چقدر است؟



$$\frac{2PL^3}{81EI} \quad (1)$$

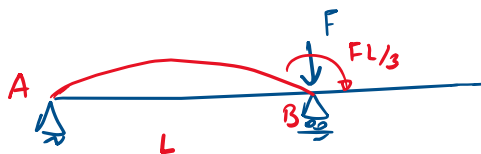
$$\frac{PL^3}{27EI} \quad (2)$$

$$\frac{4PL^3}{81EI} \quad (3)$$

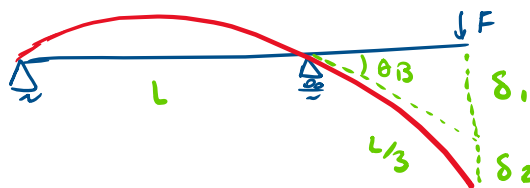
$$\frac{PL^3}{81EI} \quad (4)$$

آذر ۹۰

هر دو روشی که در اینجا به سربزرگش می بینیم
استان می باشد



$$\theta_B = \frac{ML}{3EI} = \frac{(FL/3)L}{3EI} = \frac{FL^2}{9EI}$$

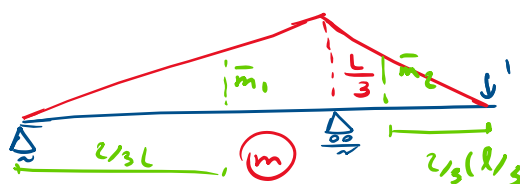
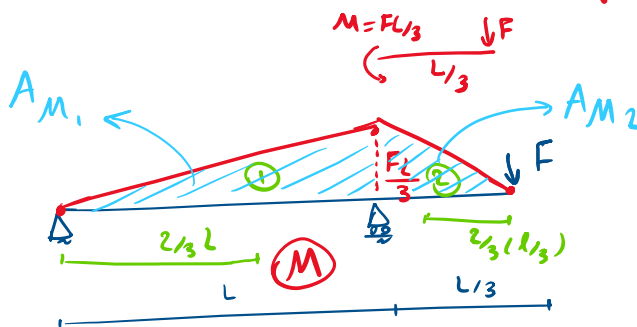


$$\delta_1 = \theta_B \times \frac{L}{3} = \frac{FL^3}{27EI}$$

$$\delta_2 = \frac{F(L/3)^3}{3EI} = \frac{FL^3}{81EI}$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{4FL^3}{81EI}$$

روش دوم آنرا می بینیم

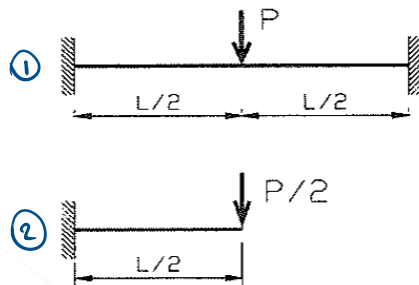


$$\bar{m}_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{L}{3} \right)$$

$$\bar{m}_2 = \frac{2L}{9}$$

$$\delta = \sum \frac{A_m \bar{m}}{EI} = \frac{1}{EI} \left[\underbrace{\frac{FL}{3} \times L \times \frac{1}{2}}_{A_{m1}} \times \underbrace{\frac{2L}{9}}_{\bar{m}_1} + \underbrace{\frac{FL}{3} \times \frac{L}{3} \times \frac{1}{2}}_{A_{m2}} \times \underbrace{\frac{2L}{9}}_{\bar{m}_2} \right] = \frac{4FL^3}{81EI}$$

در مورد دو تیر مطابق شکل گزینه صحیح را انتخاب کنید.



(۱) خیز، لنگر خمشی و نیروی برشی حداکثر هر

دو تیر یکسان است.

(۲) خیز حداکثر هر دو تیر یکسان است.

(۳) لنگر خمشی حداکثر هر دو تیر یکسان است.

(۴) نیروی برشی حداکثر هر دو تیر یکسان است.

آذر ۹۰

$$\delta_1 = \frac{PL^3}{192EI}$$

$$M_{max1} = \frac{PL}{8}$$

$$V_{max1} = \frac{P}{2}$$

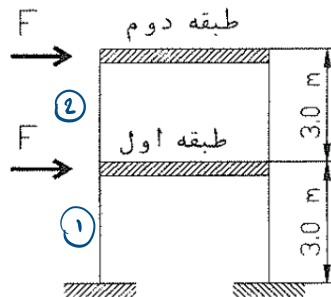
$$\delta_2 = \frac{(P/2)(\frac{L}{2})^3}{3EI} = \frac{PL^3}{48EI}$$

$$M_{max2} = \frac{P}{2} \times \frac{L}{2} = \frac{PL}{4}$$

$$V_{max2} = \frac{P}{2}$$

نیروی برشی حداکثر در هر دو تیر با هم برابر است. گزینه ۴

یک قاب خمشی دو طبقه با تیرهای صلب (دارای رفتار برشی) مطابق شکل مفروض است. ابعاد ستونهای هر دو طبقه یکسان فرض می شود. اگر نیروی جانبی F فقط در تراز طبقه دوم وارد شود، جابجایی طبقه دوم 3 سانتیمتر خواهد شد. حال اگر علاوه بر طبقه دوم، نیروی جانبی دیگری به اندازه F بر طبقه اول وارد شود، جابجایی های جانبی طبقات اول و دوم به ترتیب برابر خواهد شد با:



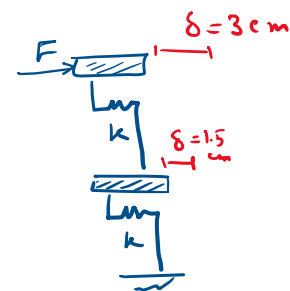
- (۱) طبقه اول 3 سانتیمتر و طبقه دوم 6 سانتیمتر
- (۲) طبقه اول 4.5 سانتیمتر و طبقه دوم 6 سانتیمتر
- (۳) طبقه اول 2.5 سانتیمتر و طبقه دوم 5 سانتیمتر
- (۴) طبقه اول 3 سانتیمتر و طبقه دوم 4.5 سانتیمتر

آذر ۹۰

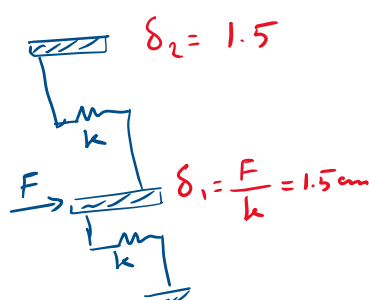
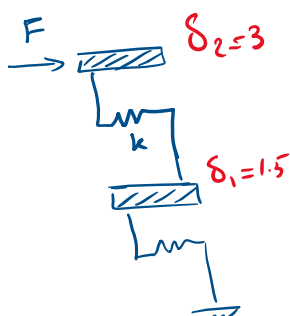
$$k_1 = k_2 = \frac{24EI}{h^3} = k$$

دو تیر به هم می رسد $\rightarrow k_{eq} = \frac{k}{2}$

$$\frac{F}{k/2} = 3 \text{ cm} \Rightarrow \frac{F}{k} = 1.5 \text{ cm}$$



با هم نمی رسد نیروی F در طبقه اول :



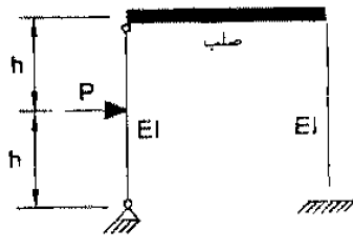
$\Rightarrow$

$$\delta_2 = 4.5 \text{ cm}$$

$$\delta_1 = 3 \text{ cm}$$

در نتیجه ۴

حداکثر لنگر خمشی ایجاد شده در اعضای قاب شکل زیر چقدر است؟ (در تحلیل از تغییر شکل های محوری و برشی صرف نظر شود)



ph (۱)

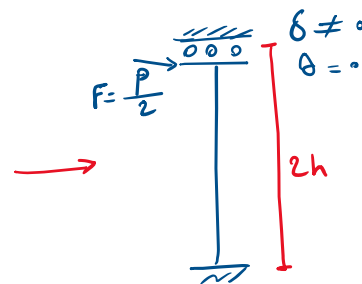
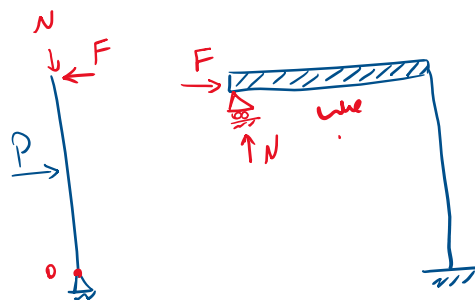
ph/2 (۲)

ph/4 (۳)

ph/8 (۴)

شهریور ۹۵

در ابتدا سازه را از مفصل جدا می کنیم

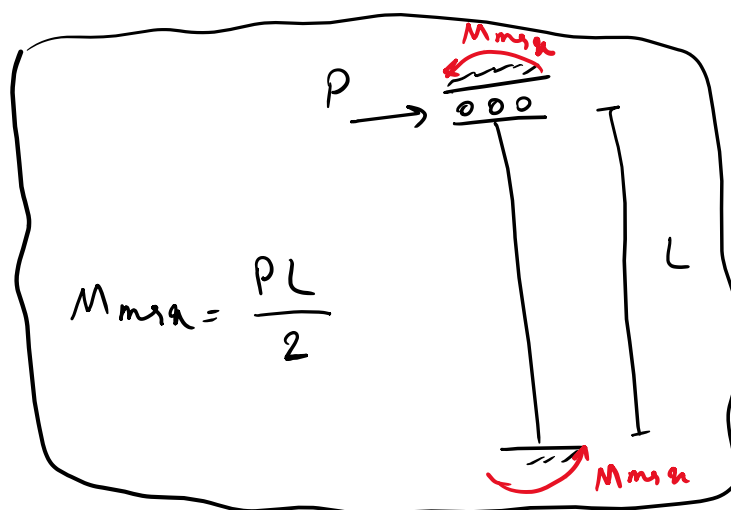


$$M_{max} = \frac{P/2 \times 2h}{2}$$

$$M_{max} = \frac{Ph}{2}$$

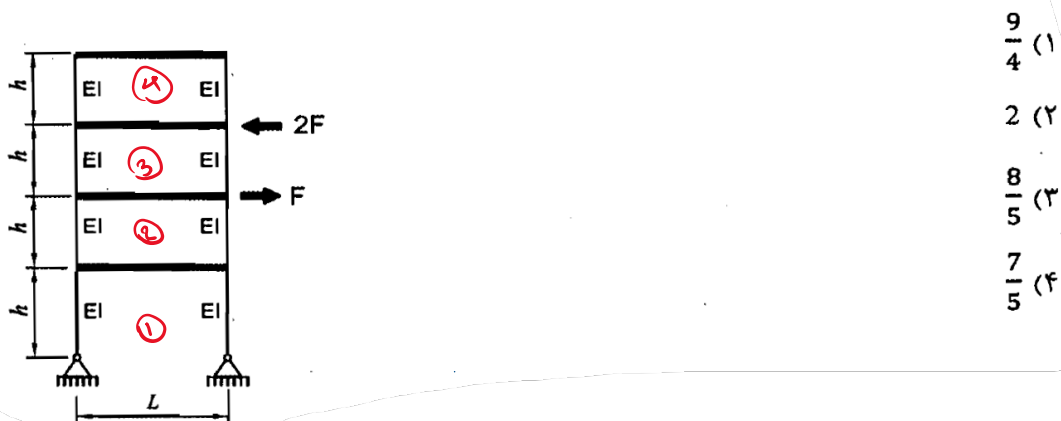
در این ۲

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow F = P/2$$



$$M_{max} = \frac{PL}{2}$$

تمام ستون‌های قاب نشان داده شده در شکل، از مصالح و مقاطع یکسان تشکیل شده‌اند. چنانچه تیر طبقات به لحاظ خمشی و محوری صلب فرض شود، قدر مطلق نسبت جابجایی افقی طبقه چهارم به جابجایی افقی طبقه دوم، تحت اثر نیروهای نشان داده شده، مطابق با کدامیک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟



بهمن ۹۴

$$k_1 = 2 \times \frac{3EI}{h^3}, \quad k_2 = k_3 = k_4 = 2 \times \frac{12EI}{h^3}$$

برای محاسبه تغییر مکان در طبقات مختلف این سازه را فترت راه این است که نذر داخلی طبقات را حساب کنیم

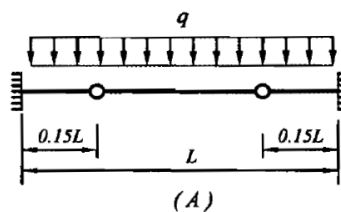
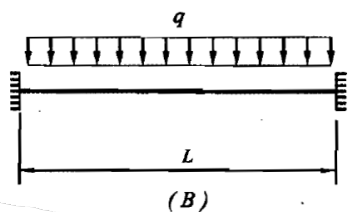
$$F_1 = F \leftarrow, \quad F_2 = F \leftarrow, \quad F_3 = 2F \leftarrow, \quad F_4 = 0$$

$$\delta_1 = \frac{F_1}{k_1} = \frac{Fh^3}{6EI}, \quad \delta_2 = \frac{F_2}{k_2} + \delta_1 = \frac{Fh^3}{24EI} + \frac{Fh^3}{6EI} = \frac{5Fh^3}{24EI}$$

$$\delta_3 = \frac{F_3}{k_3} + \delta_2 = \frac{2Fh^3}{24EI} + \frac{5Fh^3}{24EI} = \frac{7Fh^3}{24EI}, \quad \delta_4 = \delta_3 = \frac{7Fh^3}{24EI}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta_4}{\delta_2} = \frac{7}{5} \quad \text{گزینه ۴}$$

نسبت قدر مطلق حداکثر لنگر خمشی تیر شکل A به قدر مطلق حداکثر لنگر خمشی تیر شکل B به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



(۱) 1.361

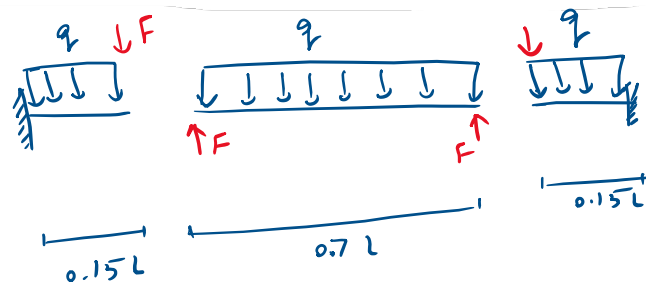
(۲) 0.735

(۳) 0.765

(۴) 1.307

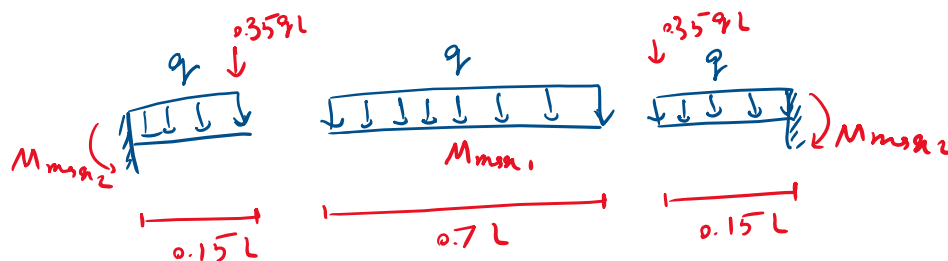
همین ۹۴

$$M_{max B} = \frac{qL^2}{12}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F = 0.35qL$$

با توجه به وجود مفصل خمشی با المینای نی تونل نشد که لنگر حداکثر در کدام سمت وجود دارد، بنابراین باید دساده‌ها را و روی کلیه‌ها نشد کرد.



$$M_{max1} = \frac{q \times (0.7L)^2}{8} = 0.06125 qL^2$$

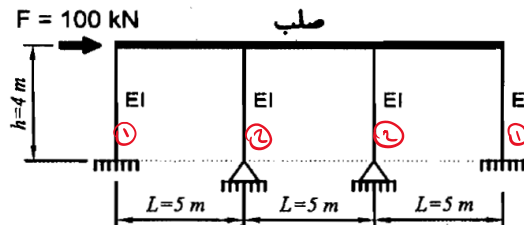
$$M_{max2} = \frac{q(0.15L)^2}{2} + 0.35qL \times 0.15L = 0.06375 qL^2$$

$$\Rightarrow M_{max A} = 0.06375 qL^2$$

$$\frac{M_{max A}}{M_{max B}} = \frac{0.06375 qL^2}{qL^2/12} = 0.765$$

گزینه ۳

سازه مطابق شکل زیر دارای تیر با صلبیت محوری و خمشی خیلی زیاد (صلب) بوده و صلبیت خمشی ستون ها (EI) یکسان است. فقط اتصال دو ستون میانی به پی مفصلی بوده و بقیه اتصالات گیردارند. اگر بار جانبی $F = 100 \text{ kN}$ به قاب وارد شود، لنگر خمشی پای هر یک از ستون های کناری بر حسب کیلونیوتن متر چقدر خواهد بود؟



(۱) 60

(۲) 80

(۳) 120

(۴) 160

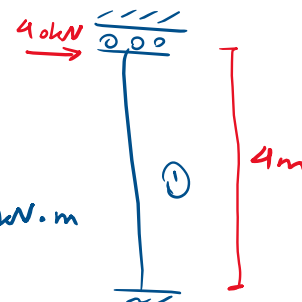
بهمن ۹۴

تیم ۴ مترها صوبه زیدانه

$$k_1 = \frac{12EI}{h^3}, \quad k_2 = \frac{3EI}{h^3}, \quad k_{\text{eff}} = 2k_1 + 2k_2 = \frac{30EI}{h^3}$$

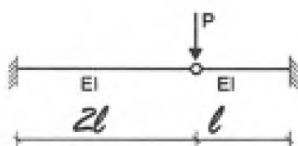
$$F_1 = \frac{k_1}{k_{\text{eff}}} F = \frac{12EI/h^3}{30EI/h^3} \times 100 = 40 \text{ kN}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{Fh}{2} = \frac{40 \times 4}{2} = 80 \text{ kN.m}$$



در اینجا ۲

جابجایی قائم محل اعمال بار چقدر است؟



$$\frac{8Pl^3}{27EI} \quad (2)$$

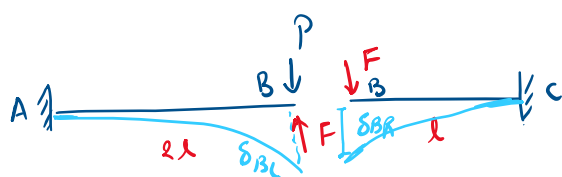
$$\frac{Pl^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{5Pl^3}{24EI} \quad (4)$$

$$\frac{Pl^3}{24EI} \quad (3)$$

خرداد ۹۳

۱) روش موثرترین: درای روشی باید سازه در مفصل از هم جدا شود.

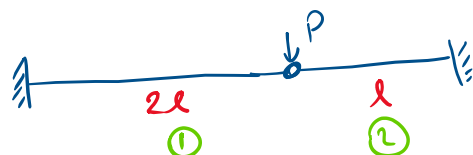


مسئله معینان ناصبی است. بنابراین باید

تبدیل سازه را در تغییر شکل به آسان تر شود.

$$\delta_{BL} = \delta_{BR} \Rightarrow \frac{(P-F) \times (2l)^3}{3EI} = \frac{Fl^3}{3EI} \Rightarrow F = \frac{8P}{9}, \quad \delta_{BR} = \frac{Fl^3}{3EI} = \frac{8Pl^3}{27EI}$$

۲) مدل سازی با فنر:



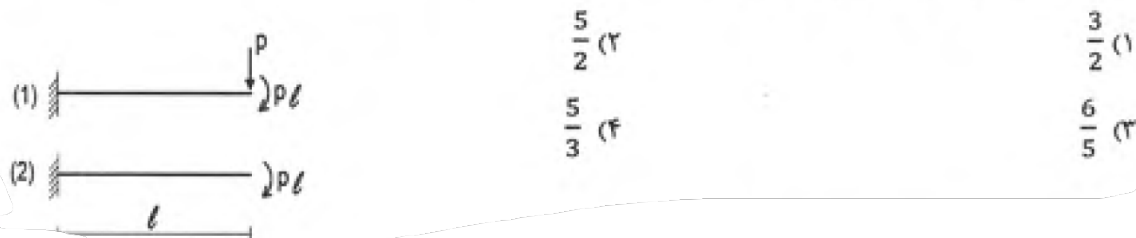
دو فنر موازی داریم

$$k_1 = \frac{3EI}{2l^3}, \quad k_2 = \frac{3EI}{l^3}, \quad k_{eq} = k_1 + k_2 = \frac{27EI}{8l^3}$$

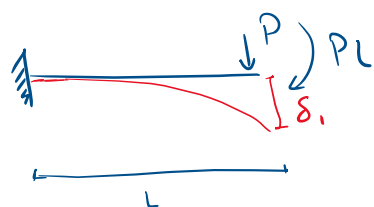
$$\delta = \frac{P}{k_{eq}} = \frac{8Pl^3}{27EI}$$

نتیجه ۲

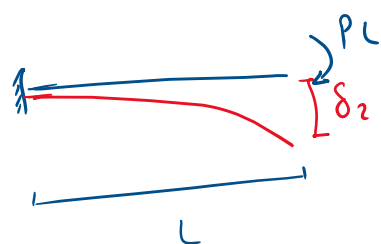
جابجایی انتهای تیر شکل (1) چند برابر جابجایی انتهای تیر شکل (2) می باشد؟ طول هر دو تیر l و صلبیت خمشی آنها EI می باشد.



خرداد ۹۳



$$\delta_1 = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{(PL)L^2}{2EI} = \frac{5PL^3}{6EI}$$



$$\delta_2 = \frac{(PL)L^2}{2EI} = \frac{PL^3}{2EI}$$

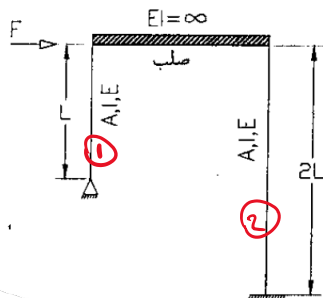
$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{5}{3}$$

سرنیزه ۴

در قاب نشان داده شده، اتصال ستون کوتاهتر به تکیه‌گاه مفصلی و سایر اتصالات اعضاء به یکدیگر و به تکیه‌گاه گیردار می‌باشد. می‌توان سقف را با صلبیت بی‌نهایت (خمشی و محوری) در نظر گرفت. اگر این قاب تحت اثر نیروی جانبی F قرار گیرد، سهم ستون کوتاهتر حدوداً از نیروی وارده چقدر خواهد بود؟ (غیر از طول و شرایط تکیه‌گاهی، مشخصات دیگر هر دو ستون یکسان فرض شود).

(۱) سهم هر دو ستون مساوی می‌باشد.

- $\frac{2}{3}$ (۲)
 $\frac{3}{4}$ (۳)
 $\frac{2}{5}$ (۴)



خرداد ۸۹

$$k_1 = \frac{3EI}{L^3}, \quad k_2 = \frac{12EI}{(2L)^3}$$

هر دو تکیه‌گاه هم‌اوری می‌باشند بنابراین

$$k_{eq} = k_1 + k_2 = \frac{9EI}{2L^3}$$

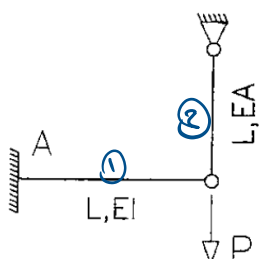
$$F_1 = \frac{k_1}{k_{eq}} F = \frac{2}{3} F$$

گزینه ۲

چنانچه در سازه نشان داده شده $EA = \frac{2EI}{L}$ باشد لنگر خمشی ایجاد شده در تکیه گاه A کدامیک از مقادیر زیر

است؟

- (۱) $0.4 PL$ (۲) $0.5 PL$
(۳) $0.6 PL$ (۴) $0.3 PL$



(۱) مدل سازی با فنر

خرداد ۸۹

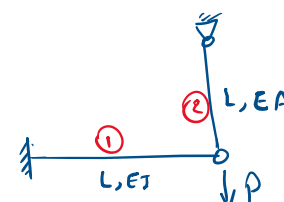
➤ و فرمولی داریم

$$k_1 = \frac{3EI}{L^3}$$

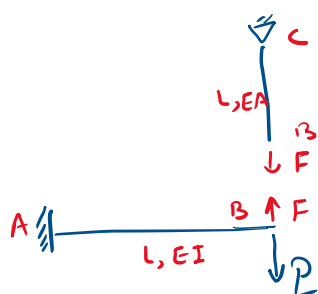
$$k_2 = \frac{EA}{L} = \frac{2EI}{L^3}$$

$$k_{eq} = k_1 + k_2 = \frac{5EI}{L^3}$$

$$F_1 = \frac{k_1}{k_{eq}} P = \frac{3}{5} P, \quad M_A = \frac{3}{5} PL$$

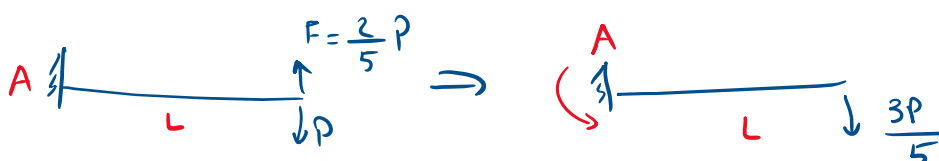


(۲) سوپرپوزیشن، مسئله بد درجه ناهمبندی باشد، بنابراین باید یک سازه سازگار تغییر شکل پذیر آن نوشته شود.



$$\delta_{Bt} = \delta_{Bb}, \quad \delta_{Bt} = \frac{FL}{EA}, \quad \delta_{Bb} = \frac{(P-F)L^3}{3EI}$$

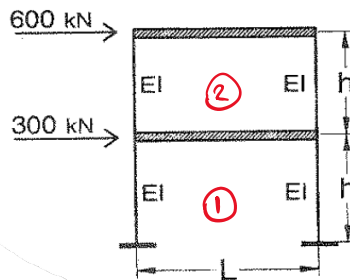
$$\delta_{Bt} = \delta_{Bb} \Rightarrow \frac{FL}{EA} = \frac{(P-F)L^3}{3EI} \Rightarrow \frac{FL^3}{2EI} = \frac{(P-F)L^3}{3EI} \Rightarrow F = \frac{2}{5} P$$



$$M_A = \frac{3PL}{5} = 0.6 PL$$

در بند ۳

برای قاب مطابق شکل با فرض صلب بودن تیرها و $\frac{EI}{h^3} = 4000 \text{ kN/m}$ ، مقدار جابجایی جانبی بام نسبت به تراز شالوده، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟



(۱) 31 میلیمتر

(۲) 9 میلیمتر

(۳) 6 میلیمتر

(۴) 16 میلیمتر

اسفند ۸۹

ابتدا سفتی قاب ها و نیروی دافعی موضوع در آن ها را حساب می کنیم.

$$K_1 = K_2 = \frac{24EI}{h^3} = 96000 \text{ kN/m}$$

نیروی دافعی مرتاب

$$F_2 = 600 \text{ kN}, \quad F_1 = 900 \text{ kN}$$

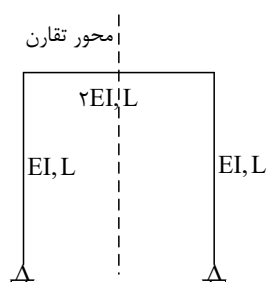
$$\delta_2 = \frac{F_1}{K_1} + \frac{F_2}{K_2} = \frac{900}{96000} + \frac{600}{96000} = 15.6 \text{ mm}$$

گزینه ۴

تغییر همان سفتی اولیه بود
نسبت به سفتی اول

تقارن در سازه ها

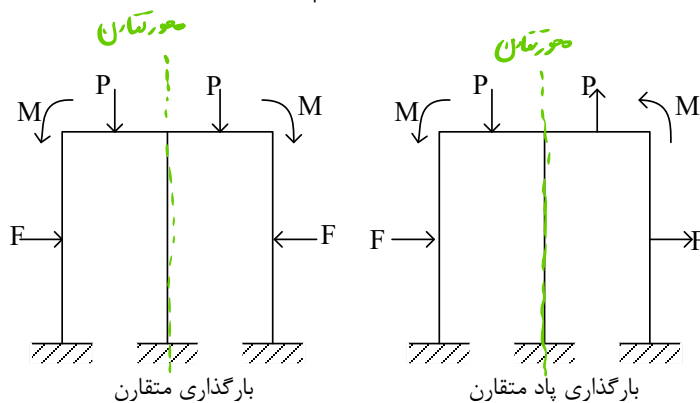
تقارن محوری: سازه از لحاظ شکل هندسی، خواص الاستیک و تکیه گاهها حول یک محور تقارن داشته باشد. شکل زیر یک نمونه از این گونه سازه ها و محور تقارن آن ها را نشان می دهد.



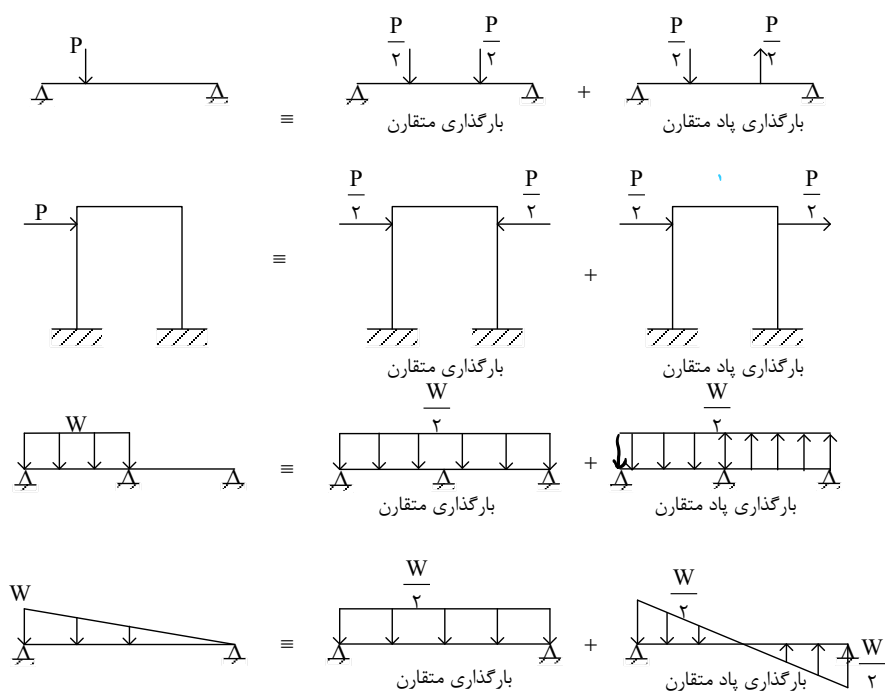
بارگذاری سازه :

یک سازه متقارن محوری دارای دو نوع بارگذاری است.

- ۱- بارگذاری متقارن ← نیروهای سوزی با محور تقارن هم جهت، نیروهای عمود بر محور تقارن خلاف جهت، لنگرها ف جهت یکدیگر
 - ۲- بارگذاری پادمتقارن ← نیروهای سوزی با محور تقارن خلاف جهت، نیروهای عمود بر محور تقارن هم جهت، لنگرها هم جهت
- در حالت ساده این بارگذاری ها را با ذکر دو مثال در زیر نشان داده ایم.



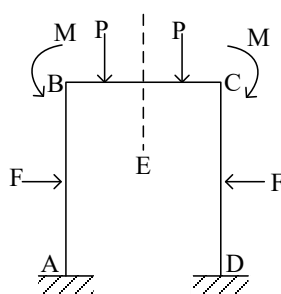
هر سازه ای که از لحاظ شکل هندسی متقارن بوده ولی دارای بارگذاری کلی باشد می توان به یک سازه با بارگذاری متقارن بعلاوه یک سازه با بارگذاری پاد متقارن تبدیل کرد. در شکل زیر این تبدیل را برای چند بارگذاری مشاهده می کنید.



در یک سازه متقارن با بارگذاری متقارن یا پادمتقارن نیاز به تحلیل کل سازه نیست، بلکه فقط کافی است نصف آن را تحلیل کرده و از نتایج آن برای تحلیل نصف دیگر استفاده کرد.

تحلیل سازه های متقارن محوری با بارگذاری متقارن:

در این حالت هر کمیتی را که در یک طرف محور تقارن در نظر بگیریم، تصویر آینه ای آن در طرف دیگر وجود دارد. پس اگر یک برش را بر روی محور تقارن در نظر بگیریم با توجه به نکته فوق الذکر:

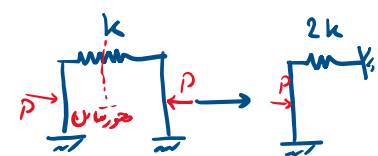
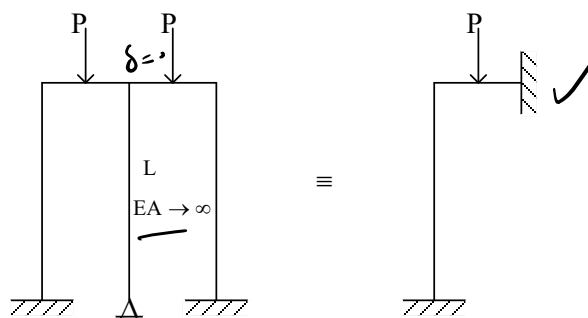
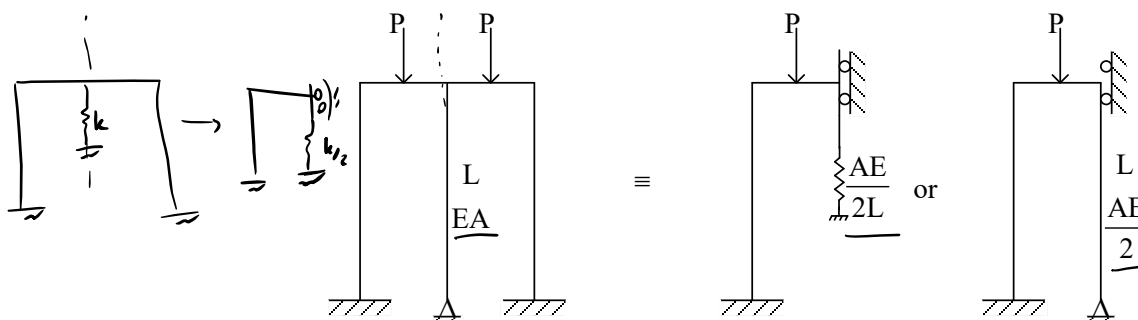
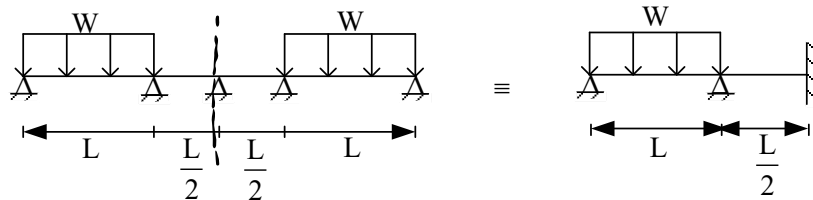
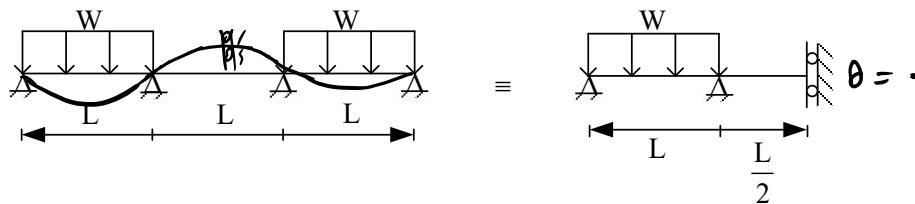


چند نکته:

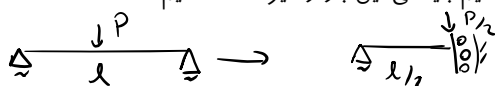
- ۱- در صورتی که در سازه اصلی در محل محور تقارن تکیه گاه یا عضوی عبور نکند کافی است تکیه گاهی غلطک برشی در نقطه وسط سازه قرار دهیم.

۲- در صورتی که در سازه اصلی در محل محور تقارن تکیه گاهی وجود داشته باشد از آنجا که شرط $\Delta y = 0$ نیز به شرط قبلی افزوده می شود تکیه گاه به تکیه گاه گیردار تبدیل می شود.

۳- در صورتی که در سازه اصلی محور تقارن از محور طولی یک عضو عبور کند بایستی در نقطه تقارن سختی محوری و خمشی عضو قطع شده را نصف کنیم. اگر از سختی محوری صرف نظر شود تکیه گاه گیردار و اگر صرف نظر نشود یک تکیه گاه گیردار غلطکی و یک فنر با سختی برابر نصف سختی محوری عضو قرار داد.



۴- اگر در نقطه تقارن بار متمرکز داشته باشیم وقتی سازه را نصف می کنیم بایستی این بار را نیز نصف کنیم.



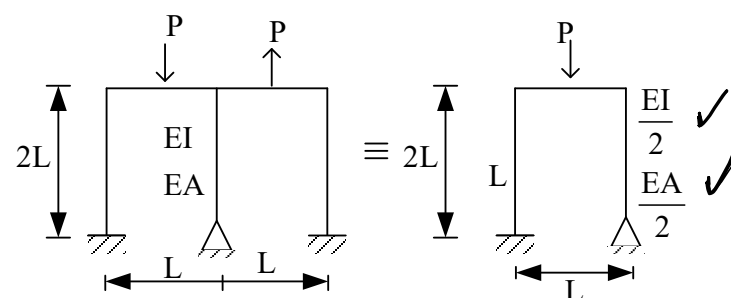
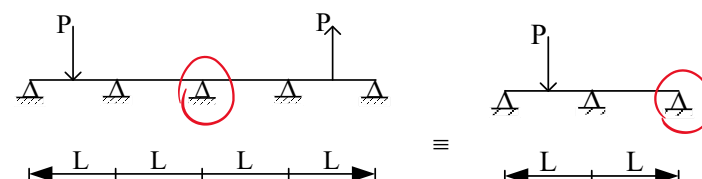
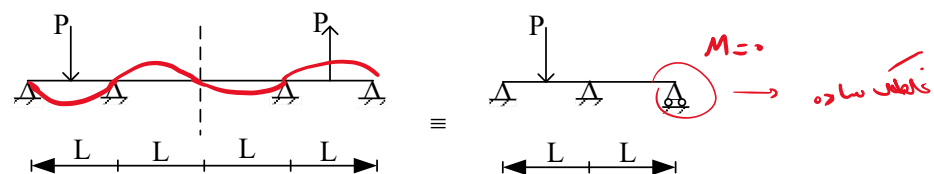
تحلیل سازه های متقارن محوری با بارگذاری پاد متقارن:

پس برای تحلیل سازه کافی است که سازه را از نقطه تقارن نصف کرده و فقط نصف سازه را تحلیل می کنیم ولی باید در نقطه تقارن شرایط مرزی زیر در نظر گرفته شود.

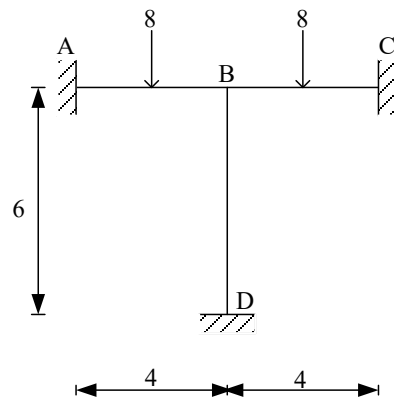
۱- در صورتی که در سازه اصلی در محل تقارن، تکیه گاه یا عضوی عبور نکند کافی است تکیه گاهی غلطکی در نقطه وسط سازه قرار دهیم.

۲- در صورتی که در سازه اصلی، در محل محور تقارن تکیه گاه غلطکی یا مفصلی وجود داشته باشد دقیقاً همان تکیه گاه را در سازه جدید قرار می دهیم.

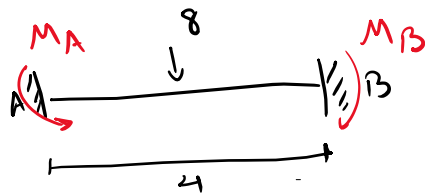
۳- در صورتی که در سازه اصلی محور تقارن از محور طولی یک عضو عبور کند کافی است سختی محوری و خمشی عضو وسطی را نصف کنیم.



درسازه زیر لنگر در A چقدر است؟

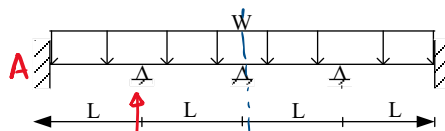


قالب متوازن با بار لنگر متوازن ← $\theta_B = 0$ خنک برشی و با توجه به اینکه تغییر شکل معین استون BD صفر می باشد $\delta_B = 0$

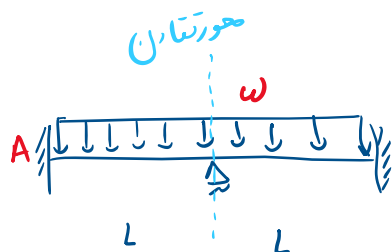


$$M_A = \frac{PL}{8} = \frac{8 \times 4}{8} = 4 \text{ ton.m}$$

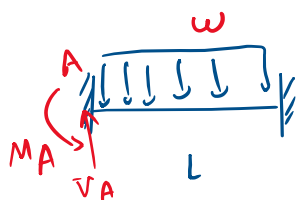
عکس العمل هر یک از تکیه گاههای گیردار چقدر است؟



سازه متناوب با بارگذاری متناوب باشد

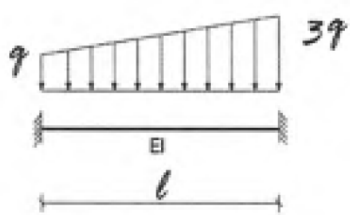


مجموعاً سازه متناوب با بارگذاری متناوب باشد



$$\begin{cases} M_A = \frac{wL^2}{12} \\ V_A = \frac{wL}{2} \end{cases}$$

در تیر مقابل تغییر مکان وسط تیر کدام است؟



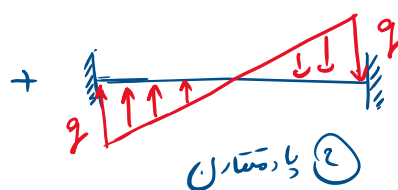
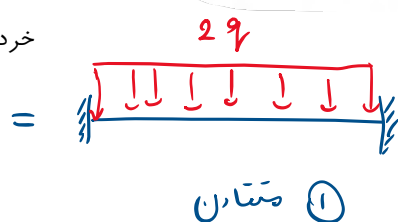
$$\frac{ql^4}{128EI} \quad (2)$$

$$\frac{ql^4}{192EI} \quad (4)$$

$$\frac{5ql^4}{128EI} \quad (1)$$

$$\frac{5ql^4}{192EI} \quad (3)$$

خرداد ۹۳

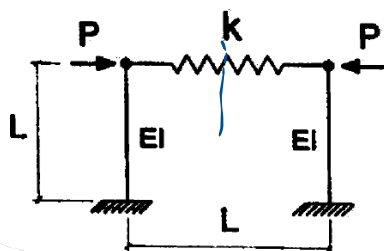


سازه متوازن است. پادمتوازن
آن را باید پادمتوازن متوازن
وین پادمتوازن تبدیل کنیم

$$(\delta_2)_{\text{وسط}} = 0, \quad (\delta_1)_{\text{وسط}} = \frac{(2q) l^4}{384EI} = \frac{ql^4}{192EI}$$

$$\delta_{\text{وسط}} = \frac{ql^4}{192EI}$$

در قاب شکل زیر چنانچه $k = \frac{3EI}{L^3}$ باشد، مقدار لنگر خمشی در پای ستون‌ها به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟



$$\frac{PL}{3} \quad (1)$$

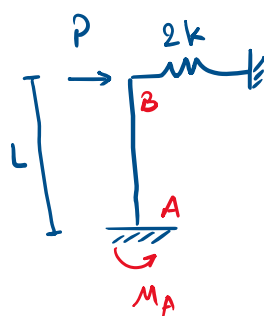
$$\frac{PL}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2PL}{3} \quad (3)$$

$$PL \quad (4)$$

بهمن ۹۷

سازه متجانس با بارگذاری متجانس می باشد.

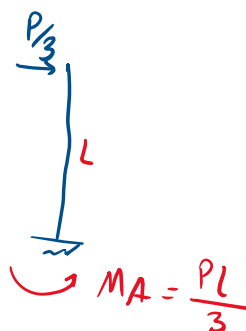


$$2k = \frac{6EI}{L^3}$$

$$k_{AB} = \frac{3EI}{L^3}$$

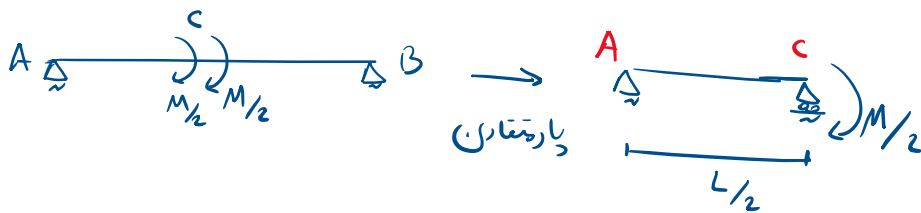
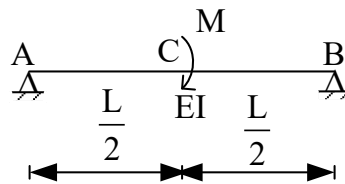
$$\Rightarrow k_{eq} = \frac{9EI}{L^3}$$

$$\Rightarrow F_{BA} = \frac{k_{BA}}{k_{eq}} P = \frac{P}{3}$$



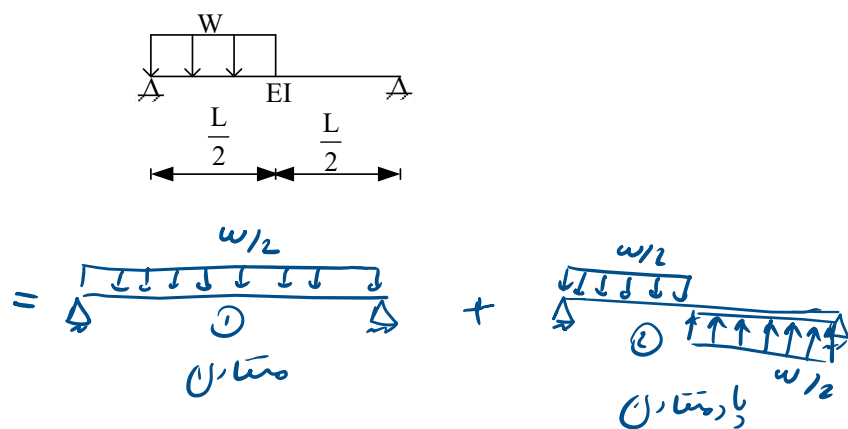
سه نوبت ۱

دوران وسط دهانه تیر زیر چقدر است؟



$$\theta_c = \frac{(M/2)(L/2)}{3EI} = \frac{ML}{12EI}$$

خیز وسط تیر را حساب کنید.



$$(\delta_2)_{\text{و.م.}} = 0, \quad (\delta_1)_{\text{و.م.}} = \frac{5(w/2)l^4}{384EI} = \frac{5wl^4}{768EI}$$

$$\delta_{\text{و.م.}} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{5wl^4}{768EI}$$

روش شیب افت ← مناسب برای سازه نامعین (درجه ۱ بالا)

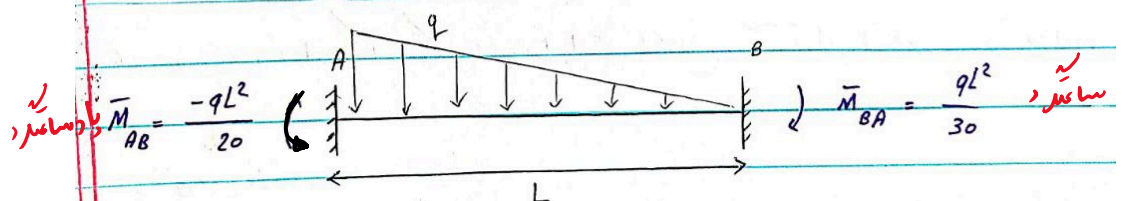
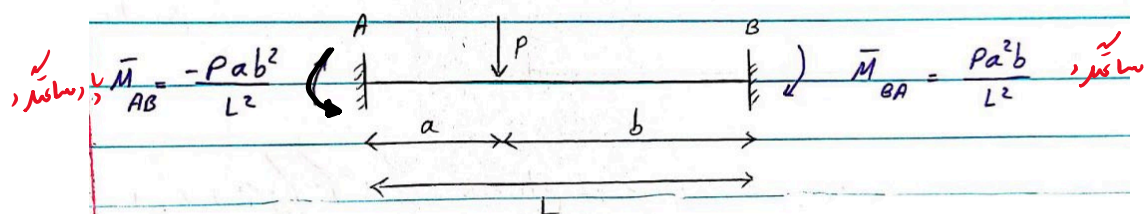
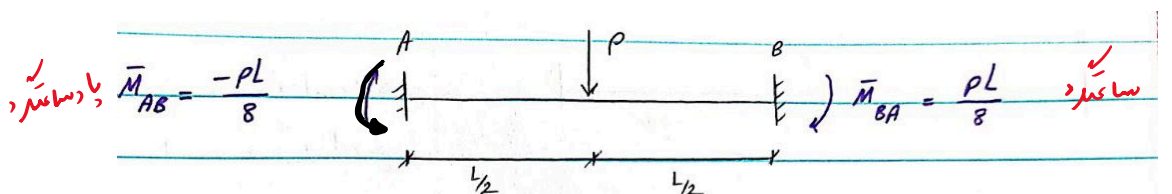
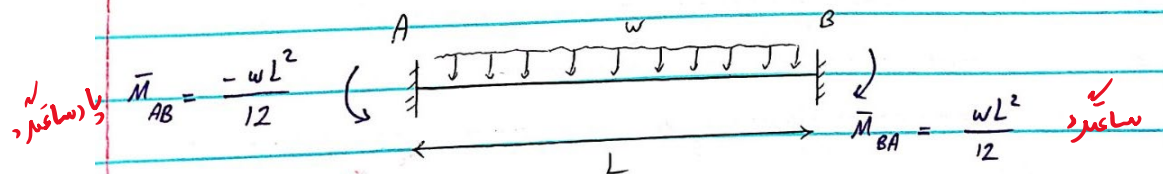
همانج گزیناری و گزیناری

یعنی اینکه تمام گره های سازه را برداریم و بعد بینیم در اثر بارگذاری یا نشست چه گزینی در گره ها

به وجود می آید. جهت قراردادی گزین در روش شیب افت و همچنین گزین برای گره ها را علامت مثبت

و برای گزین های یادمانند منفی باشد. جهت قراردادی علامت آن در روش شیب افت منفی باشد.

گزیناری در گره ها مهم به صورت زیر می باشد:



معادلات شیب افست

برای این سه معادلات شیب افست به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - \frac{3\delta}{L}) + \bar{M}_{AB} \\ M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_A - \frac{3\delta}{L}) + \bar{M}_{BA} \end{cases}$$

$\bar{M}$: موم ثابت

θ_A ← دوران در نقطه A
 θ_B ← دوران در نقطه B
 δ ← جابجایی شیب نقطه A نسبت به نقطه B (انتهای A نسبت به انتهایی B)

تکته ← در روش شیب افست باید برای هر درجه آزادی دوران یک معادله تعادل شکر در همان

گره نوشته شود و برای هر درجه آزادی انتقالی نیز باید یک معادله تعادل برش در آن گره

نوشته شود.

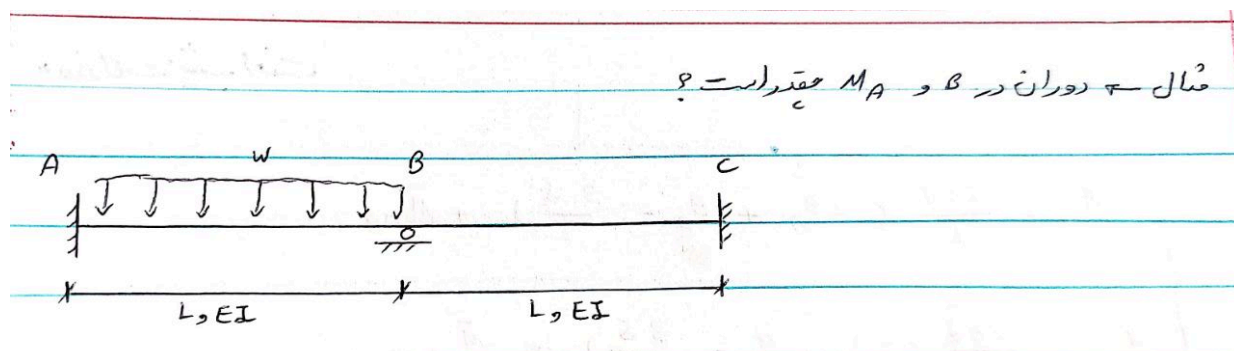
به دلیل اینکه جهت شگرها در این روش با مایل قبل متفاوت است برای نوشتن معادله تعادل

شگر در گره B به صورت زیر عمل می کنیم:

θ_B ← درجه آزادی دوران = معادله تعادل شکر در B

معادله تعادل شکر

$$M_{BC} + M_{BA} = 0$$



اگرچه آزادی عددی در B داریم ← معادله تعادل نگر در B باید نوشته شود.

معادله تعادل نگر در B $\rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$

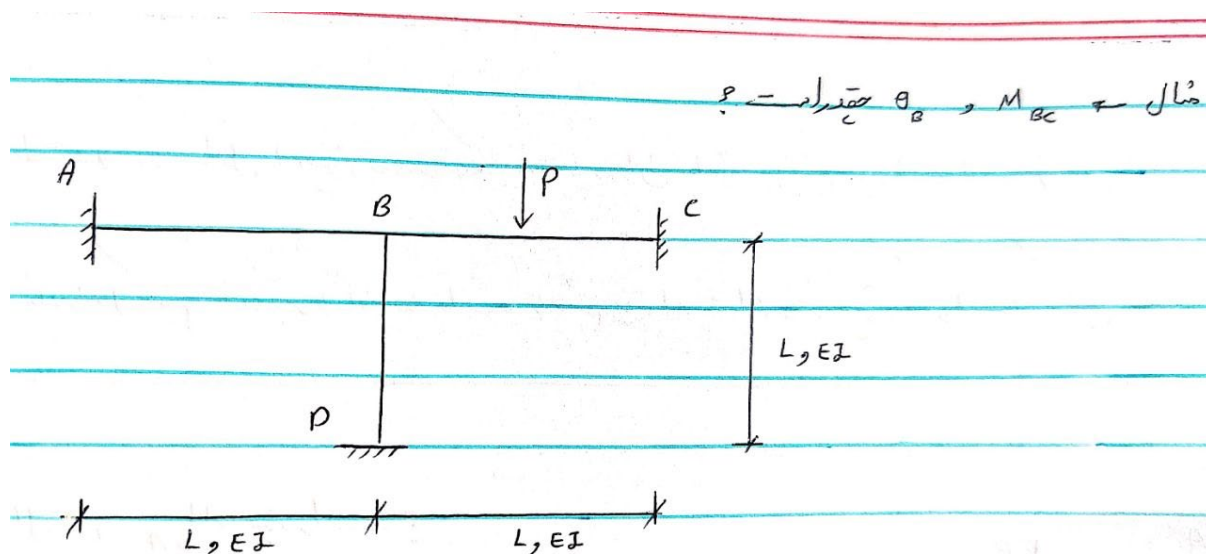
نگرهای ثابت $\left\{ \begin{array}{l} \bar{M}_{AB} = -\frac{wL^2}{12} \\ \bar{M}_{BA} = +\frac{wL^2}{12} \end{array} \right.$

معادلات سیب افست $\left\{ \begin{array}{l} M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \cancel{\theta_A} - \frac{3\delta}{L}) + \bar{M}_{BA} = \frac{4EI}{L} \theta_B + \frac{wL^2}{12} \\ M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \cancel{\theta_C} - \frac{3\delta}{L}) + \bar{M}_{BC} = \frac{4EI}{L} \theta_B \end{array} \right.$

$\rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \theta_B = -\frac{wL^2}{96EI}$ دوران پادساعتگرد

$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (\cancel{2\theta_A} + \theta_B - \frac{3\delta}{L}) + \bar{M}_{AB} = -\frac{5wL^2}{48}$

نگر دوران مگر + مثبت باشد یعنی ساعتگرد، مگر - منفی باشد یعنی پادساعتگرد.



درجه آزادی درایند B داریم $\rightarrow$ معادله تعادلی بگذاریم.

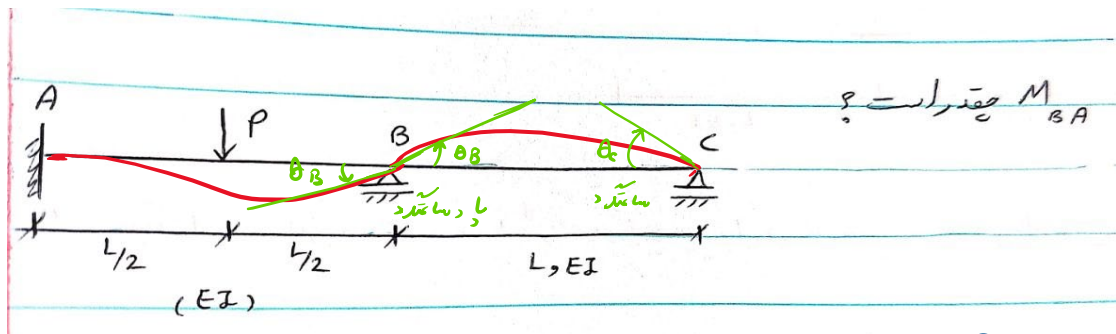
$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0$$

معادلات سبب است

$$\begin{cases} M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B) \\ M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B) - \frac{PL}{8} \\ M_{BD} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B) \end{cases}$$

$$\Rightarrow M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0 \Rightarrow \frac{12EI}{L} \theta_B - \frac{PL}{8} = 0 \Rightarrow \theta_B = \frac{PL^2}{96EI}$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{L} \times 2 \times \frac{PL^2}{96EI} - \frac{PL}{8} = -\frac{PL}{12}$$



در مقطع آزاد در B و C ← معادله تعادل شود در B و C

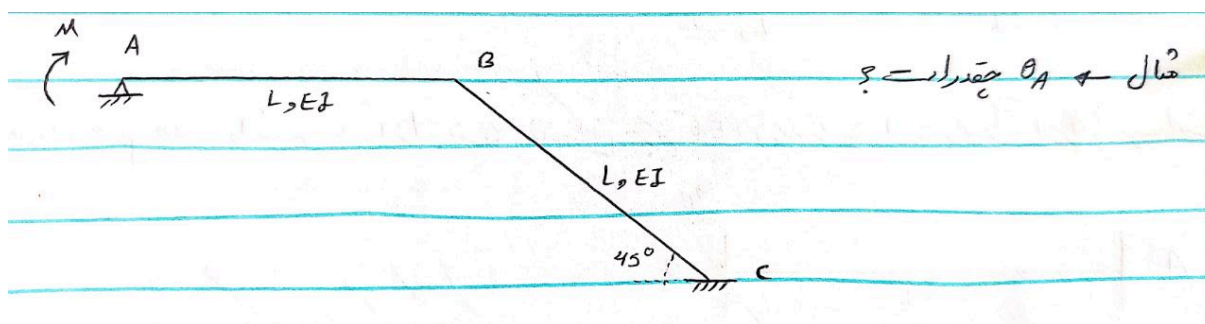
$$\text{تعادل B} \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$\text{تعادل C} \rightarrow M_{CB} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{CB} = \frac{2EI}{l} (2\theta_C + \theta_B) = 0 \Rightarrow \theta_C = -\frac{\theta_B}{2} \\ M_{BA} = \frac{2EI}{l} (2\theta_B) + \frac{Pl}{8} \\ M_{BC} = \frac{2EI}{l} (2\theta_B + \theta_C) \end{array} \right.$$

$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{8EI}{l} \theta_B + \frac{2EI}{l} \theta_C + \frac{Pl}{8} = 0 \Rightarrow \theta_B = \frac{-Pl^2}{56EI} \quad \downarrow$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{l} (2\theta_B) + \frac{Pl}{8} = \frac{3Pl}{56} \quad \downarrow$$



2 درجه آزادی در A و B ← 2 معادله متعادل ندارد، A و B

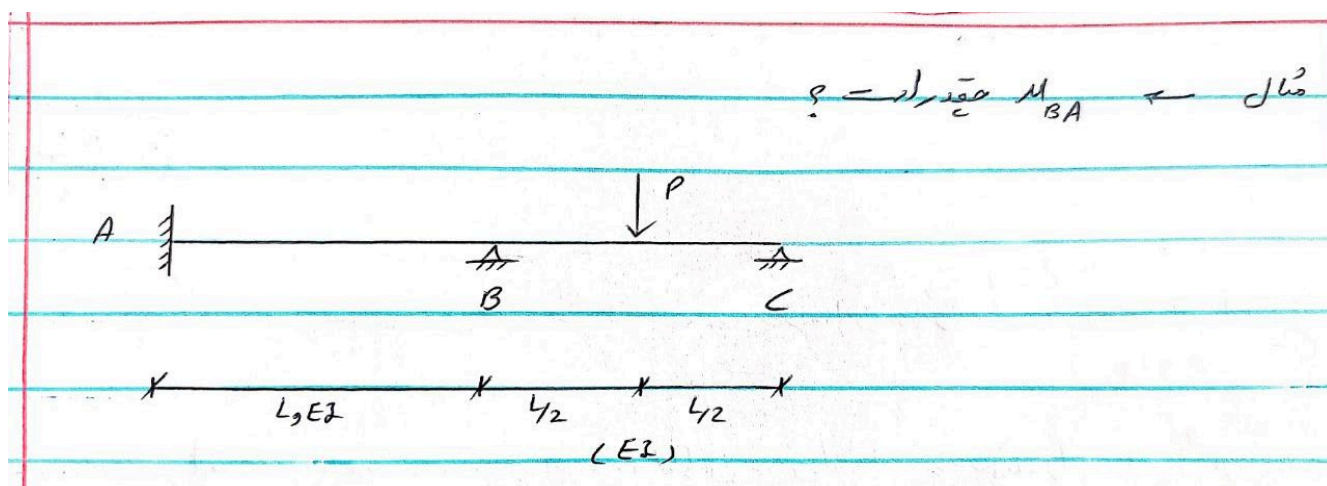
$$\text{توازن در B} \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$\text{توازن در A} \rightarrow M_{AB} = M$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_A) \\ M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B) \\ M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B) \end{array} \right. \quad \text{معادلات سبب است}$$

$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \theta_B = -\frac{\theta_A}{4}$$

$$M_{AB} = M \Rightarrow \frac{2EI}{L} \left(2\theta_A - \frac{\theta_A}{4} \right) = M \Rightarrow \theta_A = \frac{2ML}{7EI}$$



دور به آزاد درای در C و B ⇒ معادله تعادل نگیرد C و B

تعادل نگیرد B ⇒ $M_{BA} + M_{BC} = 0$

تعادل نگیرد C ⇒ $M_{CB} = 0$

معادلات سیبانت

$$\begin{cases} M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B) \\ M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_C) - \frac{PL}{8} \\ M_{CB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_C + \theta_B) + \frac{PL}{8} \end{cases}$$

در معادله اول مجهول

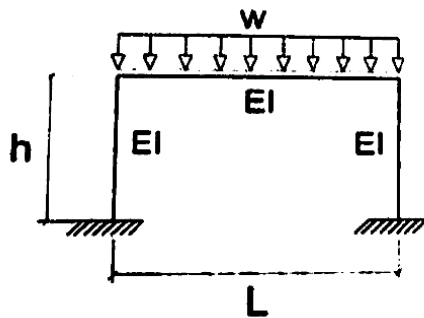
$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{8EI}{L} \theta_B + \frac{2EI}{L} \theta_C - \frac{PL}{8} = 0 \quad (1)$$

$$M_{CB} = 0 \Rightarrow \frac{4EI}{L} \theta_C + \frac{2EI}{L} \theta_B + \frac{PL}{8} = 0 \quad (2)$$

اگر معادله ۱ را در ۲ ضرب کنیم و بعد از آن با معادله ۲ آن را جمع کنیم آنگاه θ_B بدست می آید

$$\theta_B = \frac{3PL^2}{112EI} \quad , \quad M_{BA} = \frac{2PL}{28}$$

در قاب خمشی مطابق شکل نسبت $\frac{h}{L}$ چه میزانی باشد تا مقدار لنگر خمشی منفی حداکثر تیر برابر مقدار لنگر خمشی مثبت حداکثر در تیر باشد. تمامی اعضا دارای صلبیت خمشی یکسان می باشند. از تغییر طول محوری اعضا صرف نظر شود.



$$\frac{3}{7} (1)$$

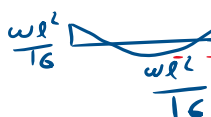
$$\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

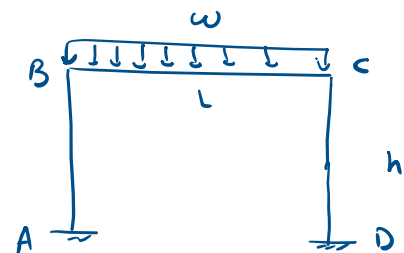
$$\frac{2}{3} (4)$$

اردیبهشت ۹۷

با توجه به داده سوال مشخص است که لنگر و معادله در درجه یک با $\frac{\omega l^2}{16}$ شود



درجه آزاد شده در B, C ← معادله تعادل تیر در B, C
به دلیل تکیه $\theta_B = -\theta_C$ ← معادله تعادل تکیه می باشد



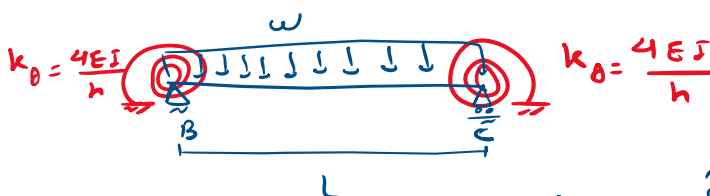
$$\text{تیر در B} \Rightarrow M_{BC} + M_{BA} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B - \theta_B) - \frac{\omega l^2}{12} = -\frac{\omega l^2}{16} \Rightarrow \theta_B = \frac{\omega l^3}{96EI} \\ M_{BA} = \frac{2EI}{h} (2\theta_B) \end{array} \right.$$

$$M_{BC} + M_{BA} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{L} \theta_B - \frac{\omega l^2}{12} + \frac{4EI}{h} \theta_B = 0 \Rightarrow h = \frac{2}{3} L$$

با توجه به θ_B

روش دیگر: مدل سازی با تیر



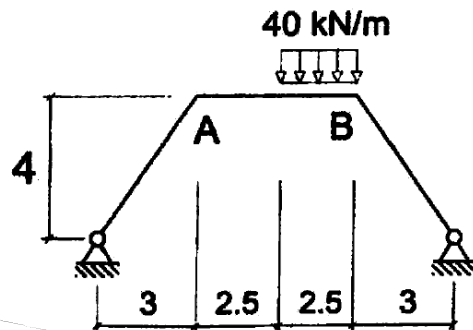
مسئله نامعینی می باشد و در مدل سازی با تیر شکل درجه یک $\theta_B = \theta_C$

$$\frac{\omega l^2}{16} \Rightarrow \theta_B = \frac{\omega l^3}{24EI} - \frac{Ml}{3EI} - \frac{Ml}{6EI}$$

$$\theta_{\text{تیر}} = \frac{M}{k} = \frac{\omega l^2/16}{4EI/h}$$

$$\Rightarrow \theta_B = \theta_C \Rightarrow h = \frac{2}{3} L$$

لنگر خمشی در وسط تیر AB بر حسب $kN.m$ به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ تمام اعضا دارای صلبیت خمشی (EI) یکسان بوده و در شکل ابعاد به متر است.



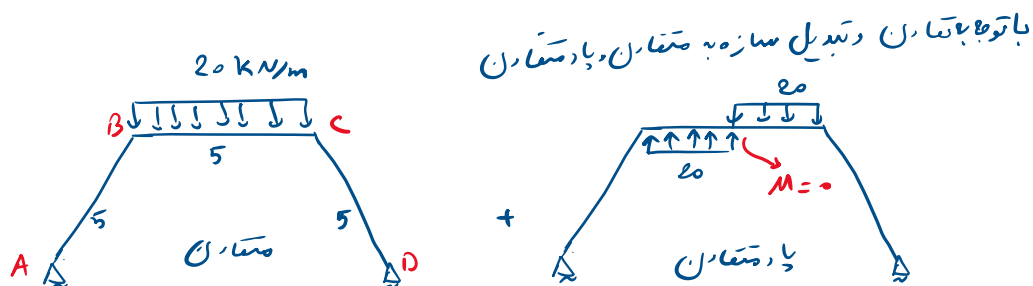
(۱) 79.2

(۲) 43.5

(۳) 37.5

(۴) 32.6

بهمن ۹۷



سازه متجانس، تحلیل می کنیم، درجه آزادی درانی ← معادله تعادل

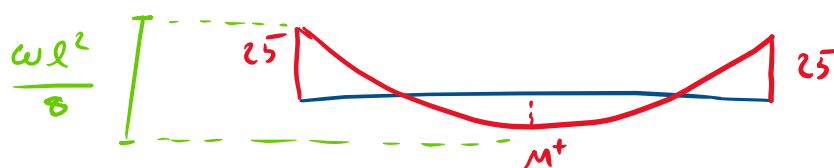
باتوجه به تعادل $\theta_A = -\theta_D$ ، $\theta_B = -\theta_C$ ← معادله تعادل ثانی می باشد.

$$A \text{ تعادل در } \Rightarrow M_{AB} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{l} (2\theta_A + \theta_B) = 0 \Rightarrow \theta_A = -\frac{\theta_B}{2}$$

$$B \text{ تعادل در } \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{l} (2\theta_B + \theta_A) + \frac{2EI}{l} (2\theta_B + \theta_C) - \frac{\omega l^2}{12} = 0$$

$$\theta_B = \frac{\omega l^3}{60EI}$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{l} (2\theta_B - \theta_B) - \frac{\omega l^2}{12} = \frac{\omega l^2}{30} - \frac{\omega l^2}{12} = -25 kN.m$$

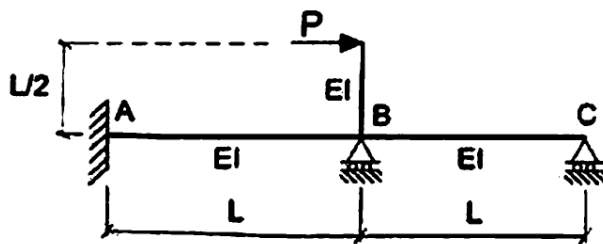


باتوجه به اینکه $25 + M^+ = \frac{\omega l^2}{8}$ بنا براین

$$M^+ = 37.5 kN.m$$

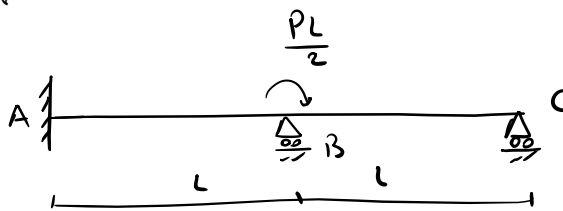
گزینه ۳

در تیر شکل زیر لنگر خمشی در تکیه‌گاه A به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟



- (۱) $\frac{PL}{8}$
 (۲) $\frac{2PL}{7}$
 (۳) $\frac{PL}{7}$
 (۴) $\frac{PL}{4}$

مهر ۹۸



تیر را به ۳ به همراه لنگر انتقال می‌دهیم

۲ درجه آزادی مدنی ← ۲ معادله تعادل لنگر C, B

$$\checkmark \text{ تعادل لنگر C} \Rightarrow M_{CB} = 0 \Rightarrow M_{CB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_C + \theta_B) = 0 \Rightarrow \theta_C = -\frac{\theta_B}{2}$$

$$\checkmark \text{ تعادل لنگر B} \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = +\frac{PL}{2}$$

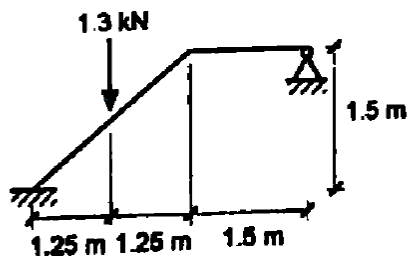
$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B), \quad M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_C) = \frac{2EI}{L} (2\theta_B - \frac{\theta_B}{2}) = \frac{3EI}{L} \theta_B$$

$$M_{BA} + M_{BC} = \frac{PL}{2} \Rightarrow \theta_B = \frac{PL^2}{14EI}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (\theta_B) = \frac{PL}{7}$$

درجه ۳

- در سازه مطابق شکل لنگر خمشی وارد بر تکیه گاه گیردار بر حسب kN.m حدوداً چقدر است؟
تمام اعضا دارای EI یکسان می باشند. تکیه گاه سمت راست مفصلی است.



(۱) 0.37

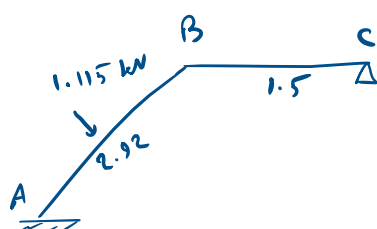
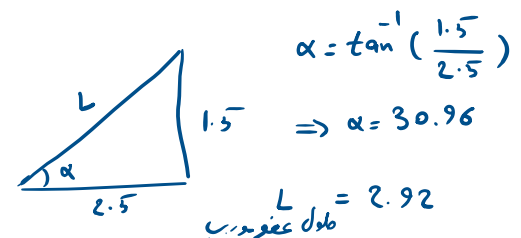
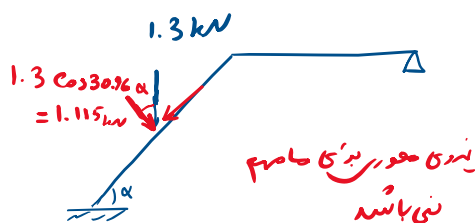
(۲) 0.53

(۳) 0.49

(۴) 0.24

آبان ۹۳

ابتدا باید طول عضو مورب را مناسب کرده صیقلی نیروی وارد را تجزیه کنیم



در درجه آزادی موزنی ← معادله تعادل نگیرد B, C

$$\text{تعادل نگیرد C} \Rightarrow M_{CB} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{l} (2\theta_C + \theta_B) = 0 \Rightarrow \theta_C = \frac{-\theta_B}{2}$$

$$\text{تعادل نگیرد B} \Rightarrow M_{BC} + M_{BA} = 0$$

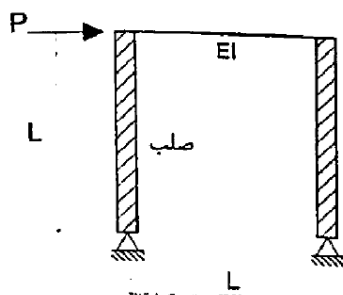
$$M_{BC} = \frac{2EI}{1.5} \left(2\theta_B - \frac{\theta_B}{2} \right), \quad M_{BA} = \frac{2EI}{2.92} (2\theta_B) + \frac{1.115 \times 2.92}{8}$$

$$M_{BC} + M_{BA} = 0 \Rightarrow \theta_B = \frac{-0.12}{EI}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l} (\theta_B) - \frac{1.115 \times 2.92}{8} \Rightarrow M_{AB} = -0.489 \text{ kN.m}$$

لرینه 3

تغییر مکان جانبی قاب شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (از اثر تغییر شکل‌های محوری و برشی تیر صرف‌نظر شود).



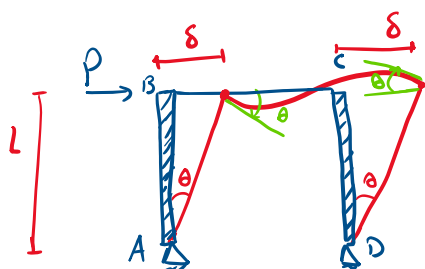
$$\frac{PL^3}{3EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{6EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{24EI} \quad (4)$$

اسفند ۹۵



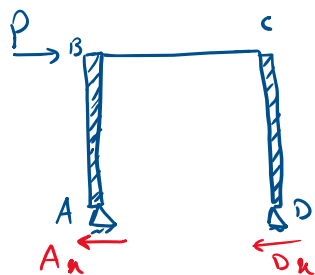
ابتدا تغییر شکل سازه را تحت بار رسم می‌کنیم

$$\theta = \frac{\delta}{L}$$

با نوشتن معادله سیب انت برای تیر B, C,

$$M_{Bc} = \frac{2EI}{l} (2\theta_B + \theta_c) = \frac{6EI\delta}{l^2}$$

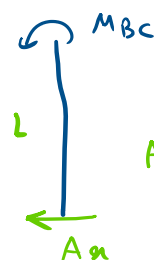
$$M_{cB} = \frac{2EI}{l} (2\theta_c + \theta_B) = \frac{6EI\delta}{l^2}$$



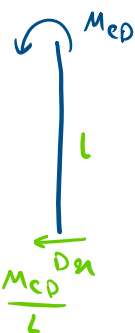
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + D_x = P$$

$$\frac{M_{Bc}}{L} + \frac{M_{cD}}{L} = P$$

$$\Rightarrow \frac{12EI\delta}{l^3} = P \Rightarrow \delta = \frac{Pl^3}{12EI}$$

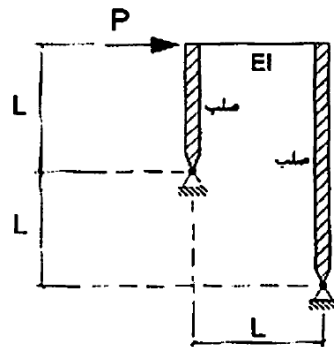


$$A_x = \frac{M_{Bc}}{L}$$



$$D_x = \frac{M_{cD}}{L}$$

در قاب شکل زیر اگر از اثر تغییر شکل های محوری و برشی تیر صرف نظر شود، تغییر مکان جانبی قاب به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر خواهد بود؟

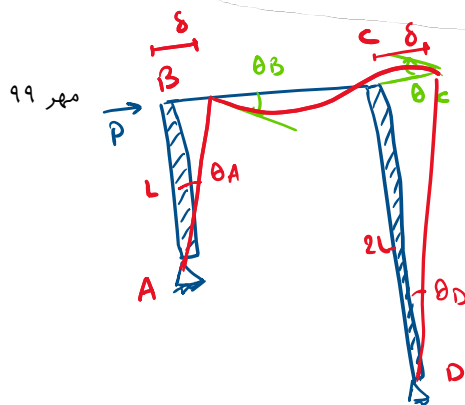


$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (1)$$

$$\frac{PL^3}{6EI} \quad (2)$$

$$\frac{PL^3}{7EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{5EI} \quad (4)$$

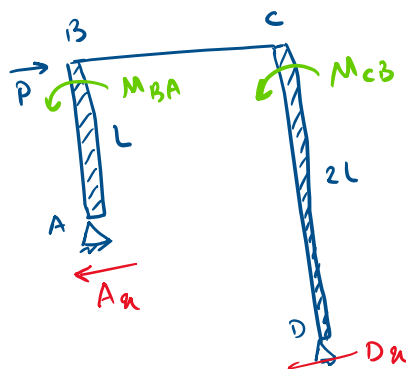


$$\theta_B = \theta_A = \frac{\delta}{L}$$

$$\theta_C = \theta_D = \frac{\delta}{2L}$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_C) = \frac{5EI\delta}{L^2}$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_C + \theta_B) = \frac{4EI\delta}{L^2}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_h + D_h = P$$

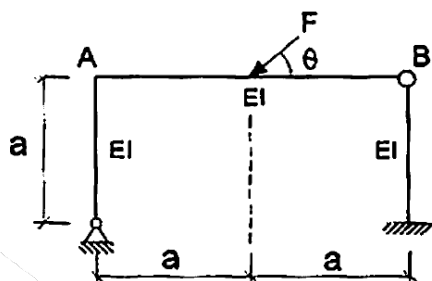
$$A_h = \frac{M_{BC}}{L} = \frac{5EI\delta}{L^3}$$

$$D_h = \frac{M_{CB}}{2L} = \frac{2EI\delta}{L^3}$$

$$\Rightarrow A_h + D_h = P \Rightarrow \delta = \frac{PL^3}{7EI}$$

درینه 3

در قاب نشان داده شده در شکل زیر، تانژانت زاویه θ چقدر باشد تا گره B سازه در هیچ راستایی تغییر مکان نداشته باشد؟ از تغییر شکل های محوری و برشی و آثار مرتبه دوم صرف نظر شود.



(1) 4

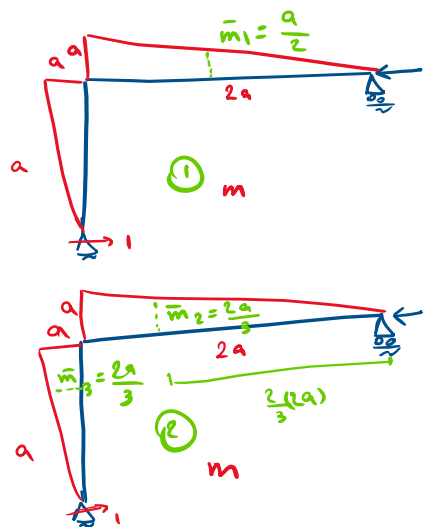
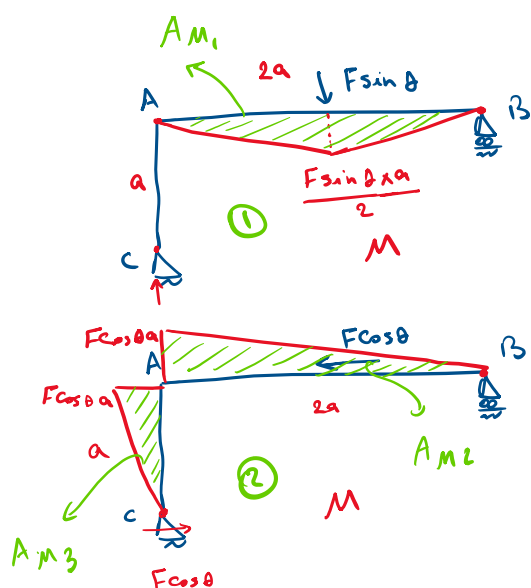
(2) 6

(3) 8

(4) 10

مهر ۹۹

جایگزینی نیروی F می توان سازه را به دو سازه زیر تبدیل کرد، با توجه به معنی جبرن این دو سازه می توان از روش کار مجازی برآیند استفاده کرد و در نهایت δ_B را بداد.



$$\delta_1 = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI} = \frac{1}{2EI} \frac{F \sin \theta \times a}{2} \times 2a \times \frac{a}{2} = \frac{F \sin \theta a^3}{4EI}$$

$$\delta_2 = \sum \frac{A_M \bar{m}}{EI} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} F \cos \theta \times a \times 2a \times \frac{2a}{3} + \frac{1}{2} F \cos \theta \times a \times a \times \frac{2a}{3} \right]$$

$$\Rightarrow \delta_2 = \frac{F a^3 \cos \theta}{EI}$$

برای نوشتن تغییر مکان B باید

در نظر

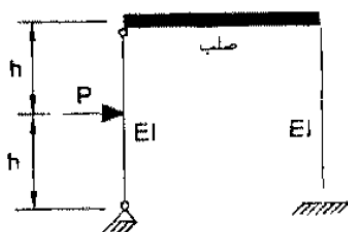


@rjavanmardi

$\delta_2 \Rightarrow$

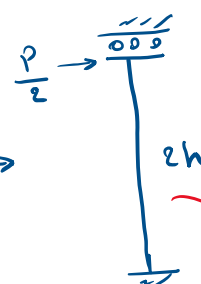
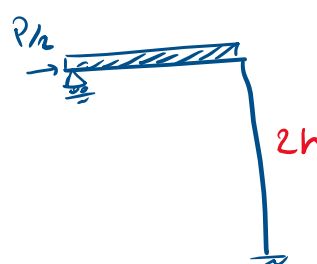
$$\frac{\sin \theta}{4} = \cos \theta \Rightarrow \tan \theta = 4$$

حداکثر لنگر خمشی ایجاد شده در اعضای قاب شکل زیر چقدر است؟ (در تحلیل از تغییر شکل های محوری و برشی صرف نظر شود)

(۱) ph (۲) $ph/2$ (۳) $ph/4$ (۴) $ph/8$

شهریور ۹۵

$$M_{max} = \frac{P(2h)}{4} = \frac{Ph}{2}$$



$$M_{max} = \frac{P}{2} \times \frac{2h}{2}$$

$$M_{max} = \frac{Ph}{2}$$

کرنش ۲