

دانشکده فنی مهندسی
بخش مهندسی راه و ساختمان

تحلیل سازه ۲۵

استاد: دکتر روستا

خواننده محترم:

جزوه حاضر چکیده تدریس یک ترم درس تحلیل سازه II اینجانب در دانشگاه یاسوج می باشد. هدف از تهیه جزوه فوق گردآوری مطالب به صورت خلاصه و مفید جهت استفاده دانشجویان و دانش پژوهان می باشد.

جزوه تحلیل سازه II به یاد دوست عزیزم زنده یاد مهندس احسان قدمی در مهسا کامپیوتر به رسم امانت گذاشته شده است.

در خاتمه وظیفه خود می دانم از زحمات خانم ها محبوبه مقگو و فاطمه متولی در تهیه جزوه تشکر و قدردانی نمایم.

علی محمد (روستا)

In the name of God

Structural Analysis II

Course Outline:

- 1-Introduction.
- 2-Slope Deflection Method.
- 3-Moment Distribution Method.
- 4-Symmetric Structures.
- 5-Analysis of Non Prismatic Structures.
- 6-'Coulmn Symmetry' Method.
- 7-Kani's Method.
- 8-Approximate Solution(Portal Method, Cantilever Method,...).
- 9-Matrix Analysis(Force Method, Displacement Method).

Course Evaluation:

Attendance, Homeworks, 1 Mid-Term exam, Final exam.

* Each Home Works is due 1 week from day it is assigned.

References:

- a): Structural Analysis by A.Chajes
- b): Elementary Theory of Structures by Y.Hsieh & S.T.Mau

Good Luck

A.M.Rousta

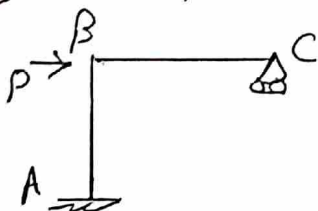
slope deflection method

(روش سبب افت)

در روش هایی که در سازه (2) برای تحلیل سازه ها نامعین تشریح شده نیروها، عنوان مجهول هلو دند به همین دلیل به این روش ها روش های نیروگفته می شود ولی به جای نیروها می توان از جابجایی ها نیز به عنوان مجهول استفاده کرد. روش هایی که در این ها جابجایی ها به عنوان مجهول اصلی در نظر گرفته می شوند، روش های جابجایی نامیده می شوند. یکی از مهمترین روش های جابجایی روش سبب افت است. در این روش اول باید دوران ها و تغییر مکان های اتصالات مختلف محاسبه شوند و سپس با استفاده از این جابجایی ها گشتاورهای انتهایی هر عضو تعیین گردد که هدف ما از این محاسبات رسم دیاگرام برش و گشتاورهای خمشی است که از این روش برای تحلیل تمام انواع گیره ها و قاب های صلب چه با EI یا به بعضی عضو منشوری یا غیر منشوری می توان استفاده کرد.

(حالات مورد بررسی در روش سبب افت)

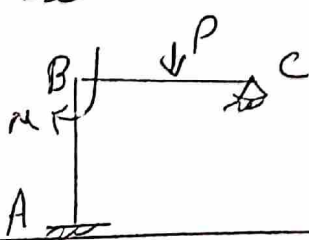
در این روش دو حالت مورد بررسی قرار می دهیم یکی با انتقال گره و دیگری بدون انتقال گره که هر دو حالت با بار رول عضو و بدون بار رول عضو مورد بررسی قرار می گیرد.



۱- با بار رول عضو

۲- بدون بار رول عضو

۱- با انتقال گره



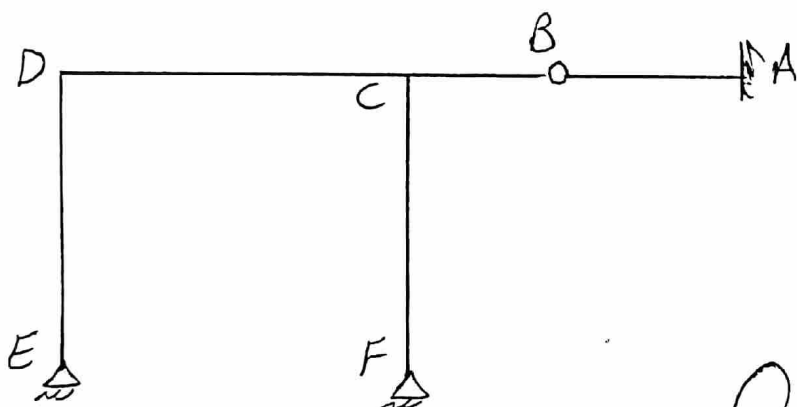
۱- با بار رول عضو

۲- بدون بار رول عضو

۲- بدون انتقال گره

(فره‌نمای روش سبب افشا)

- ۱- قانون هوک برقرار است و رابطه تنش و کرنش خطی است.
- ۲- از تغییر شکل زامی از نیروی محوری و غیر محوری در یک طرف نظری شود (طولش تغییر نمی‌کند و عماد به جایی هائیک است)
- ۳- همان اثری عفو ثابت است.
- ۴- عفو در حد فاضلی که سبب افت را برآز آن می‌نویسم پیوند افشا یعنی در شکل عفو تکلیله یا ماضلی وجود دارد مثلاً برای شکل زیر B یک نقطه‌ی ناپیوستگی است.



(قرار داد علامت در روش سبب افشا)

- ۱- گشتاور وارد بر انتهای یک عفو و ذغال، مثبت است در صورتی که آن گشتاور در جهت عقربه‌های ساعت باشد.
- ۲- در این در انتهای یک عفو مثبت است، در صورتی که میانس به منحنی تغییر شکل در آن انتهای نیست؟ موقعیت اولیه‌اش در جهت عقربه‌های ساعت دوران کند.
- ۳- تغییر مکان نسبی بین دو انتهای یک عفو مثبت است در صورتی که عفو (یا خط مستقیم و اصل بین دو انتهای منحنی تغییر شکل) از جایی در جهت عقربه‌های ساعت دوران کند.

(معادلات اصل سبب افت)

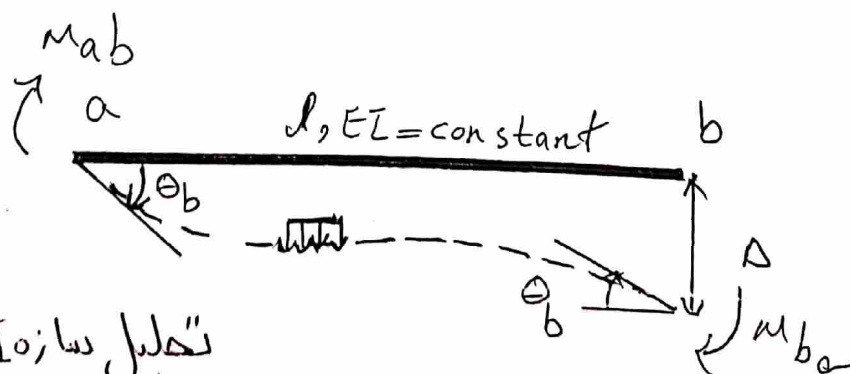
اساس روش سبب افت را معادلات سبب افت تشکیل می دهند. این معادلات گشتاورهای انتقایی هر عضو را بر حسب تغییرات شکل انتقایی آن عضو بیان می کند.

عضو ab در شکل زیر را در نظر بگیرید و یا قاب صلب نامعین با یک تکیه دار از یک سر و آزاد از سر دیگر است. در نظر بگیرید که این عضو مطابق مدتی خاصین تغییر شکل یافته و به طور کلی دوران های انتقایی θ_a و θ_b و تغییر طول نسبی Δ بین دو سر آن در وجود آمده است. در بهی است که گشتاورهای انتقایی در هر دو تکیه دار را بر حسب θ_a و θ_b و Δ نشان می دهیم. تابعی از تغییر شکل ها را M_{ab} در هر دو سر عضو و همچنین تابعی از بار وارده بر دهانه ab در صورت وجود خواهند بود. عبارت دیگری توان نوشت:

$$M_{ab} = f(\theta_a, \theta_b, \Delta, \text{ بار وارده دهانه})$$

$$M_{ba} = g(\theta_a, \theta_b, \Delta, \text{ بار وارده دهانه})$$

که در آن f و g علائمی برای نشان دادن دو تابع هستند.



المذیر علامت مربوط به گسترده و تغییرات شکل انتقابی در شکل صفحہ قبل است.
 با توجه به شکل صفحہ قبل مشاهده می کنیم که گسترده های انتقابی μ_{ab} و μ_{ba} را می توان
 به صورتی جمع جبری هم را از هم جدا در نظر گرفت که در صفحہ بعد توضیح می دهیم.

تحلیل بازنه II دکتر علی محمد رودستا

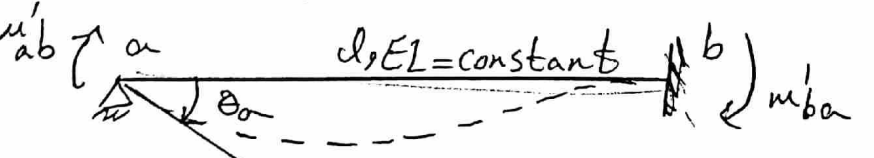
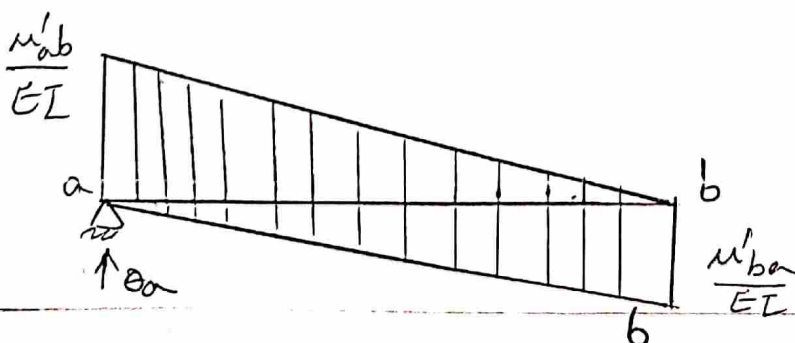
- ۱- گسٹاورزائی از دوران انتهای θ_a و در سراسری که انتهای دیگر θ_b ثابت است.
- ۲- گسٹاورزائی از دوران انتهای θ_b و در سراسری که انتهای θ_a ثابت است.
- ۳- گسٹاورزائی از یک تغییر مکان نسبی Δ بین دو انتهای عضو، بدون ایجاد تغییری در نسبت های موجود محاسبات در آن دو انتها.

۴- گسٹاورزائی دهنده به علت قراردادن بارهای واقعی بر روی دهانه، بدون ایجاد تغییری در تغییراتی شکل موجود در دو انتها.

در هر یک از موارد چهارگانه فوق، گسٹاورهای انتهای مربوط به رابطه توان به صورت زیر تعیین می شود.

- ۱- تیر a را که دارای تکیه گاه هایی مطابق شکل زیر می باشد در نقطه c تیر c ، معنی تغییر شکل تیر به وسیله Δ نشان داده شده است. انتهای a تحت یک نیروی P دوران می کند و این درجه ای است که انتهای θ_a ثابت است. ($\theta_b = 0$) و نیز هیچ جابجایی نسبی بین دو انتهای a و b به وجود نیامده است ($\Delta = 0$) گسٹاورهای انتهای مربوط به a و b را به ترتیب با M'_{ab} و M'_{ba} نشان می دهیم می توان به آسانی به روش تیر مزدوج بدست آورد. از تقسیم مقدار گسٹاور چپنی بر EA بارهای ارجحی وارد بر تیر مزدوج بدست آمده و θ_a عکس العمل استاتی را تشکیل می دهد. بدین ترتیب تیرول برشی میبک در این تیر صرف سبب مورد نظر

در تیر حقیقی است. $EL = \text{constant}$

با توجه به شکل منفرجه داریم:

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow \frac{M'_{ab} l}{2EI} \left(\frac{l}{3} \right) - \frac{M'_{ba} l}{2EI} \left(\frac{2l}{3} \right) = 0 \Rightarrow M'_{ba} = \frac{1}{2} M'_{ab} \quad (I)$$

$$\sum M_b = 0 \Rightarrow \Theta_a l - \frac{M'_{ab} l}{2EI} \left(\frac{2l}{3} \right) + \frac{M'_{ba} l}{2EI} \left(\frac{l}{3} \right) = 0 \quad (II)$$

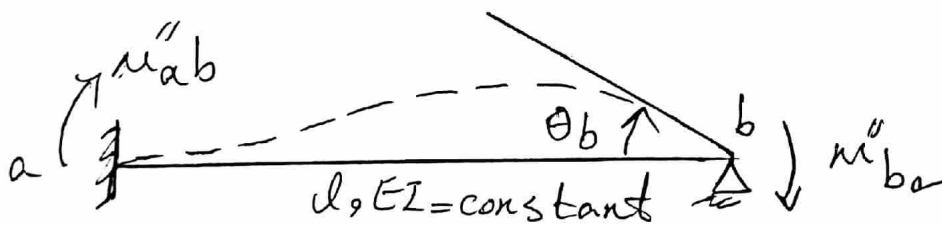
با جایگزینی رابطه (I) در رابطه (II) داریم:

$$M'_{ab} = \frac{4EI\Theta_a}{l}, \quad M'_{ba} = \frac{2EI\Theta_a}{l}$$

۲- حال که تیر را که دارای تکیه گاه ها و منحنی تغییر شکلی مطابق شکل زیر است را در نظر بگیریم. در این تیر انتهای با حرکت یک زوایا Θ_a دوران کرده و انتهای b ثابت است.

گشتاور انتهای مربوط به این تغییر شکل در تکیه گاه b که آن را با M''_{ba} نشان می دهیم و گشتاور انتهای در a که با M''_{ab} نشان داده می شود به طریقی مساوی بالا به دست می آید.

$$M''_{ab} = \frac{1}{2} M''_{ba} \quad \text{و} \quad M''_{ab} = \frac{2EI\Theta_b}{l} \quad \text{و} \quad M''_{ba} = \frac{4EI\Theta_b}{l}$$



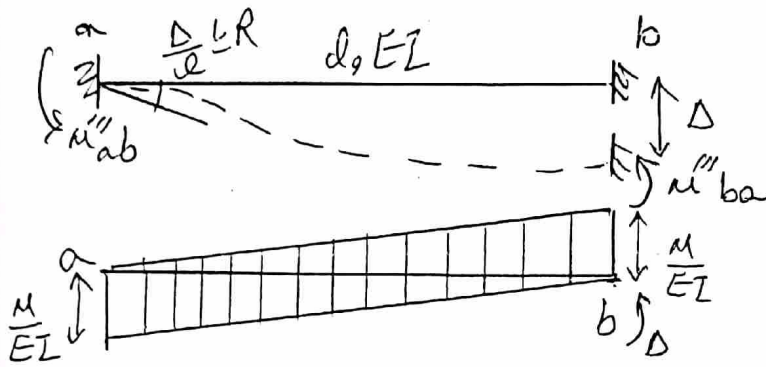
۳- بجز تعیین گشتاورهای که در تغییر شکل تعیین شدن نسبتی خاص Δ بین دو انتها بدون به وجود آوردن دوران ها و انتهای a و b می شود. تیر دو سر گیردار در شکل بعد را در نظر بگیریم. به علت تقارن تغییر شکل نسبت به نقطه میانی عطف دو گشتاور انتهای

باستی باهم مساوی شوند به این ترتیب اگر M''_{ab} و M''_{ba} موافق گشتاورها

انتهای به ترتیب در a و b باشد می توان نوشت:

$$M''_{ab} = M''_{ba} = -M$$

تحلیل سازه II دکتر روستا



علامه منفی به این معناست که M_{ab}''' و M_{ba}''' در خلاف جهت عقربه‌های ساعت عمل می‌کنند. مقدار M را می‌توان با استفاده از روش کیرندروج مطابق شکل بالا بدست آورد. علاوه بر بارهای اریجایی گسترده عامل از مقدار $\frac{M}{EI}$ که کوپلی نیز برابر با Δ که معرف تغییر مکان در انتهای b از تیر اصلی است، در همین انتهای b از کیرندروج اثر می‌کند.

$$\sum M = 0 \Rightarrow \frac{ML}{2EI} \left(\frac{L}{3}\right) - \Delta = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{4EL\Delta}{L^2}$$

بر این نسبت گسترده‌های ای‌بدسته در دو انتهای تیر عینو در اثر یک جابجایی انتهای شیبی خالص از معادله زیر بدست می‌آید:

$$M_{ab}''' = M_{ba}''' = -\frac{4EI\Delta}{L^2}$$

۴- گسترده‌های ای‌بدسته در دو انتهای عینو بدون ایجاد تغییر شکل در این دو انتهای

هنگامی که بارهای خارجی بر روی دهانه قرار دارند صرفاً همان گسترده‌های انتهای ثابت (گسترده‌های کیرندور) می‌باشند که آن‌ها را معمولاً با M_{ab}^F و M_{ba}^F نشان می‌دهند و با استفاده از روابط زیر بدست می‌آیند. (در صورتی که EI ثابت باشند)

$$M_{ab}^F = \frac{2}{L^2} (M_{P_i} - 2M_{P_j}) \quad \text{و} \quad M_{ba}^F = \frac{2}{L^2} (M_{P_j} - 2M_{P_i})$$

M_{P_i} و M_{P_j} گند استاتی سطح زیر مقدار M نسبت به انتهای (i).

M_{P_j} و M_{P_i} گند استاتی سطح زیر مقدار M نسبت به (j). M و گند استاتی از بارهای خارجی

تا جمع کردن چهار جزء توصیف شده در فوق داریم:

$$M_{ab} = M'_{ab} + M''_{ab} + M'''_{ab} \pm M^F_{ab}$$

$$M_{ba} = M'_{ba} + M''_{ba} + M'''_{ba} \pm M^F_{ba}$$

$$M_{ab} = \frac{2EI}{L} \theta_a + \frac{2EI}{L} \theta_b - \frac{4EI\Delta}{L^2} \pm M^F_{ab}$$

$$M_{ba} = \frac{2EI}{L} \theta_a + \frac{2EI}{L} \theta_b - \frac{4EI\Delta}{L^2} \pm M^F_{ba}$$

$$M_{ab} = \frac{2EI}{L} (2\theta_a + \theta_b - \frac{\Delta}{L}) \pm M^F_{ab}$$

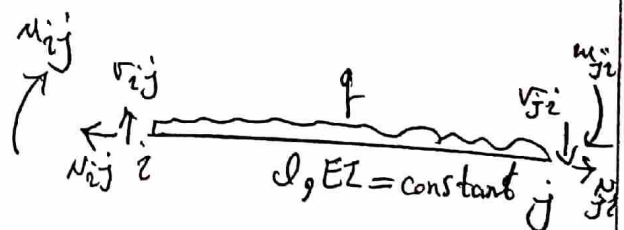
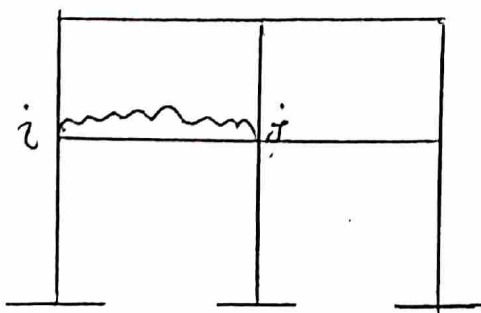
یا بصورت دیگر:

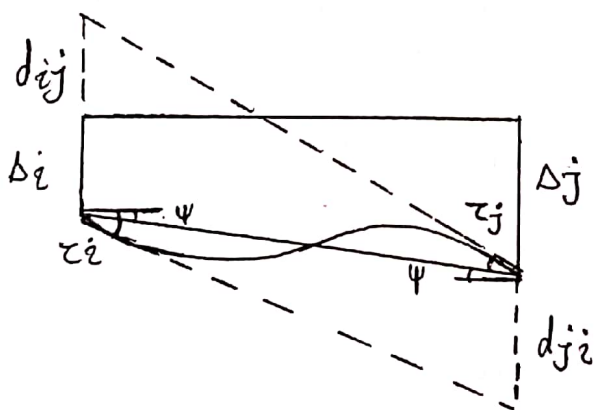
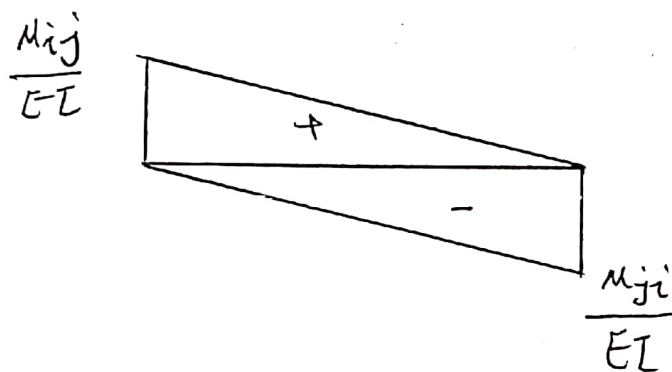
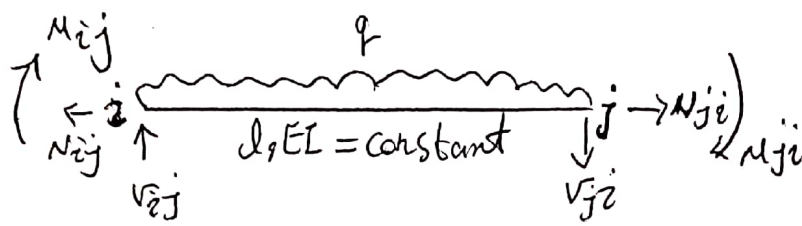
$$M_{ba} = \frac{2EI}{L} (2\theta_b + \theta_a - \frac{\Delta}{L}) \pm M^F_{ba}$$

معادلات فوق، معادلات اصلی سبب افت مربعی است. عضو تغییر شکل یافته را می توان با مقطع
کلیتواخت می باشند.

(روش دیگر برای استنتاج معادلات اصلی سبب افت)

عضو زنجی که از یک سبب یا قاع به نامین بارگذاری شده جدا شده است را در نظر بگیرید:





تحليل سازه II کتر و سزا

$$\theta_i = \phi + \tau_i$$

$$\tau_i = \frac{d_{ji}}{l}$$

$$\theta_j = \phi + \tau_j$$

$$\tau_j = \frac{d_{ij}}{l}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{\Delta_j - \Delta_i}{L}$$

MP و گسترش سطح زیر عقربه ساعت‌ها و ...

$$d_{ij} = \left[\frac{\mu_{ij} l}{rEL} \times \frac{r}{l} - \frac{\mu_{ji} l}{rEL} \times \frac{r}{l} + \mu_{pi} \right]$$

$$d_{ji} = - \left[\frac{\mu_{ij} l}{rEL} \times \frac{r}{l} - \frac{\mu_{ji} l}{rEL} \times \frac{r}{l} + \mu_{pj} \right]$$

$$\phi_i = \phi + \tau_i = \frac{\Delta_j - \Delta_i}{l} + \frac{d_{ji}}{l}$$

$$\frac{\Delta_j - \Delta_i}{L} + (-\frac{1}{l}) \left[\frac{\mu_{ij} l}{rEL} - \frac{\mu_{ji} l}{rEL} + \mu_{pj} \right]$$

$$\theta_j = \phi + \tau_j = \frac{\Delta_j - \Delta_i}{l} + \frac{d_{ij}}{l} = \frac{\Delta_j - \Delta_i}{l} + \frac{1}{l} \left[\frac{\mu_{ij} l}{rEL} + \mu_{pi} \right] = \theta_j$$

$$\mu_{ij} = \frac{rEL}{l} \left[r\theta_i + \theta_j - \frac{\Delta}{l} \right] + \frac{r}{l^2} (\mu_{pi} - r\mu_{pj}) \Rightarrow$$

$$\mu_{ij} = \frac{rEL}{l} \left[r\theta_i + \theta_j - \frac{\Delta}{l} \right] + \mu_{fij}$$

$$\mu_{ji} = \frac{rEL}{l} \left[\theta_i + r\theta_j - \frac{\Delta}{l} \right] + \frac{r}{l^2} (\mu_{pj} - r\mu_{pi}) \Rightarrow$$

$$\mu_{ji} = \frac{rEL}{l} \left[r\theta_j + \theta_i - \frac{\Delta}{l} \right] + \mu_{fji}$$

- اگر جابجایی عقربه‌ها Δ عمودی عقربه در جهت عقربه‌ها ساعت‌ها باشد Δ مثبت است

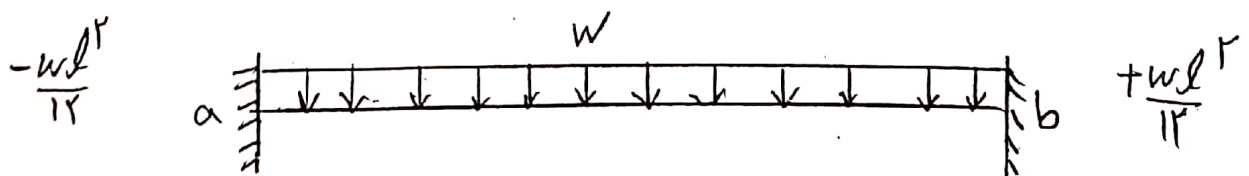
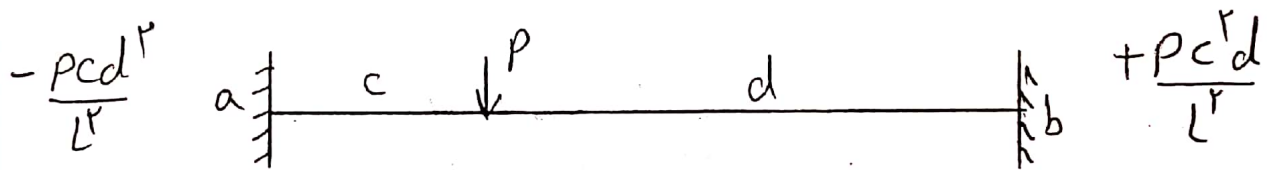
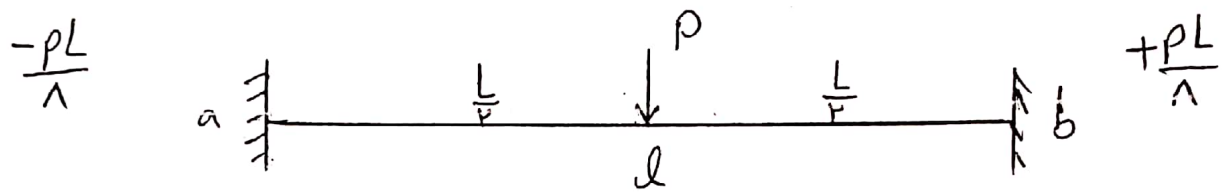
در غیر این صورت با علامت منفی وارد فرمول‌ها شود.

- اگر در همان جهت عقربه‌ها ساعت‌ها باشد، θ با علامت مثبت در فرمول‌ها

جایگزین می‌شود. در غیر این صورت با علامت منفی وارد فرمول می‌شود.

علامت‌های مقادیر M_{ab} و M_{ba} بدین‌سان بارگذاری نیروی دهاندر ab نسبتی دارد.
 چنان‌که عضو ab خود را حمل باری نباشد در این صورت $M_{ab} = M_{ba} = 0$

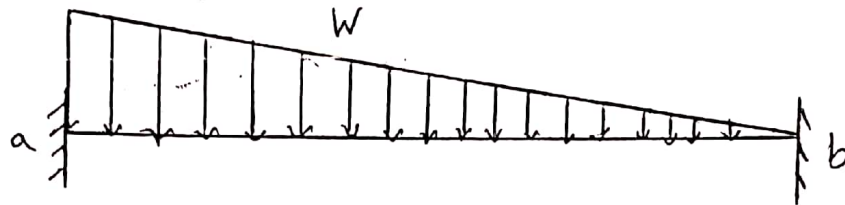
نشان‌دهای انتهای ثابت برای بد عضو مستقیم با EI ثابت



تحلیل سازه II

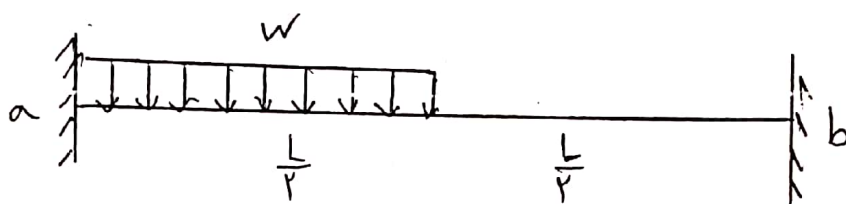
دکتر علی مهررودسا

$$-\frac{w l^2}{20}$$



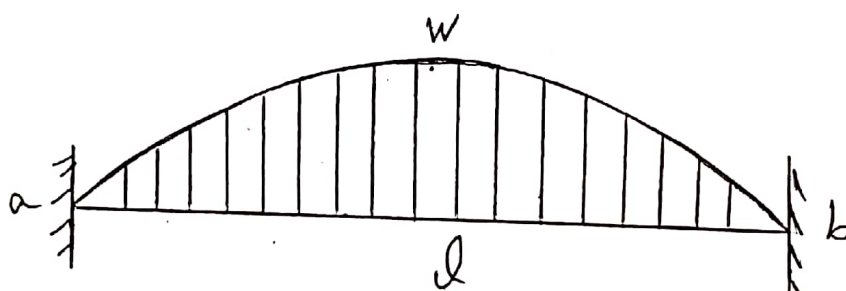
$$+\frac{w l^2}{20}$$

$$-\frac{11 w l^2}{192}$$



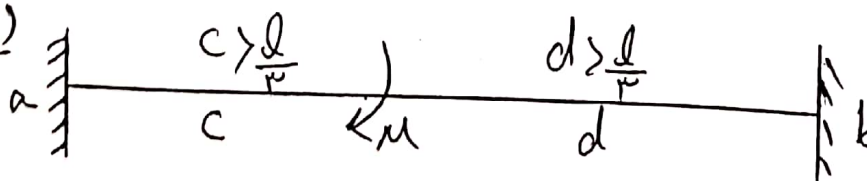
$$+\frac{2 w l^2}{192}$$

$$-\frac{w l^2}{15}$$



$$+\frac{w l^2}{15}$$

$$+\frac{w d (l^2 - d^2)}{l^3}$$



$$+\frac{w c (l^2 - c^2)}{l^3}$$

تحليل سازه II در جزوه سازه

(روندک در بیان تحلیل سازه ها با استفاده از روش سب افق)

(گام اول) تشخیص درجهان آزاد سازه و شناسایی مجهولات Δ و Θ .
مجهول Θ نشان دهنده دوران گره ها است و تعداد آن بستگی به تعداد گره ها قابل دوران دارد. مجهول Δ نشان دهنده تغییر مکان انتقالی مستقل دهنده ها و تعداد آن بستگی به تعداد درجهان آزاد سازه دارد.

(گام دوم) حل هندسی سازه و تعیین روابطی دوران اعضا به حسب یک یا چند مجهول مستقل Δ (تعداد مجهولات مستقل Δ مساوی تعداد درجهان آزاد سازه است) انتخاب جهات تغییر مکانی انتقالی گره ها اختیار است و جهت واقعی آن که سازگار با سازه باشد در نظر است، پس از حل سازه تعیین می گردد.

(گام سوم) کمره روابط سب افق برای اعضای سازه.

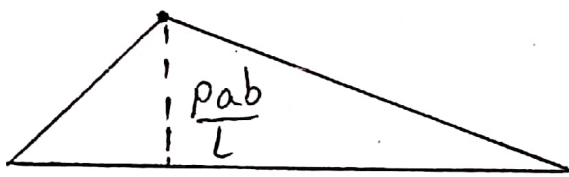
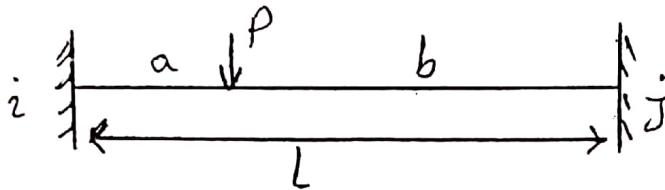
(گام چهارم) نوشتن معادلات تعادل استاتی برای تعیین مجهولات Θ و Δ .
در سازه هایی که دارای درجهان آزاد می باشند نوشتن معادلات تعادل گسترده برای گره ها به تنهایی برای تعیین مجهولات کافی نیست و باید از معادلات مستقل استاتی دیگری که به نام روابط برشی نامیده می شوند نیز استفاده نمود. معادلات برشی از اعمال شرایط تعادل استاتی بر عین سازه بدست می آید که در حل هندسی دارای انتقال و یا انتقال توار با درجهان است در غیر این صورت روابط برشی مستقل از روابط تعادل گسترده ها نخواهد بود.

(گلدن ریچر) حال مواردی استادی ایستگاه آمده بدال تعیین همپایان ۵ و ۵.

(گلدن ریچر) تعیین لندها استادی اعضا با استقامت از مقادیر معلوم ۵ و ۵ در روابط
سیک. افق و بال حفره رسم مقدار تعیین آن نیز در این و کنتر چسب.

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

(۲۸) در مورد بارگذاری شکل روی دو گنجه‌های نگهداری انتهای رابرسه آورید



گنجه‌های نگهداری

$$MF_{ab} = \frac{r}{L^2} (MP_i - 2MP_j)$$

$$MF_{ba} = \frac{r}{L^2} (MP_j - 2MP_i)$$

$$(MP)_i = \frac{Pab}{L} \left[\frac{a}{r} \left(\frac{ra}{r} \right) + \frac{b}{r} \left(a + \frac{b}{r} \right) \right] = \frac{Pab}{4} (ra + b)$$

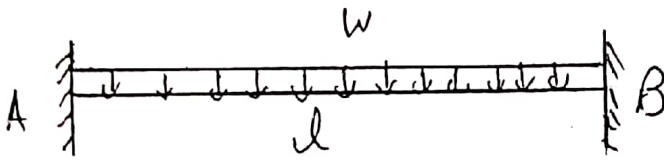
$$(MP)_j = \frac{Pab}{L} \left[\frac{b}{r} \left(\frac{rb}{r} \right) + \frac{a}{r} \left(b + \frac{a}{r} \right) \right] = \frac{Pab}{4} (rb + a)$$

$$FEM_{ij} = \frac{r}{L^2} \left[\frac{Pab}{4} (ra + b) - 2 \frac{Pab}{4} (rb + a) \right] = - \frac{Pab^2}{L^2}$$

$$FEM_{ji} = \frac{r}{L^2} \left[2 \frac{Pab}{4} (rb + a) - \frac{Pab}{4} (ra + b) \right] = + \frac{Pa^2b}{L^2}$$

تحلیل سازش II دکتر علی محمد روستا

(ex) در مورد بارگذاری شکل روابط گنجهای گنجهای را بنویسید و رابطه را بنویسید.



گنجهای گنجهای

$$A = \frac{1}{2} \frac{w l^2}{8} \times l = \frac{1}{16} w l^3 \quad \kappa = \frac{l}{12}$$

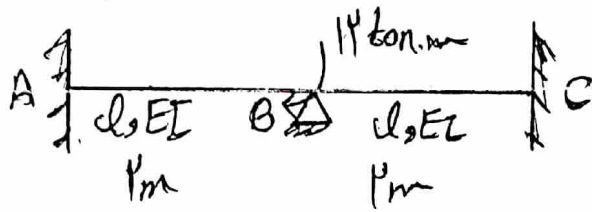
$$\mu p)_A = A \times \kappa = \frac{1}{16} l \times \frac{w l^2}{8} \times \frac{l}{12} = \frac{w l^4}{192}$$

$$\mu p)_B = \frac{1}{16} l \left(\frac{w l^2}{8} \right) \times \frac{l}{12} = \frac{w l^4}{192}$$

$$\mu F_{ab} = \frac{1}{12} (\mu p)_i - 2 \mu p)_j = \frac{1}{12} \left(\frac{w l^4}{192} - 2 \frac{w l^4}{192} \right) = \frac{1}{12} \left(-\frac{w l^4}{192} \right) = -\frac{w l^4}{2304}$$

$$\mu F_{ba} = \frac{1}{12} (\mu p)_j - \mu p)_i = \frac{w l^4}{2304}$$

تحلیل سازه II در شریک محروم

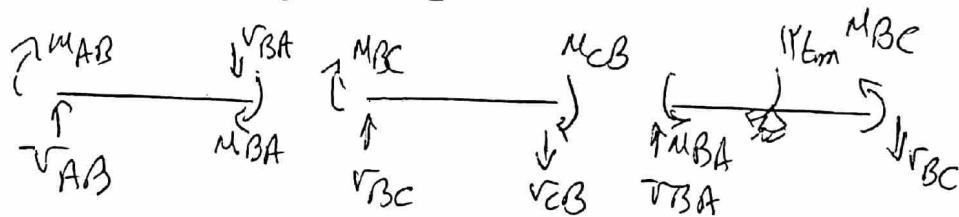


(EK)
 اندک‌ها را انتهای عبارت قرار بده

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l} (\theta_B + \psi_A - 0) = 2EI\theta_B$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{l} \theta_B = 2EI\theta_B$$

$$M_{BC} = 2EI\theta_B \quad \text{و} \quad M_{CB} = EI\theta_B$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{yB} = V_{BC} - V_{BA}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = Pl$$

$$2EI\theta_B = Pl \Rightarrow EI\theta_B = \frac{Pl}{2}$$

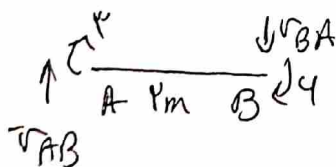
با جایگزینی در انتهای عبارت

$$M_{AB} = Pl$$

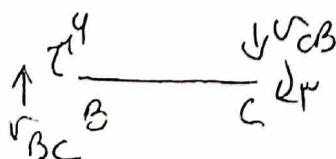
$$M_{BC} = 2Pl$$

$$M_{BA} = Pl$$

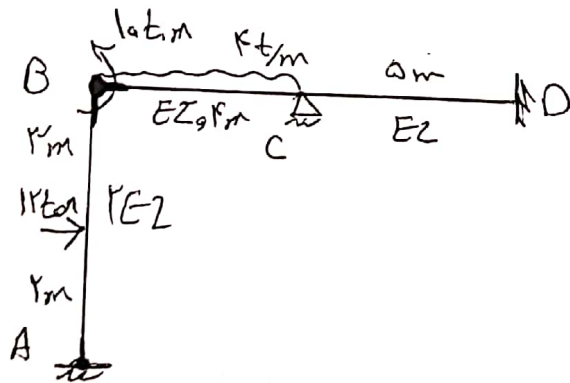
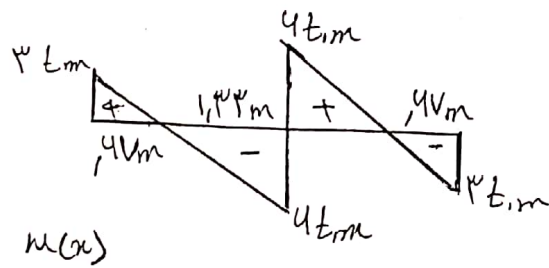
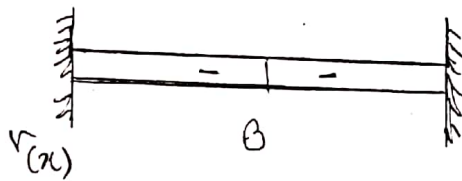
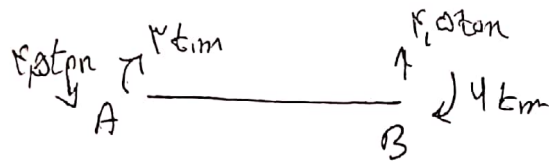
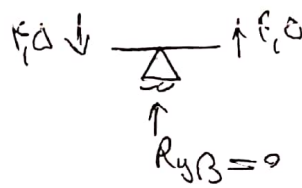
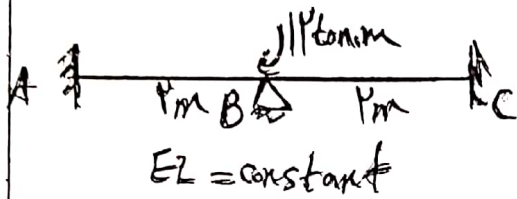
$$M_{CB} = Pl$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = Pl \uparrow \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} = Pl \uparrow \end{cases}$$

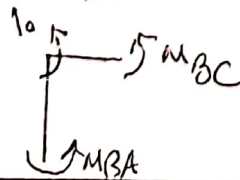
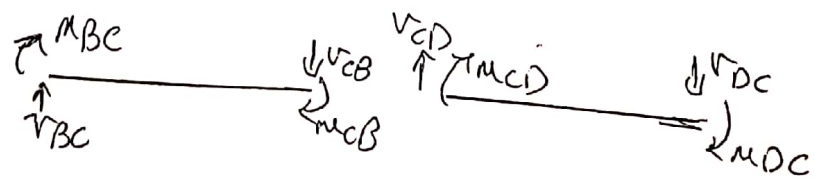
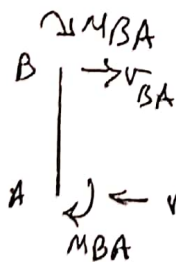


$$\Rightarrow \begin{cases} \sum M_B = 0 \Rightarrow V_{CB} \times l + Pl = 0 \Rightarrow V_{CB} = Pl \uparrow \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = Pl \downarrow \end{cases}$$



(ex)

$$\theta_C \neq \theta_B : \text{CU}_{\text{pos}}$$



$$M_{BC} + M_{BA} = -10$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CB} + M_{CD} = 0$$

$$M_{AB} = \frac{FEL}{8} (0 + \theta_B - 0) - \frac{(12 \times 12 \times 12)}{80} \Rightarrow M_{AB} = 18EI\theta_B$$

$$M_{BA} = \frac{FEL}{8} (2\theta_B + 0 - 0) + \frac{(12 \times 12 \times 12)}{80} \Rightarrow M_{BA} = 14EI\theta_B + 216$$

$$M_{BC} = \frac{FEL}{8} (2\theta_B + \theta_C - 0) - \frac{(12 \times 12)}{12} \Rightarrow M_{BC} = EI\theta_B + 12EI\theta_C - 12$$

$$M_{CB} = \frac{FEL}{8} (2\theta_C + \theta_B - 0) + \frac{(12 \times 12)}{12} \Rightarrow M_{CB} = EI\theta_C + 12EI\theta_B + 12$$

$$M_{CD} = \frac{FEL}{8} (2\theta_C + 0 - 0) + 0 \Rightarrow M_{CD} = 12EI\theta_C$$

$$M_{DC} = \frac{FEL}{8} (\theta_C + 0 - 0) + 0 \Rightarrow M_{DC} = 6EI\theta_C$$

$$\textcircled{I} M_{BA} + M_{BC} = -10 \Rightarrow$$

در دو سر

$$14EI\theta_B + 12EI\theta_C + 216 = -10 \Rightarrow 14EI\theta_B + 12EI\theta_C = -226$$

$$\textcircled{II} M_{CB} + M_{CD} = 0 \Rightarrow 12EI\theta_B + EI\theta_C + 12 = 0 \Rightarrow$$

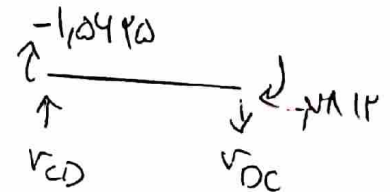
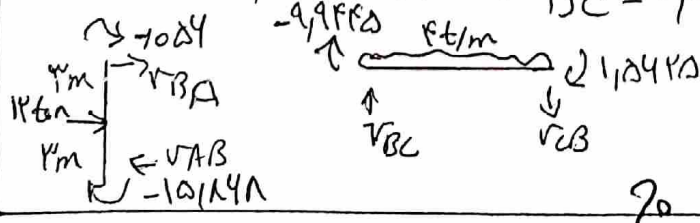
$$12EI\theta_B + EI\theta_C = -12$$

از I و II دو معادله را در هم ضرب و با هم جمع می‌کنیم

$$M_{AB} = -18/14 \text{ t.m} \quad M_{BA} = -10/24 \text{ t.m}$$

$$M_{BC} = -9/9 \text{ t.m} \quad M_{CB} = 1/24 \text{ t.m}$$

$$M_{CD} = -1/24 \text{ t.m} \quad M_{DC} = -1/12 \text{ t.m}$$



AB : $\sum M_A = 0 \Rightarrow v_{BA} \times 2 + 12 \times 2 = 10,141 + 10,84 \Rightarrow v_{BA} = 1,418 \text{ ton} \leftarrow$

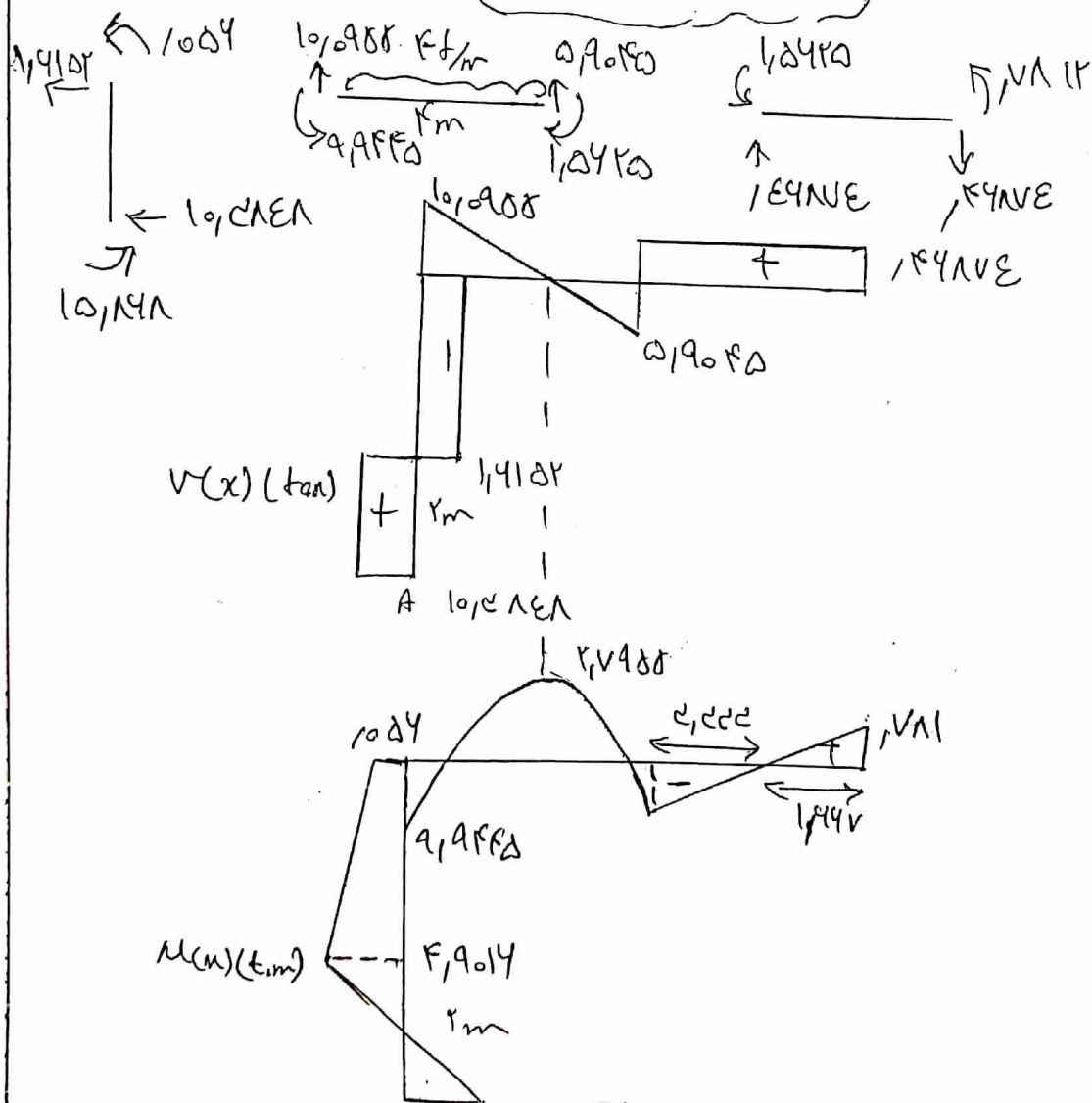
$\sum F_x = 0 \Rightarrow v_{AB} = 10,141 \text{ ton} \leftarrow$

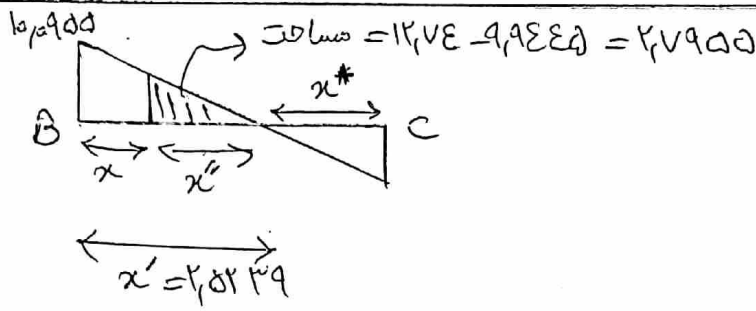
BC : $\sum M_B = 0 \Rightarrow v_{CB} \times 2 + 14 \times 2 + 1,812 \times 2 = 9,988 \Rightarrow v_{CB} = 2,908 \text{ ton} \uparrow$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow v_{BC} + 2,908 \times 2 = 14 \Rightarrow v_{BC} = 10,908 \text{ ton} \uparrow$

CD : $\sum M_C = 0 \Rightarrow v_{DC} \times 2 = 14 \times 2 + 1,2 = 29,4 \Rightarrow v_{DC} = 14,7 \text{ ton} \uparrow$

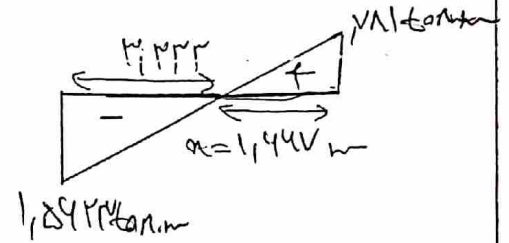
$\sum F_y = 0 \Rightarrow v_{CD} = 14,7 \text{ ton} \uparrow$





$$10,900 - R x' = 0 \Rightarrow x' = 2.0239 \text{ m}$$

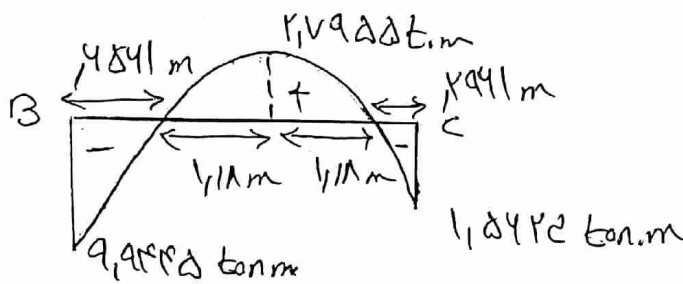
$$x^* = 2 - 2.0239 = 1.9761 \text{ m}$$



$$\frac{1.781}{x} = 1.44 = \frac{1.781}{x}$$

$$\Rightarrow x = 1.44 \text{ m}$$

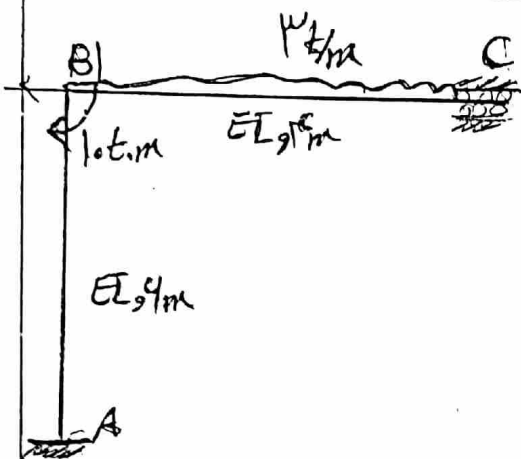
$$2 - 1.44 = 0.56 \text{ m}$$



$$\begin{cases} \frac{y' x''}{x} = 2.7920 \\ \frac{y'}{x^2} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{R x''}{x} = 2.7920 \Rightarrow x'' = 1.18 \text{ m}$$

تحليل سازه II دکتر روستا

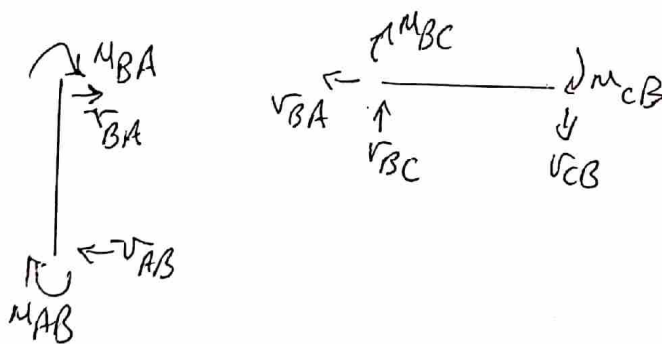


(ex)

$$\begin{aligned} M_{AB} &= \frac{EI}{4} \left(0 + \theta_B - \frac{\Delta}{4} \right) + 0 \\ M_{BA} &= \frac{EI}{4} \left(2\theta_B + 0 - \frac{\Delta}{4} \right) + 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} M_{AB} = \frac{EI}{4} \theta_B - \frac{EI\Delta}{4} \\ M_{BA} = \frac{EI}{2} \theta_B - \frac{EI\Delta}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} M_{BC} &= \frac{EI}{4} \left(\theta_B + 0 - 0 \right) - \frac{10 \times 4^2}{12} \\ M_{CB} &= \frac{EI}{4} \left(\theta_B + 0 - 0 \right) + \frac{10 \times 4^2}{12} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} M_{BC} = EI\theta_B - E \\ M_{CB} = EI\theta_B + E \end{cases}$$

① $M_{BA} + M_{BC} = 10$



BC: $\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{BA} = 0$

② AB: $\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = -\frac{1}{4} (M_{AB} + M_{BA}) = 0$

$$M_{BA} + M_{AB} = 0 \quad (I) \Rightarrow \frac{1}{2} EI \theta_B - \frac{1}{4} EI \Delta + \frac{1}{2} EI \theta_B - \frac{1}{4} EI \Delta = 0$$

$$M_{BA} + M_{BC} = 10 \quad (II) \Rightarrow \frac{1}{2} EI \theta_B - \frac{1}{4} EI \Delta + EI \theta_B - E = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} EI \theta_B - \frac{1}{2} EI \Delta = 0 & (I) \\ \frac{3}{2} EI \theta_B - \frac{1}{4} EI \Delta - E = 10 & (II) \end{cases}$$

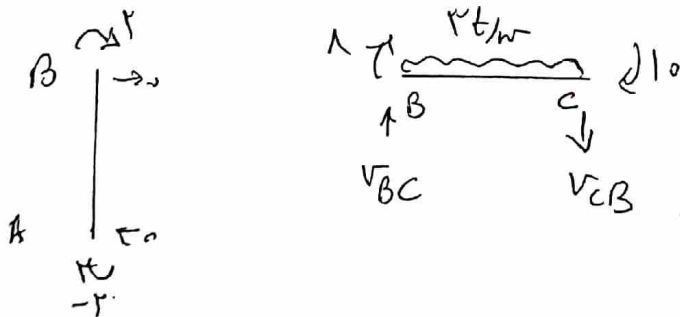
$$\Rightarrow \begin{cases} EI \theta_B = 12 \Rightarrow \theta_B = \frac{12}{EI} \\ EI \Delta = 24 \Rightarrow \Delta = \frac{24}{EI} \end{cases}$$

$$M_{AB} = \frac{1}{2} EI \times \frac{12}{EI} - \frac{1}{4} EI \times \frac{24}{EI} = 6 - 6 = 0 \text{ t.m.} \Rightarrow M_{AB} = 0 \text{ t.m.}$$

$$M_{BA} = \frac{1}{2} EI \times \frac{12}{EI} - \frac{1}{4} EI \times \frac{24}{EI} = 6 - 6 = 0 \text{ t.m.} \Rightarrow M_{BA} = 0 \text{ t.m.}$$

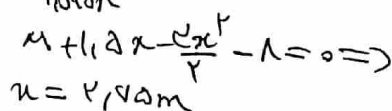
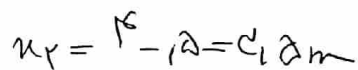
$$M_{BC} = EI \times \frac{12}{EI} - E = 12 - E = 1 \text{ t.m.} \Rightarrow M_{BC} = 1 \text{ t.m.}$$

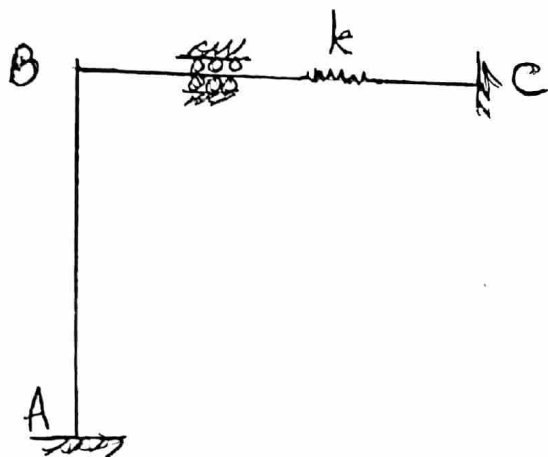
$$M_{CB} = \frac{1}{2} EI \times \frac{12}{EI} + E = 6 + E = 10 \text{ t.m.} \Rightarrow M_{CB} = 10 \text{ t.m.}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 1 + 10 + V_{CB} \times 1 + 1 \times 1 \times 1 = 0 \Rightarrow V_{CB} = -10.2$$

$$(V_{CB} = 10.2 \text{ t.m.}) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow (V_{BC} = 1.2 \text{ t.m.})$$

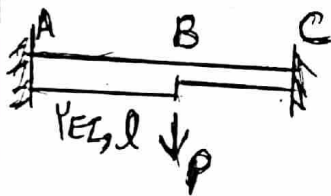
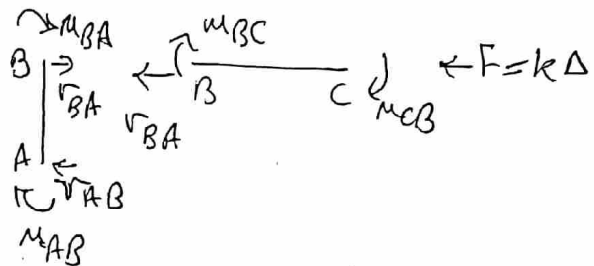




۱- از قندار استه با سیم

$$V_{BA} + k\Delta = 0 \quad (I)$$

$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad (II)$$



۲- حول سطحی فرضی در پایین B متفاوت است پس همان طریقی

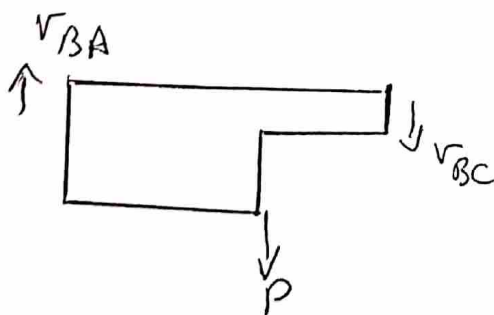


$$M_{BC} = \frac{2EI}{l} \left(\theta_B + 0 - \frac{Pl}{2EI} \right)$$

$$\Delta_{AB} \oplus$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad (I)$$

$$\Delta_{BC} \ominus$$



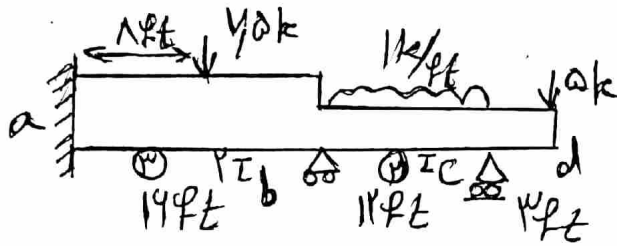
$$V_{BA} = - \frac{(M_{AB} + M_{BA})}{l_1}$$

$$V_{BC} = - \frac{(M_{BC} + M_{CB})}{l_2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BA} - V_{BC} - P = 0 \quad (II)$$

در هر دو معادله ۱ و ۲ با حل معادلات (I) و (II) مجهولات بدست می آید.

(۲۰) در شکل زیر یک سازه را در مقطع متعارف با تکیه ها غیر قابل چرخش نشان داده شده است. دیاگرام نیروی برشی و گشتاور خمشی را برای این سازه رسم کنید.



در اینجا $2EI k_{ab} = 2EI \left(\frac{2I}{14} \right) = \frac{EI}{7}$ و $2EI k_{bc} = \frac{2EI}{12} = \frac{EI}{6}$

سین؟ مقدار نسبی همگرا نام نبویم $\Rightarrow 2EI k_{bc} = 2$ و $2EI k_{ab} = 3$

مقادیر نسبی $2EI$ در داخل دایره های در شکل نشان داده شده است.

چون تکیه ها a و d و غیر قابل چرخش اند $\theta_a = 0$ و $R_{ab} = R_{bc} = 0$

$$M_{fab} = -\frac{(40)(14)}{8} = -18 \text{ k-ft}$$

$$M_{fba} = +15 \text{ k-ft}$$

$$M_{fbc} = -\frac{(5)(12)^2}{12} = -12 \text{ k-ft}$$

$$M_{fcb} = 12 \text{ k-ft}$$

$$M_{ab} = 3(\theta_b) - 15$$

$$M_{ba} = 3(2\theta_b) + 15 = 6\theta_b + 15$$

$$M_{bc} = 2(\theta_b + \theta_c) - 12 = 2\theta_b + 2\theta_c - 12$$

$$M_{cb} = 2(2\theta_c + \theta_b) + 12 = 2\theta_b + 4\theta_c + 12$$

مجهولات θ_b و θ_c هستند که آن‌ها را با در نظر گرفتن دوسه موجود در اتصالات

ب و c بدست می‌آوریم.

$$\sum M_b = 0 \Rightarrow M_{ba} + M_{bc} = 0$$

$$M_{cb} = \Delta \times 3 = 1\Delta$$

$$6\theta_b + 2\theta_c + 3 = 0 \quad (I)$$

با توجه به معادلات داریم :

$$2\theta_b + \theta_c - 2 = 0 \quad (II)$$

$$\theta_b = -\frac{1}{4} \text{ و } \theta_c = 1$$

با حل (I) و (II) داریم :

از جابجایی این مقادیر در معادلات سست افق و گشتاور انتهای اعضا بدست می‌آید

$$M_{ab} = -14.8 \text{ kips}$$

$$M_{ba} = 12 \text{ kips}$$

$$M_{bc} = -12 \text{ kips}$$

$$M_{cb} = +1\Delta \text{ kips}$$

$$R_A = V_{ab} = \frac{1\Delta}{4} + \frac{14.8 - 12}{14} = 2.02 \text{ kips} \uparrow$$

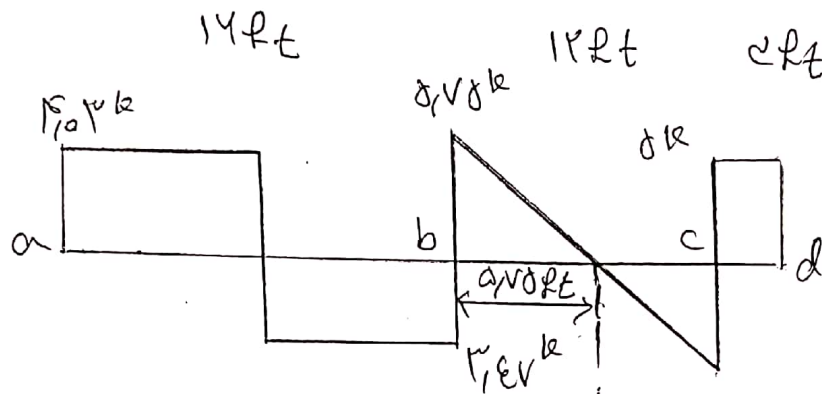
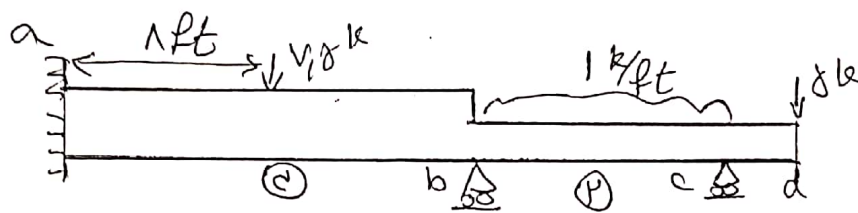
$$V_{ba} = -\frac{14.8}{4} + \frac{14.8 - 12}{14} = -2.47 \text{ kips} \uparrow$$

$$V_{bc} = \frac{12}{4} - \frac{12 - 12}{12} = 3 \text{ kips} \uparrow$$

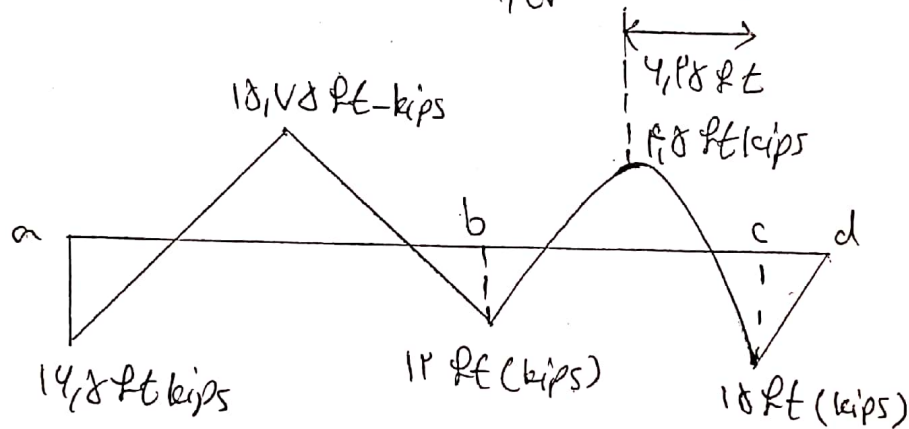
$$R_B = 2.47 + 3 = 5.47 \text{ kips} \uparrow$$

$$V_{cb} = -\frac{12}{4} - \frac{12 - 12}{12} = -3 \text{ kips} \uparrow$$

$$V_{cd} = 2 \text{ kips} \uparrow, R_c = 5.47 + 2 = 7.47 \text{ kips} \uparrow$$



$V(x)$ (kips)

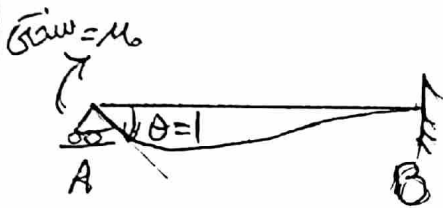


$M(x)$ (ft kips)

$$-0 + 11.18 - 1 \times x = 0 \Rightarrow x = 11.18 - 0 = 11.18 \text{ ft}$$

مستطی

مقدار گشتل یا نیروی نه باشد دوران واحد یا جابه جایی واحد شود.



$$M_{AB} = M_0 = \frac{2EI}{L} (2 + \theta_B - 0) + 0$$

$$M_0 = \frac{2EI}{L} + \frac{2EI \theta_B}{L}$$

$$M_{BA} = 0 = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + 1 - 0) + 0 \Rightarrow \theta_B = -\frac{1}{2}$$

$$M_0 = \frac{2EI}{L} + \frac{2EI}{L} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow M_0 = \frac{2EI}{L} = k$$

تقسیم گشتل

ماتریس مستطی نه ماتریس مستطیل است.



$$[k_{ij}]_{4 \times 4} \times \begin{bmatrix} R_{xA} \\ R_{xB} \\ R_{yA} \\ R_{yB} \\ M_A \\ M_B \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}_{4 \times 1}$$

$$k_{12} = k_{21}$$

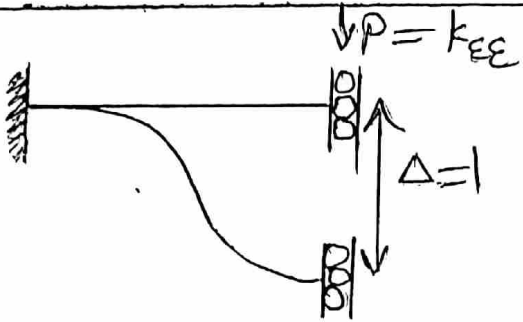
$$k_{21} = k_{12}$$

$$k_{34} = k_{43}$$

$$k_{43} = k_{34}$$

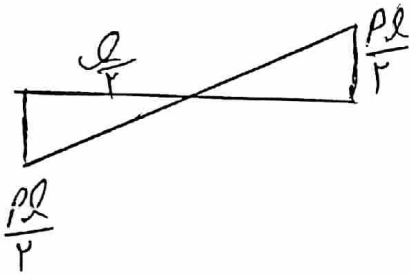
تحلیل سازه ها به روش ماتریس سختی

سرو وارد در موقعیت زن و متی که این
موقعیت تغییر مکانی برابر ۱ دهد.

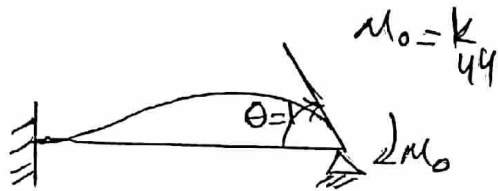


$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(0 + 0 - \frac{\Delta}{L} \right) + 0 = -\frac{4EI}{L}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(0 + 0 - \frac{\Delta}{L} \right) + 0 = -\frac{4EI}{L}$$



$$-\frac{4EI}{L} = -\frac{PL}{2} \Rightarrow P = \frac{12EI}{L^2} = k_{\theta\theta}$$



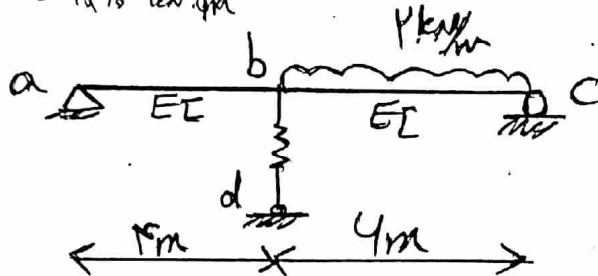
$$M_o = \frac{2EI}{L} (1 + 0 - 0) + 0 = \frac{4EI}{L} = k_{\theta\theta}$$

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

(2X) اگر سیم و بارگذاری نشان داده شده بارش سیم افقی شیار فنر را بدست آورید

$$EI = 2 (10^4) \text{ kN-cm}^2 \quad \text{و} \quad k = 1 \frac{\text{kN}}{\text{cm}} = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad (\text{توجه: واحد ها مهم است})$$

$$= 2 \times 10^6 \text{ kN-cm}^2$$



$$M_{bc} = -4 \text{ kN.m}$$

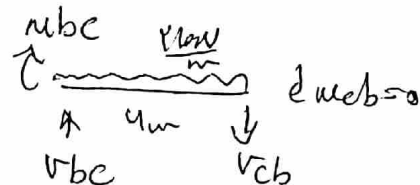
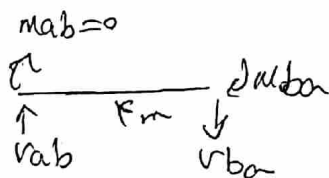
$$M_{cb} = 4 \text{ kN.m}$$

$$\textcircled{I} \quad M_{ab} = \frac{2EI}{l} (2\theta_a + \theta_b - \frac{\Delta}{l}) - 0 = 0 \Rightarrow EI\theta_a + 2EI\theta_b - 2 \times 10^6 \Delta = 0$$

$$M_{ba} = \frac{2EI}{l} (2\theta_b + \theta_a - \frac{\Delta}{l}) + 0$$

$$M_{bc} = \frac{2EI}{4} (2\theta_b + \theta_c + \frac{\Delta}{4}) - 4$$

$$\textcircled{II} \quad M_{cb} = \frac{2EI}{4} (2\theta_c + \theta_b + \frac{\Delta}{4}) + 4 = 0$$



$$\textcircled{III} \quad V_{ba} + k\Delta - V_{bc} = 0 \quad \text{چون } \Delta \text{ داریم به معادله برش احتیاج داریم}$$

$$V_{ba} + M_{ba} = 0 \Rightarrow V_{ba} = -\frac{1}{l} M_{ba} = -\frac{2EI}{14} (2\theta_b + \theta_a - \frac{\Delta}{l}) + 0$$

$$= -2 \times 10^6 \theta_b - 2 \times 10^6 \theta_a + 14 \times 10^6 \Delta$$

$$V_{bc} \times 4 + M_{bc} - 4 \times 10^6 \Delta = 0 \Rightarrow 4V_{bc} = \frac{34 - M_{bc}}{4} =$$

$$4 - \frac{M_{bc}}{4} = 4 - \frac{2EI}{34} (2\theta_b + \theta_c + \frac{\Delta}{4}) + \frac{4}{4} = 4 - \frac{2 \times 2 \times 10^6 \times 2}{34} \theta_b$$

$$- \frac{2 \times 2 \times 10^6}{34} \theta_c - \frac{2 \times 2 \times 10^6 \times \Delta}{34 \times 4} + 1 = 4 - 222222 \theta_b - 111111 \theta_c - 144144 \Delta =$$

$$-2222, 22\theta_b - 1111, 11\theta_c - 122, 22\Delta + V = 0 \quad \text{bc}$$

$$-1\Delta \times 10^F \theta_b - 2\delta \times 10^F \theta_a + 1, 122 \times 10^F \Delta + 2222, 22\theta_b + 1111, 11\theta_c + 122, 22\Delta - V + 1000\Delta = 0 \Rightarrow -2222, 22\theta_b - 2\delta \times 10^F \theta_a + 1111, 11\theta_c + 2\delta \times 10^F \Delta - V = 0 \quad \text{III}$$

$$M_{ba} + M_{bc} = 0 \Rightarrow \frac{PEI}{L} (2\theta_b + \theta_a - \frac{\Delta}{L}) + \frac{PEI}{L} (2\theta_b + \theta_c + \frac{3\Delta}{L}) - 4 = 0$$

$$2 \times 10^F \theta_b + 1\Delta \times 2 \times 10^F \theta_a - 2\delta \times 10^F \Delta + 122, 22\theta_b + 4444, 44\theta_c + 1000\Delta - 4 = 0 \Rightarrow 2222, 22\theta_b + 10^F \theta_a + 4444, 44\theta_c - 2\delta \times 10^F \Delta - 4 = 0$$

بموجب این معادلات

$$10^F \theta_a + 2222, 22\theta_b + 4444, 44\theta_c - 2\delta \times 10^F \Delta - 4 = 0 \quad \text{I}$$

$$-2\delta \times 10^F \theta_a - 2222, 22\theta_b + 1111, 11\theta_c + 2\delta \times 10^F \Delta - V = 0 \quad \text{II}$$

$$44 \times 10^F \theta_b + 122 \times 10^F \theta_c + 1\Delta \times 10^F \Delta + 4 = 0 \quad \text{III}$$

$$2 \times 10^F \theta_a + 10^F \theta_b - 2\delta \times 10^F \Delta = 0 \quad \text{IV}$$

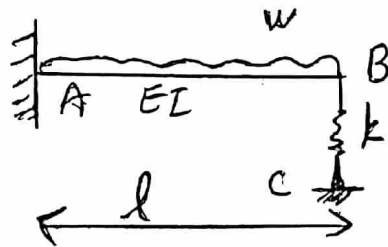
$$\theta_a = 1, 229 \times 10^{-3} \quad \theta_b = 0, 428 \times 10^{-3} \quad \theta_c = -1, 22 \times 10^{-3}$$

$$\Delta = 1, 03 \times 10^{-3}$$

$$\text{نیروی افقی} = 1, 03 \times 10^{-3} \times 1000 = 1, 03 \text{ تن}$$

تحلیل سازه II دکتر موسی

(۲۴) رابطه برای سیم‌کش فشرده شده است و در دو وسیله با جابجایی‌های مقدار Δ و Δ فشرده شده است. Δ



$$E = 20000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, I = 2000 \text{ cm}^4$$

$$k = 2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}, w = 8 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$M_{AB} = -k\Delta - \frac{wl^2}{12}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l} (\theta_B - \frac{\Delta}{l}) - \frac{wl^2}{12}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{l} (2\theta_B - \frac{\Delta}{l}) + \frac{wl^2}{12}$$

$$M_{BA} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{l} (2\theta_B - \frac{\Delta}{l}) + \frac{wl^2}{12} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{l} (2\theta_B - \frac{\Delta}{l}) = -\frac{wl^2}{12}$$

$$\Rightarrow \theta_B = -\frac{wl^3}{8EI} + \frac{\Delta}{2l} \Rightarrow$$

بجایگزینی در رابطه M_{AB}

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l} (-\frac{wl^3}{8EI} + \frac{\Delta}{2l} - \frac{\Delta}{l}) - \frac{wl^2}{12} \Rightarrow M_{AB} = \frac{2EI}{l} (-\frac{wl^3}{8EI} - \frac{\Delta}{2l})$$

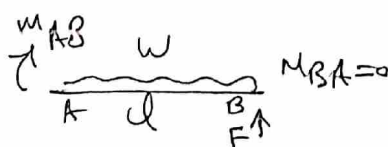
$$-\frac{wl^2}{12} \Rightarrow M_{AB} = -(\frac{wl^2}{12} + \frac{EI\Delta}{l^2})$$

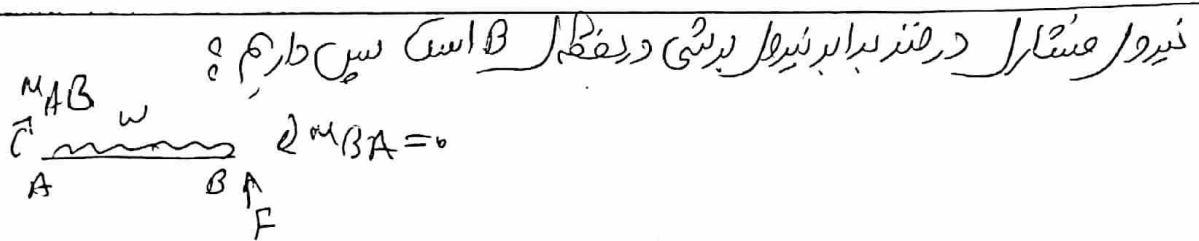
در این رابطه Δ و M_{AB} مجهول اند

$$F = k\Delta \Rightarrow \Delta = \frac{F}{k}$$

$$M_{AB} = -(\frac{wl^2}{12} + \frac{EI F}{l^2 k}) \quad (I)$$

در این رابطه M_{AB} و F مجهول اند.





$$\uparrow \sum M_A = 0 \Rightarrow M_{AB} - F \cdot l + \frac{w l^2}{2} = 0 \Rightarrow M_{AB} = F l - \frac{w l^2}{2} \quad (I)$$

$$F = \frac{M_{AB}}{l} + \frac{w l}{2} \quad (II) \quad \text{نیرو فضا}$$

با قرار دادن (I) در (II)، رابطه زیر برای نیرو فضا بدست می آید.

$$-F l + \frac{w l^2}{2} = \frac{w l^2}{2} + \frac{3 E I F}{k \theta^2} \Rightarrow \frac{w l^2}{2} - \frac{w l^2}{2} = \frac{3 E I F}{k \theta^2} + F l \Rightarrow$$

$$\frac{3 w \theta^2}{2} = F \left(\frac{3 E I}{k \theta^2} + l \right) \Rightarrow F = \frac{3 w \theta^2}{2} / \left(\frac{3 E I}{k \theta^2} + l \right) \Rightarrow$$

$$F = \frac{3 w \theta^2}{2} \left(\frac{1}{\frac{3 E I}{k \theta^2} + l} \right) \Rightarrow \frac{3 w \theta^2}{2} \left(\frac{1}{\frac{3 E I}{k \theta^2} + l} \right)$$

$$\left(F = \frac{3}{2} w l \left(\frac{1}{1 + \frac{3 E I}{k \theta^2 l}} \right) \right)$$

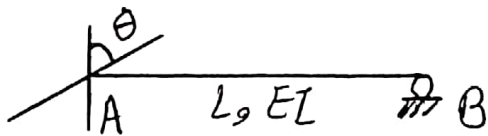
$$F = \frac{3}{2} (12 \frac{kN}{m} \times 10 \text{ cm}) \left(\frac{1}{1 + \frac{3 \times 20000 \frac{kN}{cm^2} \times 10 \text{ cm}}{8 \frac{kN}{cm} \times 10^4 \times 10^{-4} \text{ cm}^4}} \right) \Rightarrow$$

$$F = \frac{3}{2} (12 \text{ kN}) \frac{1}{1 + \frac{3 \times 10^4 \text{ kN/cm}^2}{8 \times 10^4 \times 10^{-4} \text{ kN/cm}^2}} = \frac{18}{21} \text{ kN} = 1.19 \text{ kN}$$

$(F = 1.19 \text{ kN})$ نیرو فضا

(پرسش های چهارگزینه ای کارشناسی ارشد)

۱- مطابق شکل زیر تحت اثر هر یک از موارد زیر که در تکیه A و در تکیه B قرار می گیرد، اندک تکیه می باشد. A و هر یک از تکیه ها B به ترتیب کدام است؟



$$(1) \quad \frac{\theta}{2}, \frac{3EI\theta}{L}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (\theta_A + 2\theta_B - \frac{\Delta}{L}) = \frac{2EI}{L} (\theta + 2\theta_B) = 0$$

$$(2) \quad \theta, \frac{3EI\theta}{L}$$

$$\Rightarrow \theta + 2\theta_B = 0 \Rightarrow \theta_B = -\frac{\theta}{2}$$

$$(3) \quad \frac{\theta}{2}, \frac{4EI\theta}{L}$$

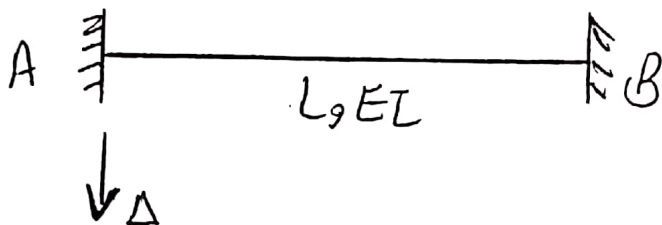
$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - \frac{\Delta}{L}) =$$

$$\frac{2EI}{L} (2\theta - \frac{\theta}{2}) = \frac{3EI\theta}{L}$$

$$(4) \quad \theta, \frac{4EI\theta}{L}$$

گزینه (۱) درست است.

۲- ضوابط شکل زیر، تیرکست انرژست تیلید هی Δ در تیلید له A قرار دارد. تیلیدهای تیلید هی هم قدر است و



$$\frac{3EI\Delta}{L^2} \quad (1)$$

$$\frac{4EI\Delta}{L^2} \quad (2)$$

$$\frac{4EI\Delta}{L^2} \quad (3)$$

$$\frac{8EI\Delta}{L^2} \quad (4)$$

به دلیل اینکه چرخش BA با دساعتگرد است در روابط سیب افت باید جای Δ ، $-\Delta$ قرار دهیم و

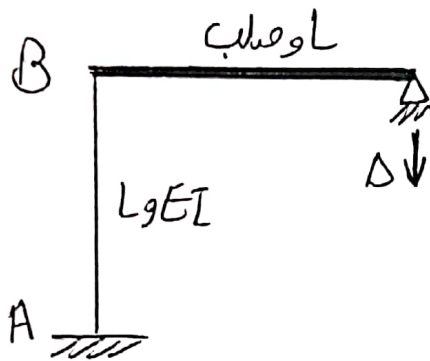
$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{L} \right)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\Delta}{L} \right)$$

$$\theta_A = \theta_B = 0, \Delta, -\Delta \Rightarrow M_{AB} = M_{BA} = \frac{4EI\Delta}{L^2}$$

کدشیر (۳) درست است.

۳- مطابق شکل سازه زیر تحت اثر نشست کلیه Δ در تکیه گاه C قرار دارد. بدین
ویندگی تکیه گاه A به ترتیب کدام است؟



$$\frac{2EI\Delta}{L^2}, \frac{4EI\Delta}{L^3} \quad (1)$$

$$\frac{3EI\Delta}{L^2}, \frac{4EI\Delta}{L^4} \quad (2)$$

$$\frac{2EI\Delta}{L^2}, \frac{4EI\Delta}{L^2} \quad (3)$$

$$\frac{3EI\Delta}{L^2}, \frac{4EI\Delta}{L^4} \quad (4)$$

اگر تکیه گاه C به میزان Δ نشست کند هیچ شیب ساعتی در تکیه گاه B برابر $\frac{\Delta}{L}$ می باشد.

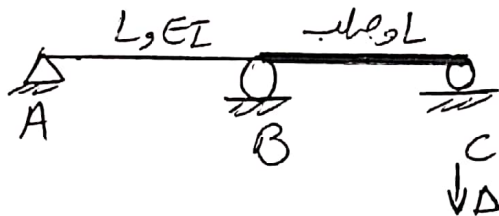
$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (\theta_A + \theta_B - \frac{\Delta}{L}) = \frac{2EI}{L} (0 + \frac{\Delta}{L} - 0) = \frac{2EI\Delta}{L^2}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (\theta_A + 2\theta_B - \frac{\Delta}{L}) = \frac{2EI}{L} (0 + \frac{2\Delta}{L} - 0) = \frac{4EI\Delta}{L^2}$$

$$V_A = -\frac{(M_{AB} + M_{BA})}{L} = -\frac{[\frac{2EI\Delta}{L^2} + \frac{4EI\Delta}{L^2}]}{L} = -\frac{4EI\Delta}{L^3}$$

= کشش (درست است).

۴- مطابق شکل سازه زیر تحت اثر نشست تکیه می Δ در تکیه‌گاه C قرار می‌گیرد. نسبت تکیه در تکیه‌گاه A چه قدر است؟



$$\frac{\Delta}{L} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta}{2L} \quad (2)$$

$$\frac{\Delta}{3L} \quad (3)$$

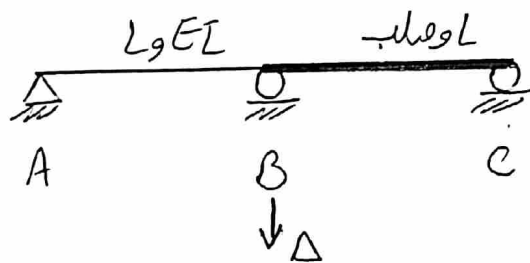
$$\frac{\Delta}{4L} \quad (4)$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - \frac{\Delta}{L}) = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \frac{\Delta}{L} - 0) = 0$$

$$\Rightarrow 2\theta_A + \frac{\Delta}{L} = 0 \Rightarrow \theta_A = -\frac{\Delta}{2L} \quad \text{با دساعتگرد}$$

گزینه (۲) درست است.

۵- مطابق شکل، سازه زیر تحت اثر نشست تکیه‌ها Δ در تکیه‌ها B و C قرار می‌گیرد. سلب تیر در تکیه‌ها A چه قدر است؟ نکته تکیه‌ها B چه قدر است؟



$$(i) \quad \frac{2EI\Delta}{L^2} \text{ و } \frac{\Delta}{L}$$

$$(ii) \quad \frac{4EI\Delta}{L^2} \text{ و } \frac{2\Delta}{L}$$

$$(iii) \quad \frac{4EI\Delta}{L^2} \text{ و } \frac{3\Delta}{L}$$

$$(iv) \quad \frac{3EI\Delta}{L^2} \text{ و } \frac{4\Delta}{L}$$

باتوجه به سلب بودن BC، اگر تکیه‌ها B و C نشست کنند هیچ‌گونه نیروی B برابر $\frac{\Delta}{L}$ (با دست‌نماد) می‌باشد.

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{L} \right) =$$

$$\frac{2EI}{L} \left(2\theta_A - \frac{\Delta}{L} - \frac{3\Delta}{L} \right) = \frac{2EI}{L} \left(\theta_A - \frac{4\Delta}{L} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\theta_A - \frac{4\Delta}{L} = 0 \Rightarrow \theta_A = \frac{4\Delta}{L}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3\Delta}{L} \right) =$$

$$\frac{2EI}{L} \left(\frac{4\Delta}{L} - \frac{4\Delta}{L} - \frac{3\Delta}{L} \right) = -\frac{4EI\Delta}{L^2}$$

تحلیل سازه با دست‌نماد

در تکیه‌ها B و C نیست است.

۱ مقدمه

روش توزیع گنگ روشی کاربردی برای تحلیل تیرهای نامعین بلبسته و یا قاب‌های خمشی صفحه‌ای با اتصالات صلب می‌باشد. روش‌های در قبل مورد بحث قرار گرفتند (مثل روش نیروها و یا سیب - افست) شامل حل چند معادله حل چند مجهول می‌شدند که حل این معادلات در صورت افزایش تعداد مجهولات، قسمت عمده محاسبات عددی را تشکیل داده و باعث طولانی شدن تحلیل می‌شد. اما روش توزیع گنگ شامل حل معادلات چند مجهول نبوده و فقط در مواردی که قاب دارای درجه آزادی تغییر مکان انتقالی می‌باشد، تعداد معادلات برابر تعداد درجه آزادی است که با تعداد معادلات روش‌های دیگر قابل مقایسه است. اصل از دیگر روش توزیع گنگ دوره‌ای بودن محاسبات آن است بدین معنی که در هر دوره از محاسبات به جواب واقعی نزدیک‌تر می‌شویم. بنابراین می‌توان محاسبات را با توجه به دقت مورد نظر، در مرحله‌ای متوقف کرد. روش توزیع گنگ در واقع تعبیری از معادله سیب افست با استفاده از اصل جمع آثار قوا می‌باشد. با مراجعه به رابطه‌ی اساسی سیب افست که به صورت زیر است:

$$M_{ab} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_a + \theta_b - \frac{\Delta}{L} \right) + M_{F_{ab}}$$

مشاهده می‌کنیم که گنگ مؤثر بر انتهای عضو از مجموع اثر چهار عامل مختلف تشکیل می‌شود که عبارتند از:

- ۱- گنگ ناشی از نیروهای خارجی مؤثر بر عضو، هرگاه عضو به صورت دو سر گیردار فرض شود که این گنگ‌ها گنگ‌های گیرداری می‌گویند.

۲- گنگنه‌نایی از دوران انتهای نزدیک

۳- گنگنه‌نایی از دوران انتهای دور

۴- گنگنه‌نایی از دوران کلی عفتو

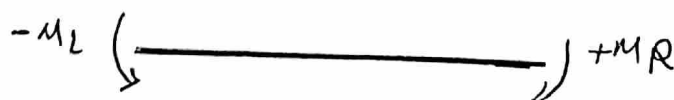
حیوان گنگنه‌نمایی به جمع چهار اثر فوق من باشد، می‌توان فرض نمود که هر عاملی جداگانه اثر نموده و جواب نهایی جمع جمعی گنگنه‌ها به علت تأثیر عوامل مذکور است.

(تعارف پایه و مورد نیاز)

قبل از بیان اصول روش توزیع گنگنه، بیان چند تعریف پایه ضروری است.

الف) قرارداد علامت

قرارداد مورد استفاده برای جهت مثبت گنگنه‌های انتهای در روش توزیع گنگنه‌ها این است که در مورد روش مثبت افت استفاده کردیم. یعنی گنگنه وارد انتهای عفتو در صورتی مثبت است که ساعد باشد. بنابراین در شکل زیر گنگنه‌های مثبت منفی و گنگنه‌های راست مثبت من باشد.

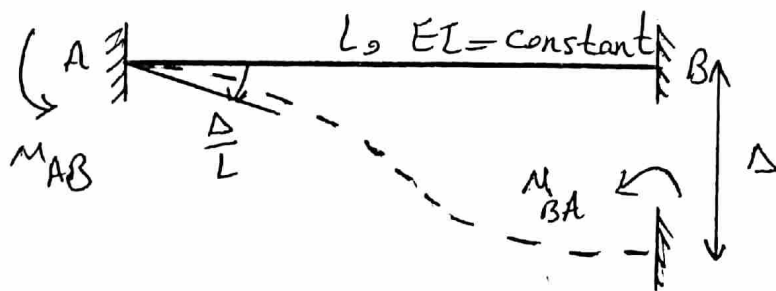


ب) گنلهای گیرداری

در استفاده از روش توزیع گنله، لازم است که گنلهای انتهای تولید شده در عضو وقتی که دو انتهای آن گیردار فرض شود، معلوم باشد. به این گنلهای گنلهای گیرداری گفته می شود که روش تعیین آن در فصل قبل ذکر شد.

پ) گنلهای گیرداری ناشی از تغییر مکان نسبی دو انتهای عضو

در حالت کلی، گنلهای گیرداری تولید شده در عضو با EI ثابت در اثر تغییر مکان نسبی دو انتهای آن به اندازه Δ ، با استفاده از رابطه ی سیب - افق، به صورت زیر بدست می آید:



$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - \frac{\Delta}{L}) + M_{FAB}$$

$$\theta_A = \theta_B = 0, \quad M_{FAB} = 0$$

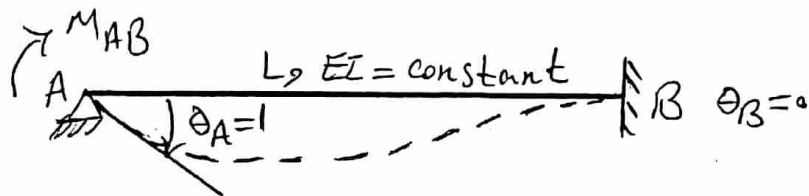
$$M_{AB} = M_{BA} = -\frac{4EI\Delta}{L}$$

در رابطه ی فوق، Δ وقتی مثبت است که دوران کلی عضو در جهت حرکت عقربه های ساعت باشد.

ت) سختی دورانی مطلق

برای عضو با مقطع یکسان (EI ثابت) سختی دورانی مطلق و یا به زبان ساده سختی، عبارتست از گشتا نهایی لازم برای ایجاد دورانی به اندازه 1 واحد در یک انتهای، وقتی که انتهای دیگر گیردار فرض می شود و از دوران کلی عضو جلوگیری شده باشد. عضو AB که EI آن ثابت می باشد را در نظر بگیرید. انتهای B گیردار و انتهای A برای جلوگیری از دوران کلی عضو، دارای تکیه گاه ساده است. گشتا نهایی لازم در انتهای A برای دوران $\theta_A = 1$ و $\theta_B = 0$ با استفاده از رابطه ی سیم انتی به صورت زیر بدست می آید:

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - 0) + 0 = \frac{2EI}{L} (2+0) = \frac{4EI}{L}$$



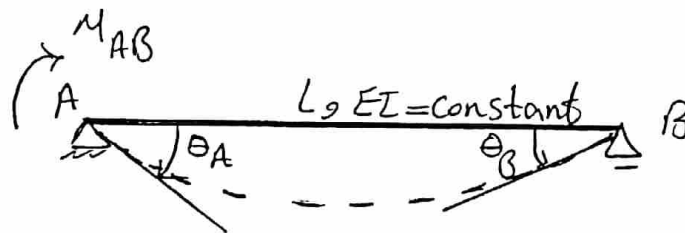
این گشتا همان سختی دورانی مطلق می باشد که آن را با k' نمایش می دهیم:

$$k'_{AB} = \frac{4EI}{L}$$

نسبت $\frac{L}{EI}$ را که با حرف k نمایش می دهیم، ضریب سختی و یا سختی نسبی نامیده می شود. برای اعضایی با همان اندیسی ثابت $k' = 4Ek$ می باشد.

ث) سختی دورانی لاهش یافته

برای عینوی با مقطع کثیرالاضلاع (EI ثابت) سختی دورانی لاهش یافته عبارتست از گشتاورهای لازم برای ایجاد دورانی به اندازه θ واحد در یک انتهای و قی که انتهای دیگر سازه فرض می شود عینو AB که EI آن ثابت می باشد را در نظر بگیرد. هر دو انتهای A و B ساده می باشند. گشتاورهای لازم در انتهای A برای دوران $\theta_A = 1$ و $\theta_B = 0$ با استفاده از رابطه سیب افت صورت زیر بدست می آید.



$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2 + \theta_B - 0) + 0$$

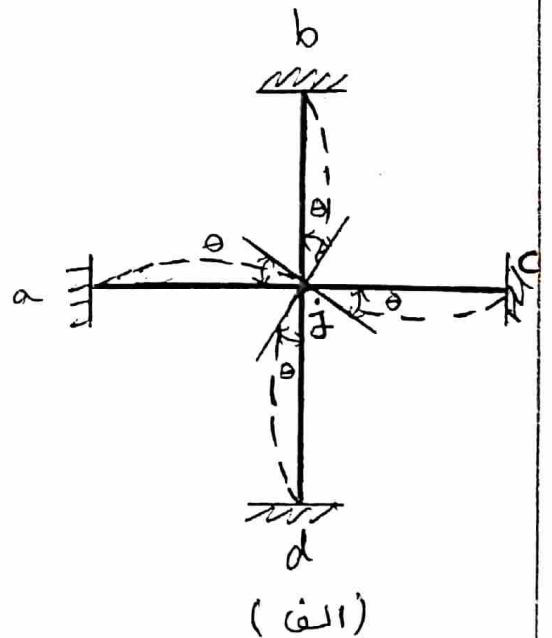
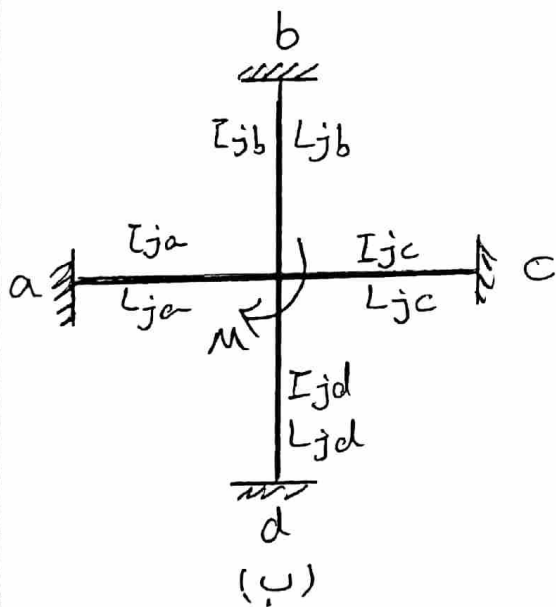
$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + 1 - 0) + 0 = 0 \Rightarrow \theta_B = -\frac{1}{2}$$

$$K^R = M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2 - \frac{1}{2}) = \frac{2EI}{L} (\frac{3}{2})$$

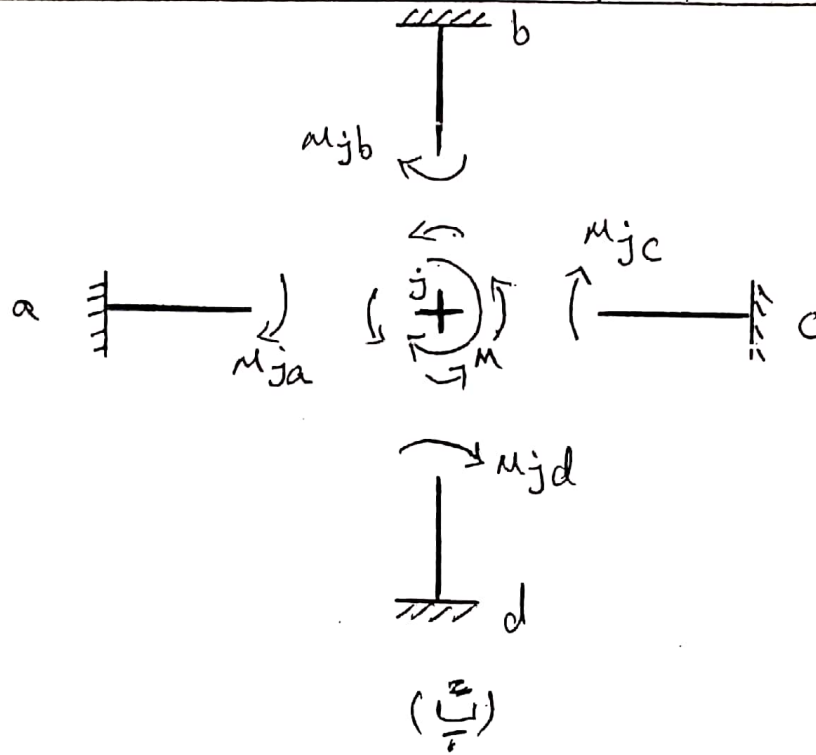
$$K^R = \frac{3EI}{L} = \frac{3}{2} K' \quad (K' = \frac{4EI}{L})$$

ج) ضربه توزیع

قاب شکل زیر را در نظر بگیرید. این قاب از ۴ عضو که در انتهای آن گیردار و انتهای دیگر آن در نقطه‌ای از یک بزرگ‌تر، طور مایل متصل شده است و تسطیل می‌شود. اگر گشتاور ساعتگرد M به گره وارد شود، باین می‌شود که گره به اندازه θ در جهت عقربه‌های ساعت به سمت چپ بماند. دوران نماید. چون گره در مایل می‌باشد، هم‌اکنون در مایل الاستیک در انتهای آن تمام اعضا به اندازه θ زاویه می‌یابد. گشتاور M توسط ۴ عضو عینوی که در گره θ به بزرگ‌تر متصل شده‌اند مقابله می‌شود. برای متعادل کردن اثر گشتاور M به گره‌های M_{ja} و M_{jb} و M_{jc} و M_{jd} در انتهای آن تمام اعضا وجود می‌آید که به نام گشتاورهای توزیع شده نامیده می‌شود. شکل (ب)



تحلیل سازه II > کتر و دینا



تعداد گره‌ها را از اجزای مثبت می‌کنند.

$$m_{ja} + m_{jb} + m_{jc} + m_{jd} = M \quad (\text{الف})$$

از اعمال رابطه ریب - افق بدال چهار عضو خواهم داشت:

$$m_{ja} = \frac{4EI}{L_{ja}} \theta = 4EI k_{ja} \theta = k'_{ja} \theta \quad (\text{ب})$$

$$m_{jb} = \frac{4EI}{L_{jb}} \theta = 4EI k_{jb} \theta = k'_{jb} \theta$$

$$m_{jc} = \frac{4EI}{L_{jc}} \theta = 4EI k_{jc} \theta = k'_{jc} \theta$$

$$m_{jd} = \frac{4EI}{L_{jd}} \theta = 4EI k_{jd} \theta = k'_{jd} \theta$$

باقی ماندن معادلات با ، در معادله الف بدست می آوریم :

$$(k'_{ja} + k'_{jb} + k'_{jc} + k'_{jd}) \Theta = \mu$$

یا

$$FE(k_{ja} + k_{jb} + k_{jc} + k_{jd}) \Theta = \mu$$

بنابراین

$$\Theta = \frac{\mu}{FE \sum k}$$

(ب)

که در آن $\sum k = k_{ja} + k_{jb} + k_{jc} + k_{jd}$ می باشد.

از معادلات ب و پ نتیجه می شود :

$$\mu_{ja} = \frac{k_{ja}}{\sum k} \mu = D_{ja} \mu$$

$$\mu_{jb} = \frac{k_{jb}}{\sum k} \mu = D_{jb} \mu$$

$$\mu_{jc} = \frac{k_{jc}}{\sum k} \mu = D_{jc} \mu$$

$$\mu_{jd} = \frac{k_{jd}}{\sum k} \mu = D_{jd} \mu$$

که در آن $D_{ji} = \frac{k_{ji}}{\sum k}$ یا D_{ji} ضریب توزیع نامیده می شود.

بنابراین می توان گفت ، گند توزیع شده در انتهای ن عصب i ن وقتی که گرهی j در آن

گند μ دوران می نماید، برابر است با حاصل ضرب توزیع D_{ji} در گند μ .

در تعیین ضرایب توزیع D_{ji} به جای مقادیر واقعی k یا k' می توان از مقادیر نسبی آن ها استفاده کرد.

carry-over factor

(ج) ضریب انتقال

ضریب انتقال برابر است با نسبت گشتاورهای رسته در انتهای دوم (گشتاور فرضی می شود) به گشتاوره در انتهای نزدیک عضو (گشتاور انتقال آن حلقه گشتاور می شود ولی اجازه در دوران دارد) با توجه به شکل اگر گشتاورهای M_{AB} در انتهای نزدیک A تا گشتاورهای رسته در انتهای دور B که M_{BA} نامیده می شود با استفاده از رابطه زیر بدست می آید.

$$M_{BA} = C_{AB} M_{AB}$$

که در آن C_{AB} ضریب انتقال از A به B می باشد. برای عضو با EI ثابت و با استفاده از محادلات سین-افکت خواهیم داشت:

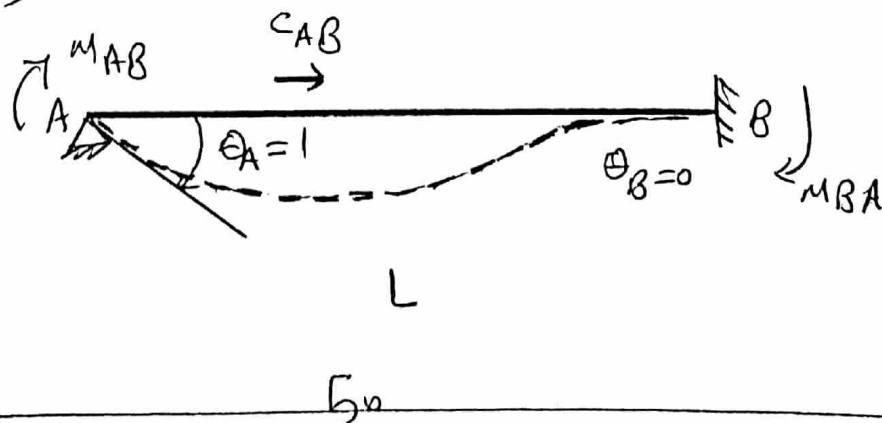
$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (\theta_A) = \frac{1}{2} M_{AB} \Rightarrow C_{AB} = \frac{1}{2}$$

$$C_{BA} = \frac{1}{2}$$

با توجه فرض کلیه گشتاورها A و B و محل تأثیر گشتاور خارجی، نتیجه می شود:

$$(C_{AB} = C_{BA} = \frac{1}{2})$$



روش دگر برای بدست آوردن ضرایب توزیع

Distribution factor

(DF)

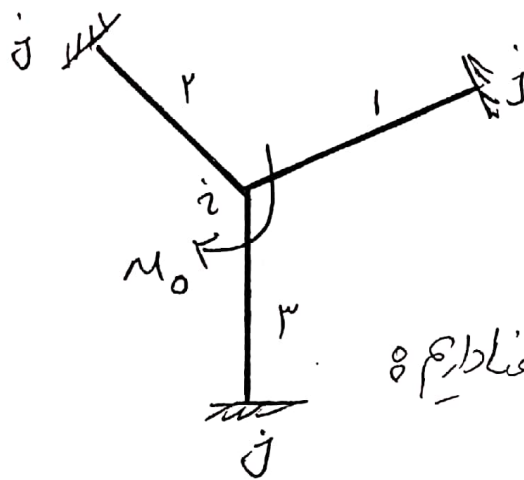
ضرایب توزیع گره

stiffness

(k)

سختی عضو

قطعه ای که بررسی می شود با همان انبساط ثابت است.



با فرضی معادلان گسب افت برای هر کدام از اعضا داریم:

(الف)

$$M_{ij1} = \frac{2EI_1}{L_1} (2\theta_i + 0 - 0) + 0 = M_{ij1} = \frac{4EI_1}{L_1} \theta_i$$

$$M_{ji1} = \frac{2EI_1}{L_1} (\theta_i + 0 - 0) + 0 = M_{ji1} = \frac{2EI_1}{L_1} \theta_i$$

$$M_{ij2} = \frac{2EI_2}{L_2} (2\theta_i + 0 - 0) + 0 = M_{ij2} = \frac{4EI_2}{L_2} \theta_i$$

$$M_{ji2} = \frac{2EI_2}{L_2} (0 + \theta_i - 0) + 0 = M_{ji2} = \frac{2EI_2}{L_2} \theta_i$$

$$M_{ij3} = \frac{2EI_3}{L_3} (2\theta_i + 0 - 0) + 0 = M_{ij3} = \frac{4EI_3}{L_3} \theta_i$$

$$M_{ji3} = \frac{2EI_3}{L_3} (0 + \theta_i - 0) + 0 = M_{ji3} = \frac{2EI_3}{L_3} \theta_i$$

$$\sum \mu_i = \mu_o \Rightarrow \left[\frac{\epsilon E L_1}{L_1} + \frac{\epsilon E L_2}{L_2} + \frac{\epsilon E L_e}{L_e} \right] \theta_i = \mu_o \Rightarrow$$

$$\left[k_{i1} + k_{i2} + k_{ie} \right] \theta_i = \mu_o \Rightarrow \sum_{j=1}^3 k_{ij} \theta_i = \mu_o \Rightarrow$$

$$\theta_i = \frac{\mu_o}{\sum_{j=1}^3 k_{ij}} \quad (ب)$$

باتوجه به معادلات سبب افقی که در معنی قبل ذکر شد (معادلات الف) و معادلات (ب) نتایج زیر بدست می آید:

$$\mu_{ij1} = \frac{k_{ij1}}{\sum k} \mu_o = DF_{ij1} \mu_o$$

$$\mu_{ij2} = \frac{k_{ij2}}{\sum k} \mu_o = DF_{ij2} \mu_o$$

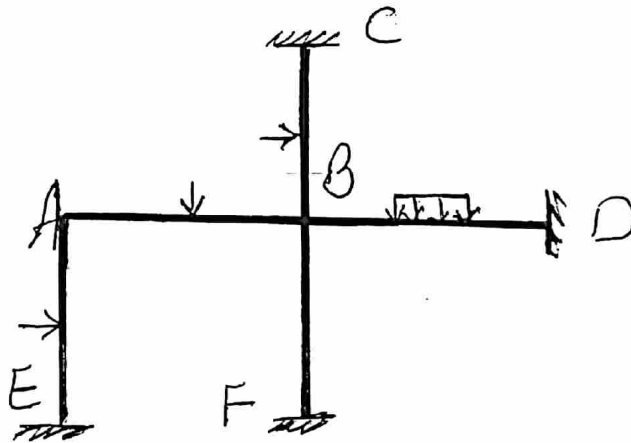
$$\mu_{ije} = \frac{k_{ije}}{\sum k} \mu_o = DF_{ije} \mu_o$$

جمع ضرایب بخش یا به عبارتی جمع DF ها در هر ردیف برابر یک است.

$$\frac{\sum k_{ij}}{\sum k_{ij}} = \frac{\sum k_{ij}}{\sum k_{ij}} = 1$$

۱) شرح کلی روش گزینش

اصول اساسی روش گزینش تئوری توان با مطالعه سازه و شکل زیر تشریح نمود. در این سازه فرض شده است که تکیه گاه های C، D، E و F گیردار بوده و در هنگام بارگذاری دوران و نشست نمی نمایند. همچنین فرض شده است که اعضای سازه در گره های A و B به خصوص به دلیل متصل شدنند به طوری که روابری بین اعضا در هنگام دوران گره ها که در تکیه گاه های خارجی رخ می دهد تعبیر نمی نمایند. اولین گام در روش گزینش، ایجاد وسیله و یا قید مجازی خارجی در گره های A و B می باشد. هدف از قرار دادن این موانع مجازی جلوگیری از دوران گره ها می باشد و بنابراین آنها باید قادر به ایجاد گزینش های واکسش در هنگام بارگذاری باشند.



وقتی که تمام گره ها به این نحو در برابر دوران گیردار گردیدند، هر عضو از سازه به مثابه یک تیر دوسر گیردار خواهد بود. فعلاً می گوییم که نیروهای خارجی با توجه به شکل بالا به سازه انداخته اند گزینش های تکیه گاه های در این اعضا به وجود خواهند آمد. در گزینش گیردار، مانع خارجی باید گزینش که به نام گزینش نامتناهی نامیده می شود، به سازه اعمال نماید تا از دوران گره جلوگیری شود.

این گنله نامتبادل برابر مجموع جیبی گنله‌های گنله‌داری در گره می‌باشند. برای مثال گره‌ی A مانع
خارجی باعث وجود آمدن یک گنله کل برابر با مجموع جیبی گنله‌های گنله‌داری ای‌دشده در انتهای A
اعضای AB و AE می‌شود.

گام بعدی در روش توزیع گنله، برداشتن مانع خارجی در گره‌های می‌باشد. چون در یک گره وقتی که
مانع خارجی نبوده و کوپل خارجی نیز به آن گره اعمال نگردد گنله خارجی برابر صفر است، لذا برداشتن
ممان از گره راضی توان با افتاده نمودن گنله‌ی در صفر برای ولی در جهت مخالف گنله نامتبادل در گره
ایجاد داد. گنله‌ی که باید به گره وارد شود به نام گنله متقابل گنله نامیده می‌شود. وقتی که گنله متقابل
گنله به گره افتاده می‌شود، گره‌ی دوران یافته و گنله‌های در انتهای هر یک از اعضای متصل در آن گره
ایجاد می‌شود. برای مثال گنله متقابل گنله مؤثر به شماره در گره‌ی A در شکل صفحه قبل باری
ایجاد گنله‌های در اعضای AB و AE می‌شود. در واقع گنله متقابل به مؤلفه‌های که به نام گنله‌های
توزیع شده نامیده می‌شود نیز به دریده و هر یک از آنها به باری از اعضای متصل در گره اثر می‌نماید و
چون تمام اعضاء متصل به یک گره، به هم نام تأثیر گنله متقابل گنله دارای دوران یکسانی
در گره می‌باشند، لذا هیچ از گنله متقابل گنله که در هر عضو خفیف توزیع می‌گردد نسبتی به مقاومت
این عضو در برابر دوران خواهد داشت. به عبارت دیگر، هر عضو یکسان گنله در گره مانند یک فنر دورانی
برای مقاومت در برابر دوران گره عمل می‌نماید. چون مقدار دوران برای تمام اعضاء یکسانی می‌باشد،
گنله توزیع شده به هر عضو به نسبت شیب دورانی آن عضو خواهد بود.

در صورتی که سویی های دورانی معلوم باشند، کسری از گنله متقابل گنله را که در هر عفو
 بجز عفو می توزیع می گردد، می توان از تقسیم سویی آن عفو بر مجموع سویی های اعنای متقابل
 در آن گره بدست آورد. برای مثال در صورتی که اعنای AB و AE یکسان باشند در نتیجه دارای
 سویی یکسانی بوده و نصف گنله متقابل در هر یک از آن ها توزیع خواهد گشت. چنان چه سویی
 AB دو برابر سویی عفو AE باشد، گنله توزیع شده به AB برابر $\frac{2}{3}$ گنله متقابل بوده و $\frac{1}{3}$
 دیگر گنله به عفو AE مؤثر خواهد بود. ضریبی که در گنله متقابل ضرب می گردد تا گنله توزیع شده را
 بدست دهد، به نام ضریب توزیع برای عفو در گرهی مورد نظر نامیده می شود.

ایجاد گنله توزیع شده در انتهای عفو، معمولاً موجب بوجود آمدن گنله در انتهای دیگر
 می گردد. برای مثال توزیع گنله در انتهای A عفو AB در شکل باعث بوجود آمدن گنله
 در انتهای B همان عفو می شود زیرا گرهی B به هنگام متقابل گنله در انتهای A در برابر
 دوران گیردار می باشد. انتهای از عفو در جای که گره متقابل می گردد به نام انتهای نزدیک
 عفو و انتهای دیگر به نام انتهای دور نامیده می شود. بنابراین وقتی که گنله در انتهای نزدیک
 عفو می توزیع می شود، گنله به نام گنله انتقالی در انتهای دور آن بوجود می آید. ضریبی که
 در گنله توزیع شده ضرب می گردد تا گنله انتقالی را بدست دهد، به نام ضریب انتقال نامیده می شود.

پس از آن که گنله متقابل در گره ای توزیع گشت، گره به متقابل می رسد یعنی هیچ حید خارجی لازم
 نخواهد بود. اما ممکن است گره های دیگری در سازه وجود داشته باشند که هنوز با مانع خارجی در برابر

دوران گیرداری می باشد. از اینرو، لازم می آید که در غرض محدود کردن گره ای است که اکنون به تعادل
 رسیده در برابر دوران می باشد، و سپس آزاد کردن گره ی بعدی اجازه است. برای مثال
 هرگاه تعادل در گره ی A سازه ی شکل ۱، برقرار شده باشد لازم است قبل از آزاد کردن
 گره ی B مورد آن گره در برابر دوران گیردار گردد. وقتی که گره ی B آزاد گردد عمل توزیع
 گنگ در آن گره گنگار گردیده، و بایستی ایجاد گنگ انتقالی به وسیله ی عضو AB در گره ی A می گردد.
 این بدان معنی است که گره ی A باید داشتن مانع خارجی محدوداً نامتعادل می شود، گره ی B
 باید دوباره در برابر دوران گیردار شده و سپس گره ی A به همان روش قبل به تعادل در آید.
 روش توزیع گنگ دارای طبیعت دوره ای بوده و آن قدر ادامه می یابد تا گنگ های نامتعادل در گره ها
 به قدری کوچک گردند که بتوان از آن ها صرف نظر کرد.
 یک مرحله ی گیردار و آزاد نمودن هر گره از سازه را یک دوره ی توزیع گنگ می نامند. روش توزیع
 گنگ یک روش تقریبی نبوده بلکه یک روش تقریبی متوالی است که به وسیله ی آن نتایج دقیق،
 با هر درجه ای از دقت می توان بدست آورد. در عمل دوره های محاسباتی حفظ تا هنگامی که
 دقت مطلوب در نتایج حاصل شود ادامه می یابد. غالباً دو یا سه دوره ی محاسبه ی نتایج
 به دست می دهد که دارای دقت دورقم اعشاری می باشد. وقتی که محاسبات توسط کامپیوتر
 انجام می گیرد، معمول است که دوره های افراطی برای حصول دقت عددی بیشتر به نامبرزی
 گردد. البته این افزایش در دقت حفظ از حفظ نظر محاسبات عددی مهم بوده و از حفظ روش تقریبی
 سازه معنای نخواهد داشت.

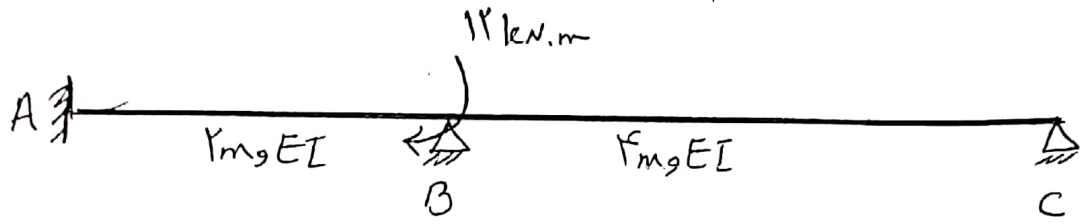
مراحل مختلف توزیع گنله برای سازه‌های بدون انتقال گرهی

- ۱- فدرایب بسوی - فدرایب توزیع - فدرایب انتقال برای تمام اعضا محاسبه می‌شوند.
- ۲- گره‌ها در برابر دورای گیردار شوند.
- ۳- گنله‌های گیرداری برای تمام اعضا محاسبه گردند.
- ۴- گره‌ای که ابتدا باید آزاد گردد انتخاب شده و گنله نامتقادل در آن گره محاسبه شود.
- ۵- گنله‌های توزیع شده در انتهای نزدیک اعضای شرکت کننده در گرهی مورد نظر محاسبه می‌شوند.
- ۶- گنله‌های انتقالی به انتهای دور اعضای شرکت کننده در گره مستوفس شوند.
- ۷- مجدداً گرهی تقادل یافته در برابر دوران گیردار شده و گرهی بعدی برای آزاد نمودن انتخاب گردد. مراحل ۴-۵-۶ تکرار شده و محاسبات تا وقتی تمام گره‌ها یکبار به تقادل رسیده و در دوره محاسبات کامل گردد ادامه یابد.

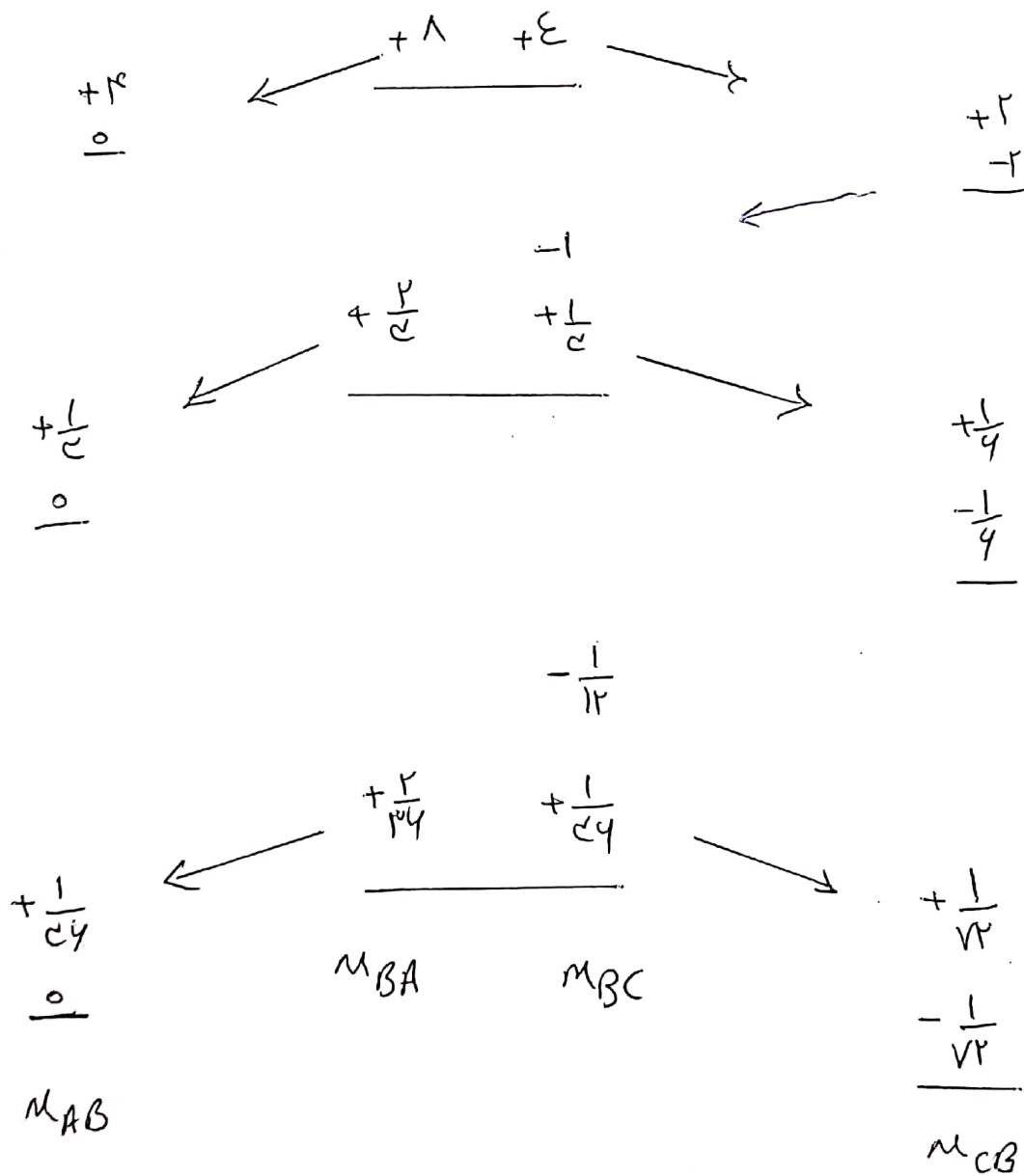
- ۸- مراحل ۴ تا ۷ به نحو دوره‌ای ادامه یابند تا گنله‌های نامتقادل کوچک و قابل اغماض گردند.
- ۹- مجموع گنله‌ها محاسبه می‌شوند تا گنله‌های نهایی در سازه حاصل شوند.

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

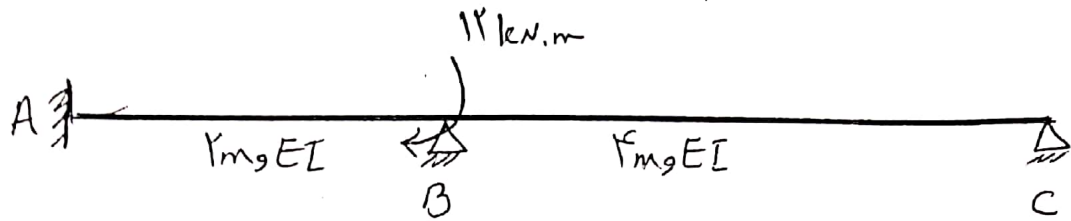
(ex) تدریس زیر را با روش خنثی سازی کنید



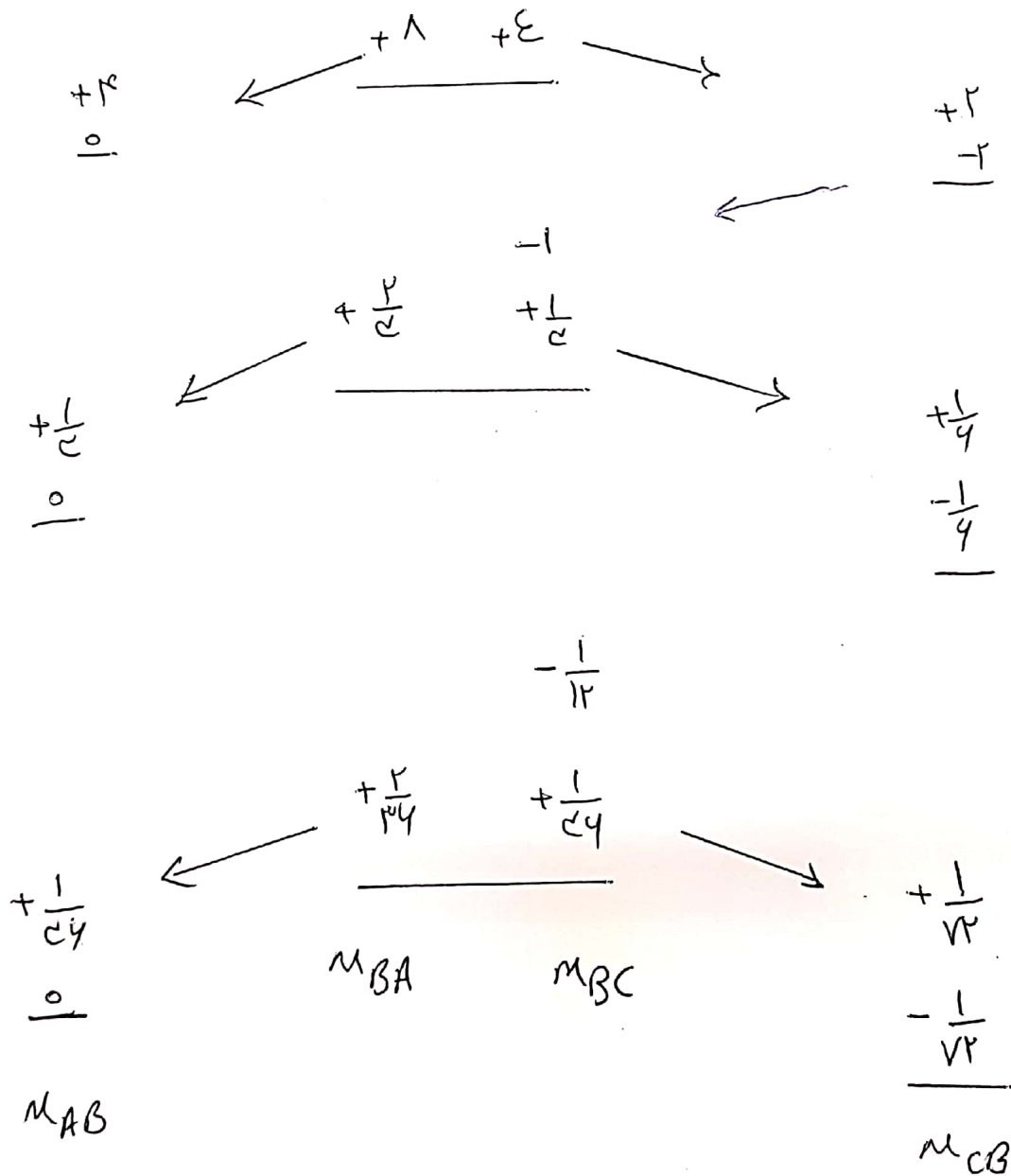
	AB	BA	BC	CB
DF	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1



(ex) تیر شکل زیر را با روش خنثی کننده تحلیل کنید



	AB	BA	BC	CB
DF	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

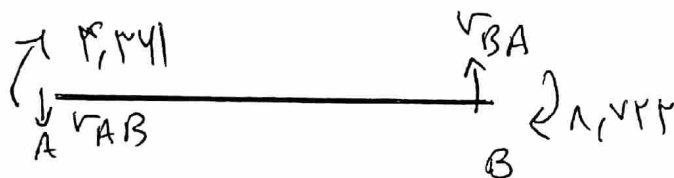


$$\left\{ \begin{aligned} M_{AB} &= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{24} = 1.041 \text{ kN.m} \end{aligned} \right.$$

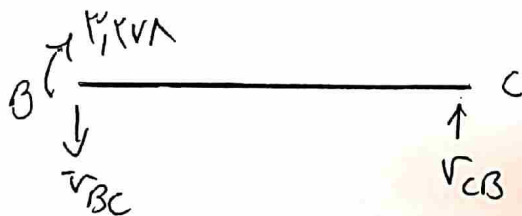
$$M_{BA} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{24} = 1.041 \text{ kN.m}$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_{BC} &= 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = 0.041 \text{ kN.m} \end{aligned} \right.$$

$$M_{CB} = 1 - 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12} - \frac{1}{12} = 0$$



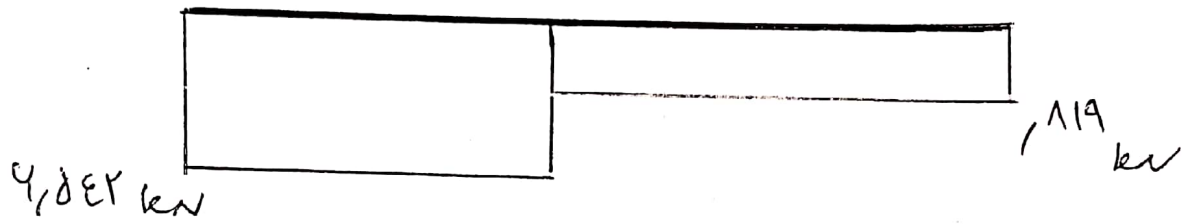
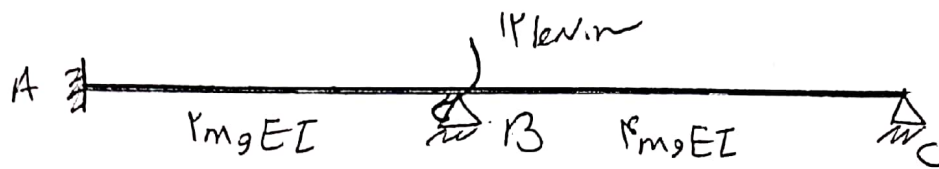
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = 4.85 \text{ kN} \uparrow, \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} = 4.85 \text{ kN} \downarrow$$



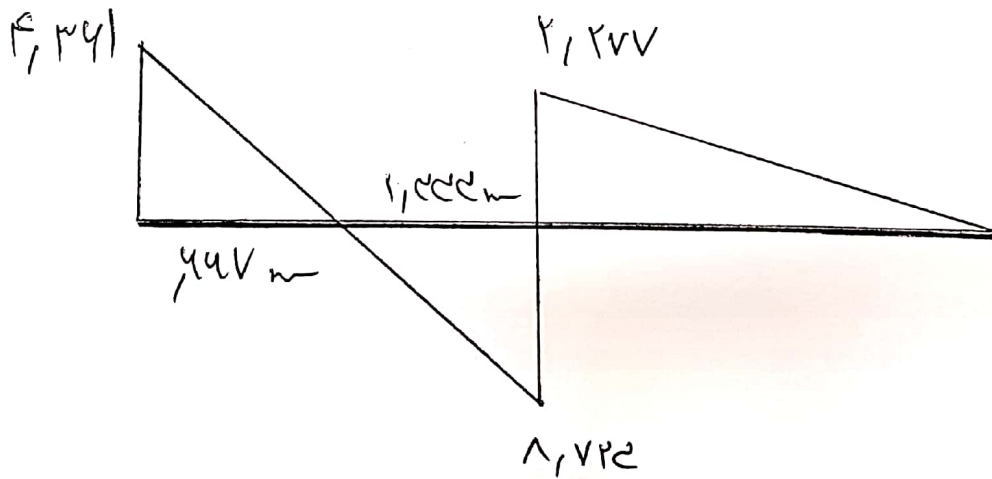
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{CB} = 1.19 \text{ kN} \uparrow, \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = 1.19 \text{ kN} \downarrow$$

تحليل سازه II

دکتر علی محمد روستا

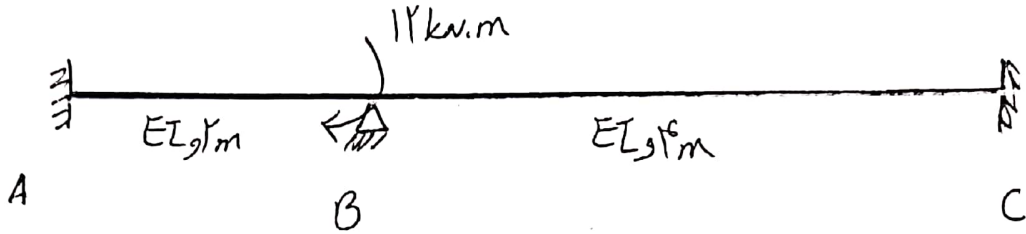


$V(x) \text{ (kN)}$



$M(x) \text{ (kNm)}$

(ex) تیر زیر را با استفاده از روش خنثی کنده تحلیل کنید



	AB	BA	BC	CB
DF	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$M_{AB} = 12 \text{ kN.m}$$

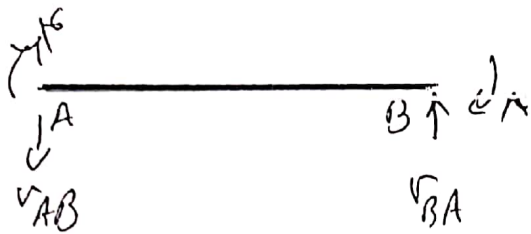
$$M_{BC} = 12 \text{ kN.m}$$

$$M_{BA} = 12 \text{ kN.m}$$

$$M_{CB} = 12 \text{ kN.m}$$

$$DF_{BA} = \frac{\frac{12EI}{2}}{\frac{12EI}{2} + \frac{12EI}{4}} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$DF_{BC} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



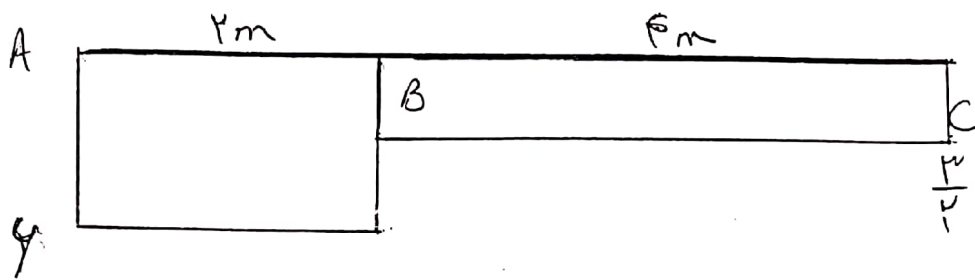
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 4 + 4 = V_{BA} \times 4 \Rightarrow V_{BA} = 4 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} = 4 \text{ kN} \downarrow$$

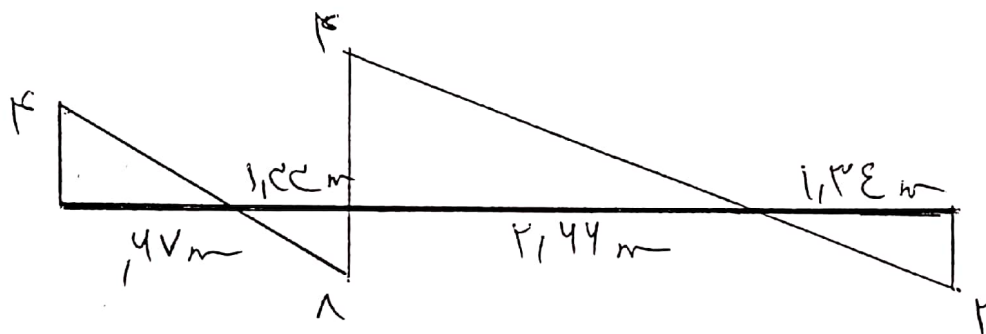


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow (4 + 4) = V_{CB} \times 4 \Rightarrow V_{CB} = \frac{8}{4} \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = \frac{8}{4} \text{ kN} \downarrow$$



$V(x) \text{ (kN)}$



$M(x) \text{ (kN.m)}$

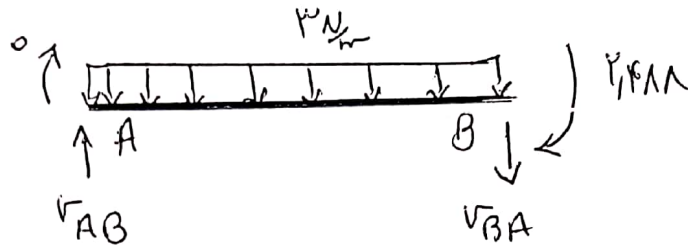
تحليل سازه II دکتر علی محمد روستا

Diagram of a beam ABC with a hinge at B. Segment AB has length 4m, EI, and is subjected to a UDL of 1 kN/m. Segment BC has length 2m, EI, and is subjected to a point load of 4 kN at C. A counter-clockwise moment of 1 kN.m is applied at B.

64 MHA MBE

$$\begin{cases} \sum M_{AB} = 0 \\ M_{BA} = 7,5 \text{ kN.m} \end{cases}$$

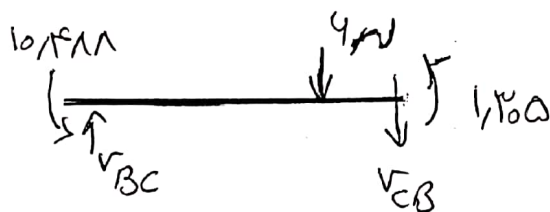
$$\begin{cases} M_{BC} = -10,7 \text{ kN.m} \\ M_{CB} = -1,70 \text{ kN.m} \end{cases}$$



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 7,5 + 1,5 \times 8 = -V_{BA} \times 8 \Rightarrow V_{BA} = -4,422 \text{ kN}$$

$$V_{BA} = 4,422 \text{ kN} \uparrow$$

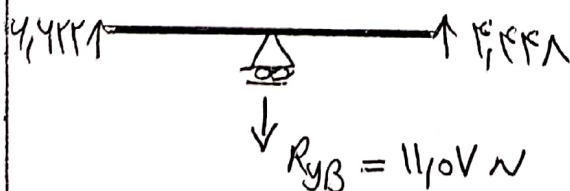
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} + 4,422 = 12 \Rightarrow V_{AB} = 7,578 \text{ kN} \uparrow$$

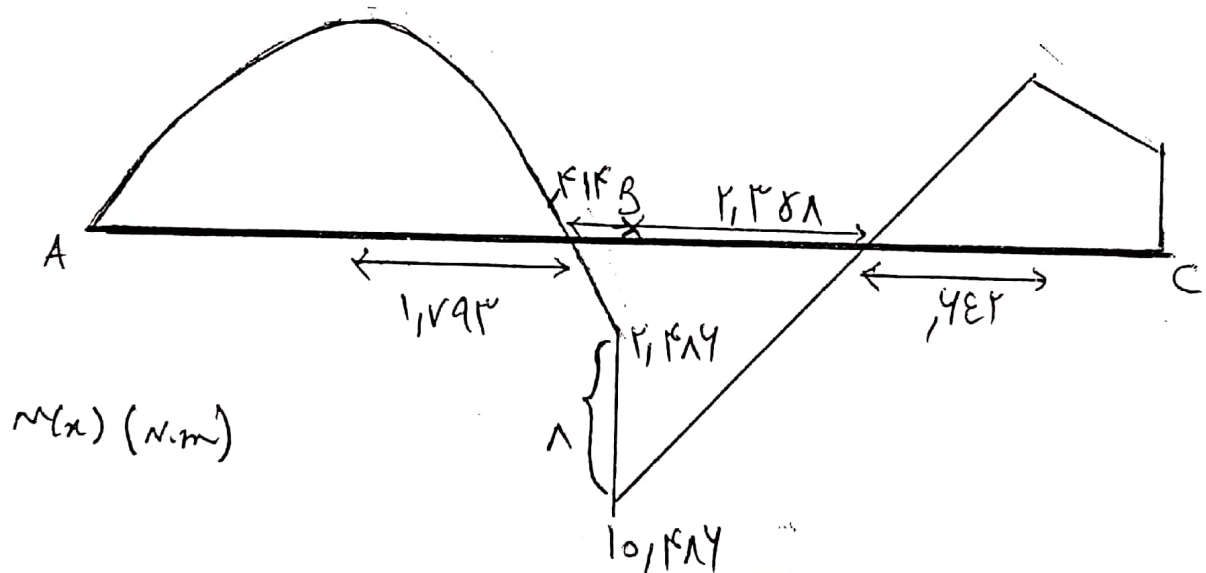
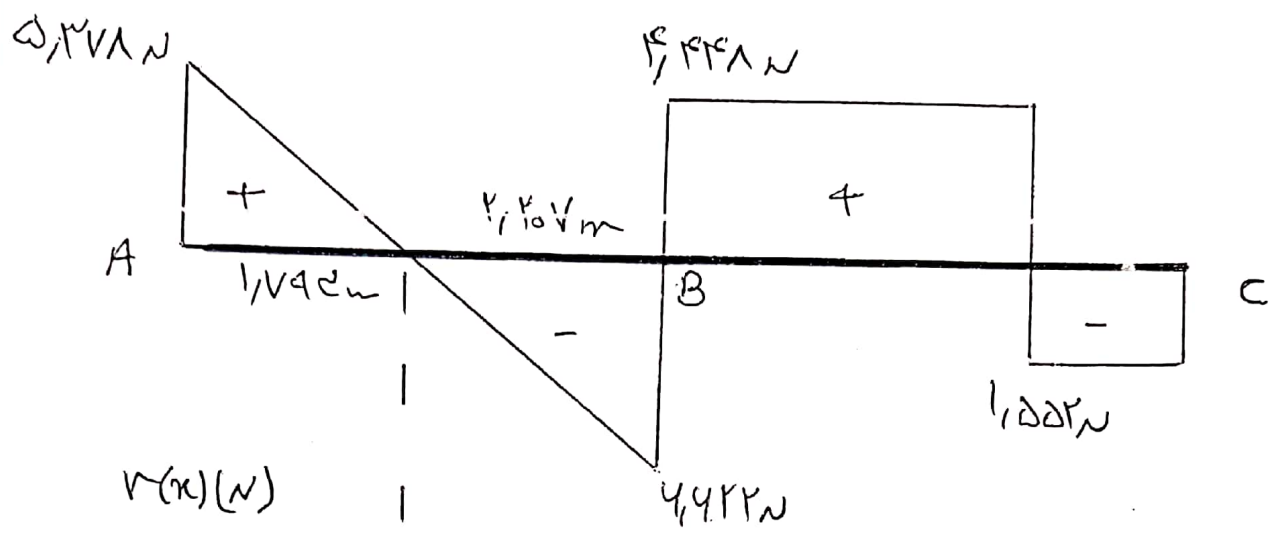


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 4 \times 2 + M_{CB} \times 1 = 1,70 + 10,7 \Rightarrow V_{CB} = -1,087 \text{ kN}$$

$$V_{CB} = 1,087 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = 7,578 \text{ kN} \uparrow$$



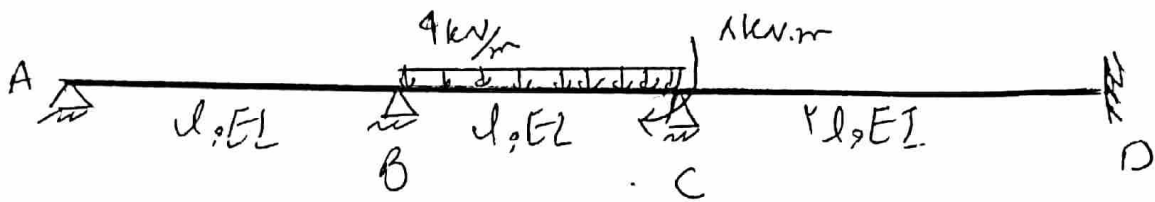


$$\frac{dV}{dx} = -2 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{cases} \frac{dM}{dx} = V \\ \frac{d^2M}{dx^2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{dM}{dx} = 0 \Rightarrow x = 1$$

(2x) تیرکمان زیر بار استقامت و از دسترس غیر کنترل شده است

$$L = 4m$$



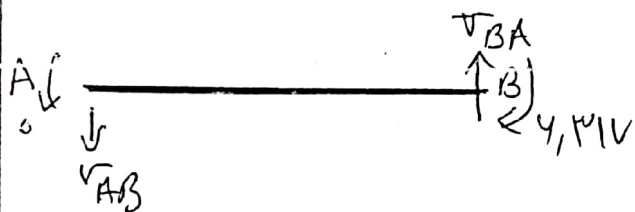
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
DF	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
μ_F	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \mu \\ -\mu \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} 4 \quad 4 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \mu \\ -\frac{12}{5} \quad -\frac{V}{2} \end{array} \\
 \begin{array}{c} 988 \\ -988 \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} 1914 \quad 1914 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 988 \\ -1299 \quad -1299 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} -\frac{V}{2} \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{c} 199 \\ -199 \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} 1299 \quad 1299 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 199 \\ -1299 \quad -1044 \end{array} \\
 \begin{array}{c} 10412 \\ -10412 \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} 10125 \quad 10125 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 10412 \\ -10412 \quad -10125 \end{array} \\
 \begin{array}{c} \mu_{AB} \\ 1014E \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} -1021 \quad -10125 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} -10412 \quad -10125 \\ \hline \mu_{CB} \quad \mu_{CD} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} -100V \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{c} \mu_{BA} \quad \mu_{BC} \end{array} \quad \mu_{DC}
 \end{array}$$

$$\begin{cases} M_{AB} = 0 \\ M_{BA} = 4,114 \text{ kN.m} \end{cases}$$

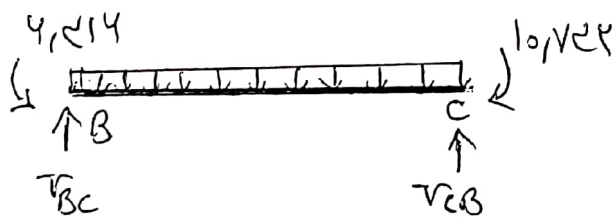
$$\begin{cases} M_{BC} = -4,114 \text{ kN.m} \\ M_{CB} = 10,122 \text{ kN.m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{CD} = -7,122 \text{ kN.m} \\ M_{DC} = -1,122 \text{ kN.m} \end{cases}$$



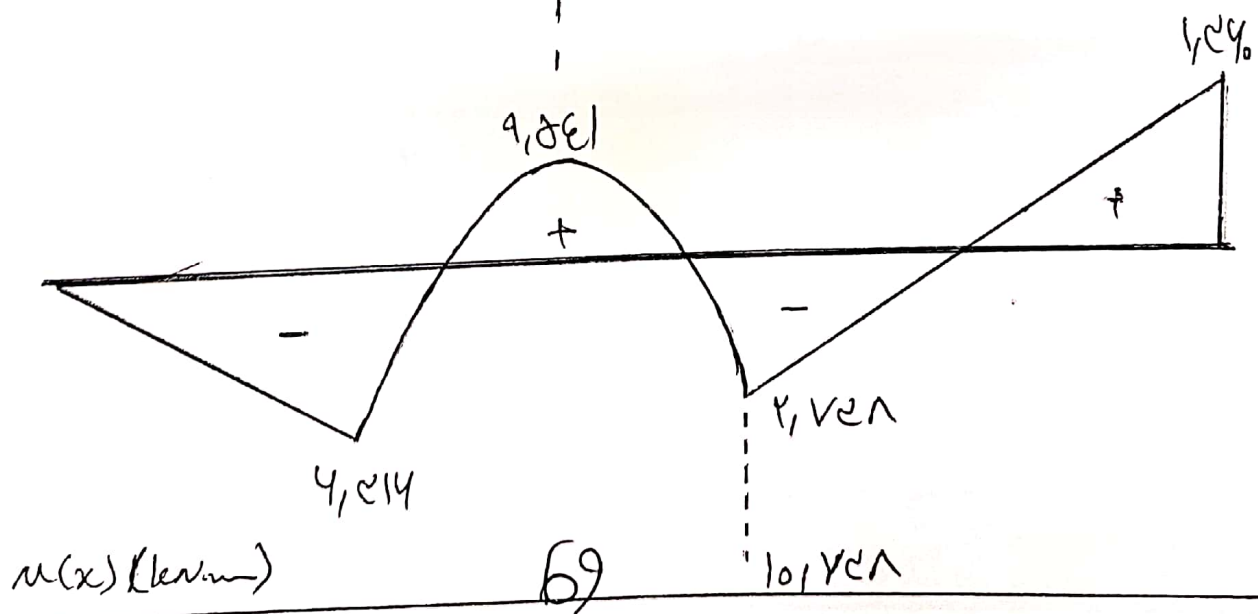
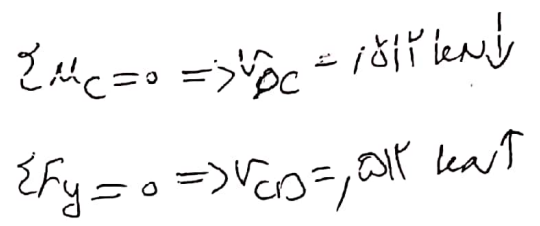
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = 1,819 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} = 1,819 \text{ kN} \downarrow$$

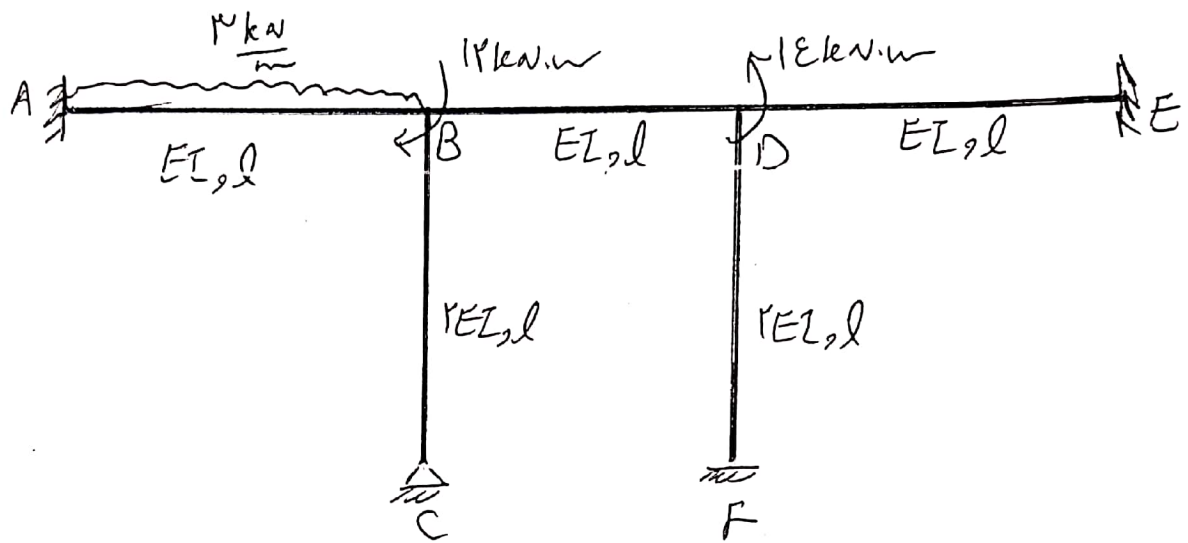


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{CB} = 14,102 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = 14,194 \text{ kN} \uparrow$$



(ex) قاب شکل زیر را با استفاده از روش خنثی کننده تحلیل کنید
 $l = 6m$



$$M_{AB}^f = -6 \text{ kN.m}$$

$$M_{BA}^f = 6 \text{ kN.m}$$

$$DF_{AB} = 0 = DF_{ED} = DF_{FD}$$

$$DF_{BA} = DF_{BD} = DF_{DB} = DF_{DE} = \frac{1}{6}$$

$$DF_{BC} = DF_{DF} = \frac{2}{6}$$

	AB	BA	BC	BD	DB	DF	DE	ED	CB	CD
DF	0	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{1}{\epsilon}$	0	1	0
MF	-K	K	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{\epsilon}{\epsilon}$	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{1}{\epsilon}$	$\frac{-10}{\epsilon}$	$\frac{-10}{\epsilon}$	$\frac{-10}{\epsilon}$	$\frac{4K}{-K}$	$\frac{-10}{\epsilon}$
	$\frac{11\epsilon}{4\epsilon}$	$\frac{K}{2\epsilon}$	$\frac{K}{14}$	$\frac{K}{2\epsilon}$	$\frac{K}{4\epsilon}$	$\frac{-K}{184}$	$\frac{-K}{178}$	$\frac{-K}{184}$	$\frac{K}{178}$	$\frac{-K}{184}$
	$\frac{K}{1094}$	$\frac{K}{1094}$	$\frac{K}{1094}$	$\frac{K}{1094}$	$\frac{K}{1094}$	$\frac{-K}{144\epsilon}$	$\frac{-K}{144\epsilon}$	$\frac{-K}{144\epsilon}$	$\frac{-K}{144\epsilon}$	$\frac{-K}{144\epsilon}$
	$\frac{11K}{141\epsilon\epsilon}$	M_{BA}	M_{BC}	M_{BD}	M_{DB}	M_{DF}	M_{DE}	M_{ED}	M_{CB}	M_{CD}

$$M_{AB} = -7,811 \text{ kNm}$$

$$M_{BA} = 4,94 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = 7,211 \text{ kNm}$$

$$M_{BD} = 1,044 \text{ kNm}$$

$$M_{CB} = 0$$

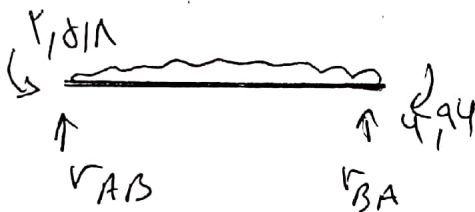
$$M_{DB} = -7,811 \text{ kNm}$$

$$M_{DF} = -7,211 \text{ kNm}$$

$$M_{DE} = -7,211 \text{ kNm}$$

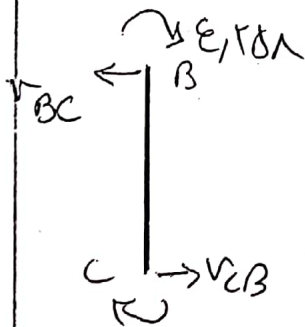
$$M_{ED} = -1,924 \text{ kNm}$$

$$M_{FD} = -7,211 \text{ kNm}$$



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{BA} = 7,11 \text{ kN} \uparrow$$

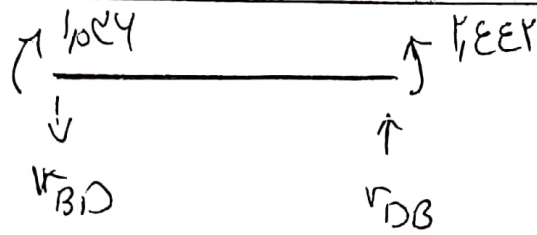
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} = 7,19 \text{ kN} \uparrow$$



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow V_{BC} = 1,048 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{CB} = 1,048 \text{ kN} \rightarrow$$

فصل سازه II دکتر علی محمد روستا



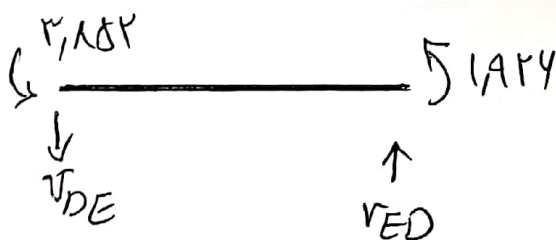
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{DB} = 1.88 \text{ kN} \downarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BD} = 1.88 \text{ kN} \uparrow$$



$$\sum M_F = 0 \Rightarrow V_{DF} = 1.18 \text{ kN} \rightarrow$$

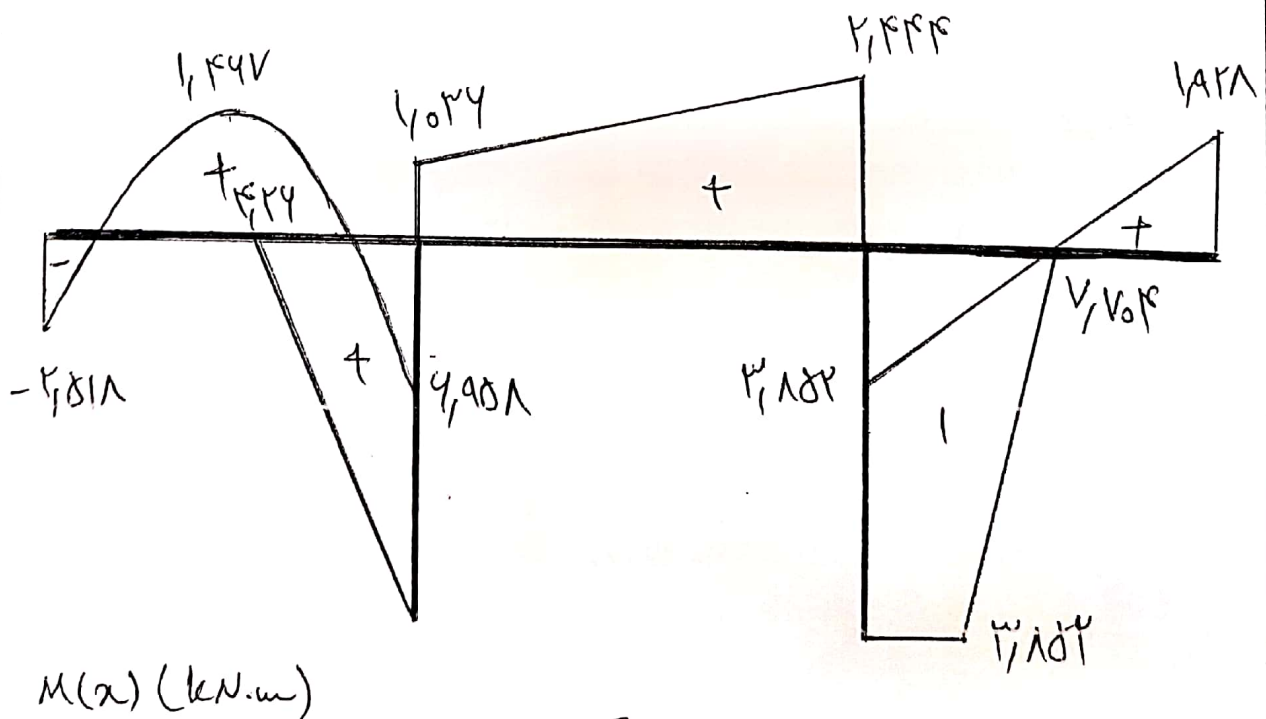
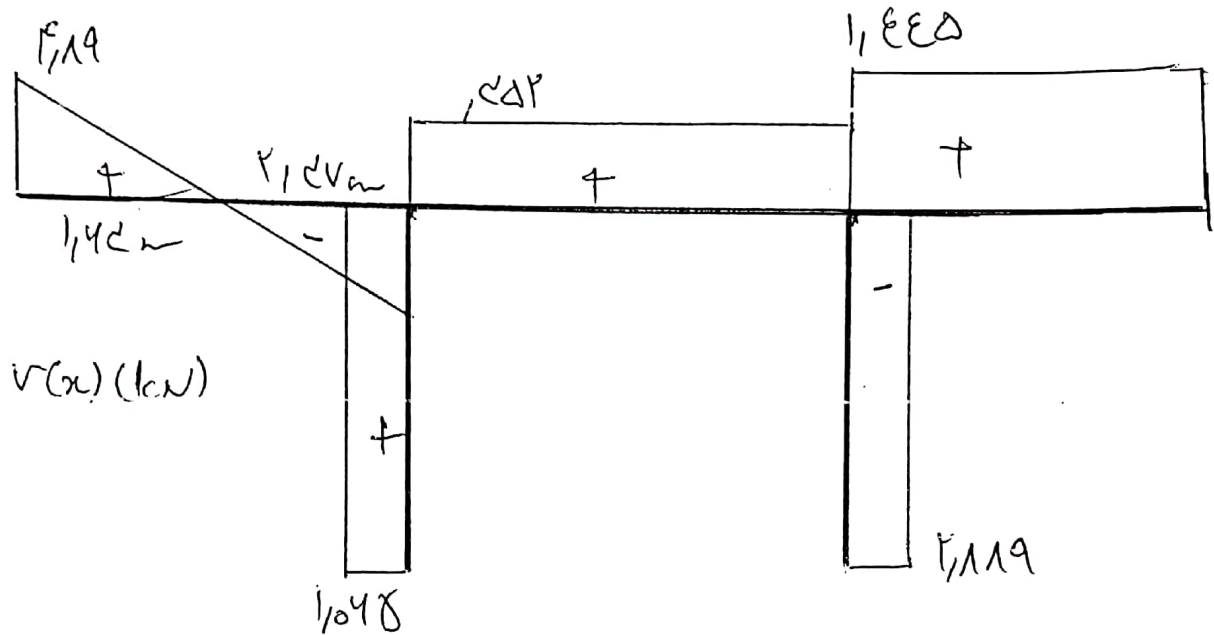
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{FD} = 1.18 \text{ kN} \leftarrow$$



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow V_{ED} = 1.88 \text{ kN} \downarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{DE} = 1.88 \text{ kN} \uparrow$$

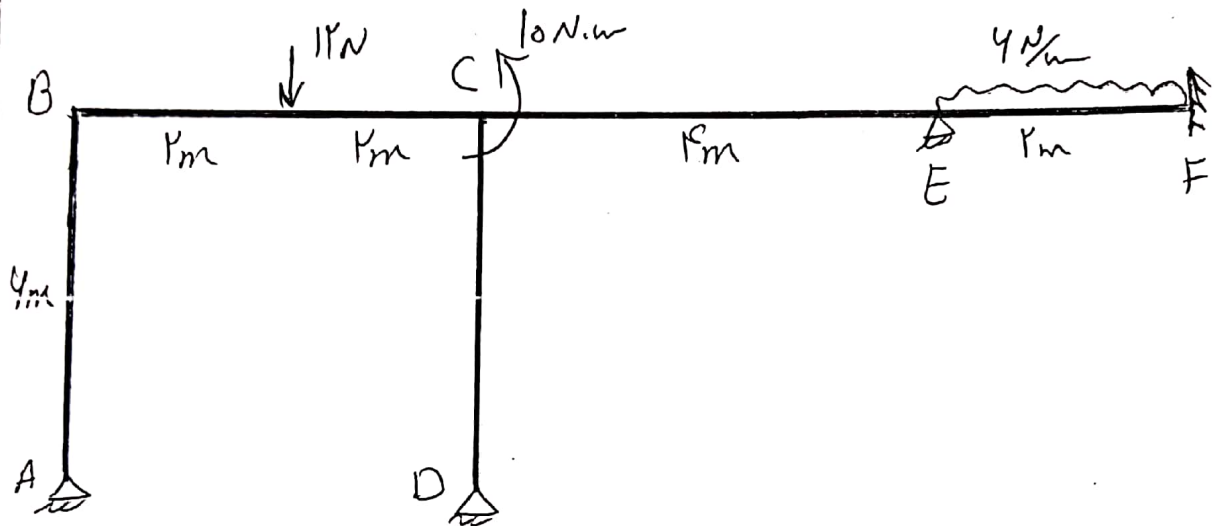
$$\frac{F_{119}}{x} = \frac{V_{11}}{x-2} \Rightarrow x = 1,42m$$



74

(۲۸) بارهای مشخص شده و تیرهای را برای عضوهای AB و BC رسم کنید.

$$EI = \text{constant}$$



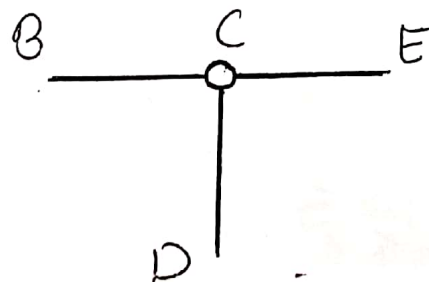
$$D_{F_{BA}} = \frac{\frac{\epsilon}{4}}{\frac{\epsilon}{4} + \frac{\epsilon}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$D_{F_{CB}} = \frac{\frac{\epsilon}{2}}{\frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{4} + \frac{\epsilon}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$D_{F_{BC}} = \frac{2}{5}$$

$$D_{F_{CE}} = \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad D_{F_{CD}} = \frac{2}{5}$$

در صورتی که در نقطه C مفاصل باشد $D_{F_{BC}}$ عضوهای BC و DC و EC برابر می شود.



$$M_{AB} = 0$$

$$M_{BA} = 11,2818 \text{ N.m}$$

$$M_{BC} = -11,2818 \text{ N.m}$$

$$M_{EC} = -11,14 \text{ N.m}$$

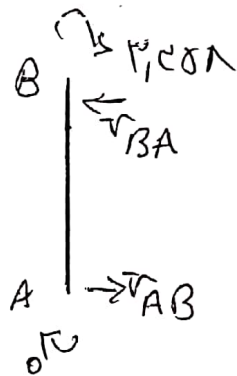
$$M_{FE} = 11,011 \text{ N.m}$$

$$M_{CB} = 11,1 \text{ N.m}$$

$$M_{CD} = -11,011 \text{ N.m}$$

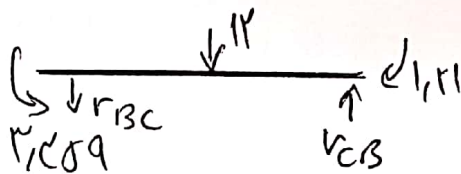
$$M_{CE} = -11,011 \text{ N.m}$$

$$M_{EF} = 11,011 \text{ N.m}$$



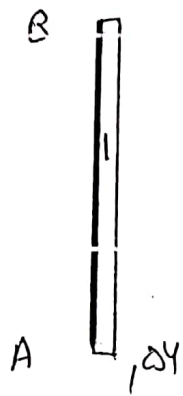
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = 1,84 \text{ N} \leftarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{AB} = 1,84 \text{ N} \rightarrow$$

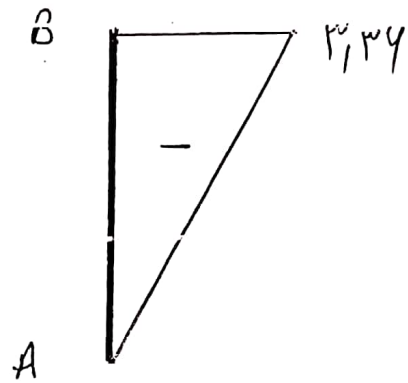


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{CB} = 11,011 \text{ N} \uparrow$$

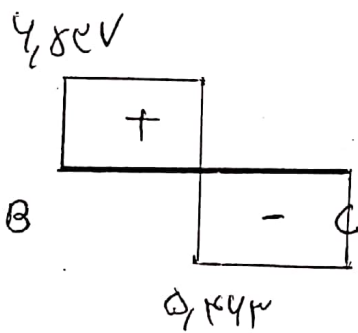
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = 11,011 \text{ N} \uparrow$$



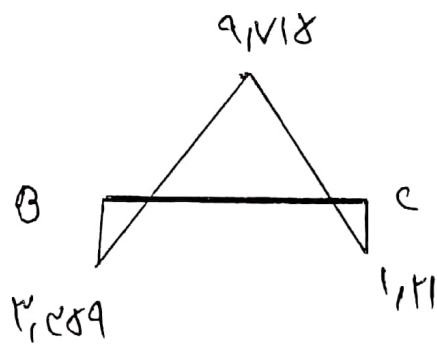
$V(x) (N)$



$M(x) (N.m)$



$N(x) (N)$

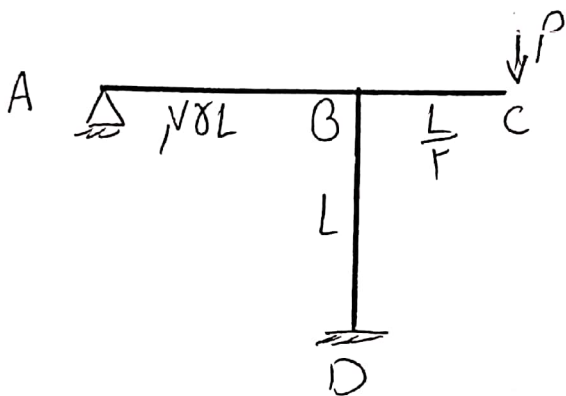


$M(x) (N.m)$

تحليل سازه II دکتر علی محمد روستا

(نیز ستر هال چه نیندازد ششای است)

۱- در قار مقابل عکس العمل قائم تکیه A چه قدر است؟
 EI = constant
 چه عرض B چه قدر می باشد؟



۱- $\frac{P}{4}$, $\frac{PL^2}{18EI}$

۲- $\frac{P}{2}$, $\frac{PL^2}{12EI}$

۳- $\frac{P}{2}$, $\frac{PL^2}{14EI}$

۴- $\frac{P}{4}$, $\frac{PL^2}{10EI}$

$$M_{BA} = \frac{k_{BA}}{\sum k} M = \frac{\frac{3EI}{L}}{\frac{3EI}{L} + \frac{3EI}{L}} \times \frac{PL}{2} = \frac{PL}{4}$$

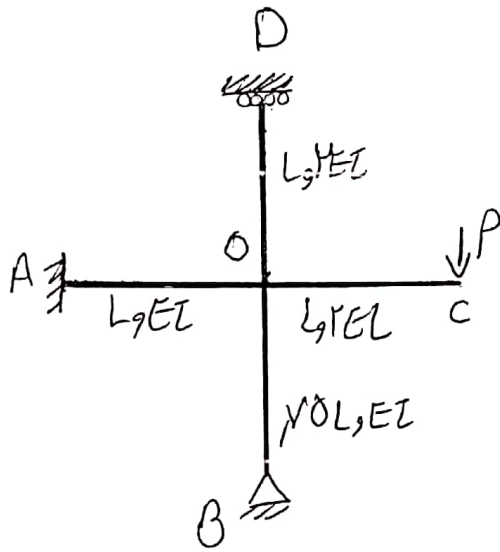
$$\Delta_y = \frac{M_{BA}}{L'} = \frac{\frac{PL}{4}}{1.5L} = \frac{P}{6} \downarrow$$

$$k_{BA} = \frac{3EI}{L'} = \frac{2EI}{1.5L} = \frac{4EI}{3L}, \quad k_{BD} = \frac{3EI}{L}, \quad \theta_B = \frac{M}{\sum k} =$$

$$\frac{\frac{PL}{4}}{\frac{4EI}{3L} + \frac{3EI}{L}} = \frac{PL^2}{14EI}$$

نیز ستر هال چه نیندازد ششای است.

۲- در قیاب مقابل گزشتگیه A چه است؟



$$1PL \quad (1)$$

$$1PL \quad (2)$$

$$1PL \quad (3)$$

$$1PL \quad (4)$$

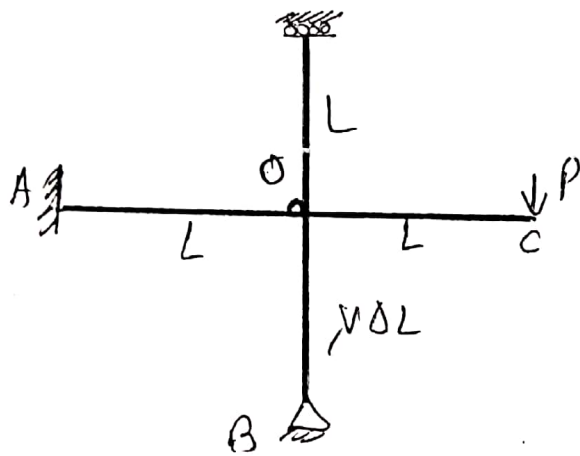
$$M_{OA} = \frac{k_{OA}}{\sum k} M = \frac{\frac{EI}{L}}{\frac{EI}{L} + \frac{EI}{L} + \frac{EI}{L}} \times PL = 1PL$$

$$M_A = \frac{1}{4} M_{OA} = 1PL$$

گزشتگیه (A) درست است.

80

۳- در قلاب مقابل گزیده تکیه ها A و B قرار است و $EI = constant$



(۱) ۰

(۲) $12PL$

(۳) $12PL$

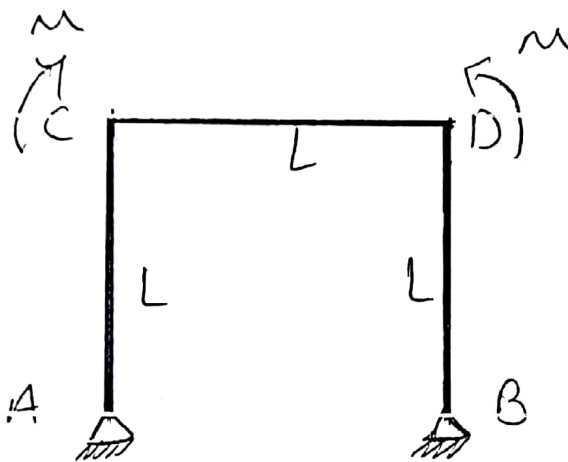
(۴) $24PL$

چون اتصال OA به لوله و مفصله است عضو A هیچ رفتی نداره و بدون همس
می باشد چون گزیده از لوله و تو تواند به این عضو منتقل شود و نباید این گزیده تکیه ها

A مفصله باشد

گزینه (۱) درست است

۴- در قالب مقابل درپش تکیه A چه مقدار است؟ $EI = \text{constant}$



$$\frac{M}{\omega L} \quad (1)$$

$$\frac{2M}{\omega L} \quad (2)$$

$$\frac{3M}{\omega L} \quad (3)$$

$$\frac{4M}{\omega L} \quad (4)$$

با توجه به تقابل سازه و بارگذاری، می‌توان گفت قاب را تحلیل کرد و در وسط تیر، تکیه‌گاه گیردار غلطکی قرار داد.

$$k_{CA} = \frac{3EI}{L}, \quad k_{CO} = \frac{EI}{L'} = \frac{EI}{\frac{L}{2}} = \frac{2EI}{L}$$

$$M_{CA} = \frac{k_{CA}}{\sum k} M = \frac{\frac{3EI}{L}}{\frac{3EI}{L} + \frac{2EI}{L}} M = \frac{3M}{\omega}$$

$$V_A = \frac{M_{CA}}{L} = \frac{\frac{3M}{\omega}}{L} = \frac{3M}{\omega L}$$

نتیجه در دست است.

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

(تحلیل سازه‌های متقارن)

با استفاده از مفهوم تغییر شکل سازه‌های نامعین متقارن تحلیل آن‌ها می‌توان خیلی زیاده‌تر ساده می‌شود.

در این قسمت مفهوم میان هندسی و استاتی سازه‌های متقارن که توضیح داده می‌شود. اصل تقارن و تقارن معکوس درک هس در جابجایی نامعینی هندسی و نامعینی استاتی بر سازه می‌باشد.

در اصل دو مورد سازه‌های متقارن وجود دارد :

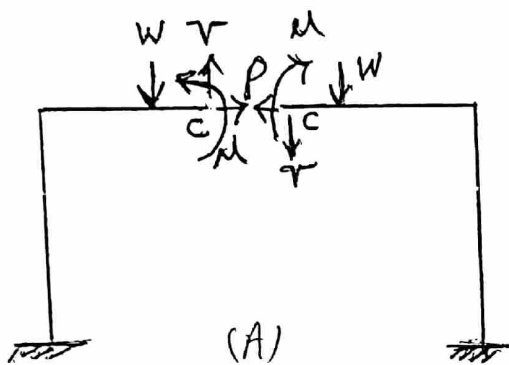
- ۱- وقتی که یک بارگذار متقارن مستقیم بر سازه متقارن وارد می‌شود لنگر آن از نیرو از قبیل وانش هار تولید می‌شود. نیروهای داخلی - تغییر شکل‌ها متقارن می‌باشد.
- ۲- وقتی که یک بارگذار متقارن معکوس بر سازه متقارن وارد می‌شود لنگر آن از نیرو از قبیل وانش هار تولید می‌شود. نیروهای داخلی و تغییر شکل‌ها متقارن معکوس می‌باشد.

(شرایط استاتی و هندسی در تقارن مستقیم)

در شکل صفحه بعد نیروهای داخلی در محل محور تقارن سازه‌های متقارن تحت بارگذار متقارن نشان داده شده است :

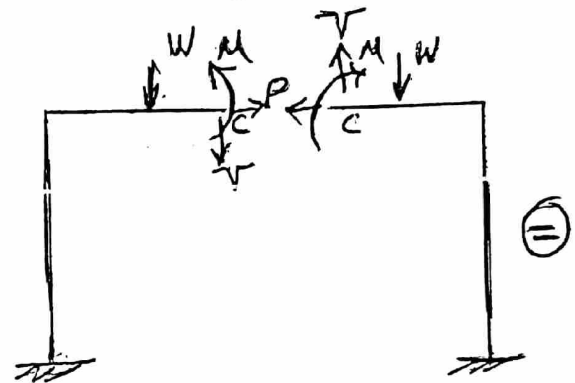
اگر شکل (A) را ۱۸۰ درجه حول محور تقارن دوران دهیم، طبق اصل اول به علت تقارن نیروهای داخلی، نباید وضعیت نیروها تغییر یابد اما ملاحظه می‌شود که وضعیت

نیروی برشی در دو حالت متفاوت است که این موضوع ناقص اصل اول می باشد پس سده استیابی این است که در محل محور تقارن، نیروی برشی مساوی صفر باشد. ($\tau_c = 0$) همچنین به علت تقارن تغییر شکل، سبب منحنی تغییر شکل سازه در محل محور تقارن صفر است ($\theta_c = 0$) که این موضوع سده هندسی در محل محور تقارن است.

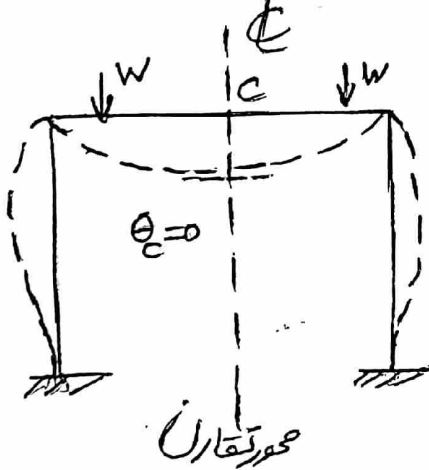


(A)

نیروهای داخلی در محور تقارن
پس از ۱۸۰ درج دوران حول
محور تقارن



نیروهای داخلی در محور تقارن

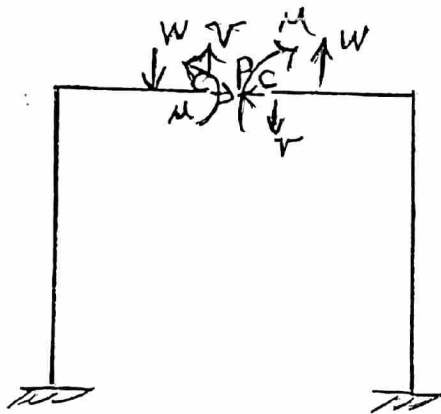


محور تقارن

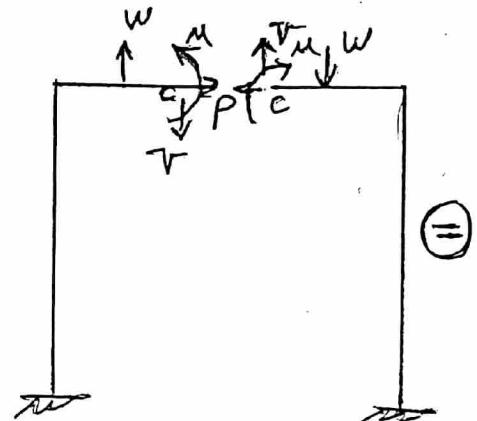
(شرایط استیابی و هندسی در تقارن معلوس)

در شکل منحنی بعد نیروهای داخلی در محل محور تقارن سازه در تقارن معلوس نشان داده شده است. این شکل را ۱۸۰ درج حول محور تقارن دوران دهیم، طبق اصل دوم به علت تقارن معلوس نیروهای داخلی و نیروهای وارده بر سازه

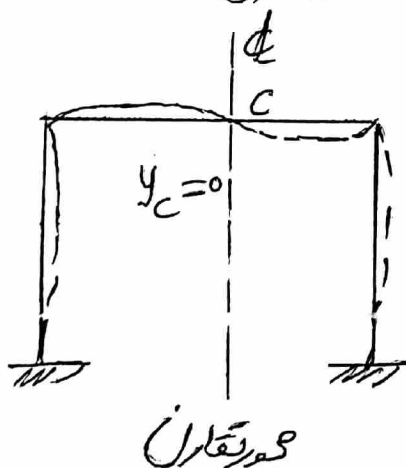
قبل از دوران و بعد از دوران، باید متقارن معلوم شد که باید باشد که نیروی محصل P و گشت M ناقص این موضوع می باشد پس سگ استاتی این است که در محل محور تقارن نیروی محصل P و گشت M مساوی صفر باشند. ($P_c = 0$ و $M_c = 0$)
 همچنین؛ علت تقارن معلوم تغییر شکل، تغییر مکان صفتی تغییر شکل سازه در محل محور تقارن مساوی صفر است ($y_c = 0$) در این موضوع شرط ضدی در محل محور تقارن می باشد.



نیروهای داخلی در محور تقارن
 پس از ۱۸۰ درجه دوران حول
 محور تقارن

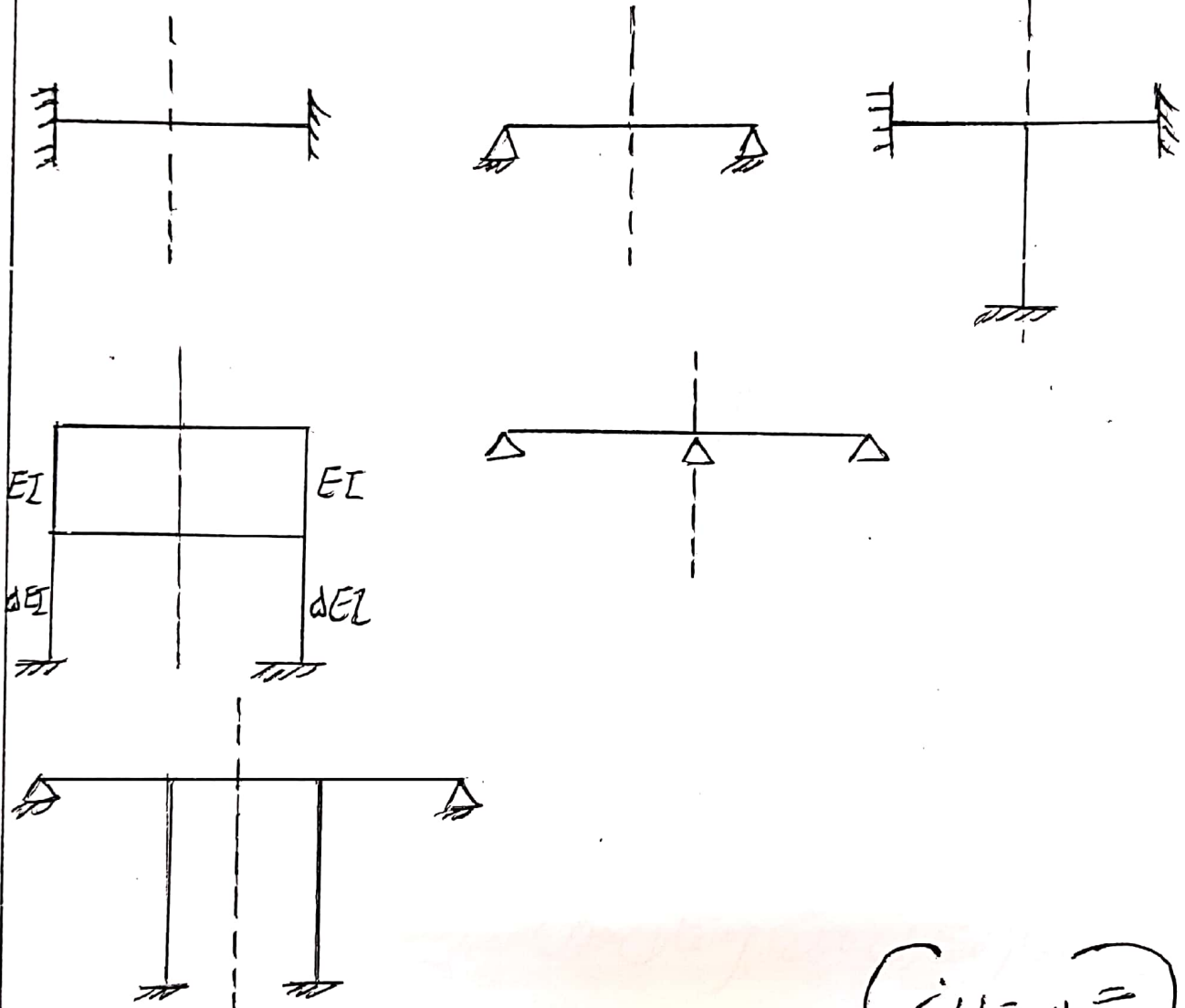


نیروهای داخلی در محور تقارن



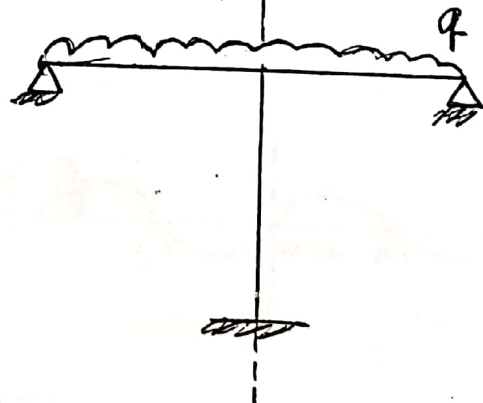
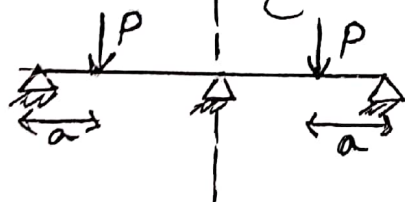
سازه‌های مستعار

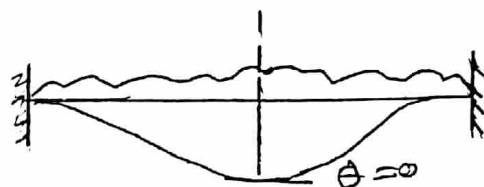
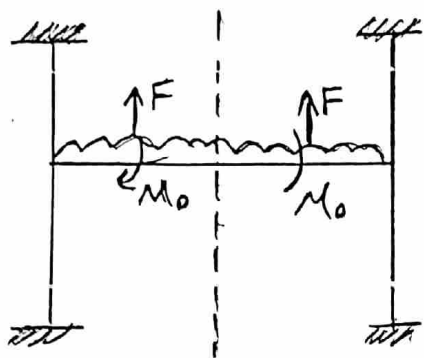
سازه‌های تکیه‌ای و سازه‌های هندسی سازه نسبت به یکدیگر مستعار است.
مستعار تقارن گاهی از یکدیگر به عنوان یک سازه کامل یا یک تکیه‌گاه می‌گذرد.



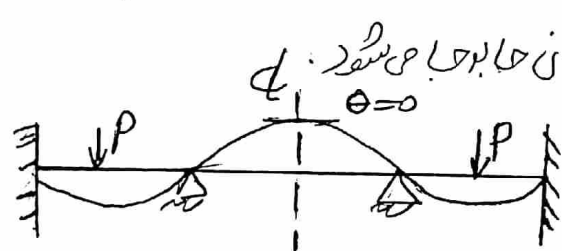
تأثیرات مستعار

در دو جهت راست و چپ نیروها هم اندازه و هم جهت و در واقع مستعار متساوی دارند.





در سازه‌های متقارن دوران در محل محور تقارن مفروض است.
در راستای محور تقارن اگر امکان جابجایی باشد
یعنی تکیه‌گاه وجود نداشته باشد، جابجایی می‌شود. اما عمود بر آن آزاد نیست.



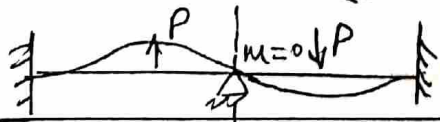
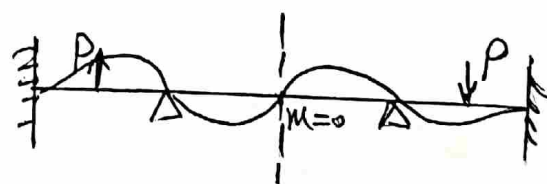
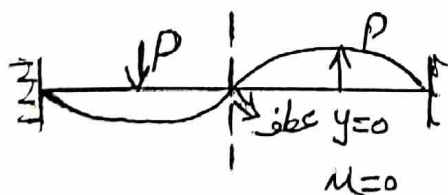
(سازه‌های متقارن)

۱- باب‌گذار متقارن

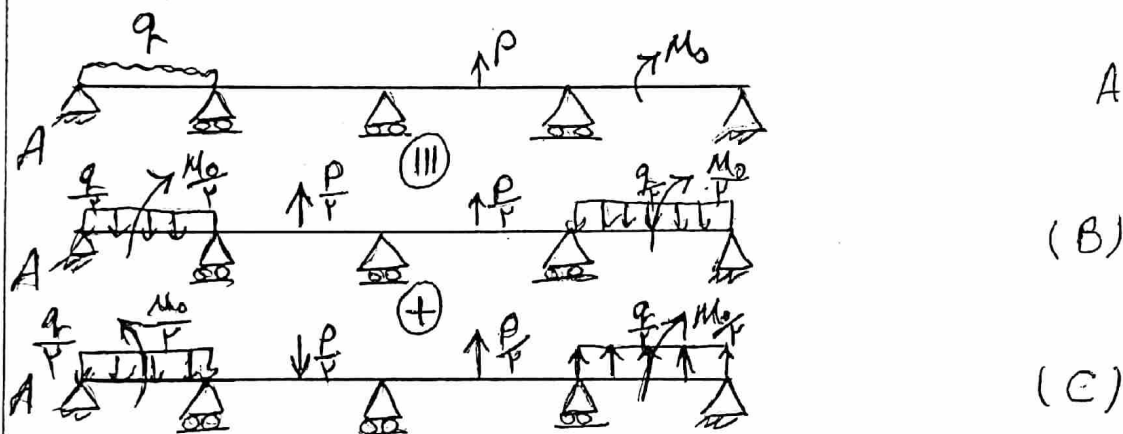
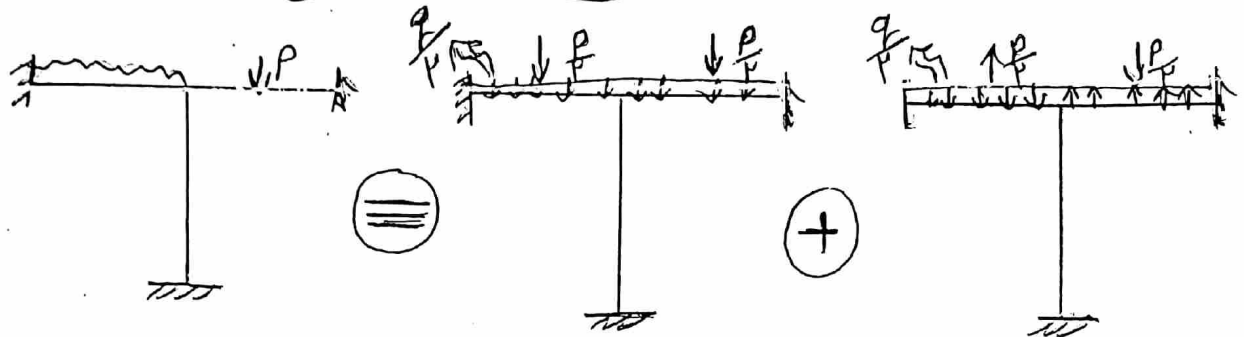
۲- باب‌گذار متقارن معکوس

در سازه‌های متقارن باب‌گذار متقارن معکوس تغییر عطف منتهی به شکل در محور تقارن است.

در سازه‌های متقارن باب‌گذار متقارن معکوس در راستای محور تقارن امکان جابجایی
وجود ندارد اما در جهت عمود بر محور این امکان وجود دارد.

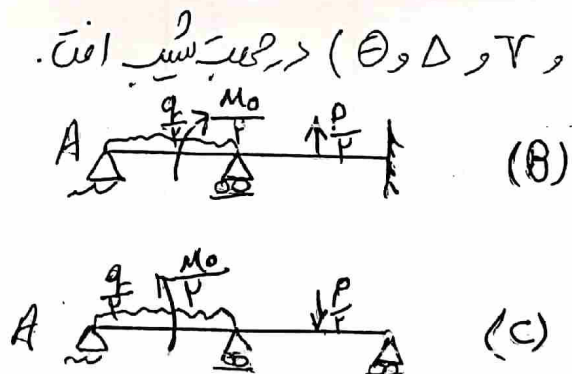
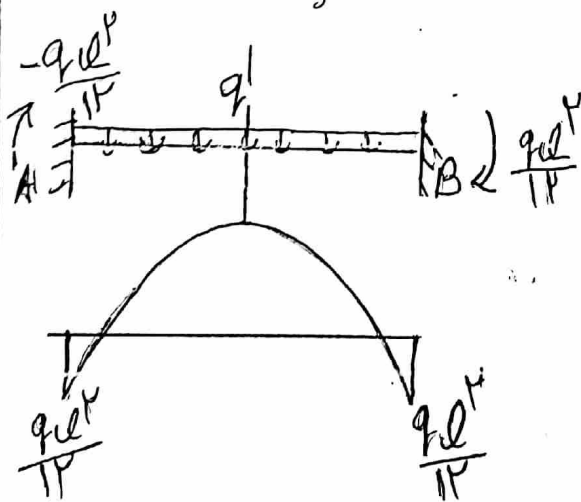


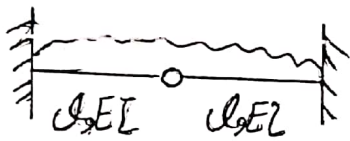
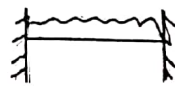
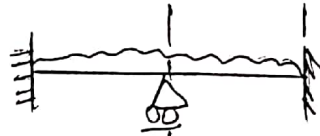
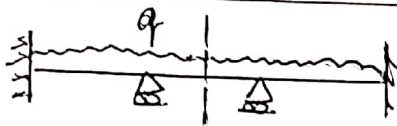
هر سازه متقارن باشد بارگذاری وخواه را چه بود آن، هم دو سازه متقارن با بارگذاری متقارن و یک سازه متقارن با بارگذاری متقارن معکوس تبدیل کرد.



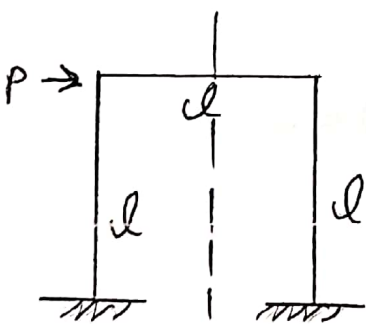
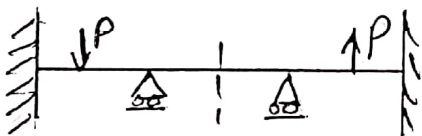
در سازه‌های متقارن با بارگذاری متقارن : علامت سین چپ = (-) علامت سین راست
(θ , Δ , V , M) در جهت سب افت.

در سازه‌های متقارن با بارگذاری متقارن معکوس : علامت سین چپ = علامت سین راست
(θ , Δ , V , M) در جهت سب افت.

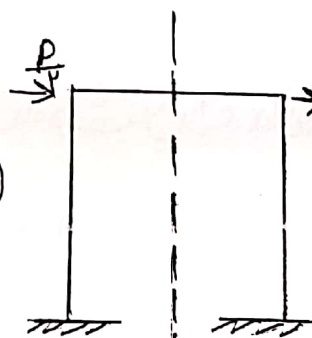




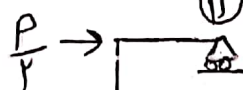
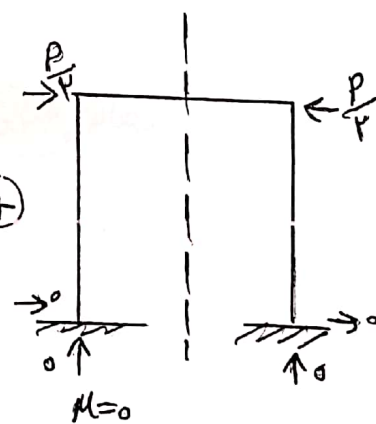
$$\Rightarrow \theta_B : (\theta_B)_Q \text{ or } (\theta_B)_R = ?$$



⊖



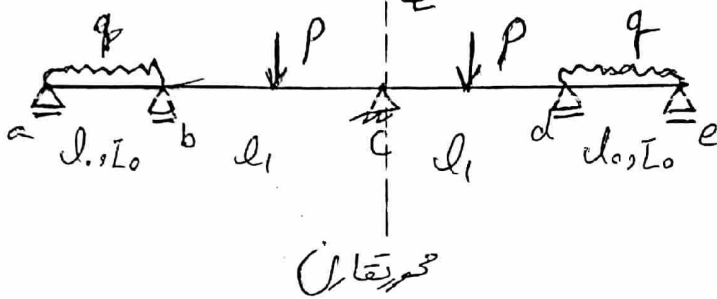
⊕



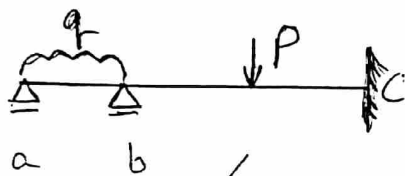
90

(سازه متقارن با بارگذاری متقارن)

۱- تیرها: تیرهای وقتی که تعداد دهانه‌ها زوج است



الف) سازه/اصول



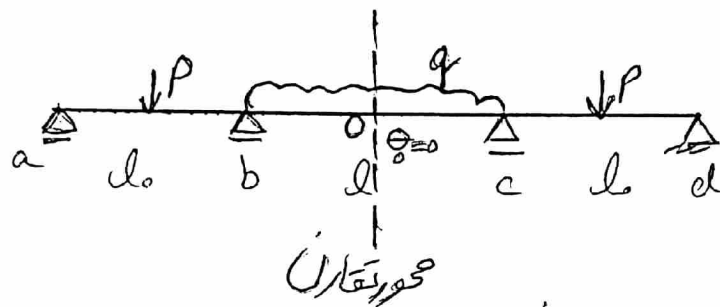
ب) سازه/جاذبه

تقارن تغییر شکل ایجاب می‌کند که در تکیه‌گاه c، $\theta = 0$ باشد این سازه یک سازه هندسی در تکیه‌گاه c است که در تکیه‌گاه جاذبه و در تکیه‌گاه کمره‌ها گیردار و وسطی‌ها از هندسه و جاذبه سازه جاذبه است و استوار می‌شود.

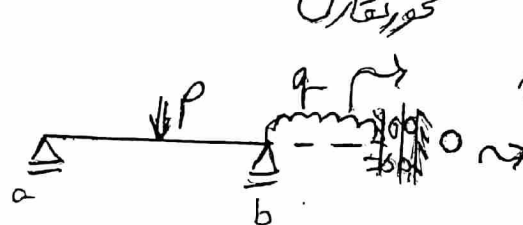
۲- تیرهای وقتی که تعداد دهانه‌ها فرد باشد

شکل منحنی بعد تیر سازه متقارن را نشان می‌دهد تحت بارگذاری متقارن قرار دارد و محور تقارن از وسط دهانه میانی عبور می‌کند و در این نقطه، علت تقارن $\theta_c = 0$ است (سازه هندسی) و $\theta = 0$ می‌باشد (سازه استاتی) بنابراین سازه نیز مانند شکل ب خواهد بود که در این در نقطه 0 تکیه‌گاه هاست. سازه ای بار شده است که هم سازه هندسی و هم سازه استاتی مقطع میانی عضو میانی را برآورده می‌کند. نقشه 0 انتقال عضو گسسته شده و

نکته: مجاز ایجا کردن صرفاً وضعیت مقطع میانی را از نظر هندسی و استاتیکی نشان می‌دهد.
 در تحلیل سازه‌ها باید وقت شود که گندها را گندار از عین صیانی از سازه اصلی می‌سبب شود.
 و سستی عین صیانی در سازه نهی، مسامح سستی مؤثره عین b و سازه اصلی در حالت تعادل
 مستقیم قرار دارد می‌شود.



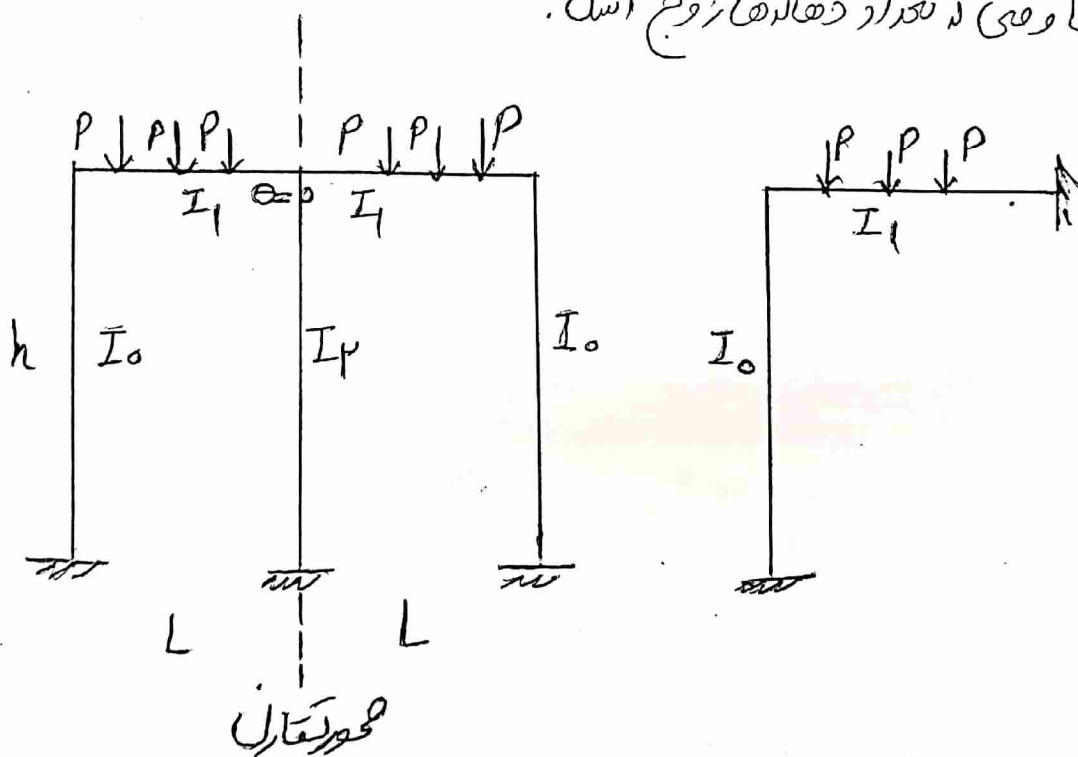
الف) سازه اصلی



بارگذاری گسترده در سازه نهی
 وضعیت مقطع میانی

ب) سازه نهی

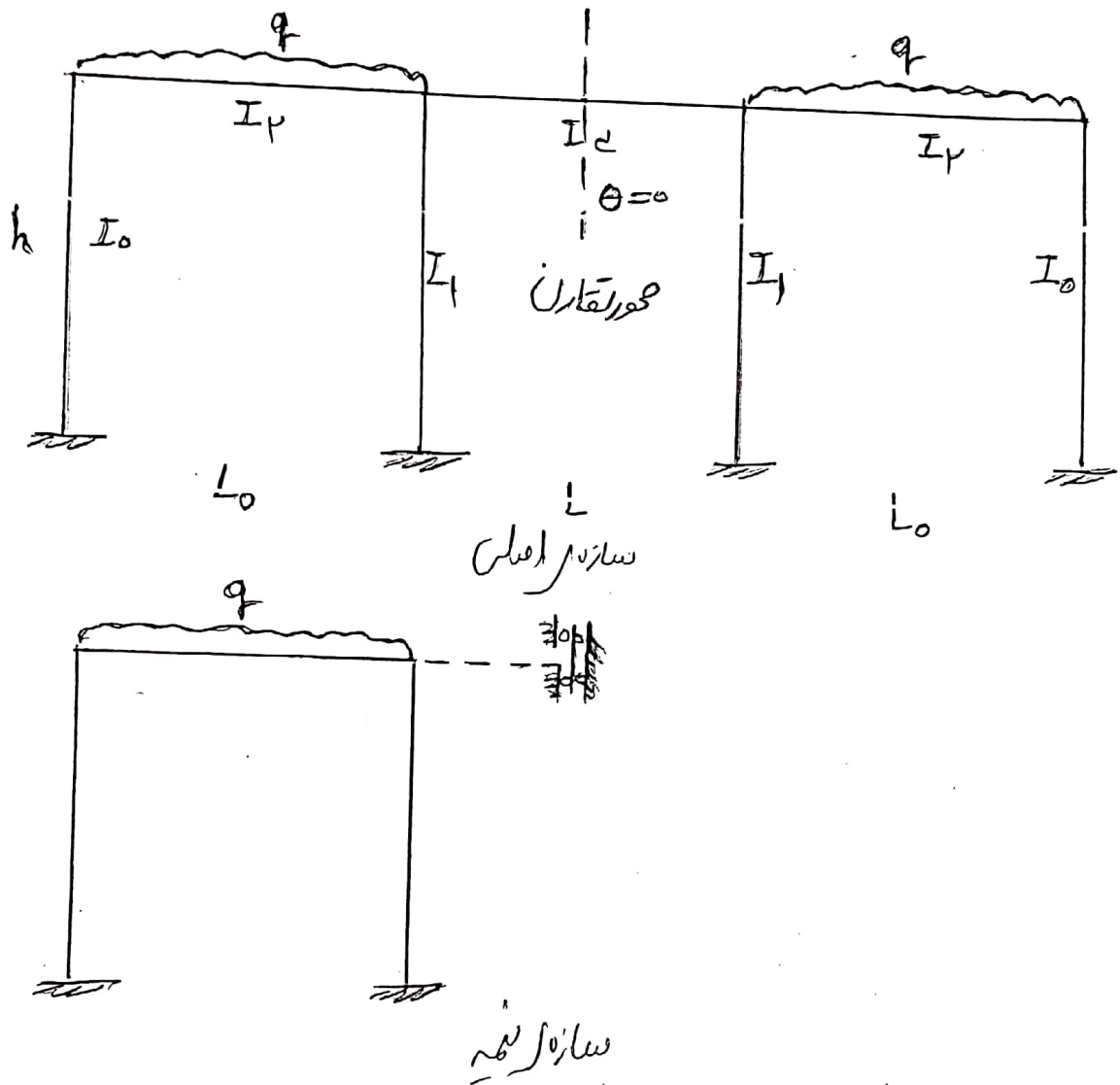
۳- قاب‌ها وقتی که تعداد دهانه‌ها زوج است:



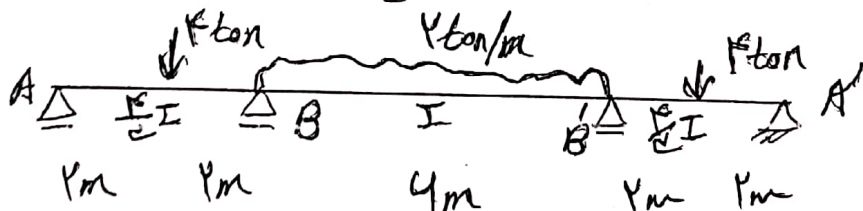
محور تقارن
 سازه اصلی

سازه جانبی

۴- قاب‌ها وقتی در تعداد دهانه‌ها فرد باشد



مطلوب است تحلیل نیروهای دانه شده با استفاده از روش گزینشی؟



$$k_{AB, A'B'} = \frac{w}{E} \left[\frac{\frac{F}{4} I}{r} \right] = \frac{I}{F}$$

$$k_{BB'} = \frac{I}{4}$$

$$FEM_{AB} = -FEM_{BA} = -2 \text{ ton.m}$$

$$FEM_{BB'} = -FEM_{B'B} = -4 \text{ ton.m}$$

پس از محاسبه ضرایب توزیع و توزیع گزیده مطابق شماره حسابی شکل (ب) صورت می گیرد.
 حل تحلیل نیز را با توجه به تقارن آن انجام دهیم چون تعداد دهانه ها فراموش است برابر
 دهانه BB' از سمتی مؤثر استفاده می کنیم.

$$k_{BB'}^e = \frac{1}{l} k_{BB'} = \frac{1}{l} \left(\frac{I}{4} \right) = \frac{I}{12}$$

سختی لافس یافتن دهانه AB نیز همان $\frac{I}{4}$ است. بنابراین ضرایب توزیع برابرند:

$$D_{BA} = 0.75 \quad D_{BB'} = 0.25$$

	A	B	B'	A'
DF	1	0.75, 0.25	0.25, 0.75	1
FEM	-2	+2, -4	+2, -2	+2
	$\frac{+2}{0}$	$\frac{+2.25}{0.75}, \frac{+4.25}{0.25}$	$\frac{-2.25}{0.25}, \frac{-2.75}{0.75}$	$\frac{-2}{0}$
		+1, -1.8	0.8, -1	
		-1.2, -10.8	10.8, 11.2	
		$\frac{10.8}{0.75}, \frac{-10.8}{0.25}$	$\frac{-10.8}{0.25}, \frac{10.8}{0.75}$	
		-14.4, 14.4	14.4, -14.4	
		$\frac{14.4}{0.75}, \frac{-14.4}{0.25}$	$\frac{-14.4}{0.25}, \frac{14.4}{0.75}$	
		-19.2, 19.2	19.2, -19.2	
Σ		0.25, -8.25	0.25, -8.25	

A	B	0
A	B	
1	0.75, 0.25	
-2	2, -4	
2	1.25, 0.75	

گزینه ها را مطابق قبل بررسی کنید.

$$M_{AB} = 0$$

$$M_{BA} = 0.25 \text{ ton.m}$$

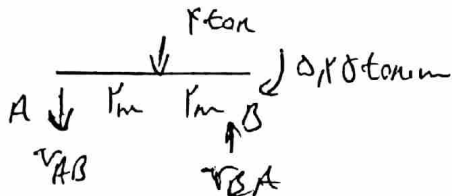
$$M_{BB'} = -0.25 \text{ ton.m}$$

$$\begin{cases} M_{AB} = 0 \\ M_{BA} = 0,12 \text{ ton.m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{BB'} = -0,12 \text{ ton.m} \\ M_{B'B} = 0,12 \text{ ton.m} \end{cases}$$

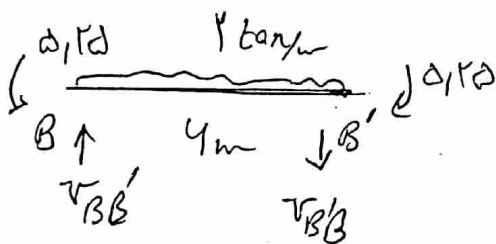
$$M_{B'A'} = -0,12 \text{ ton.m}$$

$$M_{A'B'} = 0$$



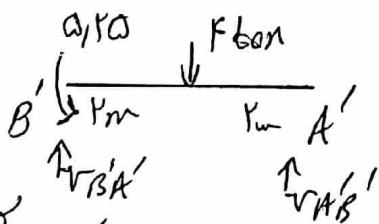
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 0,12 - V_{BA} \times 4 + 1 \times 4 \times 2 = 0 \Rightarrow V_{BA} = \frac{1 \times 4 \times 2 + 0,12}{4} = 1,12 \text{ ton} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 1,12 - 1 - V_{AB} = 0 \Rightarrow V_{AB} = 1 - 1,12 = -0,12 \text{ ton} \uparrow$$



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{B'B} \times 4 + 1 \times 4 \times 2 = 0 \Rightarrow V_{B'B} = \frac{1 \times 4 \times 2}{4} = 2 \text{ ton} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2 + V_{BB'} - 1 = 0 \Rightarrow V_{BB'} = 1 - 2 = -1 \text{ ton} \uparrow$$



$$\sum M_{B'} = 0 \Rightarrow -0,12 + 1 \times 4 - V_{A'B'} \times 4 = 0 \Rightarrow V_{A'B'} = \frac{1 \times 4 - 0,12}{4} = 0,97 \text{ ton} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0,97 - 1 + V_{B'A'} = 0 \Rightarrow V_{B'A'} = 1 - 0,97 = 0,03 \text{ ton} \uparrow$$

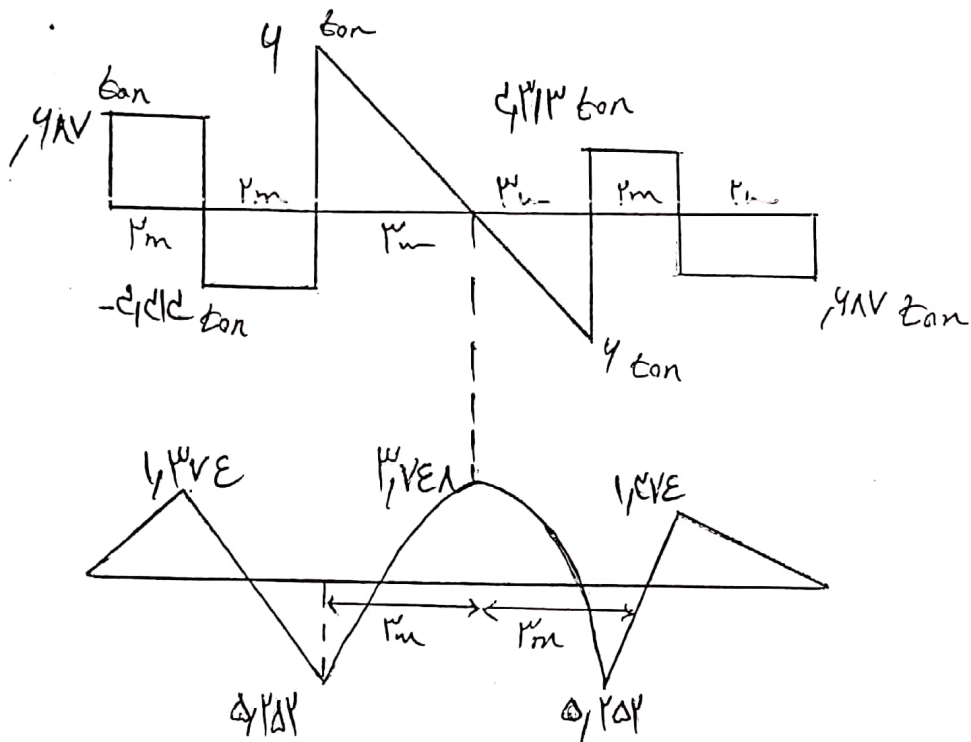
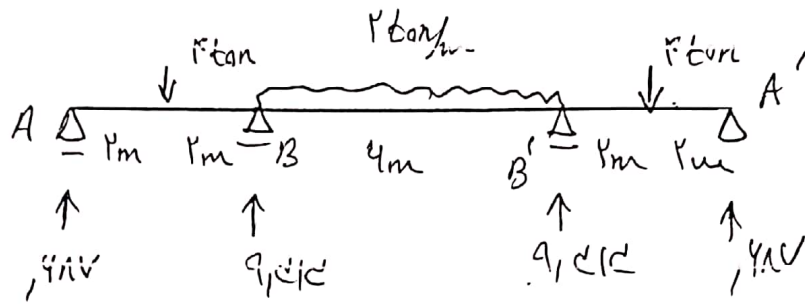
$$A_y = 1,12 \text{ ton} \uparrow$$

$$A'_y = 1,12 \text{ ton} \uparrow$$

$$\downarrow \frac{1}{4} \downarrow 4 = V_{BB'} \Rightarrow B_y = 4 + 1,12 = 5,12 \text{ ton} \uparrow$$

$$B'_y = 0,03 \text{ ton} \uparrow$$

95

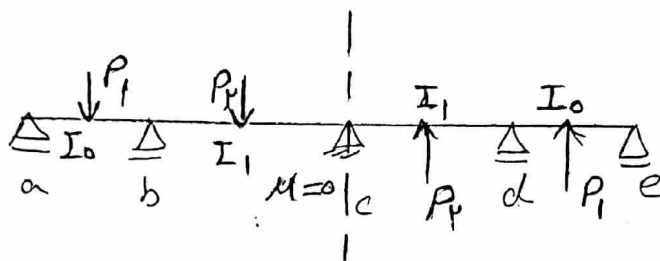


(سازه متقارن با بارگذاری متقارن معلوم)

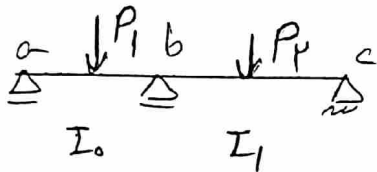
در این بخش سازه‌های متقارن نسبت به یک محور تقارن قرار دارند و در صورت معلوم قرار می‌گیرند.

محور تقارن

۱- گیره‌های وقتی که تعداد دهانه‌ها زوج است.



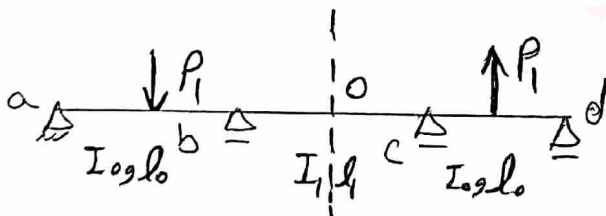
الف) سازه اصلی



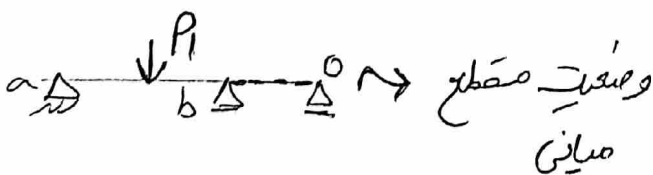
ب) سازه نصفین

وضعیت تغییر شکل برای یک طرف از تعداد دهانه‌ها زوج است. در این صورت باید در این وضعیت تغییر شکل‌ها را در نظر بگیریم. با توجه به این که در این سازه‌ها تعداد دهانه‌ها زوج است و سازه متقارن است، بنابراین می‌توانیم از سازه اصلی استفاده کنیم و فقط نیمی از سازه را تحلیل کنیم. در این صورت می‌توانیم از سازه اصلی استفاده کنیم و فقط نیمی از سازه را تحلیل کنیم.

۲- گیره‌های وقتی که تعداد دهانه‌ها فرد باشد.



الف) سازه اصلی

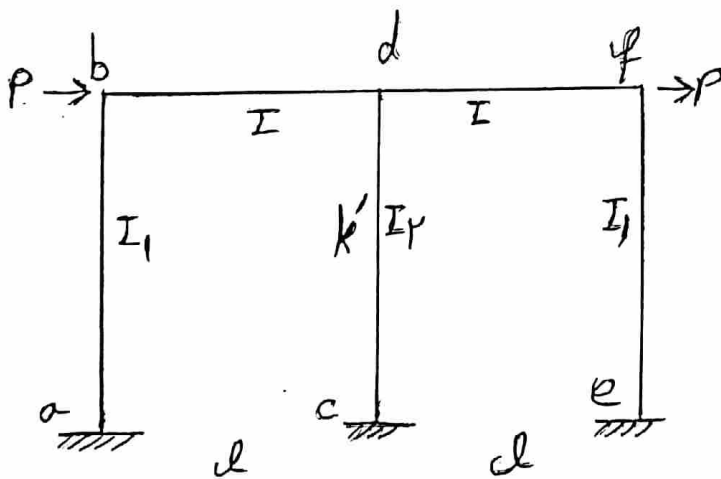


ب) سازه نصفین

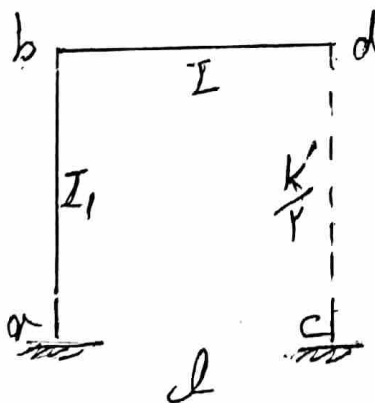
تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

محصور تقارن از وسط دهان در میانی عمود می‌کند و این نقطه، علت طبیعت تغییر شکل سازه
 $\psi = 0$ (تغییر میلان) است (سازه هندسی) و همچنین $m = 0$ می‌باشد (سازه استاتیکی)
 بنابراین سازه در نیمه هائیکه شکل (ب) خواهد بود که در آن در نقطه e گسترده مفصلی مجاز
 ایجاد شده است که هم سازه هندسی و هم سازه استاتیکی مقطع میانی را برآورده می‌کند و کلی
 سازه در نیمه باید در وقت شود که گسترده‌ها را گسترده دراز از سازه اصلی محاسبه می‌شوند و سعی می‌کنند
 در سازه نیمه، مساوی سعی می‌کنند عضو b در سازه اصلی، در حالت متقارن محسوب قرار داده
 می‌شود.

۳- قاب‌ها و قفسی در تعداد دهان‌ها زوج است.



الف) سازه اصلی

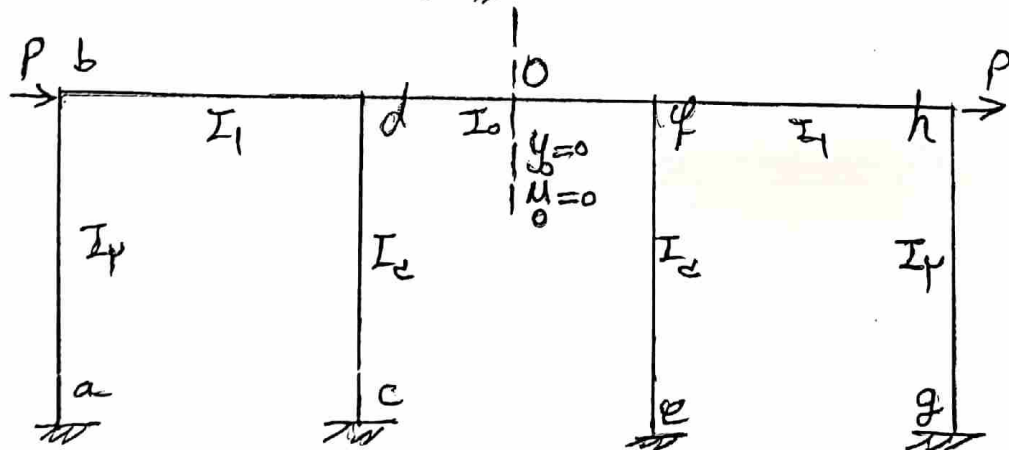


ب) سازه هائیکه

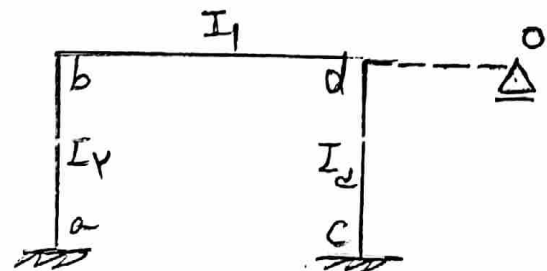


سازه را جایگزین کنیم به حال بارها اصلی می توان تحلیل شود در شکل ب نشان داده شده است که چون ستون که سقفی ستون مجاز در dc از سازه جایگزین، نصف سقفی ستون نظیر از سازه اصلی در نظر گرفته شده است این عمل را با توجه به عودار که از آن گره d می توان که حجم نمود. عودار را از آن گره d در قاب اصلی و در قاب های جایگزین نشان داده شده است. در قاب اصلی به علت تقارن محکوس، گره های وارده بر گره d از جانب تیرهای db و dh باید مساوی و هم جهت باشند. در نتیجه برای تعادل گره باید گزین مساوی $2u$ از جانب ستون بر گره وارده شود. بنابراین گزین مساوی $2u$ در ستون ایجاد می شود. حال برای اینکه همین وضعیت در تحلیل قاب با استفاده از قاب جایگزین به دست آید باید سقفی ستون نصف شود. تا گزین ای داشته در آن مساوی u شود. با جمع دو گزین در دو سازه جایگزین، گزین مساوی $2u$ در سازه اصلی به دست می آید.

۴- قاب ها و قتی که تعداد دهانه ها فرد است



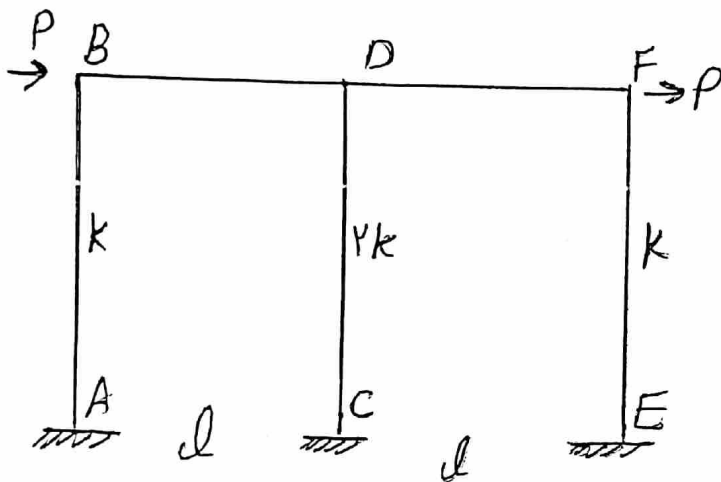
الف) سازه اصلی



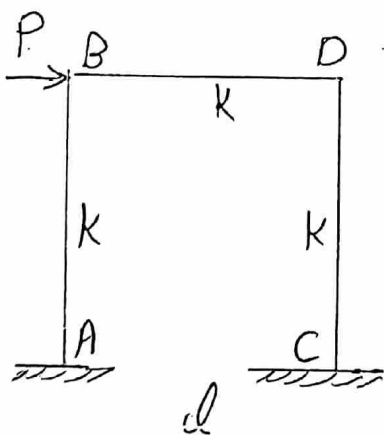
ب) سازه نیمه

لازمه: نگه داشتن گره در کلیه سازه‌ها، گره‌ها را نسبت به دایره اصلی محاسبه می‌شوند و سازه عیناً صیقلی و سازه را می‌توان به مساحت سطحی مؤثر عیناً k و سازه اصلی را $2k$ حالت تقارن معلوم قرار داده می‌شود.

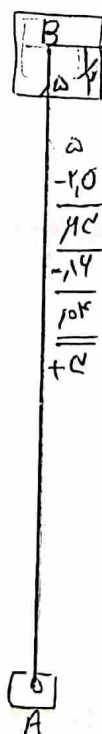
مطلوب است تحلیل قلاب نشان داده شده در شکل: $EC = constant$



با استفاده از تقارن معلوم، با انتخاب سازه‌ها به‌ترین تحلیل قلاب را انجام می‌دهیم. چنانچه در مرحله ترکیب شوند نتایج حالت کلی بدست می‌آید.



$\frac{k}{l}$
 $\frac{102}{101}$
 $\frac{121}{1125}$
 Δ

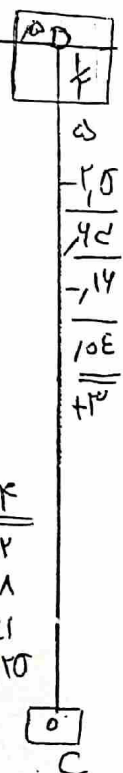


Δ
 -2.5
 -1.125
 Δ
 -2.5
 $\frac{102}{101}$
 $\frac{121}{1125}$
 Δ
 $+2$

100

Δ
 -2.5
 -1.125
 Δ
 -2.5
 $\frac{102}{101}$
 $\frac{121}{1125}$
 Δ
 -2

$\frac{k}{l}$
 $\frac{102}{101}$
 $\frac{121}{1125}$
 Δ



$$M_{AB} = 4t.m$$

$$M_{BD} = -2t.m$$

$$M_{BA} = 2t.m$$

$$M_{DB} = -2t.m$$

$$M_{DC} = 4t.m$$

$$M_{DF} = -2t.m$$

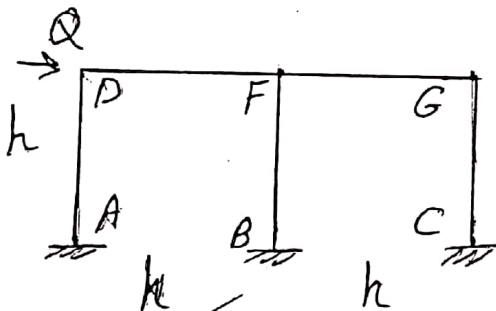
$$M_{CD} = 2t.m$$

$$M_{FD} = -2t.m$$

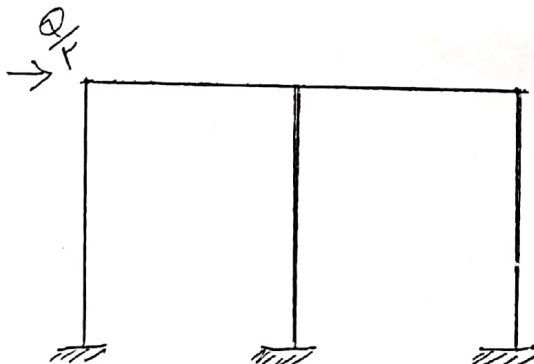
$$M_{FE} = 2t.m$$

$$M_{EF} = 4t.m$$

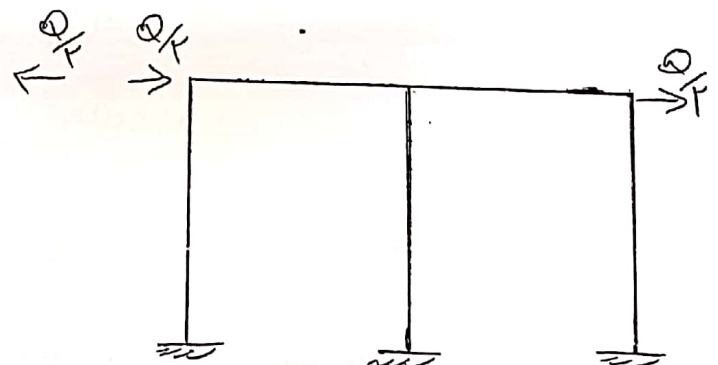
نیز در محاسبه عموماً از قاعده شکل زیر استفاده می‌کنند. $EI = \text{constant}$



اول بار وارده را به دو حالت مستعار و متعارف واریج تجزیه می‌کنیم.

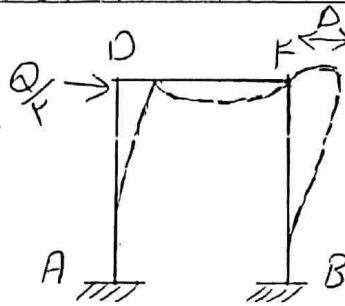
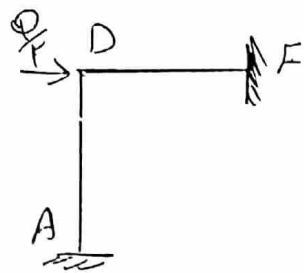


متعارف



مغارب وارین

در حالت متعارف واریج که درجه آزادی انتقال وجود دارد که تعریف شکل ضریب ثابت به رسم شده است.



سازه را به دو بخش زیر اثر بار متعام را تحلیل می کنیم. سقفی برابر با $\frac{4EI}{L}$ است

$$M_{AD} = \frac{2EI}{H} \theta_D, \quad M_{DA} = \frac{4EI}{H} \theta_D, \quad M_{DF} = \frac{2EI}{H} \theta_D, \quad M_{FD} = \frac{4EI}{H} \theta_D$$

$$M_{DA} + M_{DF} = 0 \Rightarrow \theta_D = 0$$

$$M_{AD} = M_{DA} = M_{DF} = M_{FD} = 0$$

نیروی محوری در ستون AD برابر با M_{AD} است. از آنجا که $M_{AD} = 0$ ، نیروی محوری در ستون AD برابر با صفر است. اکنون حالت بارگذاری متعام را در نظر بگیرید. گشتاوتی در ستون میانی در این حالت صفر خواهد بود.

$$M_{AD} = \frac{2EI}{H} \theta_D - \frac{4EI\Delta}{H^2}, \quad M_{DA} = \frac{4EI}{H} \theta_D - \frac{4EI\Delta}{H^2}, \quad M_{DF} = \frac{2EI}{H} \theta_D + \frac{2EI}{H} \theta_F$$

$$M_{FD} = \frac{4EI}{H} \theta_F + \frac{2EI}{H} \theta_D, \quad M_{FB} = \frac{2EI}{H} \theta_F - \frac{4EI\Delta}{H^2}, \quad M_{BF} = \frac{4EI}{H} \theta_F - \frac{4EI\Delta}{H^2}$$

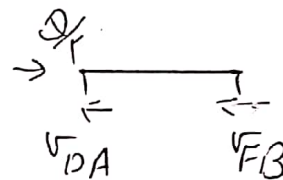
$$M_{DA} + M_{DF} = 0 \Rightarrow \frac{EI}{H} (4\theta_D + 2\theta_F - 4\Delta) = 0$$

$$M_{FD} + M_{FB} = 0 \Rightarrow \frac{EI}{H} (4\theta_D + 4\theta_F - 4\Delta) = 0$$

$$V_{DA} = -\frac{M_{AD} + M_{DA}}{H}, \quad V_{FB} = -\frac{M_{BF} + M_{FB}}{H}$$

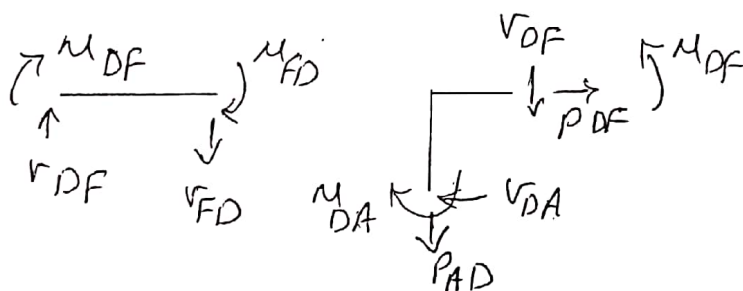
$$V_{DA} + V_{FB} = \frac{Q}{P} \Rightarrow \frac{EI}{H} (4\theta_D + 4\theta_F - 4\Delta) = -\frac{QH}{P}$$

$$\theta_D = 10.44 \frac{QH^2}{EI}, \quad \theta_F = 10.1 \frac{QH^2}{EI}, \quad \Delta = 10.41 \frac{QH^2}{EI} \Rightarrow$$



$$M_{DF} = 112 \text{ QH} \quad \text{و} \quad M_{FD} = 102 \text{ QH}$$

$$V_{DF} = -\frac{M_{DF} + M_{FD}}{H} = -114 \text{ Q} \downarrow$$



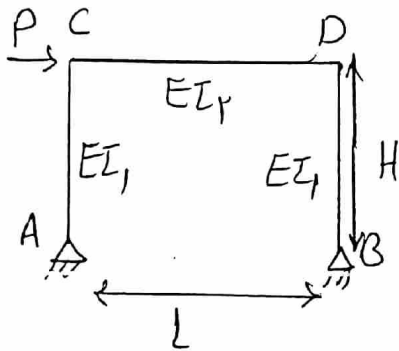
$$P_{AD} = -V_{DF} = 114 \text{ Q} \uparrow$$

با توجه به این که عضو AD در حالت بارگذاری متوازن داریم نیروهای محوری است
بنابراین نیروی محوری عضو مذکور که حاصل جمع دو حالت می باشد برابر با 114Q
است و به سمت راست عمل می کند

تحلیل سازه II دکتر علی مهرپورستا

پیش‌سوال چهارم: در مثال زیر، اگر P را در C قرار دهیم، چه مقدار است P ؟

۱- در حالتی که مقابل نیرو در محور CD چه مقدار است؟



۱- ۰

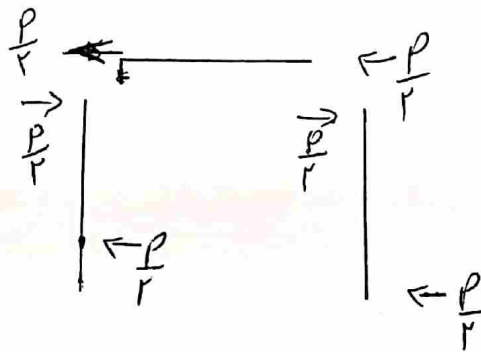
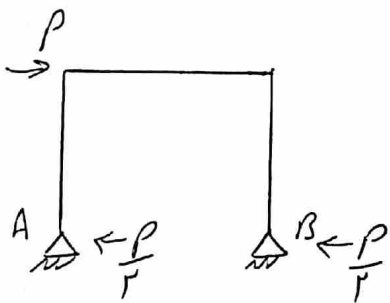
۲- $\frac{P}{2}$

۳- P

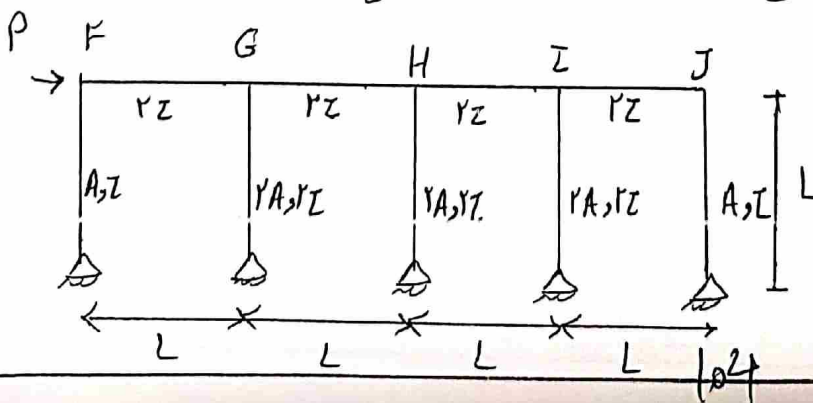
۴- بستگی به نسبت $\frac{EI_1}{EI_2}$ و $\frac{H}{L}$ دارد.

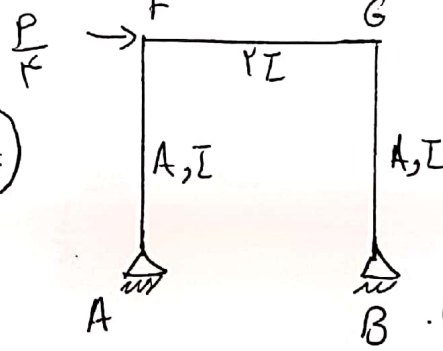
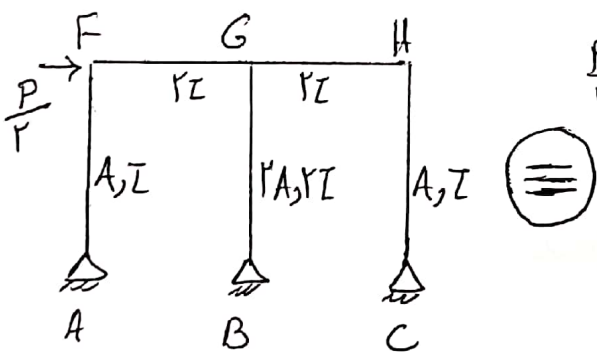
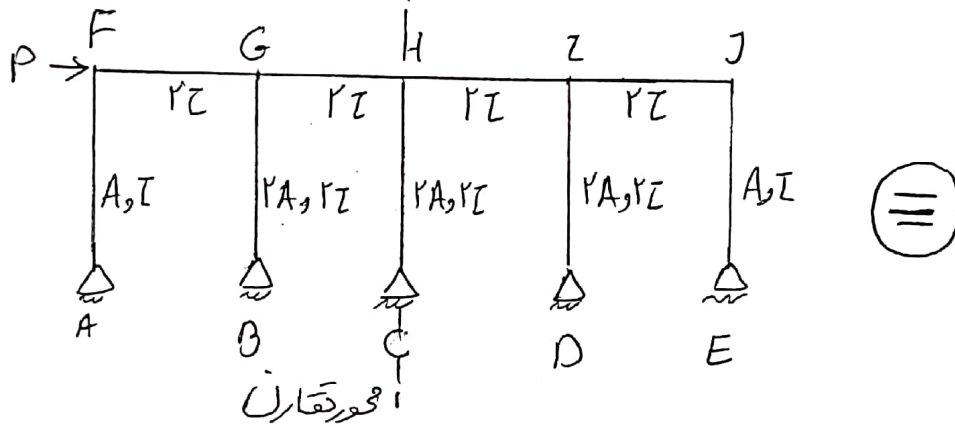
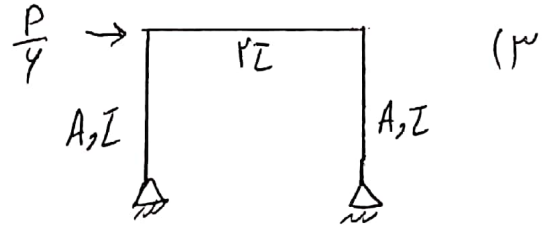
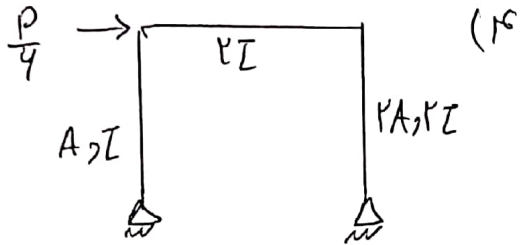
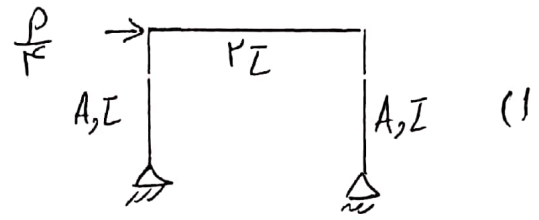
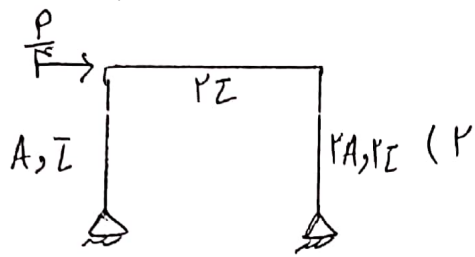
حله: با توجه به تقارن سازه پیش‌گفته در مثال A و B برابر $\frac{P}{2}$ است و در نتیجه نیرو در محور CD برابر $P - \frac{P}{2} = \frac{P}{2}$ است.

گزینه ۲ درست است.



۲- به جای تحلیل قاب زیر که اصل از قاب هاله زیر را می‌توان تحلیل کرد.



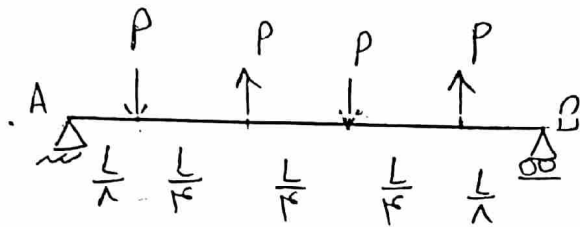


گذریدل ادره است.

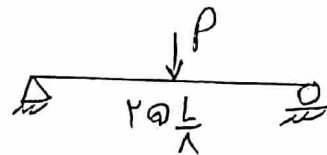
تحليل سازه II

دکتر علی محمد روستا

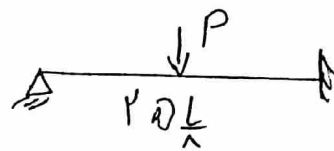
۳- بجای تحلیل سیر مقابل که اغلب از تیرهای نزدیک توان تحلیل کرد.



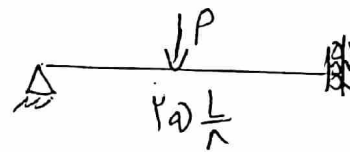
با توجه به یاد تقارنی بارگذاری، تغییر مکان و گشتاورهای در وسط تیر صفر است و می توان نصف تیر را تحلیل کرد که بارگذاری در این تیر و گشتاورها و تقارنی بارگذاری، تغییر مکان و گشتاورهای در وسط تیر صفر است و می توان نصف تیر را تحلیل کرد که همان تیر گشتاور اول است.



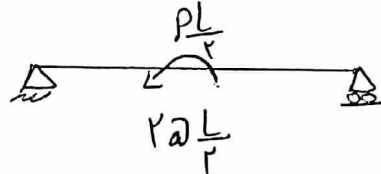
(۱)



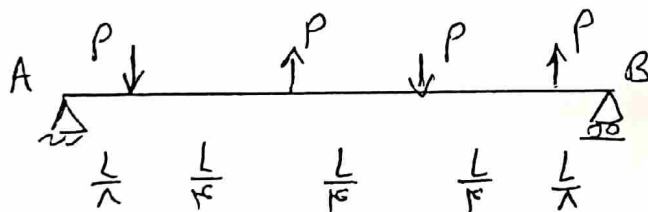
(۲)



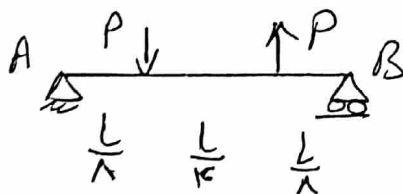
(۳)



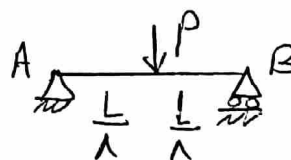
(۴)



(=)



(=)



(اختیار غیر مستقیم)

صفحه ۸

minimum energy method

تعیین انرژی حداقل

در این قسمت ابتدا توضیح مختصر در مورد کلیت سازه های نامعین با استفاده از تعین دوم کاسلیانو - تعین انرژی حداقل که در درس کلیت سازه ها (I) آشناسید می دهیم. هدف از تعین دوم کاسلیانو برای کلیت سازه های نامعین استاتیکی به کار برده شود، روابط سازگاری تغییر شکل برای نقاط تأثیر نیروهای مجهول اضافه خود بخود به دست می آیند. بدین دلیل است که عده ای از مهندسان استفاده از روش کاسلیانو را به روش سازگاری تغییر شکل ها ترجیح می دهند. اما باید متذکر شد که این روش محدودیت های دارد و از آن نمی توان برای کلیت سازه های نامعین در اثر تغییرات دما و نشست کلیه ها استفاده نمود. در این روش سازه هوشی در حداقل است که انرژی تیانشیل سازه به $\min$ یابد و تغییر شکلی که می تواند انرژی تیانشیل را $\min$ کند تغییر شکل تعادل کننده است. برای این روش رابطه ای به صورت مقابل داریم:

$$u = \sum_{i=1}^n \int \frac{u(x)^2}{2EI} dx$$

$$\frac{\delta u}{\delta \Delta_i} = p_i \quad \frac{\delta u}{\delta p_i} = \Delta_i \quad \frac{\delta u}{\delta \mu_i} = \mu_i \quad \frac{\delta u}{\delta \theta_i} = \theta_i$$

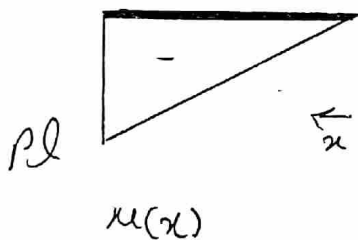
سازه را در دو راد نقطه گیرند



$$u = \int_0^l \frac{\mu(x)^2}{2EI} dx$$

با توجه به رابطه زیر قبلاً داریم

مقدار گشتاور گشتی برای این تیر به صورت زیر می باشد.



$$\mu(x) = -Px$$

$$u = \int_0^l \frac{(-Px)^2}{2EI} dx$$

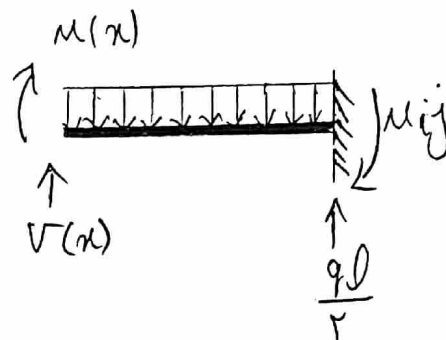
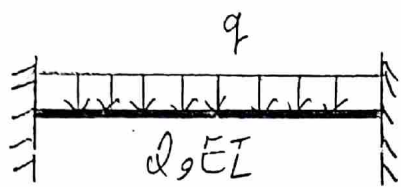
$$\frac{\delta u}{\delta \Delta_i} = \int_0^l \frac{Px(x) \frac{\delta \mu(x)}{\delta \Delta_i}}{2EI} dx = \int_0^l \frac{\mu(x) \frac{\delta \mu(x)}{\delta \Delta_i}}{EI} dx = p_i$$

$$\frac{\delta u_i}{\delta p_i} = \Delta_i \Rightarrow \Delta_i = \int_0^l \frac{\mu(x) \frac{\delta \mu(x)}{\delta p_i}}{EI} dx \Rightarrow$$

$$\Delta = \int_0^l \frac{(-Px)(-x)}{EI} dx = \int_0^l \frac{Px^2}{EI} dx = \frac{Pl^3}{3EI}$$

۱۰۹

تبدیل بدست آوردن u_{ij} بهال تیر شکل زیر از این روش به صورت زیر است که می بینیم:



$$u(x) = u_{ij} + \frac{q x^2}{2} - \frac{q l}{2} x$$

$$\frac{\delta u}{\delta v_i} = 0$$

بدلیل اینکه در این تیر تغییر مکان یا تغییر شکلی نداریم

$$\frac{\delta u}{\delta u_{ij}} = 0$$

$$\frac{\delta u(x)}{\delta u_{ij}} = 1$$

$$u = \int_0^l \frac{u'(x)}{EI} dx$$

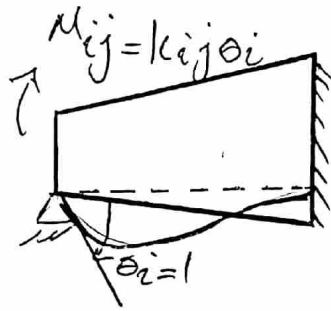
$$\frac{\delta u}{\delta u_{ij}} = 0 \Rightarrow \int_0^l \frac{u(x) \left[\frac{\delta u(x)}{\delta u_{ij}} \right]}{EI} dx = 0 \Rightarrow \int_0^l \frac{[u_{ij} + \frac{q x^2}{2} - \frac{q l}{2} x] x}{EI} dx = 0$$

$$\Rightarrow u_{ij} x l + \frac{q}{2} x \frac{l^3}{3} - \frac{q l}{2} x \frac{l^2}{2} = 0 \Rightarrow u_{ij} + \frac{q}{4} l^2 - \frac{q}{4} l^2 = 0 \Rightarrow$$

$$u_{ij} = q l^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \boxed{u_{ij} = \frac{1}{12} q l^2}$$

(محاسبه μ_{ij} و μ_{ji} با استفاده از روش حداقل انرژی)

سازه / شکل زیر را در نظر بگیرید.



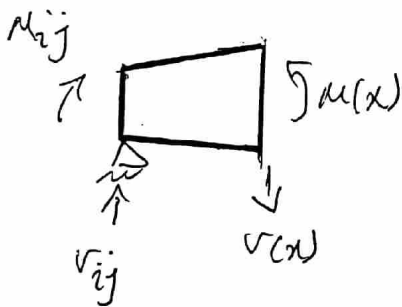
$$\mu_{ji} = c_{ij} \mu_{ij}$$

در این دوران واحد یک متر عقربه

در انتهای شکل آن، که گویید است

نگهدار ایجاب می شود که در این سنجی

ناگه وارد شده به سازه دوران کرده است. (c_{ij})



$$\mu(x) = \mu_{ij} + \kappa x v_{ij}$$

چون در این گنگه μ_{ij} تغییر شکل دورانی

واحد (1) داریم پس $\theta_i = 1$

برابر واحد می باشد. اما در این v_{ij}

$$\mu(x) = \mu_{ij} + \kappa x v_{ij}$$

تغییر شکل نداریم پس $\frac{\partial \mu}{\partial v_{ij}} = 0$ است. و $\frac{\partial \mu}{\partial \mu_{ij}} = \theta_i = 1$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \mu_{ij}} = 1 \Rightarrow \int_0^L \frac{\mu(x) \frac{\partial \mu(x)}{\partial \mu_{ij}}}{EI(x)} dx =$$

$$\int_0^L \frac{\mu(x) \kappa x}{EI(x)} dx = 1 \quad (I)$$

$$\frac{\delta u}{\delta v_{ij}} = 0 \Rightarrow \int_0^l \frac{u(x) \frac{\delta u(x)}{\delta v_{ij}}}{EI(x)} dx = 0 \Rightarrow$$

$$\int_0^l \frac{u(x) x}{EI(x)} dx = 0 \quad (II)$$

$$(I) \int_0^l \frac{u(x) dx}{EI(x)} = 1 \Rightarrow \int_0^l \frac{[u_{ij} + x v_{ij}]}{EI(x)} dx = 1$$

$$\Rightarrow u_{ij} \int_0^l \frac{dx}{EI(x)} + v_{ij} \int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} = 1 \quad (A)$$

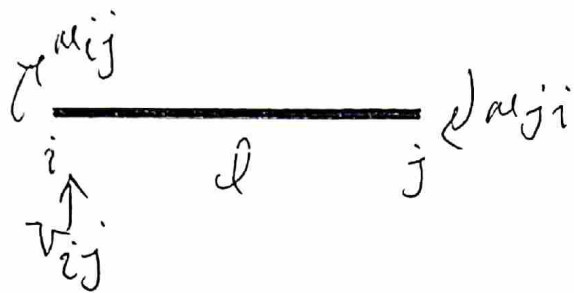
$$(II) \Rightarrow u_{ij} \int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} + v_{ij} \int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)} = 0 \quad (B)$$

for B, A $\int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)}$

$$u_{ij} = k_{ij} = \frac{\int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)}}{\int_0^l \frac{dx}{EI(x)} \times \int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)} - \left[\int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} \right]^2}$$

$$v_{ij} = \frac{\int_0^l \frac{x dx}{EI(x)}}{\int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} \times \int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)} - \left[\int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} \right]^2}$$

برای بدست آوردن c_{ij} به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$\{u_j = 0 \Rightarrow u_{ji} = u_{ij} + v_{ij} \times l \quad (I)$$

$$u_{ji} = c_{ij} u_{ij} \quad (II)$$

$$c_{ij} u_{ij} = u_{ij} + v_{ij} \times l$$

$\Leftarrow (I) \text{ و } (II)$

$$c_{ij} = \frac{u_{ij} + v_{ij} \times l}{u_{ij}} = 1 + \frac{v_{ij} \times l}{u_{ij}}$$

$$c_{ij} = \frac{L \times \int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} - \int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)}}{\int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)}}$$

برای بدست آوردن c_{ij} و k_{ij} مبدأ را در نقطه صدم قرار می‌دهیم. برای عمل سازه مورد نظر و از هین روابط استفاده می‌کنیم.

باز هم به روابطی که در معادلات قبلی دیدیم آنگاه EI ثابت باشد داریم :

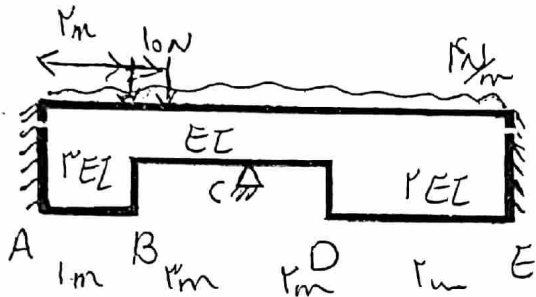
$$k_{ij} = \frac{\frac{d^3}{dx^3}}{EI} = \frac{\frac{d^3}{dx^3}}{EI} \Rightarrow$$

$$\frac{L}{EI} \times \frac{d^3}{dx^3} - \left(\frac{d^3}{dx^3}\right)^2 = \frac{d^3}{dx^3} - \frac{d^3}{dx^3}$$

$$k_{ij} = \frac{\frac{d^3}{dx^3}}{\frac{1}{12} \frac{d^3}{dx^3}} \Rightarrow k_{ij} = \frac{EI}{L}$$

$$c_{ij} = \frac{L \times \frac{d^2}{dx^2} - \frac{d^2}{dx^2}}{\frac{d^2}{dx^2}} = \frac{\frac{1}{4} \frac{d^2}{dx^2}}{\frac{1}{12} \frac{d^2}{dx^2}} = 3$$

(ex) برای تیر نشان داده شده، k_{AC} و C_{AC} و k_{CA} و C_{CA} را بیابید.



k_{AC} و C_{AC}

$$EI(x) = \begin{cases} 3EI & 0 < x < 1 \\ EI & 1 < x < 3 \end{cases}$$

k_{CA} و C_{CA}

$$EI(x) = \begin{cases} EI & 0 < x < 1 \\ 3EI & 1 < x < 3 \end{cases}$$

$$\int \frac{dx}{EI(x)} = \int_0^1 \frac{dx}{3EI} + \int_1^3 \frac{dx}{EI} = \frac{10}{3EI}$$

$$\int \frac{x dx}{EI(x)} = \int_0^1 \frac{x dx}{3EI} + \int_1^3 \frac{x dx}{EI} = \frac{19}{6EI}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{EI(x)} = \int_0^1 \frac{x^2 dx}{3EI} + \int_1^3 \frac{x^2 dx}{EI} = \frac{190}{9EI}$$

$$k_{AC} = \frac{\frac{190}{9EI}}{\frac{10}{3EI} \times \frac{19}{6EI} - \left(\frac{19}{3EI}\right)^2} \Rightarrow k_{AC} = 1.12$$

$$C_{AC} = \frac{19 \times \frac{19}{6EI} - \frac{190}{9EI}}{\frac{190}{9EI}} = 1.48$$

مقدار لازم و چون ظرف A_c حرکت نسبی از طرف
 فنیم حرکت کرده ایم پس فنیم بخش کمتر داره و مقدار لازم این است که ضربه نخوریم برای
 این جهت که در این لحظه

$$EI \prec k_{AC}, k_{CA} \prec EI$$

شیرباز و (نقطه کنکورد)

$$\text{if } EI(\sqrt{3}) = EI \Rightarrow k = \frac{EI}{\sqrt{3}} = EI$$

$$\text{if } EI(\sqrt{3}) = 3EI \Rightarrow k = \frac{3EI}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}EI$$

$$k_{CA} \text{ و } C_{CA} = ?$$

$$\int \frac{dx}{EI(x)} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{EI} + \int_{\sqrt{3}}^E \frac{dx}{3EI} = \frac{10}{3EI}$$

$$\int \frac{x dx}{EI(x)} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{EI} + \int_{\sqrt{3}}^E \frac{x dx}{3EI} = \frac{14}{3EI}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{EI(x)} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{EI} + \int_{\sqrt{3}}^E \frac{x^2 dx}{3EI} = \frac{118}{9EI}$$

$$k_{CA} = \frac{\frac{118}{9EI}}{\frac{10}{3EI} \times \frac{118}{9EI} - \left[\frac{14}{3EI} \right]^2} = 1.12 EI$$

$$C_{CA} = \frac{EI \times \frac{14}{3EI} - \frac{118}{9EI}}{\frac{118}{9EI}} = 1.728 \times \frac{1}{F}$$

بدلیل اینکه مقاومت کمتر است؟ قیمت Ac در.

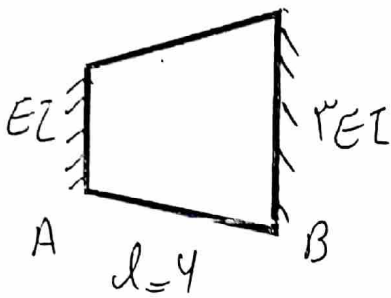
$$k_{CA} C_{CA} = k_{AC} C_{AC}$$

نقطه کنکورد

$$k_{CA} \times C_{CA} = 1.728 \times 1.12 EI = 1.92 EI = 1.92 EI$$

$$k_{AC} \times C_{AC} = 1.12 EI \times 1.68 = 1.86 EI$$

(ex) k_{AB} و C_{AB} را برای شکل زیر بدست آورید.



چون مقطع به صورت خطی تغییر می کند باید موادل خطی را بنویسیم.

$$y_1 = EI \quad x_1 = 0 \quad \text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{EI}{3}$$

$$y_2 = 3EI \quad x_2 = 4$$

$$EI(x) = \frac{EI}{3} x + EI \Rightarrow EI(x) = EI x \left[\frac{x}{3} + 1 \right]$$

$$\int_0^4 \frac{dx}{EI(x)} = \int_0^4 \frac{dx}{EI \left(\frac{x}{3} + 1 \right)} = \frac{1}{EI} x^3 \ln \left(\frac{x}{3} + 1 \right) \Big|_0^4 = \frac{3}{EI} \ln 3$$

$$\int_0^4 \frac{x dx}{EI(x)} = \frac{1}{EI} \int_0^4 \frac{x dx}{\frac{x}{3} + 1} = \frac{3}{EI} \int_0^4 \frac{\frac{x}{3} + 1 - 1}{\frac{x}{3} + 1} dx =$$

$$\frac{3}{EI} x \left[x - 3 \ln \left(\frac{x}{3} + 1 \right) \right]_0^4 = \frac{3}{EI} (4 - 3 \ln 3) = \frac{1.112}{EI}$$

$$\int_0^4 \frac{x^2 dx}{EI(x)} = \frac{1}{EI} \int_0^4 \frac{x^2 dx}{\frac{x}{3} + 1} = \frac{1}{EI} \int_0^4 \frac{\left(\frac{x}{3} + 1 \right) (3x - 9) + 9}{\frac{x}{3} + 1} dx =$$

$$\frac{29.442}{EI}$$

به جای آن مقدار مربعی و منفی قبل در روابط زیر داریم:

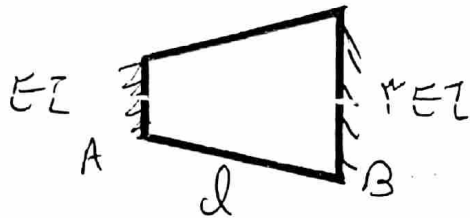
$$k_{AB} = \frac{\int_0^L \frac{x^2 dx}{EI(x)}}{\int_0^L \frac{dx}{EI(x)} + \int_0^L \frac{x^2 dx}{EI(x)} - \left[\int_0^L \frac{x dx}{EI(x)} \right]^2} = 1.928 EI$$

$$C_{AB} = \frac{2 \alpha \int_0^L \frac{x dx}{EI(x)} - \int_0^L \frac{x^2 dx}{EI(x)}}{\int_0^L \frac{x^2 dx}{EI(x)}} = 1.928 \times \frac{1}{4}$$

بدلیل اینکه قسمت AB باردار است پس ضریب نفوذ آن بیشتر از $\frac{1}{4}$ است که مشروط لازم
عبارت شود بجزا است.

(ex) مدار سازگار زیری k_{AB} و c_{AB} را بیست آورده

هائیک مثال قبل معادله را خط را برنویسیم؟



$$\begin{cases} y_1 = EI & x_1 = 0 \\ y_r = 2EI & x_r = l \end{cases} \Rightarrow EI(x) = EI \left[\frac{x}{l} + 1 \right]$$

$$\int_0^l \frac{dx}{EI(x)} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{dx}{\frac{x}{l} + 1} = \frac{L}{2EI} \ln \left[\frac{x}{l} + 1 \right]_0^l = \frac{L}{2EI} \ln 2$$

$$\int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{x dx}{\frac{x}{l} + 1} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{L}{2} \int_0^l \frac{\left[\frac{x}{l} + 1 - 1 \right]}{\frac{x}{l} + 1} dx$$

$$= \frac{L}{2EI} \left[L - \frac{L}{2} \ln 2 \right] \Rightarrow \int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} = \frac{L^2}{2EI} \left[1 - \frac{\ln 2}{2} \right]$$

$$\int_0^l \frac{x^2 dx}{\frac{x}{l} + 1} = \int_0^l \frac{\left(\frac{x}{l} + 1 \right) \left(\frac{L}{2} x - \frac{L^2}{2} \right) + \frac{L^2}{2}}{\left[\frac{x}{l} + 1 \right] EI} dx$$

$$= \left[\frac{L}{2} x^2 - \frac{L^2}{2} x \right]_0^l + \frac{L^2}{2} \cdot \frac{L}{2} \ln 2 = \frac{L^3}{2} \ln 2 = \frac{1}{2} \frac{L^3}{EI} \ln 2$$

با استفاده از روابط بیست آورده در بالا در فرمول زیر:

$$k_{AB} = \frac{\int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)}}{\int_0^l \frac{dx}{EI(x)} \times \int_0^l \frac{x^2 dx}{EI(x)} - \left[\int_0^l \frac{x dx}{EI(x)} \right]^2} = \frac{1}{2} \frac{L^3}{EI} \ln 2$$

$$C_{AB} = \frac{L \propto \int_0^L \frac{x dx}{E I(x)} - \int_0^L \frac{x^2 dx}{E I(x)}}{\int_0^L \frac{x^2 dx}{E I(x)}} = 4EI > \frac{1}{F}$$

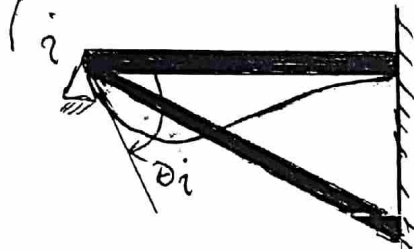
چون قسمت AB ندرت (نارنگه) است پس شرط لازم $\frac{1}{F} > C_{ij}$ برقرار است

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

فصول سبب افت برای سازه‌ها دارای میان انیسی متخیر (دور انتقال کرده)

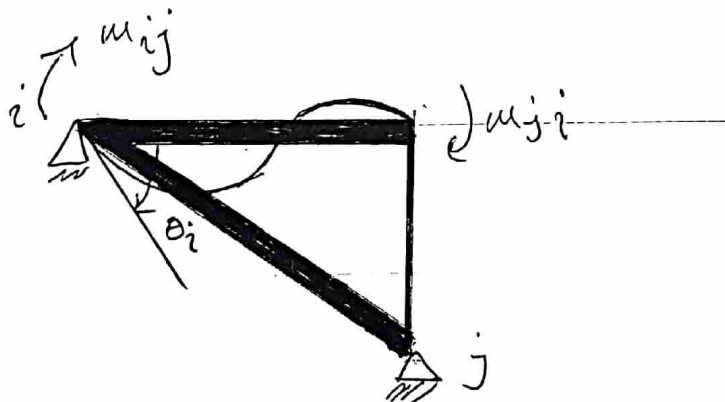
تیرسل زیر را در نظر بگیرید

$$u = u_{ij} = l_{ij} \theta_i \quad \theta_i = 1, u_{ij} = k_{ij}$$



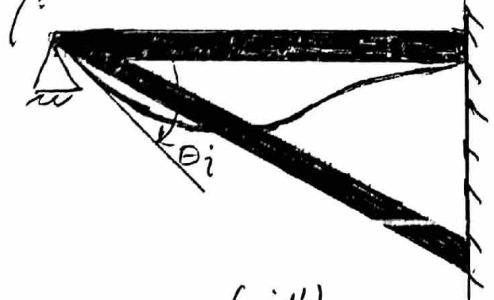
$$u_{ji} = c_{ij} u_{ij} = c_{ij} k_{ij}$$

در شکل زیر چون خودمان گزینیم θ_i برابر با صفر نیست.



برای بدست آوردن فصول سبب افت در شکل بالا، از جمع دو اثر میزاد در شکل‌های زیر استفاده می‌کنیم. (الف و ب)

$$u_{ij} = l_{ij} \theta_i$$



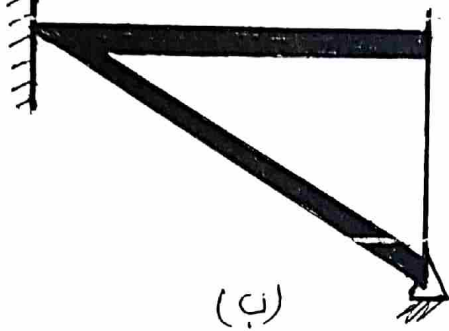
(الف)

در این شکل فرض می‌کنیم که انتقال رخ نگذارد است.

$$u_{ji} = c_{ij} k_{ij} \theta_i$$

$$k_{ji} \times \theta_j \times c_{ji}$$

- در این شکل فرض می کنیم که انتهای عضو گیردار است.



$$\mu_{ji} = k_{ji} \times \theta_j$$

اجماع الف و ب داریم :

$$\mu_{ij} = k_{ij} \theta_i + k_{ji} \theta_j c_{ji} = k_{ij} \theta_i + c_{ij} k_{ij} \theta_j \Rightarrow \mu_{ij} =$$

$$k_{ij} \times [\theta_i + c_{ij} \theta_j]$$

$$\mu_{ji} = c_{ij} k_{ij} \theta_i + k_{ji} \theta_j = k_{ji} \theta_j + c_{ji} k_{ji} \theta_i \Rightarrow$$

$$\mu_{ji} = k_{ji} \times [\theta_j + c_{ji} \theta_i]$$

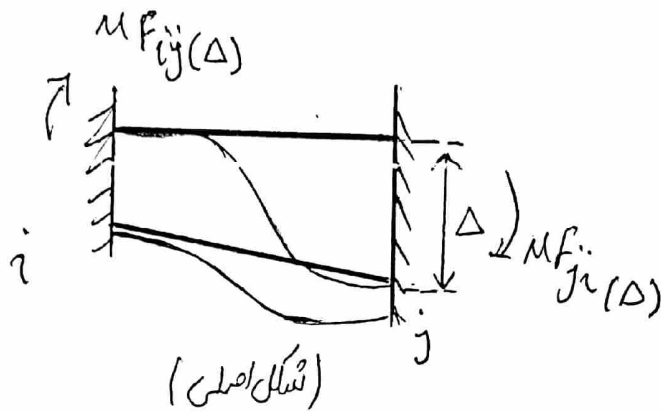
$$\text{if } EI(x) = EI \text{ (constant)} \Rightarrow k_{ij} = k_{ji} = \frac{6EI}{L}$$

$$c_{ij} = c_{ji} = \frac{1}{2}$$

$$\mu_{ij} = \frac{6EI}{L} (\theta_i + \frac{1}{2} \theta_j) = \frac{6EI}{L} (2\theta_i + \theta_j)$$

$$\mu_{ji} = \frac{6EI}{L} (\theta_j + \frac{1}{2} \theta_i) = \frac{6EI}{L} (\theta_i + 2\theta_j)$$

عالمسبار لنگرگیر دارا ناسی از جابجهایی (Δ عمود بر عینو) در اعضا غیر مستقیم

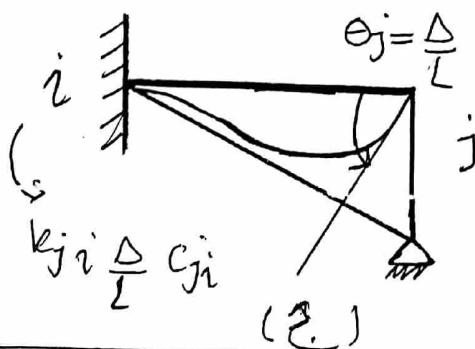
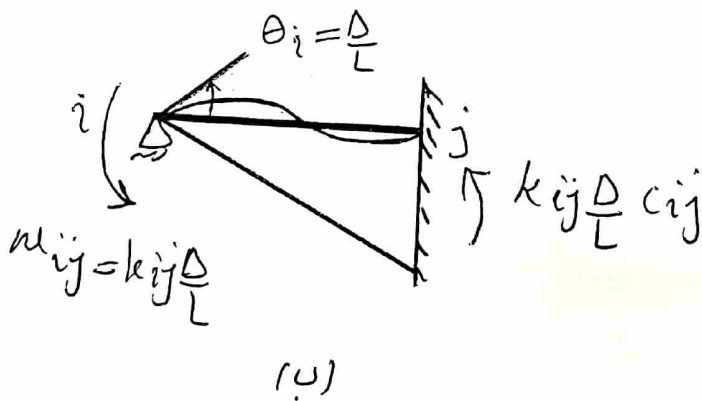
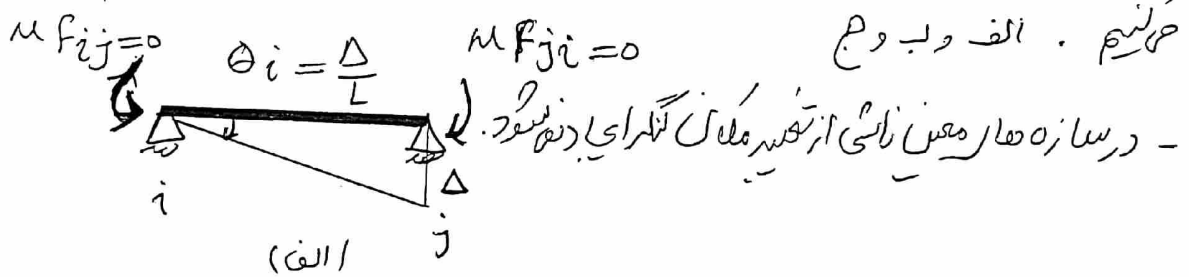


$$\Delta = \Delta_j - \Delta_i$$

$$\theta_i = 0$$

$$\theta_j = 0$$

بدل بدین آوردن لنگرگیر دارا در شکل فوق، از مجموع سه اثر در شکل های زیر استفاده



$$M_{ji} = k_{ji} \Delta/L$$

$$\Delta + \theta + \psi = \text{مسل اصلی}$$

$$\mu_{F_{ij}(\Delta)} = 0 - k_{ij} \frac{\Delta}{L} - k_{ji} c_{ji} \kappa \frac{\Delta}{L} \Rightarrow \mu_{F_{ij}(\Delta)} = -k_{ij} \frac{\Delta}{L} (1 + c_{ij})$$

$$\mu_{F_{ji}(\Delta)} = 0 - k_{ij} c_{ij} \frac{\Delta}{L} - k_{ji} \frac{\Delta}{L} \Rightarrow \mu_{F_{ji}(\Delta)} = -k_{ji} \frac{\Delta}{L} (1 + c_{ji})$$

$$\text{if } EI(x) = \text{constant} \quad k_{ij} = k_{ji} = \frac{EI}{L} \quad \text{و} \quad c_{ij} = c_{ji} = \frac{1}{f}$$

$$\mu_{F_{ij}(\Delta)} = -\frac{EI}{L} \frac{\Delta}{L} (1 + \frac{1}{f}) = -\frac{4EI\Delta}{L^2}$$

$$\mu_{F_{ji}(\Delta)} = -\frac{EI}{L} \frac{\Delta}{L} (1 + \frac{1}{f}) = -\frac{4EI\Delta}{L^2}$$

معارلات نسبی افق (در حالت کلی)

$$\mu_{ij} = k_{ij} \kappa [\theta_i + c_{ij} \theta_j] - k_{ij} \frac{\Delta}{L} (1 + c_{ij}) + \mu_{F_{ij}(p)}$$

$$\mu_{ji} = k_{ji} \kappa [\theta_j + c_{ji} \theta_i] - k_{ji} \frac{\Delta}{L} (1 + c_{ji}) + \mu_{F_{ji}(p)}$$

$\mu_{F_{ij}(p)}$ و $\mu_{F_{ji}(p)}$: گانه ها که در این راستا از بار موجود در هر عضو

تحلیل ما؛ و کستر علی محمدروستا

$$\mu_{ij}^F(p) = \frac{\int_0^L \frac{x^2 dn}{L(n)} \int_0^L \frac{\mu_{pi}(n)}{L(n)} dn - \int_0^L \frac{x}{L(n)} dx \int_0^L \frac{\mu_{pi}(n) x}{L(n)} dn}{\left[\int_0^L \frac{x}{L(n)} dx \right]^2 - \int_0^L \frac{1}{L(n)} dx \int_0^L \frac{x^2}{L(n)} dx}$$

$$\mu_{ji}^F(p) = \frac{\int_0^L \frac{x^2}{L(n)} dx \int_0^L \frac{\mu_{pj}(n)}{L(n)} dx - \int_0^L \frac{x}{L(n)} dx \int_0^L \frac{\mu_{pj}(n) x}{L(n)} dx}{\int_0^L \frac{1}{L(n)} dx \int_0^L \frac{x^2}{L(n)} dx - \left[\int_0^L \frac{x}{L(n)} dx \right]^2}$$

$\mu_{pi}(n)$ و $\mu_{pj}(n)$ معادله تکراری میل از بارهای خارجی در عضو با مبدأ مشخصات درجه بدون در نظر گرفتن واکنش های تکیه ها می باشد.

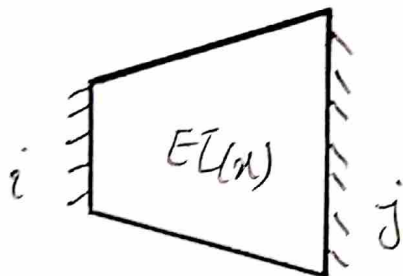
$\mu_{pj}(n)$ و $\mu_{pi}(n)$ معادله تکراری میل از بارهای خارجی در تکیه بدون تکیه ها با قرار دادن مبدأ در تکیه ها می باشد.

$$\mu_{ij} = k_{ij} \left[\theta_i + c_{ij} \theta_j - \frac{\Delta}{L} (1 + c_{ij}) \right] + \mu_{ij}^F(p)$$

$$\mu_{ji} = k_{ji} \left[\theta_j + c_{ji} \theta_i - \frac{\Delta}{L} (1 + c_{ji}) \right] + \mu_{ji}^F(p)$$

روش استفاده مستقیم در سازه های با میان انیشتی متغیر (افعال غیر موزون)

شکل زیر را در نظر بگیرید :



l

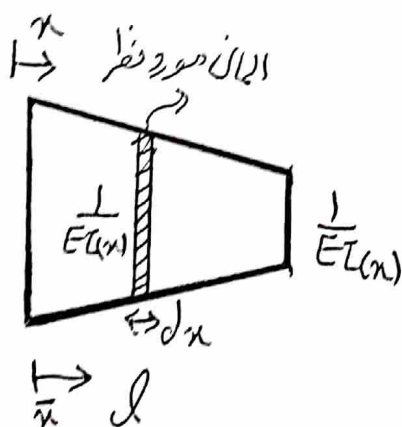
$$k_{ij} = \frac{\int_0^l x^2 dx}{EI(x)}$$

با توجه به آن همه در بخش قبل بررسی کردیم و

$$\int \frac{dx}{EI(x)} \int \frac{x^2 dx}{EI(x)} - \left[\int \frac{x dx}{EI(x)} \right]^2$$

آرکس بالا را وارون کنیم (جبر عبارتی مستقیم را در سازه های وایمانی به صورتی که در شکل

نشان داده شد را در نظر بگیریم داریم :



$$dA = dx \times \frac{1}{EI(x)} = \frac{dx}{EI(x)}$$

$$k_{ij} = \frac{\int_0^l \frac{x^r dx}{E Z(x)}}{\int_0^l \frac{dx}{E Z(x)} \int_0^l \frac{x^r dx}{E Z(x)} - \left[\int_0^l \frac{x dx}{E Z(x)} \right]^r}$$

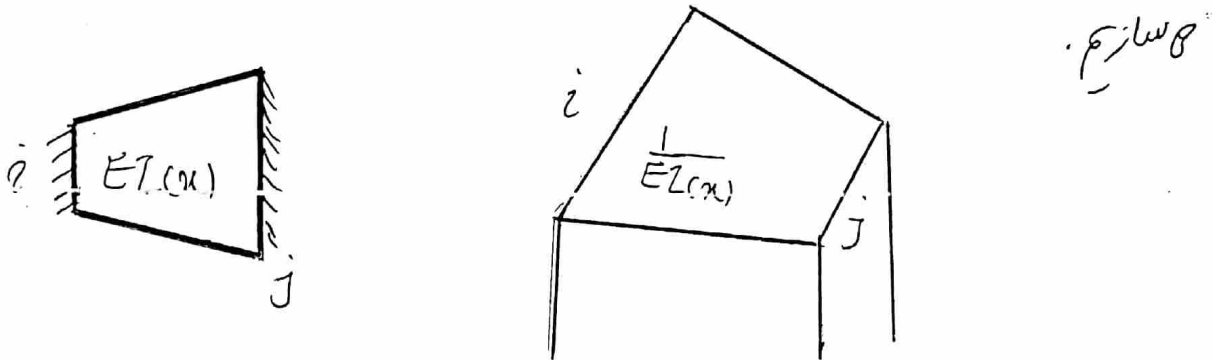
$$k_{ij} = \frac{\int x^r dA}{\int dA \int x^r dA - \left[\int x dA \right]^r} = \frac{\bar{I}}{A \bar{I} - [\bar{x} A]^r} \Rightarrow$$

$$k_{ij} = \frac{\bar{I} + A \bar{x}^r}{A \times (\bar{I} + A \bar{x}^r) - A^r \bar{x}^r} \Rightarrow k_{ij} = \frac{\bar{I} + A \bar{x}^r}{A \bar{I}}$$

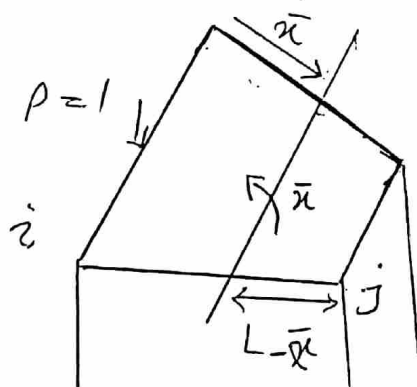
$$k_{ij} = \frac{1}{A} + \frac{\bar{x}^r}{\bar{I}}$$

محاسبه k_{ij} و c_{ij} و k_{ji} و c_{ji} با استفاده از روش مشابه

۱- از همان مقطع یا تیر داده شده با همان انبساطی متغیر بسوزنی مشابه با سطح مقطع $\frac{1}{EL(x)}$



۲- بار واحد را در نقطه قرار داده و تنش حاصل از این بار را در نقطه i و j حساب می کنیم.
(برای این کار اول بار باید، بار را به صورت سطح مشتق کنیم)



$$u = 1 \times \bar{x} = \bar{x}$$

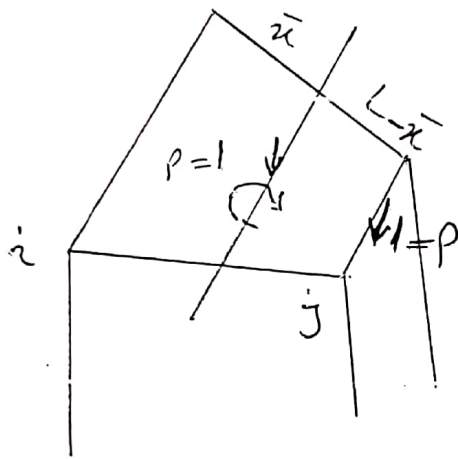
$$\delta = \frac{P}{A} + \frac{u \bar{x}}{L}$$

$$\delta_{ii} = \frac{P}{A} + \frac{u \bar{x}}{L} = \frac{1}{A} + \frac{\bar{x}^2}{L} = k_{ij}$$

$$\delta_{ij} = \frac{1}{A} - \frac{\bar{x}(L-\bar{x})}{L} \Rightarrow \delta_{ij} = \frac{1}{A} - \frac{\bar{x}(L-\bar{x})}{L}$$

$$\delta_{ij} = c_{ij} k_{ij} \Rightarrow c_{ij} = \left| \frac{\delta_{ij}}{k_{ij}} \right|$$

۳- بار و محدود در رفتار و مانند حالت قبل، تسهیل در رفتار و نیز قرار می‌دهم



$$\lambda = 1 - \bar{n} = (1 - \bar{n})$$

$$k_{ji} = \delta_{jj} = \frac{1}{A} + \frac{(L - \bar{n})(L - \bar{n})}{\bar{L}} \Rightarrow k_{ji} = \frac{1}{A} + \frac{(L - \bar{n})^2}{\bar{L}}$$

$$\delta_{ji} = \frac{1}{A} - \frac{(L - \bar{n})\bar{n}}{\bar{L}} = \frac{1}{A} - \frac{\bar{n}(L - \bar{n})}{\bar{L}} = c_{ji} k_{ji}$$

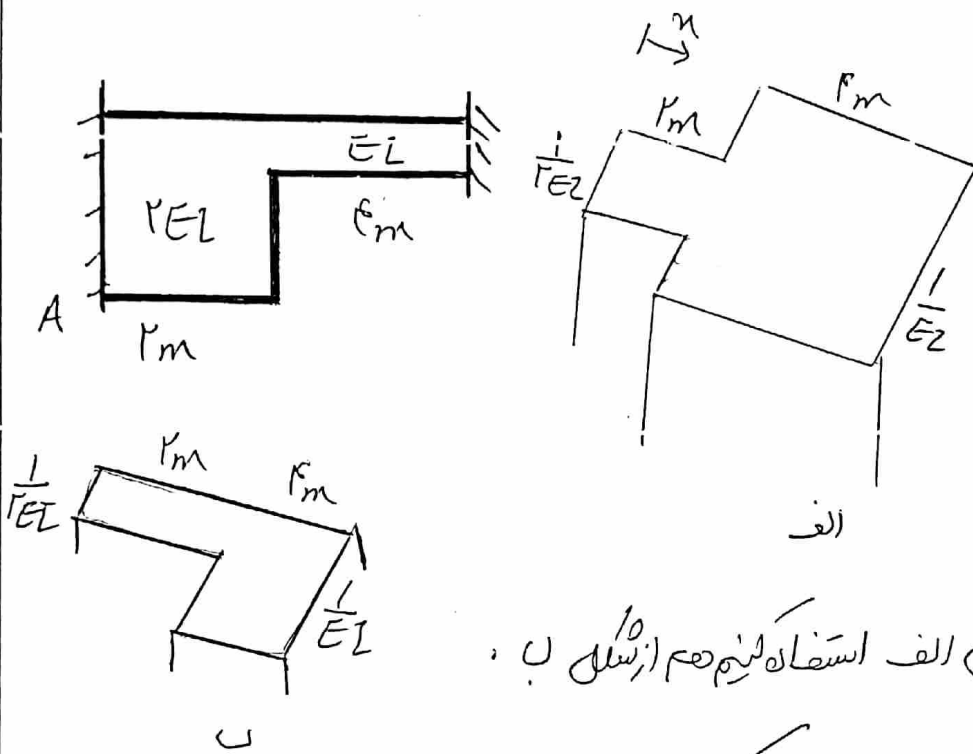
$$c_{ji} = \left| \frac{\delta_{ji}}{k_{ji}} \right|$$

$$k_{ij} c_{ij} = k_{ji} c_{ji}$$

نشان می‌دهد

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

(ex) با استفاده از روش تناسباتی k_{AC} و k_{CA} و C_{AC} و C_{CA} را بدست آورید.



همچنین از شکل الف استفاده کنیم هم از شکل ب.

مادرانی از شکل الف استفاده کنیم.

$$A = 2 \times \frac{1}{EI} + \varepsilon \times \frac{1}{EI} = \frac{\Delta}{EI} = A$$

$$\bar{k} = \frac{1 \times \frac{1}{EI} + \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{EI}}{\frac{1}{EI} + \frac{\varepsilon}{EI}} = \frac{11}{8} \Rightarrow \bar{k} = 1.375$$

$$\bar{I} = \frac{1}{12} \times \frac{1}{EI} \times 2^3 + \frac{1}{EI} (1.375 - 1)^2 + \frac{1}{12} \times \frac{1}{EI} \times \varepsilon^3 + \frac{\varepsilon}{EI} \times (\varepsilon - 1.375)^2$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{4.1667}{EI} + \frac{4.7778}{EI} \Rightarrow \bar{I} = \frac{12.144}{EI}$$

$$\delta_{AA} = k_{ij} = \frac{1}{A} + \frac{\bar{k}^2}{\bar{I}} = \frac{EI}{\Delta} + \frac{(1.375)^2}{12.144} \times EI \Rightarrow k_{AC} = 1.0918 EI$$

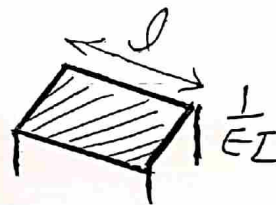
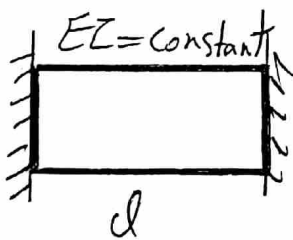
$$k_{Ac} \times c_{Ac} = \frac{1}{A} - \frac{\bar{x}(L-\bar{x})}{\bar{I}} - \frac{EI}{\Delta} - \frac{c_x(4-c_x^2)EI}{12,124} = -1,814EI$$

$$\Rightarrow c_{Ac} = \left| \frac{-1,814EI}{1,091EI} \right| = 1,662 < 1 \text{ } \Delta \text{ نقطه مرکز A است } \Rightarrow \text{نقطه انحراف در A}$$

$$k_{CA} = \frac{1}{A} + \frac{(L-\bar{x})^2}{\bar{I}} = \frac{EI}{\Delta} + \frac{(4-c_x)^2}{12,124} EI \Rightarrow k_{CA} = 1,725EI$$

$$k_{CA} c_{CA} = -1,814EI \Rightarrow c_{CA} = \left| \frac{-1,814EI}{1,725EI} \right| = c_{CA} = 1,052$$

$EI = \text{constant}$ (ex) c_{ij} و k_{ij} را برای شکل زیر بدست آورید



$$A = \frac{L}{EI}$$

$$\bar{x} = \frac{L}{2}$$

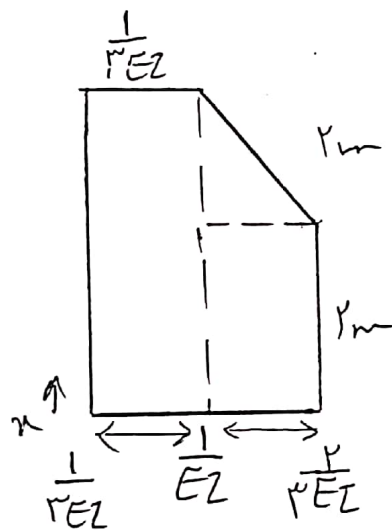
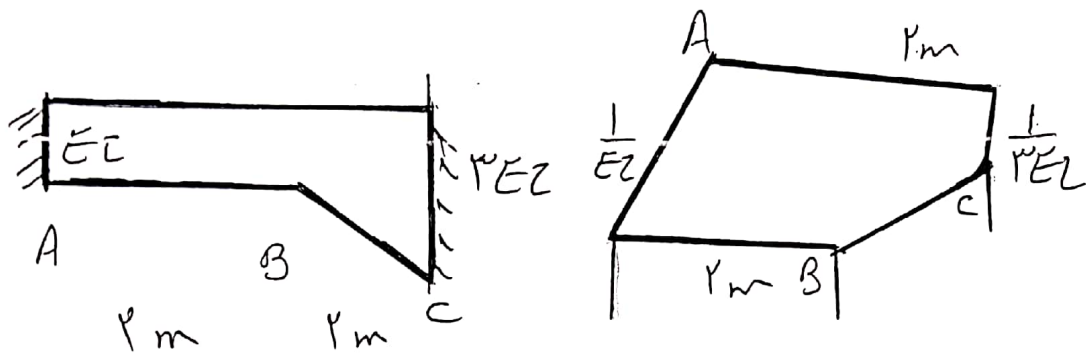
$$\bar{I} = \frac{1}{12} \times \frac{L}{EI} \times L^3$$

$$k_{ij} = \frac{EI}{L} + \frac{(\frac{L}{2})^2}{\frac{1}{12} \times \frac{L}{EI} \times L^3} \times 12EI = \frac{EI}{L} + \frac{12}{L} \frac{EI}{L} \Rightarrow k_{ij} = \frac{13EI}{L}$$

$$k_{ij} c_{ij} = \frac{EI}{L} - \frac{(\frac{L}{2})(\frac{L}{2})}{\frac{1}{12} \times \frac{L}{EI} \times L^3} \times 12EI = \frac{EI}{L} - \frac{12EI}{L} = -\frac{11EI}{L}$$

$$c_{ij} = \left| \frac{-\frac{11EI}{L}}{\frac{13EI}{L}} \right| = \frac{1}{13} = 0,077$$

(ع) با استفاده از روش مشابهت‌ها k_{AC} و C_{AC} را بدست آورید.



$$\bar{k} = \frac{\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{EI} \right) \times 1^3 + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{EI} \right) \times 1^3 + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{EI} \times \frac{1}{4} \right) \times (1 + \frac{1}{4})}{\frac{1}{3EI} + \frac{1}{3EI} + \frac{1}{3EI}}$$

$$\bar{k} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \bar{k} = 1.75 \text{ m} \quad \text{و} \quad A = \frac{10}{3EI}$$

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \frac{1}{12} \times \frac{1}{EI} \times 4^3 + \left(\frac{1}{3} \right) \times (1.75)^3 + \frac{1}{12} \times \frac{1}{EI} \times 1^3 + \left(\frac{1}{3} \right) \times (1.75)^3 \\ &+ \frac{1}{12} \times \frac{1}{EI} \times 1^3 + \left(\frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{4} \times 1 \times \left(1.75 + \frac{1}{4} \right)^3 \Rightarrow \bar{L} = \frac{2.75}{EI} \end{aligned}$$

$$k_{AC} = \frac{3EI}{l_0} + \frac{(1,74)^2 \times EI}{3,743} \Rightarrow k_{AC} = 1,09 \Delta EI$$

$$k_{AC} \alpha C_{AC} = \frac{3EI}{l_0} - \frac{1,74^2 \times (1,74^2) \times EI}{3,743} = 1,09 \Delta EI$$

$$\Rightarrow C_{AC} = \left| \frac{-1,09 \Delta EI}{1,09 \Delta EI} \right| \Rightarrow C_{AC} = 1,09 \Delta$$

محاسبه u_f ها با روش مستقیم است :

برای استفاده از این روش به صورت زیر عمل می کنیم :

۱- مقطع را به صورت دو سر ساده فرض می کنیم و تحت بار یکبارگی داده شده دیاگرام گشتاور کششی را رسم می کنیم.

۲- با داشتن تابع $EI(x)$ ، تابع $\frac{u(x)}{EI(x)}$ را به دست می آوریم.

۳- سطح زیر نمودار تابع را به صورت مقابل به دست می آوریم.

$$N = \int_0^L \frac{u(x)}{EI(x)} dx$$

۴- مرکز سطح و سطح زیر نمودار $\frac{u(x)}{EI(x)}$ را به دست می آوریم و $\bar{x}(N)$ و نامع $\bar{y}$ را می یابیم.

$$\bar{x}(N) = \frac{\int_0^L \frac{x u(x)}{EI(x)} dx}{\int_0^L \frac{u(x)}{EI(x)} dx} = \frac{\int u dA}{\int dA}$$

۵- مستوی مستطاب به صورت یک راسخه و نیروی N را در نقطه مستطاب مورد نظر در فاصله $\bar{x}$

$\bar{x}(N)$ قرار می دهیم. $\bar{y}$ و $\bar{x}$ و A را به دست می آوریم برای مستوی مستطاب.

۴- تنش را در ستون مسدود مورد نظر در نقاط i و j بدست می آوریم. (b_{ij} و b_{ji})

این تنش ها همان گتله ها را که دارای خون باجهت ها را دارند.



نکته: نیول N را باید به مرکز سطح ستون (مقطع) منتقل کنیم و بعد تنش ها را همالسیه کنیم.

- برای همالسیه تنش ها گتله ایجاد شده و هر انتظارات که قرار داده برای عبارت زیر

$$\delta_{in} = \frac{P}{A} \pm \frac{My}{I}$$

علامت $+$ را در نظر می گیریم و هر انتظارات که تنش قرار دهد علامت $-$ را در نظر می گیریم.

$$\delta_{ij} = \frac{P}{A} \pm \frac{My}{I}$$

- در عبارت رو بره :

$$P = N$$

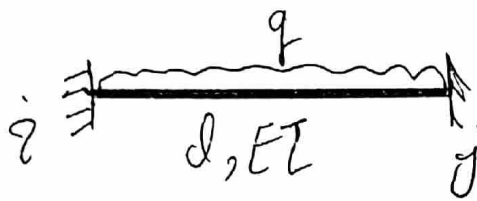
تحلیل سازه II

y و فاصله بین $\bar{y}$ و $\bar{x}$.

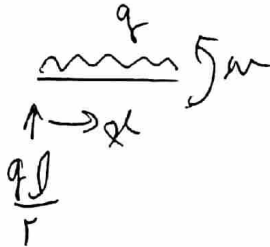
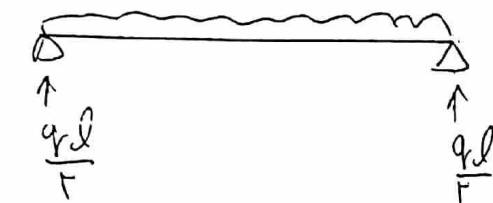
دستر علی معروض است

m : نیرو N و فاصله بین $\bar{y}$ و $\bar{x}$.

(ex) μ_{ij} و μ_{ji} را برای سازه زیر با استفاده از روش مستقیم به دست آورید.



برای تقارن $\bar{\mu}$ و $\bar{\mu}_N$
مربع مستقیم مستطاب به هم منطبق
شوند.

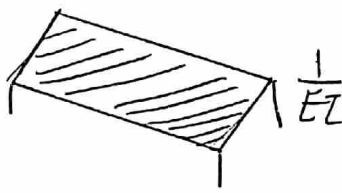


$$\Rightarrow \sum M = 0 \Rightarrow M + \frac{q n^2}{2} - \frac{q l n}{2} = 0$$

$$M(n) = -\frac{q n^2}{2} + \frac{q l n}{2}$$

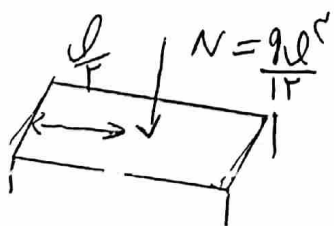
$$N = \int_0^l \frac{M(n)}{EI(n)} dn \Rightarrow N = \frac{E q l^3}{6 EI} \quad \text{و} \quad A = \frac{1}{EI} \times l = \frac{l}{EI}$$

سقف مستطاب



$$\bar{\mu} = \frac{l}{2} \quad \text{و} \quad A = \frac{l}{EI}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{12} \times \frac{1}{EI} \times l^3 \Rightarrow \bar{I} = \frac{l^3}{12 EI}$$



در این مثال چون $\bar{\mu}$ و $\bar{\mu}_N$ به هم منطبق
حرکت پس تئوری در این انتقال بار نه

از $\bar{\mu}$ و $\bar{\mu}_N$ به وجود نمی آید و $M=0$ است.

$$\delta_{ij} = \frac{P}{A} \pm \frac{My}{I} \Rightarrow \delta_{ij} = \frac{P}{A} = \frac{N}{A}$$

$$\delta_{iN} = \frac{q \cancel{\delta^r}}{12EI} + 0 \Rightarrow \delta_{iN} = \frac{q \delta^r}{12} = \mu f_{ij}$$

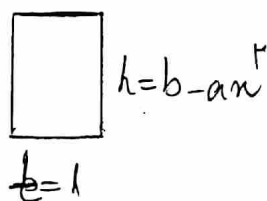
$$\delta_{jN} = \frac{q \delta^r}{12} = \mu f_{ji}$$

μf های که به دست آوردیم مشاغل با جهت هار زیر اند.

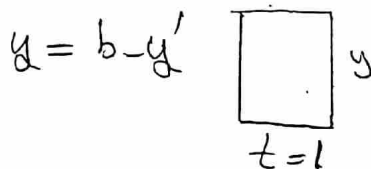
$$\begin{array}{c} \delta_i \text{ ————— } j \\ \mu f_{ij} = \frac{q \delta^r}{12} \qquad \mu f_{ji} = \frac{q \delta^r}{12} \end{array}$$

(11)

$$\begin{array}{c} \mu f_{ij} = -\frac{q \delta^r}{12} \qquad \mu f_{ji} = \frac{q \delta^r}{12} \\ \delta_i \text{ ————— } j \end{array}$$



$$T_n = \frac{1}{n} \times 1 \times (b - ax)^n$$



تحليل سازه II دکتر علی محمد روستا

تکلیف منزل بیست و هفت از تندیازی که شناسایی است

۱- در مائیس سفتی [k] و صغیر از زنگ چیست؟

۱- گنگ در گره ز ناسی از دوران واحد در گره ز

۲- گنگ در گره ز ناسی از دوران واحد در گره ز

۳- گنگ در گره ز ناسی از تغییر مکان واحد در گره ز

۴- گنگ در گره ز ناسی از تغییر مکان واحد در گره ز

طبق تعریف زنگ بدیداست با گنگ در گره ز ناسی از حیرت و واحد در گره ز که همواره

با زنگ بدیداست.

تندیازی (۲) درست است.

۲- از تحلیل بدنه یا مقطع مستقیم مقادیر $k_{ba} = 7,43 \frac{EI_a}{L}$ و $k_{ab} = 1,42 \frac{EI_a}{L}$ و $C_{ab} = 7,43$ بدست آمده است. در این تیر C_{ba} چقدر است؟

توجه: در بعضی از تست ها از k_{ij} به نام S_{ij} یاد شده است.

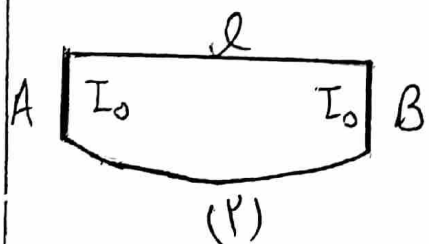
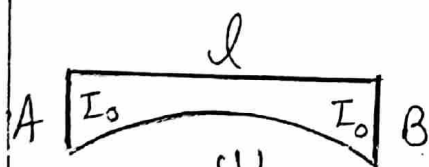
$$C_{ab} \times k_{ab} = C_{ba} \times k_{ba} \quad 1- \quad 1,287$$

$$\Rightarrow C_{ba} = C_{ab} \times \frac{k_{ab}}{k_{ba}} = 7,43 \times \frac{1,42}{7,43} \quad 2- \quad 1,42$$

$$\Rightarrow C_{ba} = 1,42 \quad 3- \quad 1,788$$

$$\text{لذا تیر (۲) درست است.} \quad 4- \quad 1,198$$

۳- در تیرها مقابل که امر لرنیز صحیح است؟ حول مقطع راست $\frac{1}{f}$ $(C_{AB})_p$



$$(C_{AB})_1 > (C_{AB})_2 > \frac{1}{f} \quad 1-$$

$$(C_{AB})_1 < (C_{AB})_2 < \frac{1}{f} \quad 2-$$

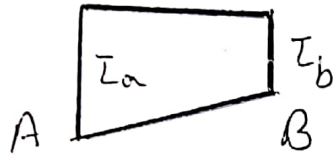
$$(C_{AB})_1 > \frac{1}{f} > (C_{AB})_2 \quad 3-$$

$$(C_{AB})_1 < \frac{1}{f} < (C_{AB})_2 \quad 4-$$

لذا تیر (۳) درست است.

۱۴

۴- در کیه مقابل کدام رزیدر صریح است؟



۱- $C_{AB} > \frac{1}{P} > C_{BA}$

۲- $C_{AB} < \frac{1}{P} < C_{BA}$

۳- $C_{AB} > C_{BA} > \frac{1}{P}$

۴- $C_{AB} < C_{BA} < \frac{1}{P}$

باقوم این که سفتی کلیه A نسبتاً رزیدر B است یا عبارت کلیه A و B را می توان به صورت $C_{AB} < C_{BA}$ (ضعیف تر) یا $C_{AB} < \frac{1}{P} < C_{BA}$ بیان کرد.

مقدمه

از روش های دیگر تقدیر بیان متوالی که برای تحلیل تیرهای سراسری و قاب های خمشی صغیرای به کار می رود ، روش فانی می باشد که توسط مهندس آلمانی ، لاسکرانز ، ابداع شده است روش فانی نسبت به روش توزیع گستر نراس دارای مزایای زیر می باشد :

۱- در مورد قاب های فاقد انتقال گره ها ، حل مسئله شامل تکرار محاسبات ساده ای می باشد که در مسیر دخواه از تکرار به تکرار پیش می رود ، این موضوع در تنها سبب صرفه جویی در وقت می شود ، بلکه چون همواره یک نوع عمل ساده تکرار می گردد ، احتمال به وجود آمدن خطای محاسباتی کم است .

۲- با استفاده از این روش تحلیل قاب های مسطحی و منظم (بدون اعضای مورب و سیدار) که دارای انتقال گره می باشد ، مستقیماً و بدون استقانه از اصل جمع آثار قوا صورت می گیرد

۳- روش فانی دارای مزیت در حذف خودکار خطاها ، می باشد ، بدین ترتیب که خطاهای محاسباتی متقی گشته ، ضمن ادامدی محاسبات ، خود به خود سرشکن می شود .

۴- اگر تغییراتی در اعضا یا بارگذاری آن ها لازم شود ، احتیاجی به تجدید عملیات انجام شده نیست ، بلکه می توان از آنکه تغییرات مربوطه در تمامی محاسباتی درج گردد ، حل مساله ادامدی یابد

و محاسبات محدود و محسوس و تلمیذ محاسبات قبل است .
 و فی نظر از مندرج فوق ، روش خاصی ازلی تا فلسفه با روش کلاس متداول است . روش
 کلاس روش رهاسازی است که در آن گره های که در ابتدای محاسبات در مقابل دوران گذار
 شده بودند ، به تدریج ره های شوند تا به وضعیت متعادل مطلوب برسند . در صورتی که روش
 خاصی روش نگارشی باشد و تحلیل ساز به روش خاصی محل معادلات سیب افت به روش نگارشی است .
 در واقع کل راه حل کلانی این بود که معادلات سیب افت را به روش تنظیم نماید که بتوان آن را با
 استفاده از روش نگارشی حل نمود .

تشکیل معادلات سین افق و حل آن ها توسط روش گلدستون :

در این بخش سازه های با خصوصیات زیر را مورد مطالعه و بررسی قرار می دهیم :

۱- سازه های بدون انتقال گرهی ($\Delta=0$)

۲- سازه های با انتقال گرهی و بدون بار جانبی

۳- سازه های با انتقال گرهی و با بار جانبی

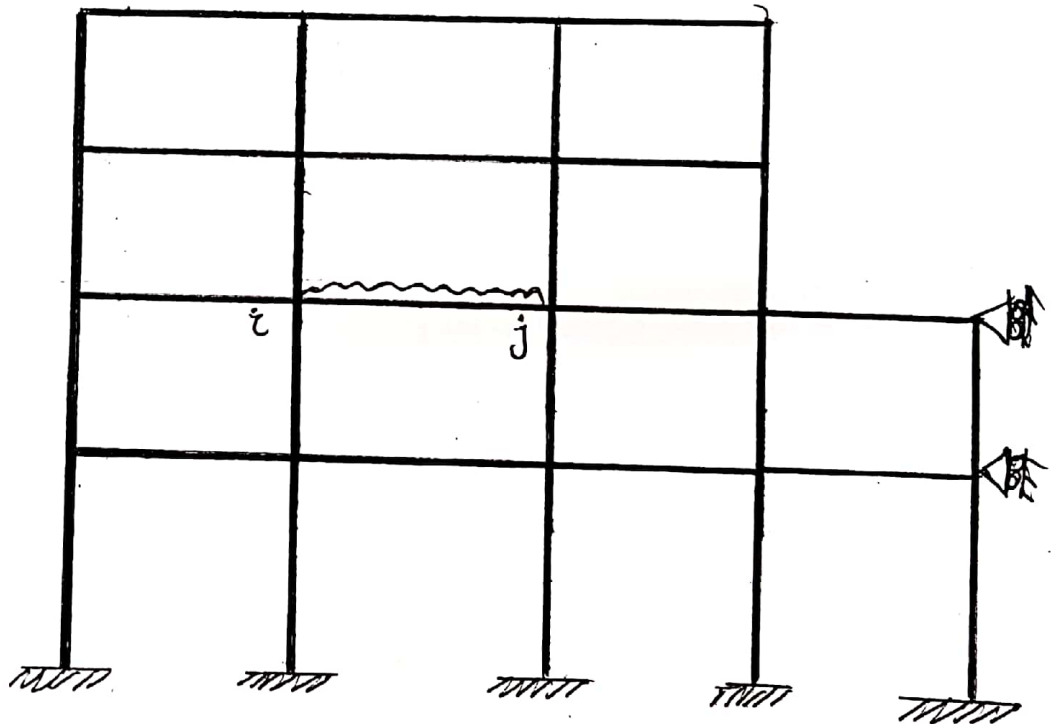
۱- شماره های بدون انتقال گیرش ($\Delta=0$)

شماره ای که صورت زیر را در نظر می گیریم و عضو ij تحت بار دالزل را از این قاب بیرون می کشیم و معادل آن می بینیم. افق را برای دو انتقال این عضو می نویسیم و با تغییر متغیرهایی

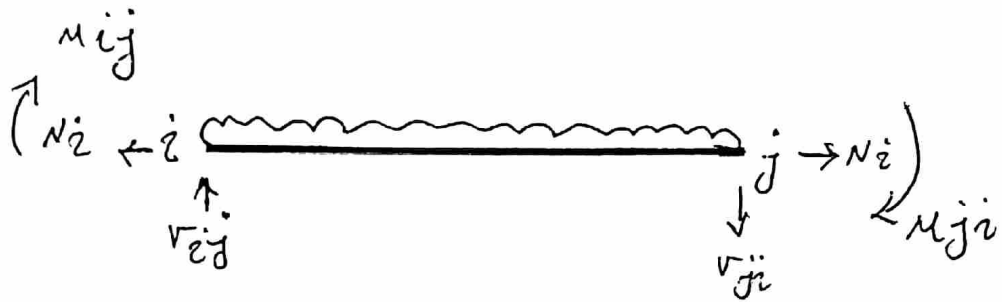
$$u'_{ji} = \frac{2EI}{L} \theta_i$$

به صورت زیر داریم:

$$u'_{ij} = \frac{2EI}{L} \theta_j$$



تحلیل شماره II دکتر علی محمد رودستا



$$m_{ij} = \frac{YEL}{L} (\psi \theta_i + \theta_j) + m_{f_{ij}} \Rightarrow m_{ij} = \psi m'_{ij} + m'_{ji} + m_{f_{ij}}$$

$$m_{ji} = \frac{YEL}{L} (\psi \theta_j + \theta_i) + m_{f_{ji}} \Rightarrow m_{ji} = \psi m'_{ji} + m'_{ij} + m_{f_{ji}}$$

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} = m_i \quad \text{و} \quad \sum_{j=1}^n m_{f_{ij}} = m_{f_i} \quad \text{در هر یک از } n \text{ گره ها}$$

$$\sum_{i=1}^n m_{ji} = m_j$$

$$m'_{ij} = \left(\frac{YEL}{L} \theta_i \right) = \left(\frac{YEL}{L} \right)_{ij} \theta_i$$

$$\sum_{j=1}^n m'_{ij} = \sum_{j=1}^n \left[\left(\frac{YEL}{L} \right)_{ij} \theta_i \right] = \theta_i \sum_{j=1}^n \left(\frac{YEL}{L} \right)_{ij} = \sum_{j=1}^n m'_{ij} \Rightarrow$$

$$\theta_i = \frac{\sum_{j=1}^n m'_{ij}}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{YEL}{L} \right)_{ij}}$$

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} = \psi \sum_{j=1}^n m'_{ij} + \sum_{j=1}^n m'_{ji} + \sum_{j=1}^n m_{f_{ij}}$$

$$m_i = \psi \sum_{j=1}^n m'_{ij} + \sum_{j=1}^n m'_{ji} + m_{f_i}$$

$$\sum_{j=1}^n m'_{ij} = -\frac{1}{\psi} \left[(-m_i + m_{f_i}) + \sum_{j=1}^n m'_{ji} \right] \quad (I)$$

$$\mu'_{ij} = \frac{YEL}{L} \theta_i \Rightarrow \theta_i = \frac{\mu'_{ij}}{(\frac{YEL}{L})_{ij}} \quad ; \quad \sum_{j=1}^n \mu'_{ij} = \theta_i \sum_{j=1}^n (\frac{YEL}{L})_{ij}$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \frac{\mu'_{ij}}{(\frac{YEL}{L})_{ij}} \\ \theta_i &= \frac{\sum \mu'_{ij}}{\sum (\frac{YEL}{L})_{ij}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{با تساوی قرار دادن} \\ \text{در رابطه} \end{array} \Rightarrow$$

$$\mu'_{ij} = \frac{Y_k (\frac{YEL}{L})_{ij}}{Y_k \sum_{j=1}^n (\frac{YEL}{L})_{ij}} * \sum_{j=1}^n \mu'_{ij}$$

$$\mu'_{ij} = \frac{(\frac{YEL}{L})_{ij}}{\sum_{j=1}^n \frac{YEL}{L}} \sum_{j=1}^n \mu'_{ij} \Rightarrow$$

$$\mu'_{ij} = \frac{k_{ij}}{k_i} \sum_{j=1}^n \mu'_{ij} \quad (II)$$

با توجه به رابطه (I)، از معادله قبلی و رابطه (II) :

$$\left(\mu'_{ij} = -\frac{1}{Y} \frac{k_{ij}}{k_i} \left[(-\mu_i + \mu_i^f) + \sum_{j=1}^n \mu'_{ji} \right] \right)$$

$$\left(\mu'_{ij} = DF \left[(-\mu_i + \mu_i^f) + \sum_{j=1}^n \mu'_{ji} \right] \right)$$

$$\left(DF = -\frac{1}{Y} \frac{k_{ij}}{k_i} \right)$$

نقشه استفاده از روش کانی برای تحلیل سازه :

۱- اول DF را با توجه به رابطی منفی قبل بدست می آوریم.

مجموع DF ها در هر گره ای برابر $\frac{1}{2}$ است.

۲- مقدار رابطی مربوط به $-m_i + m_i^*$ را بدست می آوریم. برای این که این رابطه را بدست آوریم

معمولاً وارد بر گره ای در جهت عقربه های ساعت باشد به صورت مثبت وارد رابطی بالا می شود

و اگر در خلاف جهت عقربه های ساعت باشد باید علامت منفی در رابطی بالا جایگزین می شود.

۳- مسیر حرکت را مشخص و با توجه به رابطی زیر m_i^* مربوط به اعضا را بدست می آوریم

$$m_i^* = DF \left[(-m_i + m_i^*) + \sum_{j=1}^n m_{ij}^* \right] \quad (n \text{ تعداد عضو ها در گره مربوط})$$

باید توجه داشت که اگر انتقال عضو ی گره دار باشد m_i^* مربوط به آن صفر است چون باید

بدان که $m_i^* = \frac{2EI}{L} \theta_i$ تعریف کردیم و θ_i مربوط به آن است صفر است پس m_i^* مربوط به آن

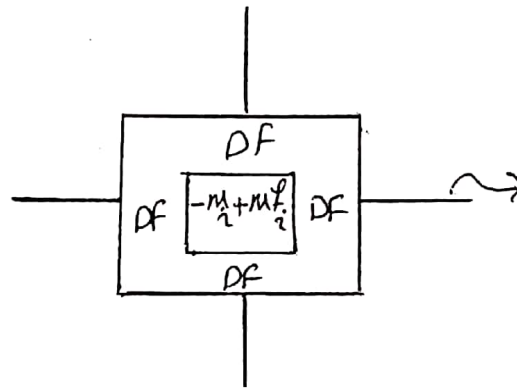
صفر است.

۴- در آن مراحل از هر مسیری حرکت کردیم در گره های بعدی هم از همان مسیر محاسبه را انجام می دهیم و این کار را تا محای ادامه می دهیم که به یک عدد ثابت بنگرند.

۵- با توجه به رابطی $m_i^* = m_i + m_i^* + m_i^*$ گره های انتهای رابطی را بدست می آوریم

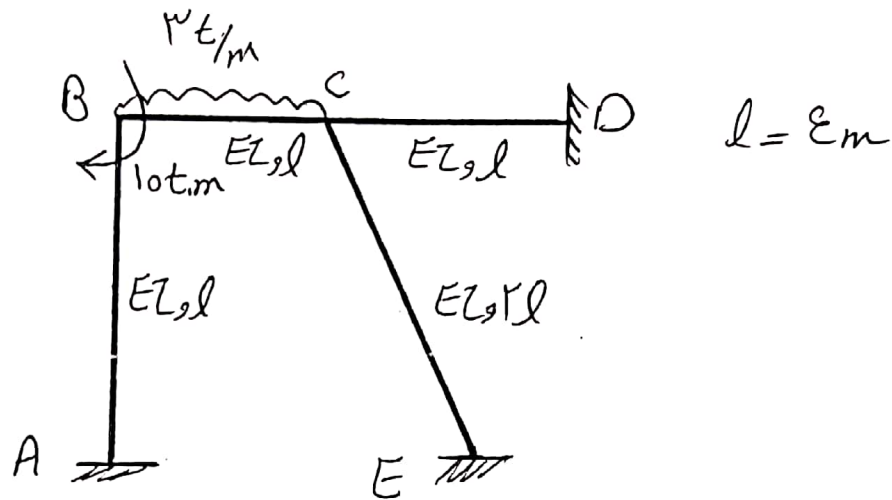
و با استفاده از روابط تعادل استاتی و نمودار تنگر هشی و نیروی برشی را براب سازه رسم می کنیم

نکته: مقادیر مربوط به $m_i + m_i^p$ را در مربع‌های به شکل زیر می‌نویسیم و DFها را در داخل و بین دو مربع می‌نویسیم. برای اعضای که یک انتهای آن‌ها تکیه دار است مربعی رسم نمی‌کنیم. مقدار عبارت $m_i + m_i^p$ در هر مدار وارد می‌شود و ثابت است.



سازمان دهنده
عقدوها متعلق
به لوله مورد نظر.

(ex) سازه‌ی شکل زیر را با استفاده از روش‌های تحلیل کنید و دیاگرام‌های تنش و نیرو را رسم کنید.
 مربع AB عین و AB را رسم کنید.



$$DF = -\frac{1}{l} \frac{k_{ij}}{k_i}$$

$$DF_{BA} = -\frac{1}{E}$$

$$DF_{CB} = -\frac{1}{\alpha}$$

$$DF_{CD} = -\frac{1}{\alpha}$$

$$DF_{BC} = -\frac{1}{E}$$

$$DF_{CE} = -\frac{1}{10}$$

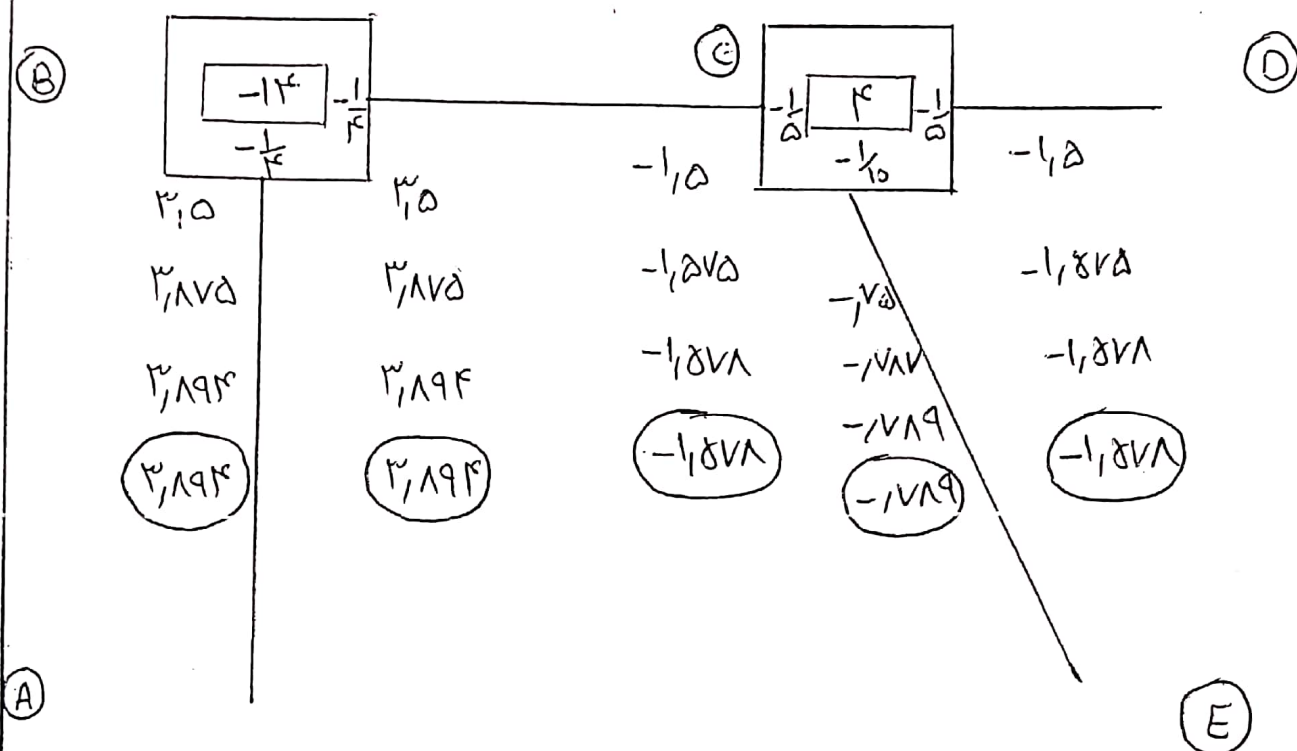
$$M'_{AB} = 0$$

چون A و E و D گیردارند.

$$M'_{EC} = 0$$

$$M'_{DC} = 0$$

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا



$$(-n_i + n_i')_B = -(1.0) - \frac{V_B \times 12}{12} = -1.875$$

$$(-n_i + n_i')_C = -(0.0) + \frac{V_C \times 10}{10} = 1.875$$

$$n_{ij}' = DF \left[(-n_i + n_i') + \sum_{j=1}^n n_{ji}' \right]$$

$$-\frac{1}{12}(-1.875 + 0) = 1.875 = n_{BA}'$$

$$-\frac{1}{12}(-1.875 + 0) = 1.875 = n_{BC}'$$

$$-\frac{1}{10}(1.875 + 1.875) = -1.875 = n_{CB}'$$

$$-\frac{1}{10}(1.875 + 1.875) = -1.875 = n_{CD}'$$

$$-\frac{1}{10}(1.875 + 1.875) = -1.875 = n_{CE}'$$

$$-\frac{1}{4}(-12 - 1.5) = 3.125 = m'_{BA}$$

نمایان در دو طرف با مقدار برابر (P)

$$-\frac{1}{4}(-12 - 1.5) = 3.125 = m'_{BC}$$

$$-\frac{1}{2}(P + 3.125) = -1.875 = m'_{CB}$$

$$-\frac{1}{2}(P + 3.125) = -1.875 = m'_{CD}$$

$$-\frac{1}{6}(P + 3.125) = -0.875 = m'_{CE}$$

نمایان در دو طرف با مقدار برابر (P) و همچنین نسبتاً نظر از این می شود که در یک مقدار، نسبتاً می شود.

$$m'_{BA} = 3.125 \quad , \quad m'_{CE} = -0.875$$

$$m'_{CB} = -1.875 \quad , \quad m'_{CD} = -1.875$$

$$m'_{BC} = 3.125$$

با توجه به فرمول و در نظر گرفتن انتهای اعضا و نسبت از این می شود:

$$m_{ij} = 2m'_{ij} + m'_{ji} + m'_{fi}$$

$$M_{AB} = 2 \times 0 + 3.125 = 3.125$$

$$M_{CE} = 2 \times (-0.875) = -1.75$$

$$M_{BA} = 2 \times 3.125 + 0 = 6.25$$

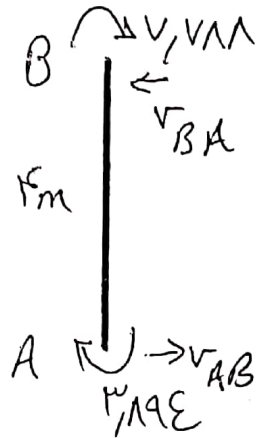
$$M_{EC} = -1.75$$

$$M_{BC} = 2 \times 3.125 - 1.875 = 4.375$$

$$M_{CB} = -2 \times 1.875 + 3.125 + 0 = 0.375$$

$$M_{CD} = 2 \times (-1.875) = -3.75$$

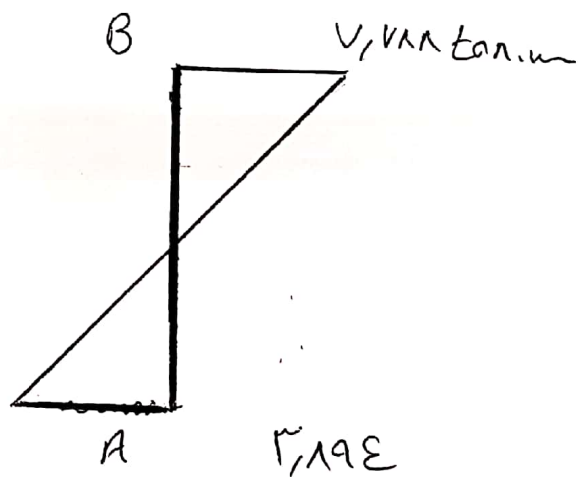
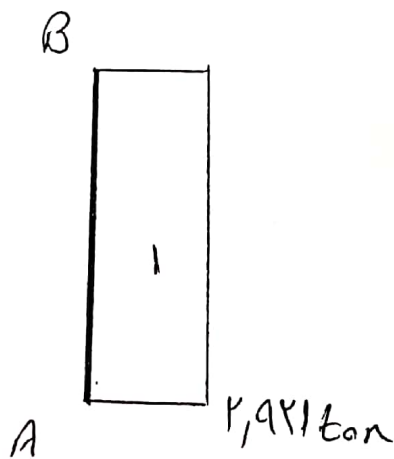
$$M_{DC} = 2 \times 0 - 1.875 = -1.875$$



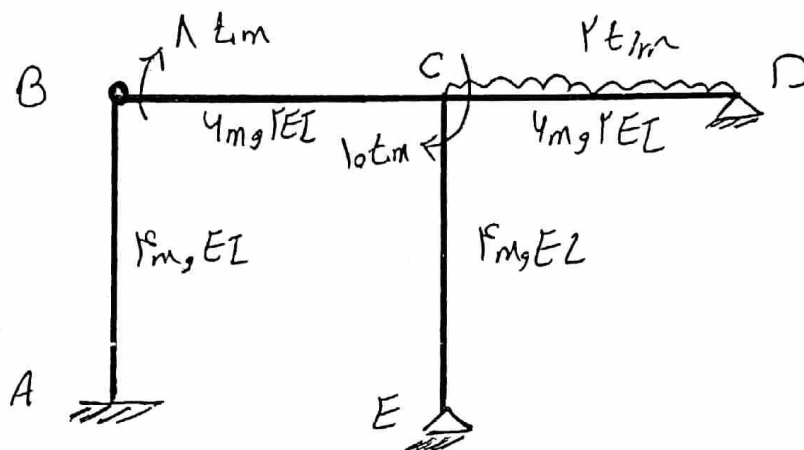
$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \Rightarrow V_{1A9E} + V_{1V_1A} = V_{BA} \times F_m \Rightarrow V_{BA} = \frac{V_{1A9E} + V_{1V_1A}}{F_m}$$

$$\Rightarrow V_{BA} = 1.941 \text{ ton} \leftarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{AB} = 1.941 \text{ ton} \rightarrow$$



(ex) سازه شکل زیر را با استفاده از روش ماتریسی تحلیل کنید و دیاگرام برش و گشتاور برای اعضا AB و BC و CD رسم کنید.



$$m'_{ij} = DF_{ij} \left[(-m_i + m_i^L) + \sum_{j=1}^n m'_{ji} \right] \quad \text{و} \quad DF_{ij} = -\frac{1}{r} \frac{k_{ij}}{\sum k_i}$$

$$m_{ij} = r m'_{ij} + m_{ji} + m_i^L$$

$$DF_{BA} = DF_{BC} = DF_{DC} = -\frac{1}{r}$$

$$DF_{CB} = -\frac{E}{rI} = DF_{CD}$$

$$DF_{CE} = -\frac{r}{rI}$$

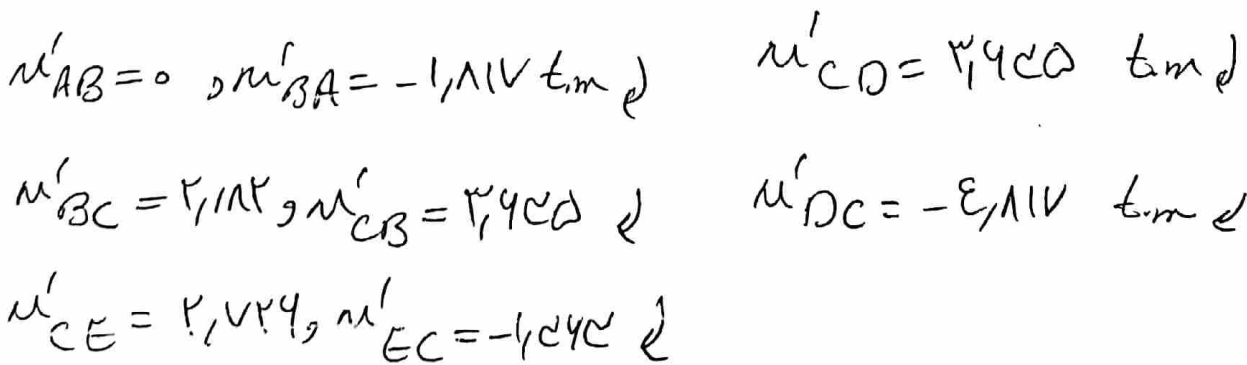
$$DF_{EC} = -\frac{1}{r}$$

$$m'_{AB} = 0$$

$$m'_{CD} = -\frac{1 \times 10^4}{14} = -4$$

$$m'_{DC} = 4$$

156



step 1

$$M'_{CB} = \frac{Y}{11} [-14 + 0 + 0] = 1,909$$

$$M'_{CE} = \frac{2}{11} [-14 + 0 + 0] = 1,111$$

$$M'_{CD} = -\frac{Y}{11} [-14 + 0 + 0] = 1,909$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{Y} [-1 + 1,909 + 0] = 1,288$$

$$M'_{BA} = -\frac{1}{Y} [0 + 1,909 + 0] = -1,288$$

$$M'_{EC} = -\frac{1}{Y} [0 + 1,111] = -1,090$$

$$M'_{DC} = -\frac{1}{Y} [4 + 1,909] = -4,288$$

step 2

$$M'_{CB} = -\frac{Y}{11} [-14 + 1,288 - 4,288 - 1,090] = 1,288$$

$$M'_{CE} = \frac{2}{11} [-14 + 1,288 - 4,288 - 1,090] = 1,89$$

$$M'_{CD} = -\frac{Y}{11} [-14 + 1,288 - 4,288 - 1,090] = 2,288$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{Y} [-1 + 2,288 + 0] = 1,142$$

$$M'_{BA} = -\frac{1}{Y} [0 + 2,288 + 0] = -1,142$$

$$\mu'_{EC} = -\frac{1}{F} [0 + 2,89] = -1,298$$

$$\mu'_{DC} = -\frac{1}{F} [4 + 2,898] = -8,727$$

$$\mu_{ij} = 2\mu'_{ij} + \mu'_{ji} + \mu'_{ij}$$

$$\mu_{AB} = 2 \times 0 + 1,114 + 0 = 1,114$$

$$\mu_{BA} = -2 \times (1,114) + 0 + 0 = -2,228$$

$$\mu_{BC} = 2 \times (2,112) + 2,228 + 0 = 1$$

$$\mu_{CB} = 2 \times 2,228 + 2,112 + 0 = 9,456$$

$$\mu_{CD} = 2 \times 2,228 - 8,727 - 4 = -2,271$$

$$\mu_{DC} = 0$$

$$\mu_{CE} = 2 \times 2,228 - 1,242 = 8,194$$

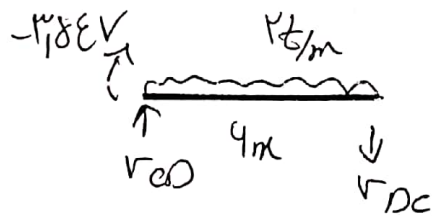
$$\mu_{EC} = 0$$

نمودارهای تغییر همبستگی را در دو همبستگی نشان دهید؛ مقادیر ثابتی برای هر همبستگی رسم
و آن مقادیر مقادیر زنی را مورد نظر است.

تحلیل سازه II دکتر علی محمد رودستا

$$M_{CD} = -1.8 \text{ kV (m)}$$

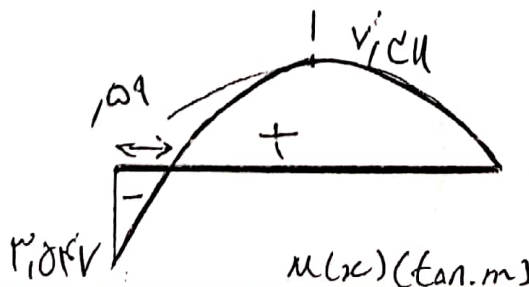
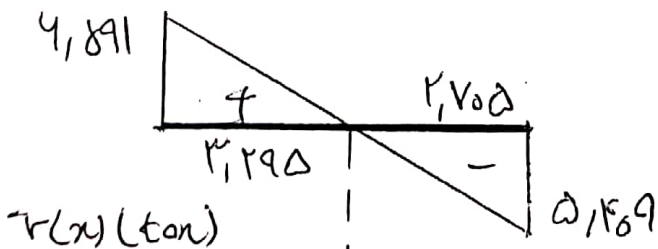
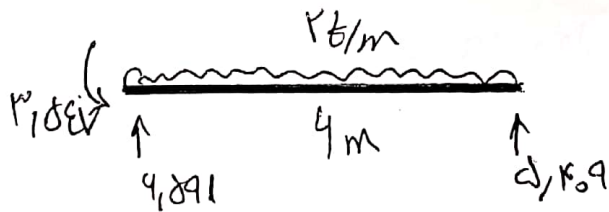
$$M_{DC} = 0$$



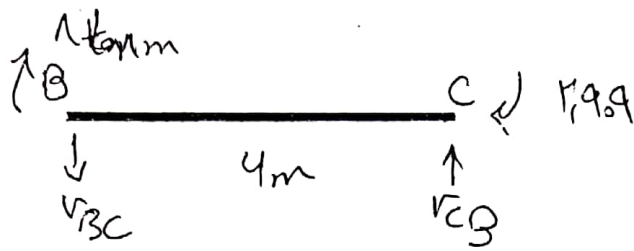
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow V_{DC} \times 4 + 1 \times 2 = 1.8 \text{ kV}$$

$$V_{DC} \times 4 = 1.8 \text{ kV} - 2 = -0.2 \text{ kN} \Rightarrow V_{DC} = -0.05 \text{ kN} \Rightarrow V_{DC} = 0.05 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CD} = 4.891 \text{ kN} \uparrow$$



160

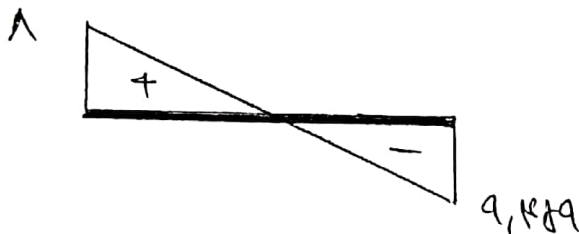


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{CB} = 2.99$$

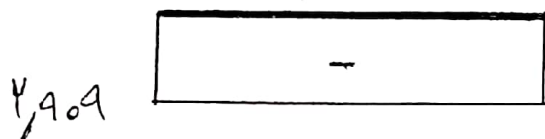
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = 2.99$$

$$M_{BC} = 1 \text{ t.m}$$

$$M_{CB} = 2.989 \text{ t.m}$$

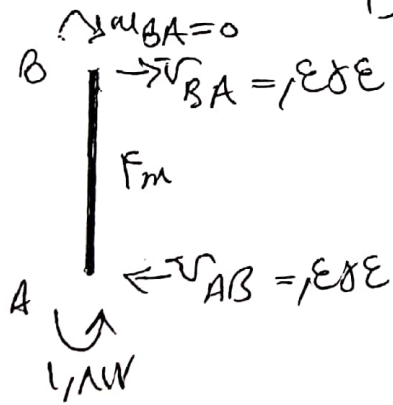


$M(x) (\text{t.m})$



$V(x) (\text{ton})$

نکته:
 M_{BA} براساس محاسبات صفر نیست پس باید
 اما دلیل اینکه محصل می باشد منفرجه مان M_{BA} را صفر قرار دهیم.



$$M_{BA} = 0$$

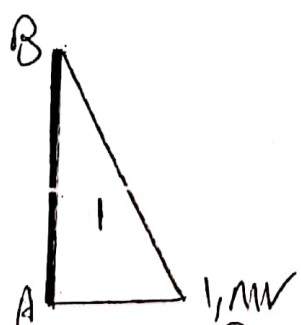
$$M_{AB} = 2 \times 0 - 1.1M = -1.1M \text{ ton.m}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = 1.98E \text{ ton}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{AB} = 1.98E \text{ ton}$$

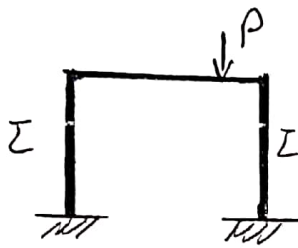


$V(x) (\text{ton})$

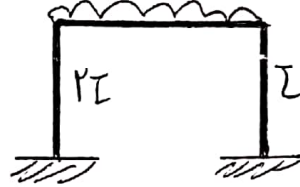


$M(x) (\text{ton.m})$

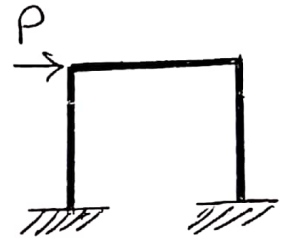
۲- سازه‌های با اتصال گره و بدون بار جانبی و



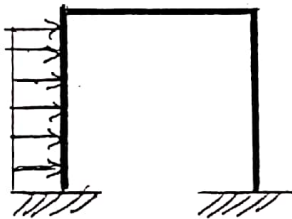
$\Delta \neq 0$
(عدم تقارن بارگذاری)



$\Delta \neq 0$
(عدم تقارن سازه)



$\Delta \neq 0$



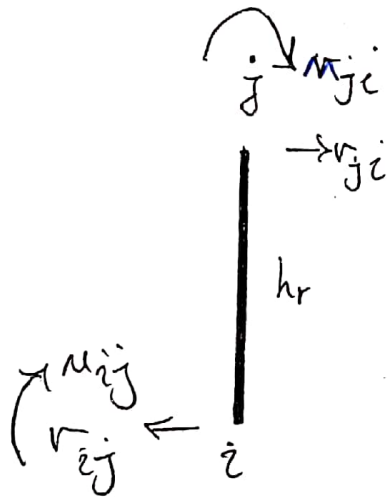
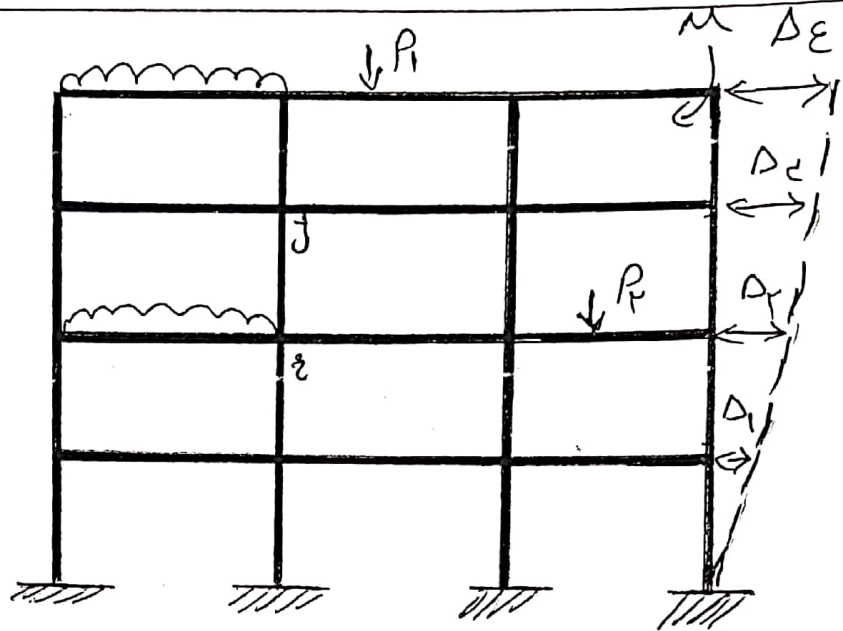
$\Delta \neq 0$

سازه‌ای به شکل زیر را در نظر بگیرید و عضو ij را از این قاب بیرون بکشیم و معادل آن
سبک افتاده را برای دوانتهال این عضو نویسیم و با تغییر متغیرهای به صورت زیر داریم و

$$u'_{ij} = \frac{2EI}{L} \theta_i$$

$$u'_{ji} = \frac{2EI}{L} \theta_j$$

$$u''_{ij} = u''_{ji} = -\frac{4EI}{L} \cdot \frac{\Delta}{L}$$



مستقل از طبقه / طبقه

$$\frac{PEI}{L} \theta_i = M'_{ij}$$

$$\frac{PEI}{L} \theta_j = M'_{ji}$$

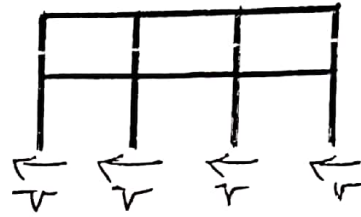
$$-\frac{4EI}{L} \frac{\Delta}{L} = M''_{ij} = M''_{ji}$$

$$M_{ij} = \frac{PEI}{L} (\theta_i + \theta_j - \frac{\Delta}{L}) + M'_{ij} \Rightarrow M_{ij} = M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} + M'_{ij}$$

$$M_{ji} = \frac{PEI}{L} (\theta_i + \theta_j - \frac{\Delta}{L}) + M'_{ji} \Rightarrow M_{ji} = M'_{ji} + M'_{ij} + M''_{ij} + M'_{ji}$$

$$\text{if } M''_{ij} = M''_{ji} = 0 \Rightarrow M'_{ij} = DF_{ij} \left[(-M_i + M'_{ji}) + \sum_{j=1}^n M'_{ji} \right]$$

$$\mu''_{ij} \neq 0$$



$\sum F_x = 0 \Rightarrow$ چون هیچ نیروی خارجی در سطح x وجود ندارد > طبق r و μ

$$\sum_{k=1}^n v_{ij_k} = 0$$

در راستای x ندارد

μ و تعداد استوارهای طبق r و μ

$$\mu_{ij} = \mu_{ji} = 0$$

$$v_{ij_k} = -\frac{1}{hr} [\mu_{ij} + \mu_{ji}]$$

با قرار دادن μ_{ij} و μ_{ji} از معادله قبلی در فرمول بالا داریم:

$$\sum_{k=1}^n v_{ij_k} = \sum_{k=1}^n -\frac{1}{hr} [\mu_{ij} + \mu_{ji}] = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{hr} \left[\mu \sum_{k=1}^n \mu'_{ij_k} + \mu \sum_{k=1}^n \mu'_{ji_k} + \mu \sum_{k=1}^n \mu''_{ij_k} \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^n \mu''_{ij_k} = -\frac{\mu}{p} \left[\sum_{k=1}^n (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k \right]$$

$$\mu''_{ij} = -\frac{4EI}{hr} \frac{\Delta r}{hr} \quad (I) \quad \text{در سطح طبق r و μ با ضرایب μ و μ }$$

$$\sum_{k=1}^m \mu''_{ij_k} = \frac{\Delta r}{hr} \sum_{k=1}^m \left(\frac{-4EI}{hr} \right)_k$$

$$\frac{\Delta}{hr} = \frac{\sum_{k=1}^m \mu''_{ij_k}}{\sum_{k=1}^m \left(\frac{-4EI}{hr} \right)_k} \quad (II)$$

$$(I), (II) \mu''_{ij} = \frac{-4EI}{hr} \frac{\sum_{k=1}^m \mu''_{ij_k}}{\sum_{k=1}^m \left(\frac{-4EI}{hr} \right)_k} \Rightarrow$$

$$\mu''_{ij} = \frac{k_k}{k_r} \times \left(-\frac{r}{r} \right) \times \left[\sum_{k=1}^m (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k \right] \Rightarrow$$

$$\mu''_{ij_k} = \overline{DF}_k \left[\sum_{k=1}^m (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k \right]$$

و برای $\sum_{k=1}^m (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k$ در طبقه و برای هر ستونی $\sum_{k=1}^m (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k$ و است

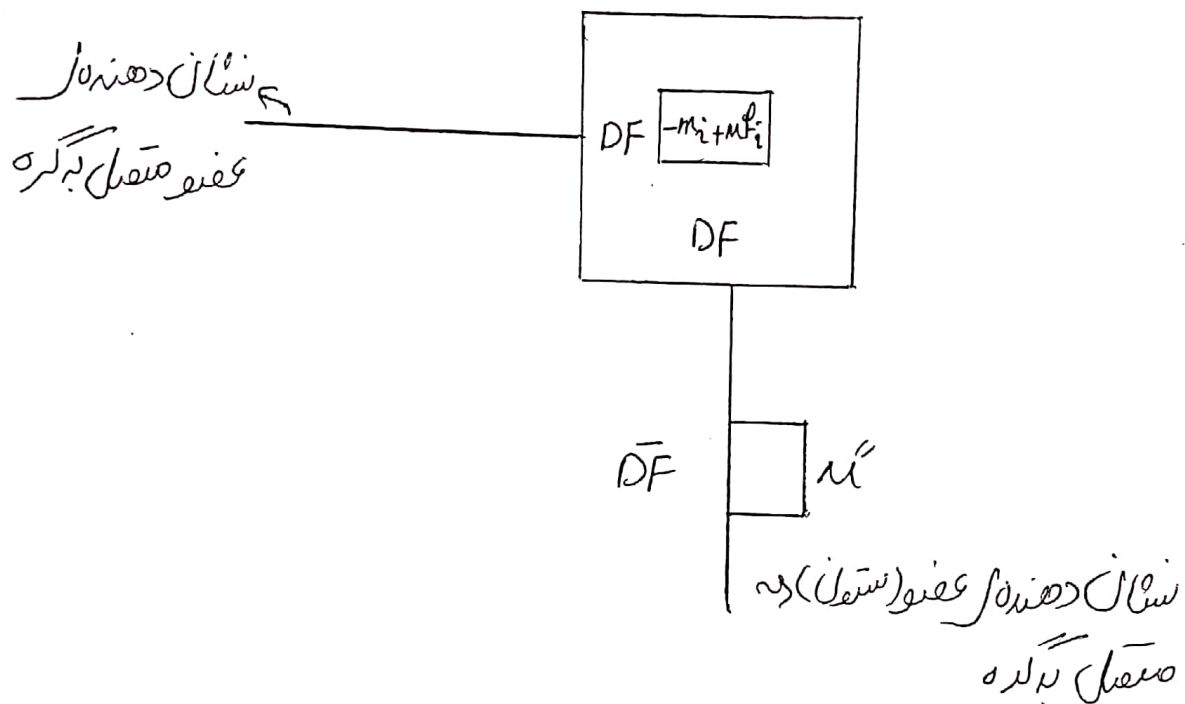
تفاوت $\overline{DF}_k$ است.

$k_k = \frac{-4EI}{hr}$ سفتی ستونی k است

$k_r = \sum_{k=1}^m \left(\frac{-4EI}{hr} \right)_k$ سفتی طبقه r است

جمع $\overline{DF}_k$ در هر طبقه $-\frac{r}{r}$ است

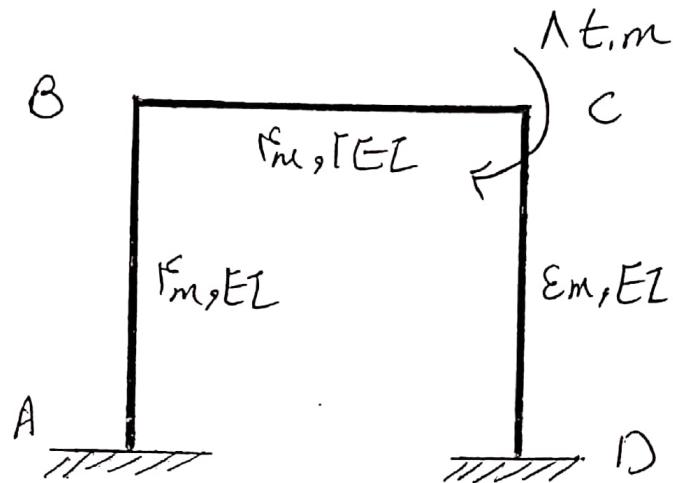
عبارت مربوط به $-m_i + m_i^2$ و m'' و DF و $\bar{DF}$ را به صورت زیر در استخوان از روش کانی در داخل مربع و در حلقه نشان دهنده عضو قرار می دهیم.



- در این قسمت بعد از آنکه در گام اول m' مربوط به عضو را بدست آوردیم m'' را محاسبه می کنیم.

- $\bar{DF}$ فقط برای ستون های باشد و فقط برای عضوهای قائم m'' داریم.

(ex) برای سازه/شکل زیر دیاگرام گزینشی را رسم کنید. (با استفاده از روش گزینی)



$$DF = -\frac{1}{r} \frac{k_{ij}}{\sum k_i}$$

$$\bar{DF} = -\frac{r}{r} \left[\frac{-\frac{4EI}{r}}{r \times \left(-\frac{4EI}{\varepsilon}\right)} \right] = -\frac{r}{r} \times \frac{1}{r} = -\frac{r}{\varepsilon} \quad \text{مربوط به جهت طبقه}$$

$$M'_{AB} = M'_{DC} = 0$$

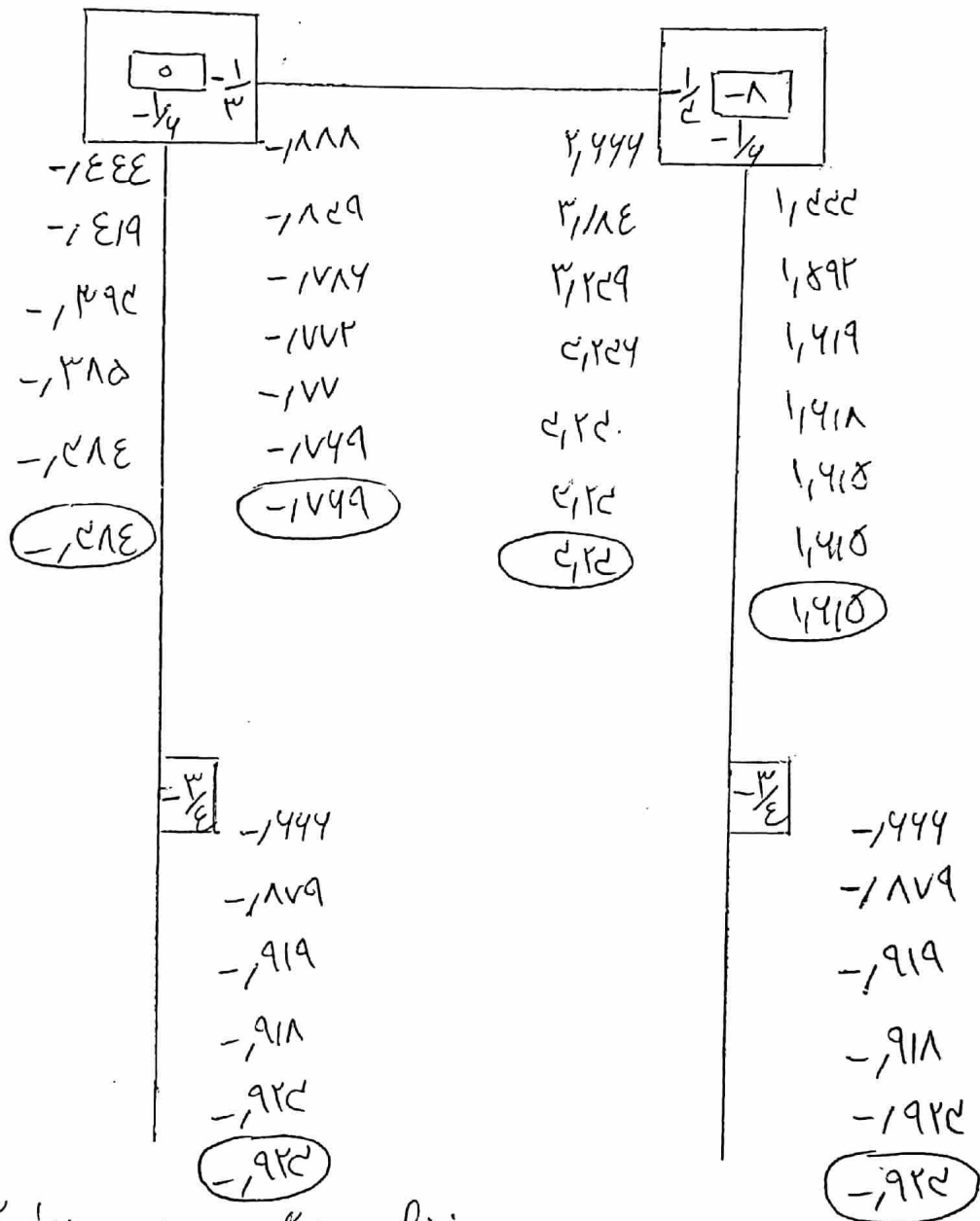
$$DF_{BA} = -\frac{1}{4}$$

$$DF_{CB} = -\frac{1}{2}$$

$$DF_{BC} = -\frac{1}{2}$$

$$DF_{CD} = -\frac{1}{4}$$

$$(-m_i + m f_i)_C = -1$$



$$u_{ij} = r_{ij} + u'_{ji} + u''_{ij} + u'''_{ij}$$

$$u_{AB} = r_{x0} - 1.818 - 1.922 = -1.60V$$

$$u_{BA} = r_x(-1.818) + 0 - 1.922 + 0 = -1.491$$

$$u_{BC} = r_x(-1.618) + 1.222 + 0 + 0 = 1.492$$

$$u_{CB} = r_x 1.222 - 1.618 + 0 + 0 = 0.491$$

$$u_{CD} = r_x 1.518 + 0 - 1.922 = 1.60V$$

$$u_{DC} = r_{x0} + 1.518 - 1.922 + 0 = 1.60V$$

$$u_{DC} = 1.492$$

برای حل این مسأله از روش مستقیم استفاده می‌کنیم.

$$M'_{CB} = -\frac{1}{3}(-1 + 0 + 0) = 1,444$$

نگاه اول

$$M'_{CD} = -\frac{1}{4}(-1 + 0 + 0) = 1,25$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{2}(0 + 1,444) = -1,111$$

$$M'_{BA} = -\frac{1}{4}(0 + 1,444) = -1,111$$

$$M'' = -\frac{3}{8} [1,444 + 0 - 1,111 + 0] = -1,111$$

$$M'_{CB} = -\frac{1}{2}(-1 - 1,111 + 0 - 1,111) = +1,111$$

نگاه دوم

$$M'_{CD} = -\frac{1}{4}(-1 - 1,111 + 0 - 1,111) = 1,555$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{2}(0 + 1,111 + 0 - 1,111) = -1,111$$

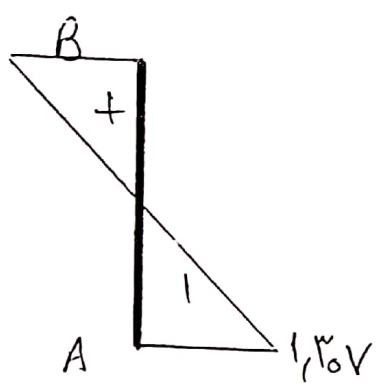
$$M'_{BA} = -\frac{1}{4}(0 + 1,111 + 0 - 1,111) = -1,111$$

$$M'' = -\frac{3}{8}(1,555 + 0 - 1,111 + 0) = -1,666$$

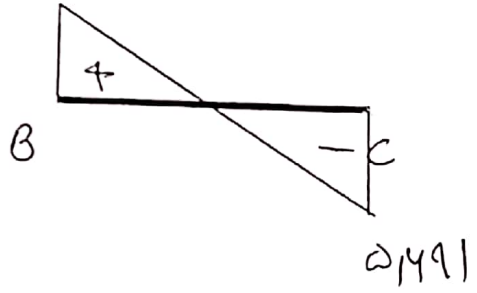
و به همین ترتیب محاسبات را تکرار می‌کنیم تا این که به یک عدد ثابت رسیدیم.

که این عدد ثابت نه خنثی است و با توجه به فرمول گفته شده در صفحه قبل محاسبات مربوط به تگره‌های انتهایی را هم که در صفحه قبل انجام داده‌ام، بدست می‌آوریم.

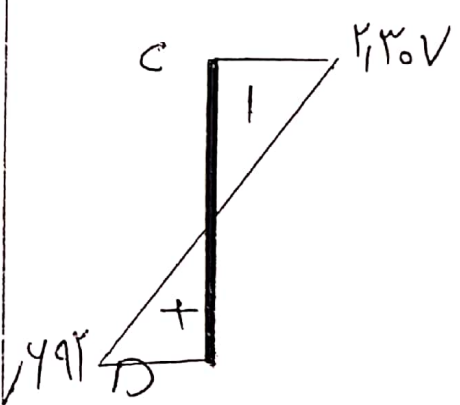
1,491



1,491



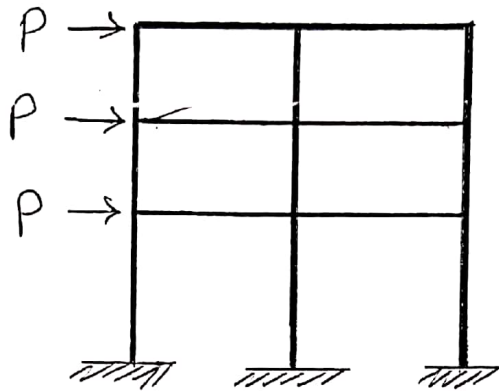
C



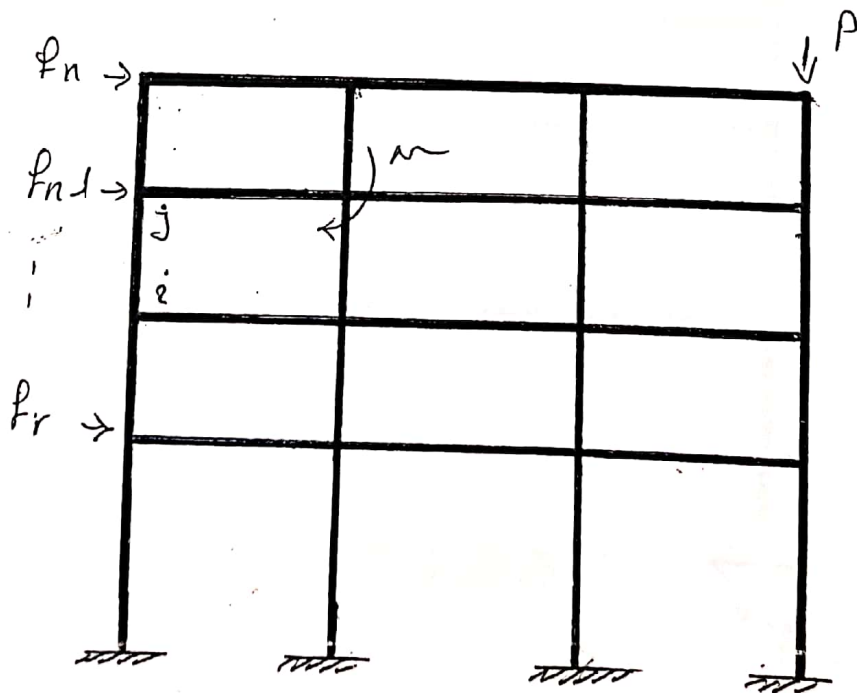
$M(x) (t.m)$

170

۳- سازه‌ها را با انتقال گره تحت نیروی جانبی :



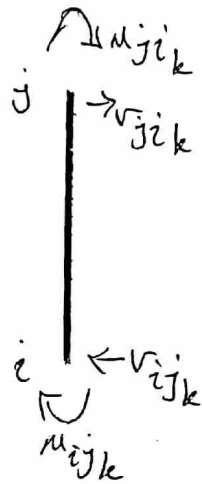
سازه‌ها را به شکل زیر تحت نیروی جانبی قرار داده و در نظر بگیرید و عضوهای (ستون و تیر) را از این قاب بیرون می‌کشیم و معادلات تعادل آن سبب افت را همانند قبل برای این عضو تعریف می‌کنیم :



$$\mu'_{ij} = \frac{rEL}{L} \theta_i$$

$$\mu'_{ji} = \frac{rEL}{L} \theta_j$$

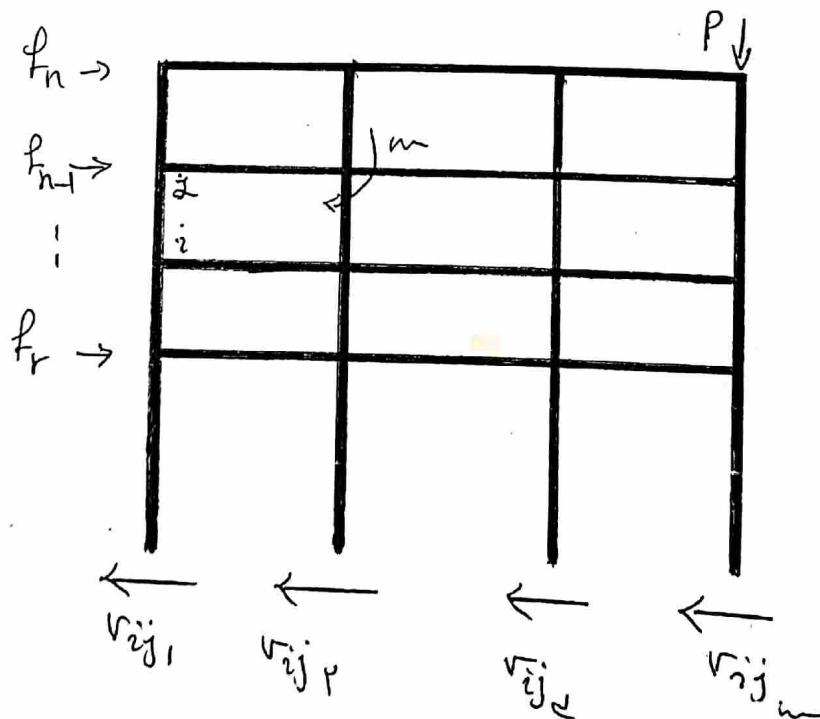
$$\mu''_{ij} = -\frac{4EL}{L} \frac{\Delta}{L}$$



$$\mu_{ij} = \frac{rEL}{L} (\theta_i + \theta_j - \frac{e\Delta}{L}) + \mu^f_{ij} \Rightarrow \mu_{ij} = r\mu'_{ij} + \mu'_{ji} + \mu''_{ij} + \mu^f_{ij}$$

$$\mu_{ji} = \frac{rEL}{L} (\theta_j + \theta_i - \frac{e\Delta}{L}) + \mu^f_{ji} \Rightarrow \mu_{ji} = r\mu'_{ji} + \mu'_{ij} + \mu''_{ij} + \mu^f_{ji}$$

$$\mu''_{ij} = \mu''_{ji} \neq 0 \quad \text{if } e \neq 0$$



در طبقه r ام

حجم در این قسمت نیروی خارجی در جهت افق داریم $\sum F_x \neq 0$

$$\sum_{k=1}^m v_{ij_k} \neq 0$$

$$m\phi_{ij} = m\phi_{ji} = 0$$

$$v_{ij} = -\frac{1}{hr} [\mu_{ij} + \mu_{ji}]$$

با قراردادن μ_{ji} و μ_{ij} از معادله قبلی در فرمول بالا داریم

$$\sum_{k=1}^m v_{ij_k} = \sum_{k=1}^m -\frac{1}{hr} [\mu_{ij} + \mu_{ji}]_k \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^m v_{ij_k} = -\frac{1}{hr} \left[3 \sum_{k=1}^m \mu'_{ij_k} + 3 \sum_{k=1}^m \mu'_{ji_k} + 2 \sum_{k=1}^m \mu''_{ij_k} \right] \quad (I)$$

از بیش طبقه r ام و نوشتن معادله تعادل در جهت x داریم

$$\sum_{k=1}^m v_{ij_k} = \phi_r + \phi_{n-1} + \phi_n = H_r = \text{بیش طبقه r ام} \quad (II)$$

$$(I)(II) \Rightarrow H_r = \sum_{k=1}^m v_{ij_k} = -\frac{1}{hr} \left[3 \sum_{k=1}^m (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k + 2 \sum_{k=1}^m \mu''_{ij_k} \right] \Rightarrow$$

$$-\frac{3H_r hr}{3} = 3 \sum_{k=1}^m (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k + 2 \sum_{k=1}^m \mu''_{ij_k} \Rightarrow$$

$$-2 \sum_{k=1}^m \mu''_{ij_k} = 3 \left[\frac{H_r hr}{3} + \sum_{k=1}^m (\mu'_{ij} + \mu'_{ji})_k \right] \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^m u''_{ij} = -\frac{\nu}{2} \left[\frac{H_r h_r}{\nu} + \sum_{k=1}^m (u'_{ij} + u'_{ji})_k \right] \\ \sum u''_{ij} = -\frac{4EI}{h_r} \frac{\Delta}{h_r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow u''_{ij_k} = \bar{D}F_{ij} \times \left[\frac{H_r h_r}{\nu} + \sum_{k=1}^m (u'_{ij} + u'_{ji})_k \right]$$

$$\bar{D}F_{ij} = -\frac{\nu}{2} \frac{k_{ij}}{k_i}$$

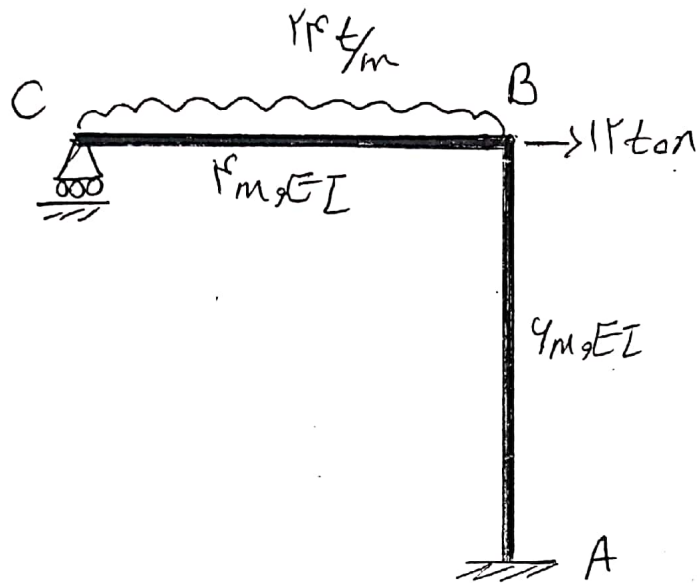
$H_r \Rightarrow$ بیش طبقه r ام

$h_r \Rightarrow$ ارتفاع طبقه r ام

در این قسمت برای استفاده از روش فانی همانند حالت قبل عمل می کنیم با این تفاوت

که در محاسبه u''_{ij_k} ، به رابطه اضافه می شود که برای هر طبقه ثابت است.

(ex) در بار سازه شکل زیر دیاگرام نیروی برشی و گشتاپی را با استفاده از روش کانن رسم کنید.



$$\frac{H_r h_r}{3} = \frac{12 \times 4}{3} = 16$$

$$\bar{D}F = -1.5$$

$$DF_{CB} = -\frac{1}{3}$$

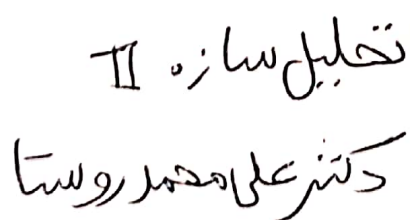
$$DF_{BA} = -\frac{2}{10}$$

$$DF_{BC} = -\frac{2}{10}$$

$$(-m_i + n f_i)_C = -32$$

$$(-m_i + n f_i)_B = 32$$

175



step 1:

$$\mu'_{BC} = -\frac{3}{10} [32 + 0 + 0] = -9.6$$

$$\mu'_{BA} = -\frac{2}{10} (32 + 0 + 0) = -6.4$$

$$\mu'_{CB} = -\frac{1}{4} (-32 - 9.6) = 10.4$$

step 2: $\mu'' = -1.8 (24 - 6.4) = -24.8$

$$\mu'_{BC} = -\frac{3}{10} (32 + 10.4 - 24.8) = -4.92$$

$$\mu'_{BA} = -\frac{2}{10} (32 + 10.4 - 24.8) = -2.12$$

$$\mu'_{CB} = -\frac{1}{4} (-32 - 4.92) = 19.94$$

step 3: $\mu''' = -1.8 (24 - 2.12) = -21.01$

$$\mu'_{BC} = -\frac{3}{10} (32 + 19.94 - 21.01) = -7.14$$

$$\mu'_{BA} = -\frac{2}{10} (32 + 19.94 - 21.01) = -3.77$$

$$\mu'_{CB} = -\frac{1}{4} (-32 - 7.14) = 19.81$$

$$\mu_{ij} = 2\mu'_{ij} + \mu'_{ji} + \mu''_{ij} + \mu_{ij}$$

در صورت بعد ۹

گامهای بعدی همانند step 3 تا آنجا که در گام آخر مقداری صاف از μ'_{ij} بماند و در نهایت به دست آید.

$$M_{AB} = 2 \times 0 + (-8, 348) - 29, 888 = -21, 118$$

$$M_{BA} = 2 \times (-8, 348) + 0 - 29, 888 = -21, 118$$

$$M_{BC} = 2(-4, 844) + 19, 272 + 22 = 21, 118$$

$$M_{CB} = 2(19, 272) - 4, 844 - 22 = 0$$

تحليل سازه # کنترل محدود و ستا

$$M_{CB} = 2 \times 19,252 - 4,88 - 27 = 0$$

$$M_{BC} = 2 \times (-4,884) + 19,252 + 27 = 21,111 \text{ t.m}$$

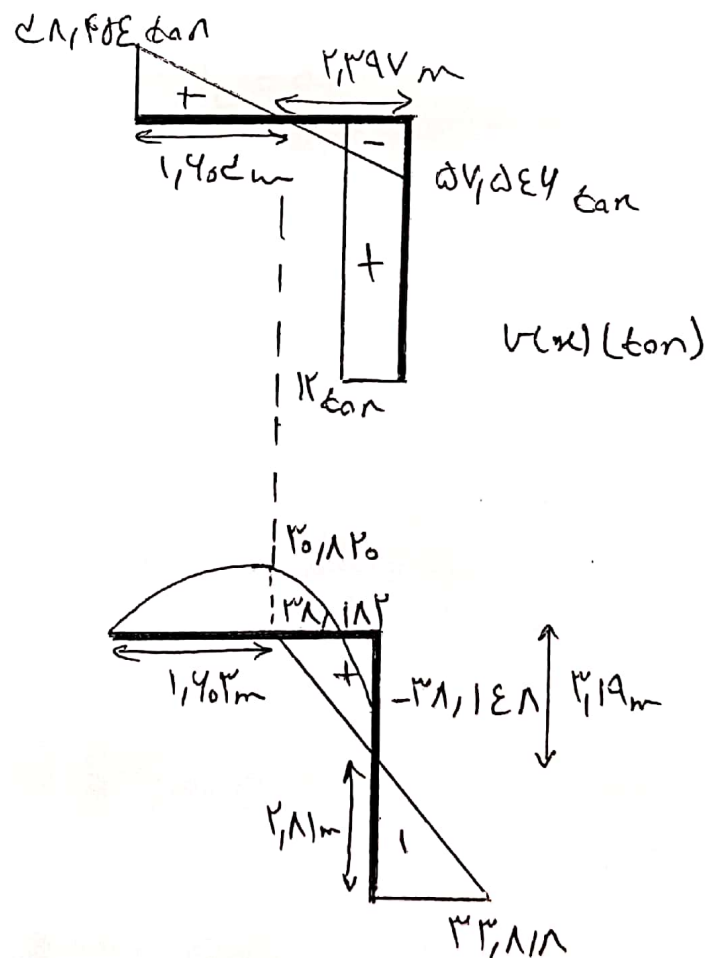
$$M_{BA} = 2 \times (-8,348) + 0 - 29,125 = -31,111 \text{ t.m}$$

$$M_{AB} = 2 \times 0 - 8,348 - 29,125 = -37,111 \text{ t.m}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{yC} = 31,125 \text{ ton} \uparrow$$

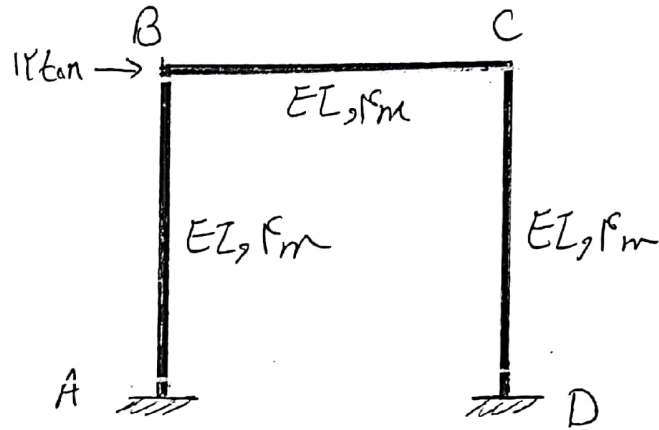
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{yA} = 26,884 \text{ ton} \uparrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{xA} = 12 \text{ ton} \leftarrow$$



179 $M(x)$ (ton.m)

(ex) خوارقار شکل زیر دیاگرام نیروی بستی و گشتاخی را با استفاده از روش کانی رسم کنید.



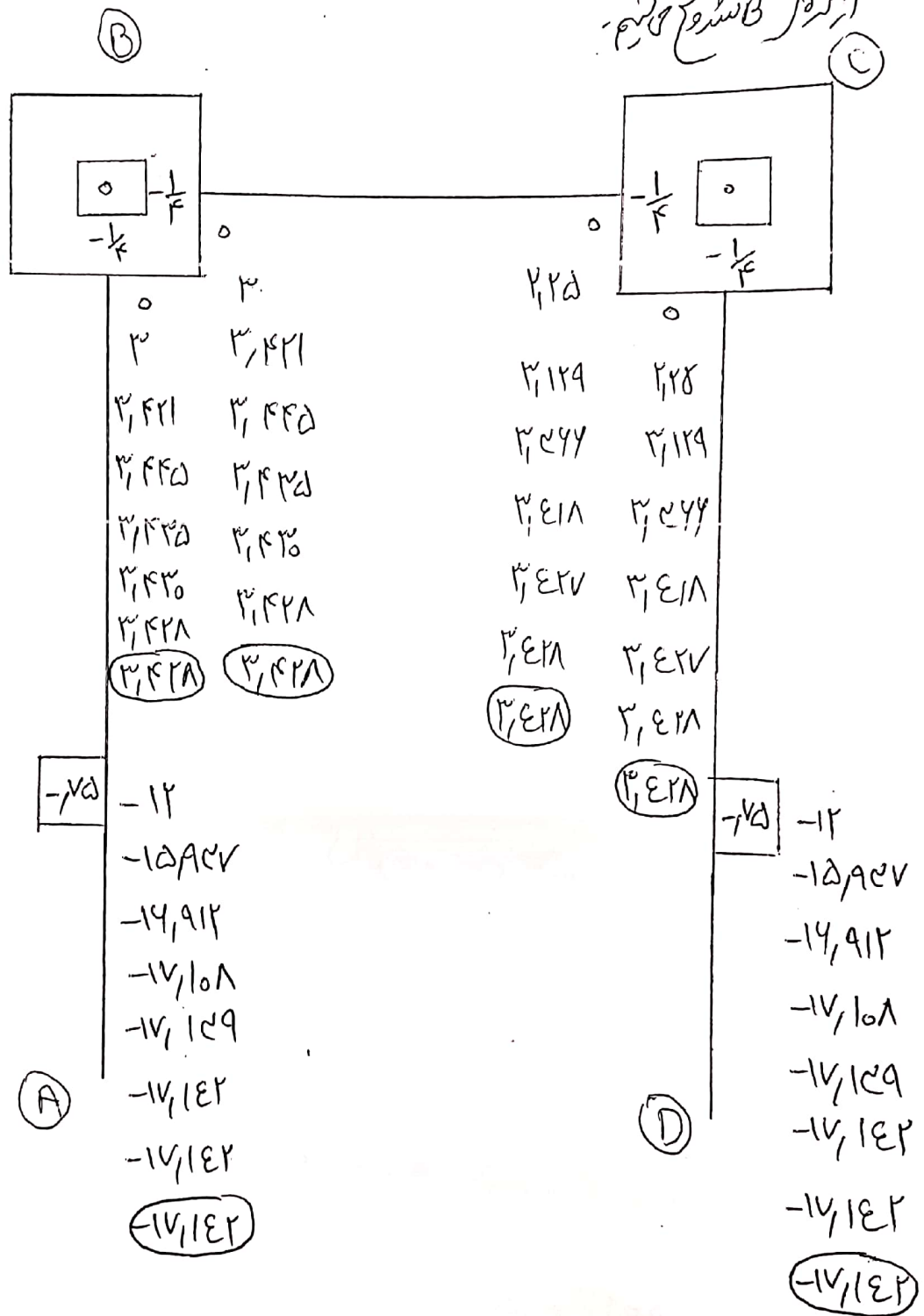
$$\frac{H_r h_r}{L} = \frac{12 \times 4}{3} = 16$$

$$(-m_i + m\phi_i)_B = (-m_i + m\phi_i)_C = 0$$

$$DF_{BA} = DF_{BC} = DF_{CB} = DF_{CD} = -\frac{1}{2}$$

$$\bar{DF} = -\gamma\Delta$$

از تئور بستر کینم



$$M_{AB} = P_{x0} + P_{1, PPA} - 17.12F = -12.112 \text{ t.m}$$

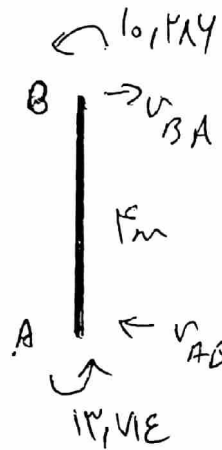
$$M_{BA} = P_{xP} + P_{1, PPA} + 0 - 17.12F = -10.120 \text{ t.m}$$

$$M_{BC} = P_{xG} + P_{1, PPA} + 0 = 10.120 \text{ t.m}$$

$$M_{CB} = P_{xP} + P_{1, PPA} + P_{1, EPA} = 10.120 \text{ t.m}$$

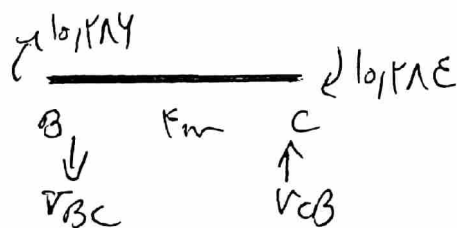
$$M_{CD} = 2 \times 10, 184 + 0 - 17, 182 = -10, 184 \text{ t.m}$$

$$M_{DC} = 2 \times 0 + 10, 184 - 17, 182 = -13, 16 \text{ t.m}$$



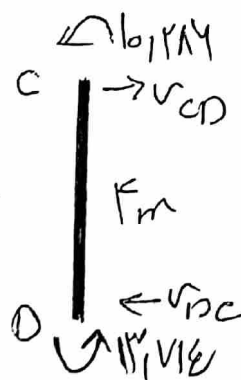
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = 4 \text{ ton}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{AB} = 4 \text{ ton} \leftarrow$$



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{CB} = 2, 182 \text{ ton}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = 2, 182 \text{ ton}$$



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow V_{CD} = 4 \text{ ton}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{DC} = 4 \text{ ton}$$

تحليل سازه II دکتر علی محمد روستا

step 1:

$$M'_{BA} = -\frac{1}{E} [0 + 0] = 0$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{E} [0 + 0] = 0$$

$$M'_{CB} = -\frac{1}{E} [0 + 0] = 0$$

$$M'_{CD} = -\frac{1}{E} [0 + 0] = 0$$

step 2:

$$M'' = -1.78 (14 + 0) = -12$$

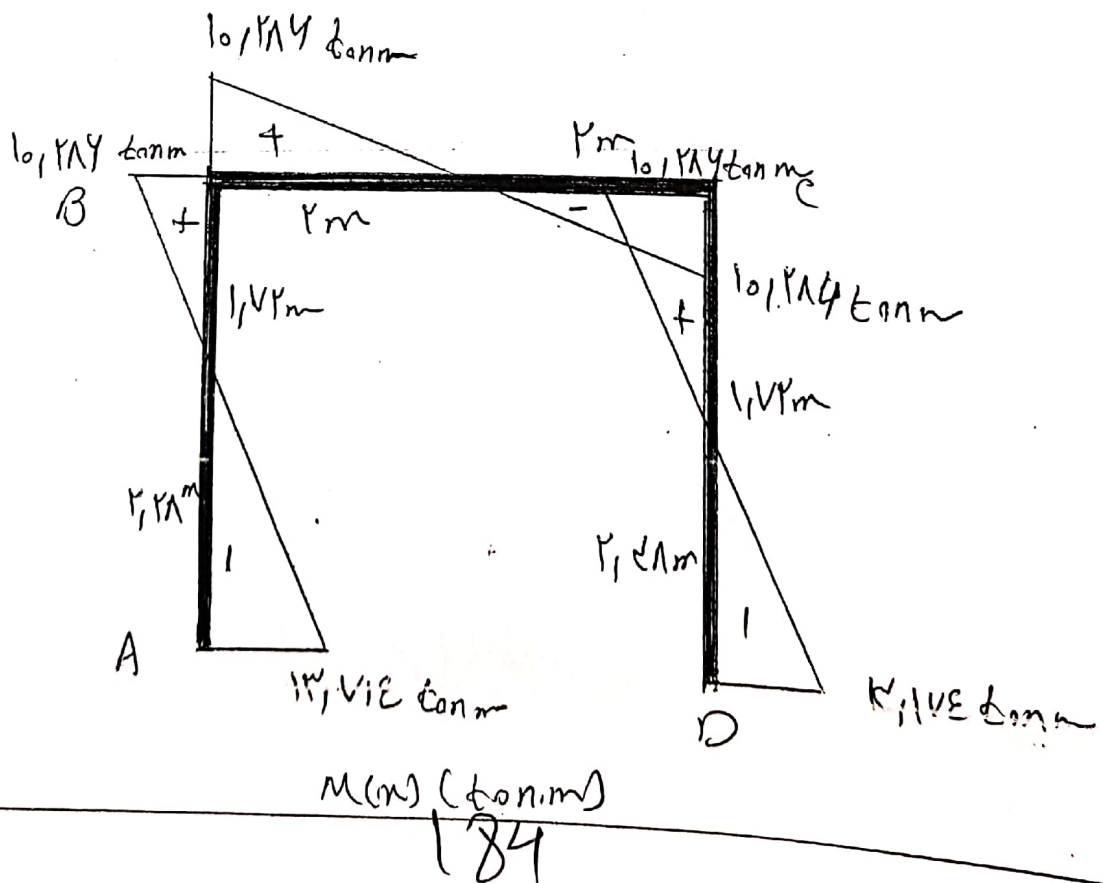
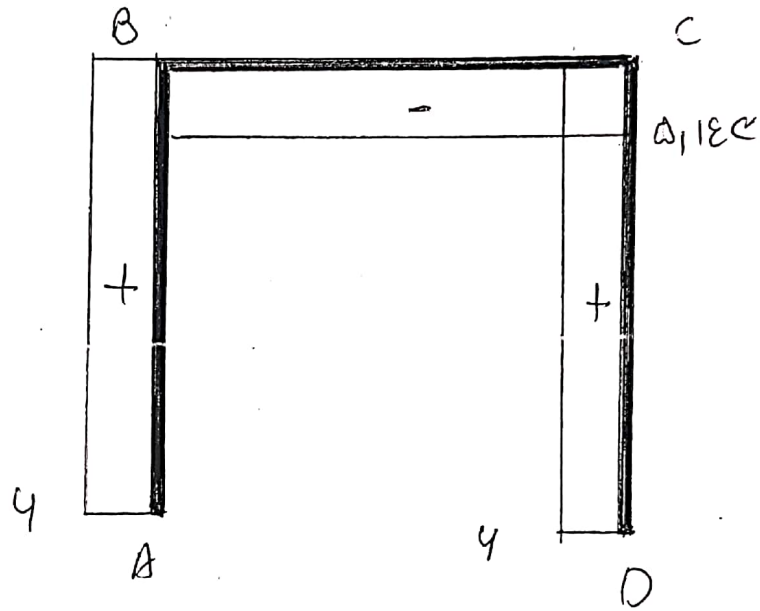
$$M'_{BA} = -\frac{1}{E} (0 - 12) = 2$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{E} (0 - 12) = 2$$

$$M'_{CB} = -\frac{1}{E} (0 - 12 + 2) = 1.25$$

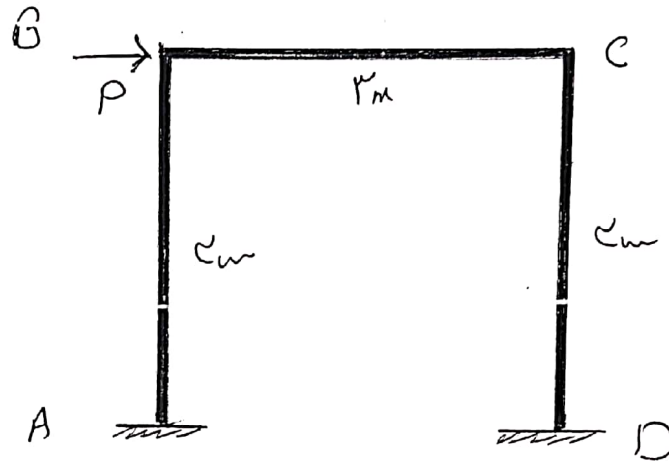
$$M'_{CD} = -\frac{1}{E} (0 - 12 + 2) = 1.25$$

تا مرحله بعدی بماند step 2 تا زمانی که مقدار ثابتی برای اشغال هر عضو نباشد.



(ex) سازه زیر را با روش ماتریس سختی تحلیل کرده و دیاگرام برش و محس را برآورد کنید.

$$l = l_m, \quad EI = \text{constant}$$



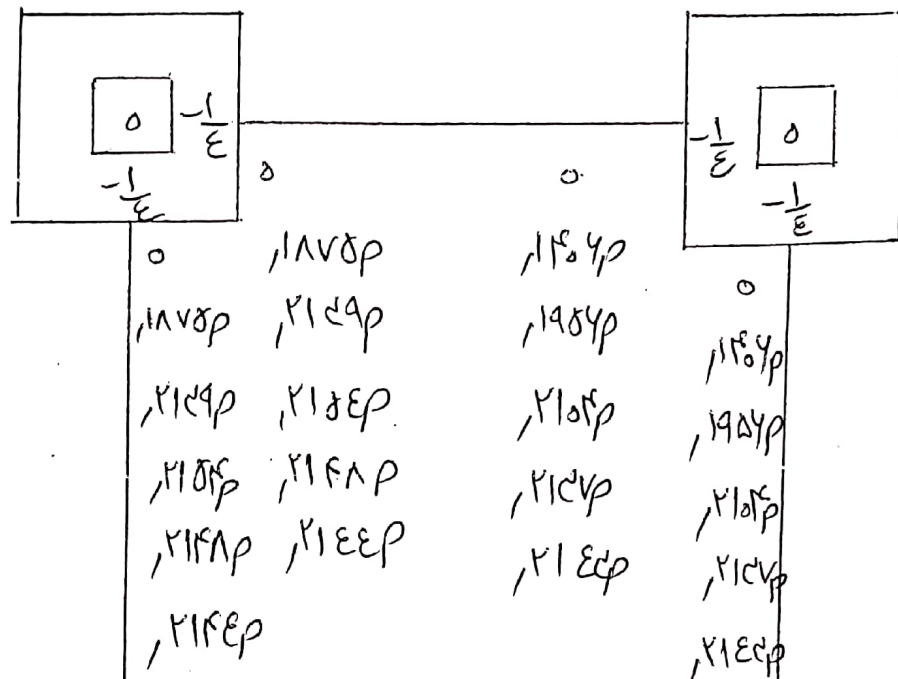
$$\frac{Hr}{l} = \frac{l_m P}{l_m} = P$$

$$DF_{BC} = DF_{CB} = DF_{BA} = DF_{CD} = -\frac{1}{2}$$

$$(-m_i + m\phi_i)_B = (-m_i + m\phi_i)_C = 0$$

تحلیل سازه II

دکتر علی محمد رسولی
1385

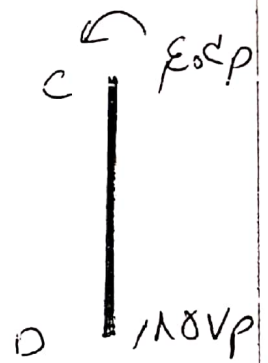
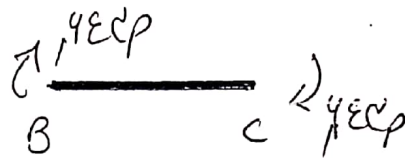
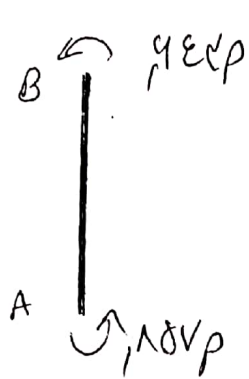


$-48p$
 $-994p$
 $-1086p$
 $-1049p$
 $-1061p$
 $-1061p$

70
 70
 $-994p$
 $-1086p$
 $-1049p$
 $-1061p$
 $-1061p$

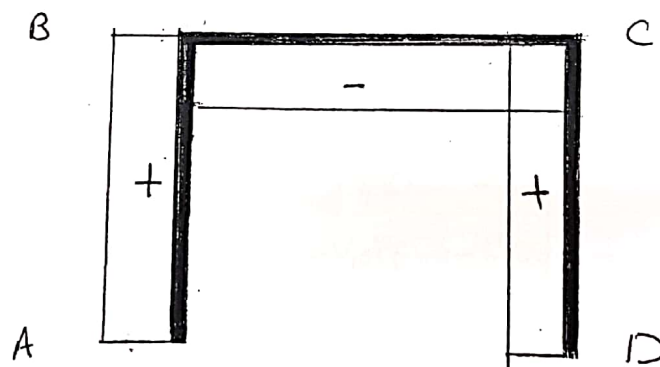
$M_{AB} = -1086p$
 $M_{BA} = -1049p$
 $M_{CD} = 1049p$
 $M_{DC} = -1086p$

$M_{BC} = 1049p$
 $M_{CB} = 1049p$

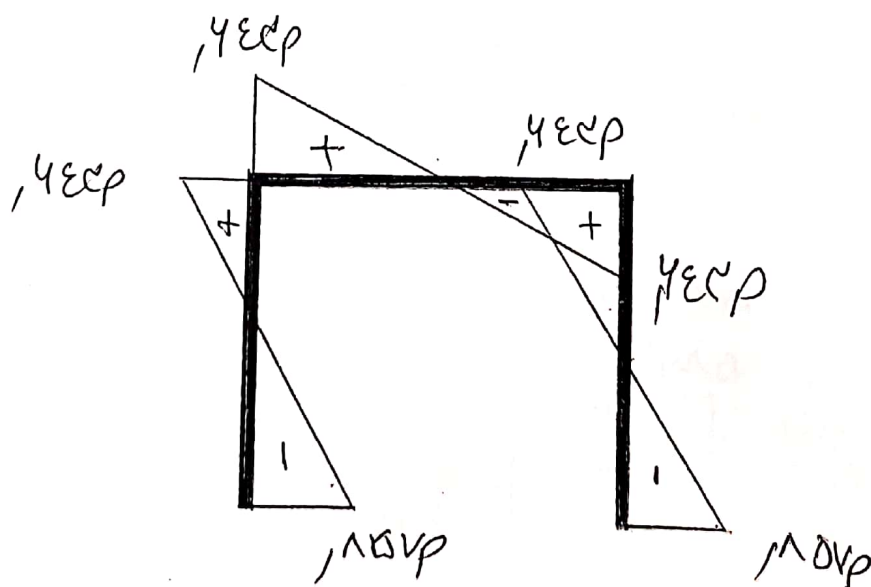


$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{yD} \times 4 + 4.5 - 1.8 \times 4 = 0$$

$$R_{yD} = 1.5 \text{ kN} \uparrow$$

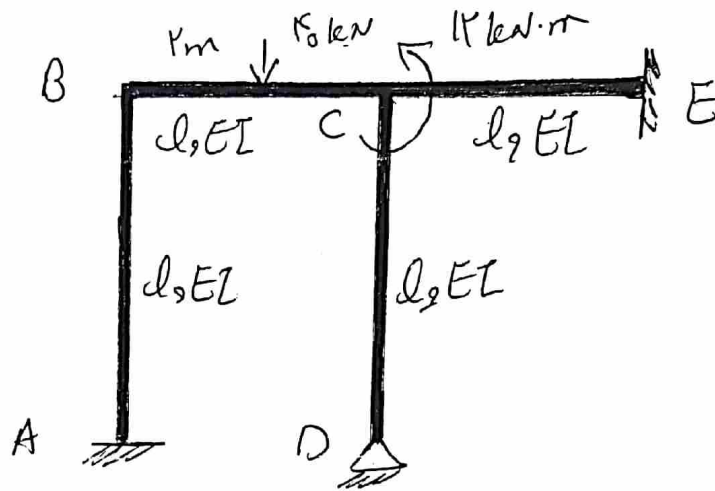


$V(x)$



187

(۲۴) قابِ نری را با بوسه‌ای که بی‌تخلیل کرده و دایه‌ای را بر پیش و چشمت را بر لب آینه رسم کند.

[illegible]

تحليل سازه II - دکتر علی محمد روستا

$$M_{AB} = 9,44 \text{ kN.m}$$

$$M_{CD} = -10,8 \text{ kN.m}$$

$$M_{BA} = 12,8 \text{ kN.m}$$

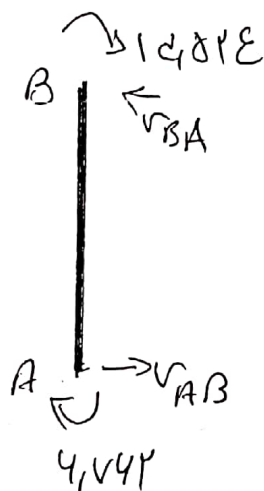
$$M_{DC} = 0$$

$$M_{BC} = -12,8 \text{ kN.m}$$

$$M_{CE} = -12,09 \text{ kN.m}$$

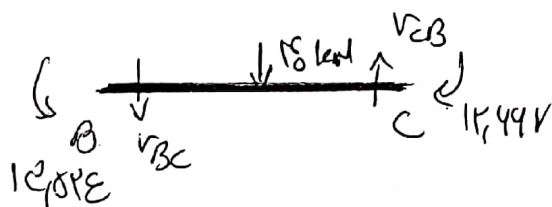
$$M_{CB} = 12,44 \text{ kN.m}$$

$$M_{EC} = -11,09 \text{ kN.m}$$



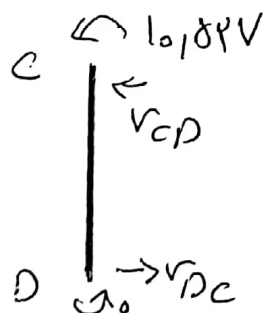
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = 2,10 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{AB} = 2,10 \text{ kN} \rightarrow$$



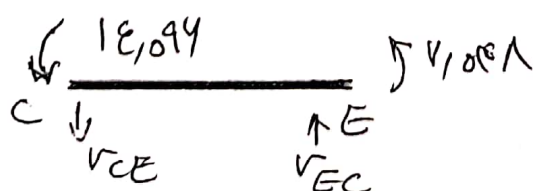
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{CB} = 19,44 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC} = 16,11 \text{ kN} \uparrow$$



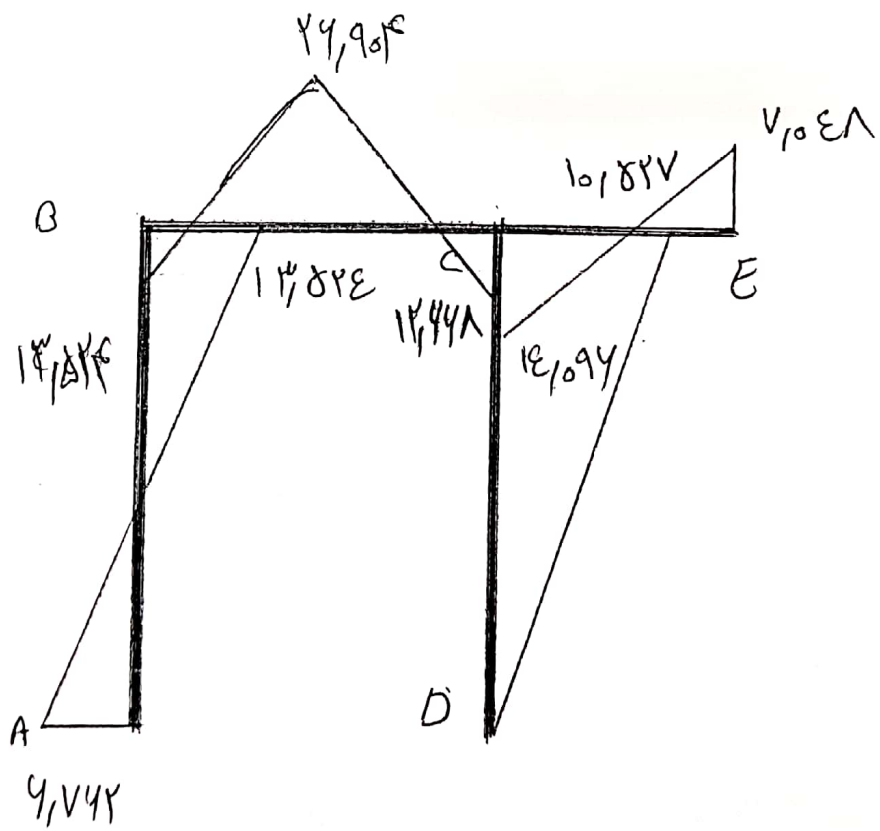
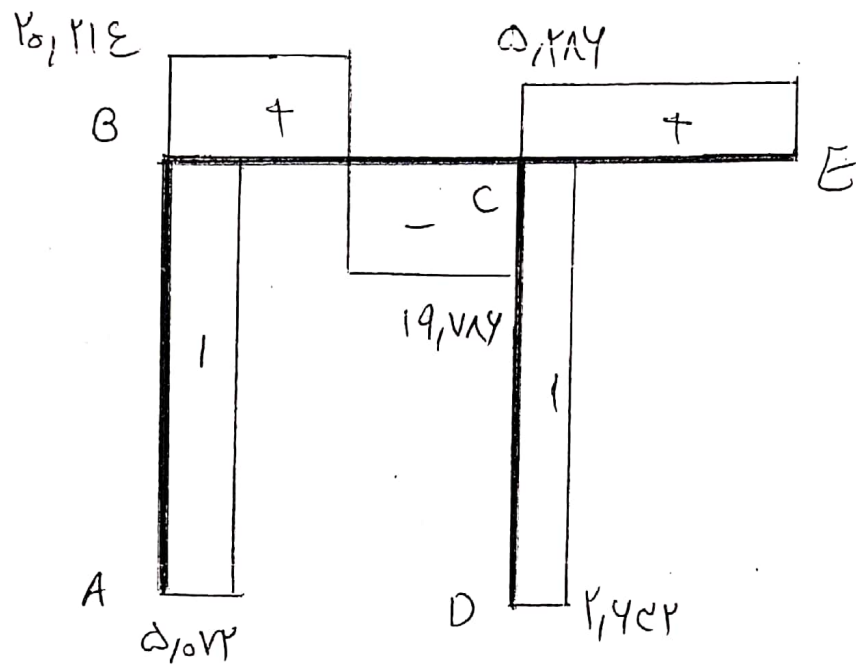
$$\sum M_D = 0 \Rightarrow V_{CD} = 2,42 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{DC} = 2,42 \text{ kN} \leftarrow$$

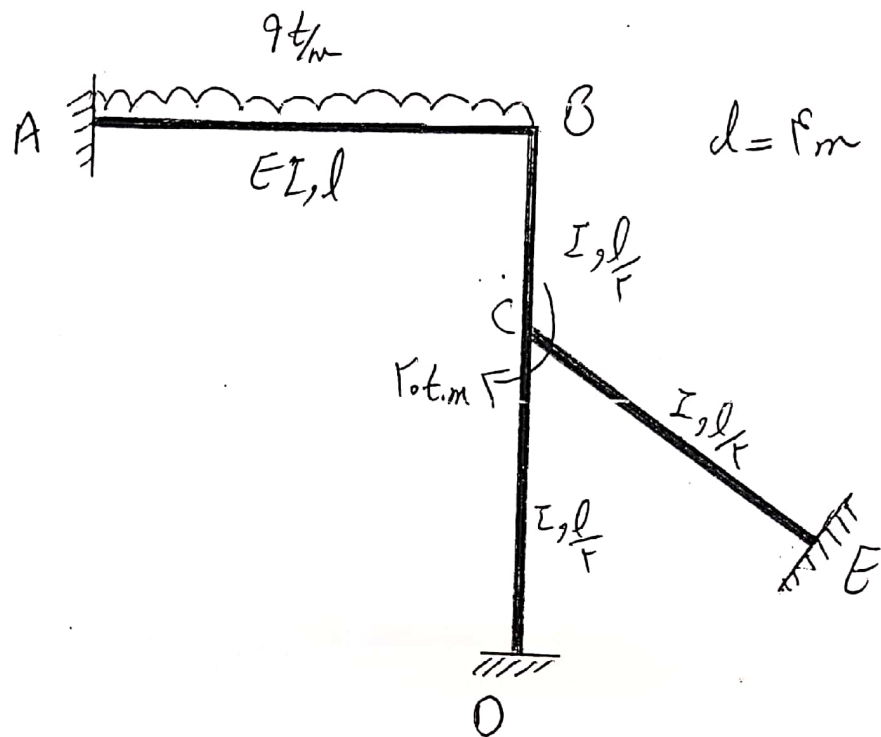


$$\sum M_C = 0 \Rightarrow V_{EC} = 8,14 \text{ kN} \downarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CE} = 8,14 \text{ kN} \uparrow$$



(ex) سازه زیر را با روش ماتریس کلاسیک و دیاگرام برش و محس را برآورد کنید.



$$k_{AB} = EI$$

$$k_{CD} = 2EI$$

$$k_{BC} = 2EI$$

$$k_{CE} = 2EI$$

$$DF = -\frac{1}{r} \frac{k_{ij}}{\sum k_i}$$

$$DF_{BA} = -\frac{1}{4}$$

$$DF_{BC} = -\frac{1}{2}$$

$$\Delta F_{BA} = \frac{4 \times 9}{12} = \frac{36}{12} = 3 \text{ k.m}$$

step 1

$$M'_{BA} = -\frac{1}{4} [12 + 0 + 0] = -3$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{2} [12 + 0 + 0] = -6$$

$$M'_{CB} = -\frac{1}{4} [-10 - 6 + 0 + 0] = 4$$

$$M'_{CD} = M'_{CE} = M'_{CB}$$

در نظر این که DF ها نسبتی با هم دارند.

step 2

$$M'_{BA} = -\frac{1}{4} [12 + 0 + 4] = -2.444$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{2} [12 + 0 + 4] = -4.444$$

$$M'_{CB} = -\frac{1}{4} [-10 - 4.444 + 0 + 0] = 3.333$$

$$M'_{CD} = M'_{CE} = M'_{CB}$$

step 3

$$M'_{BA} = -\frac{1}{4} [12 + 0 + 4, 333] = -2.708$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{2} [12 + 0 + 4, 333] = -4.667$$

$$M'_{CD} = M'_{CB} = M'_{CE} = -\frac{1}{4} [-10 - 4.667 + 0 + 0] = 3.667$$

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

$$M_{ij} = r_{xij} + m'_{ji} + m_{ij}$$

$$M_{ji} = r_{xji} + m'_{ij} + m_{ji}$$

$$M_{AB} = r_{x0} - r_1 v_0 y - 12 = -12,404 \text{ t.m}$$

$$M_{BA} = r_x(-r_1 v_0 y) + 0 + 12 = 4,811 \text{ t.m}$$

$$M_{BC} = r_x(-2,112) + r_1 r_2 \delta + 0 = -4,819 \text{ t.m}$$

$$M_{CB} = r_x(r_1 r_2 \delta) - 0,812 = 4,081 \text{ t.m}$$

$$M_{CD} = r_x(r_1 r_2 \delta) + 0 = 1,91 \text{ t.m}$$

$$M_{DC} = 0 + r_1 r_2 \delta + 0 + 0 = 1,91 \text{ t.m}$$

$$M_{CE} = r_x 2,112 \delta + 0 + 0 = 1,91 \text{ t.m}$$

$$M_{EC} = 0 + 2,112 \delta + 0 = 2,112 \text{ t.m}$$

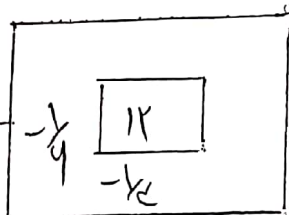
$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow 4,811 - 4,819 \approx 0$$

$$M_{CB} + M_{CD} + M_{CE} = 0 \Rightarrow 4,081 + 1,91 + 1,91 = 7,901 \approx 0$$

(A)

-2
-2,44V
-2,40V
-2,40V
-2,40V

(B)



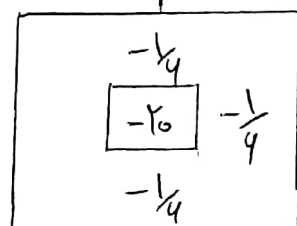
↓ -2
-2,44V
-2,40V
-2,40V
-2,40V

↑
2
2,44V
2,40V
2,40V

$$(-m_i + m_i)_{\text{B}} = 12$$

$$(-m_i + m_i)_{\text{C}} = -20$$

(C)



↓ 2
2,44V
2,40V
2,40V

↑
2
2,44V
2,40V
2,40V

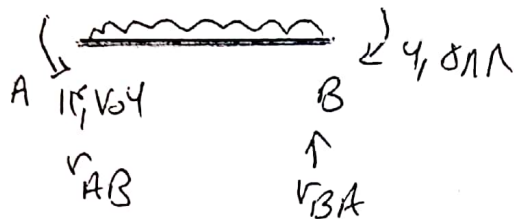
(E)

(D)

$$\begin{aligned} u'_{AB} &= 0 \\ u'_{BA} &= -2,40V \\ u'_{BC} &= -2,40V \end{aligned}$$

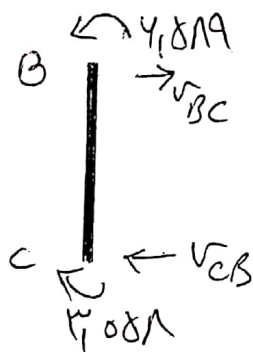
$$\begin{aligned} u'_{CB} &= 2,44V \\ u'_{CD} &= 2,40V \\ u'_{CE} &= 2,40V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u'_{DC} &= 0 \\ u'_{EC} &= 0 \end{aligned}$$



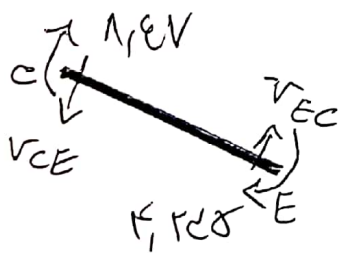
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BA} = 10.9 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB} = 10.102 \text{ kN} \uparrow$$



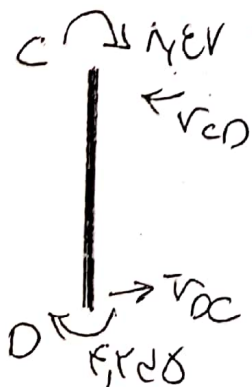
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow V_{BC} = 1.144 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{CB} = 1.144 \text{ kN} \leftarrow$$



$$\sum M_E = 0 \Rightarrow V_{EC} = 4.282 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CE} = 4.282 \text{ kN}$$



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow V_{CD} = 4.282 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{DC} = 4.282 \text{ kN} \rightarrow$$

20,029

A

1, VVA m B

1, V44

7, 228 m

1, 2, AVI

C

$$\frac{20,029}{\pi} = \frac{10AVI}{\pi - \pi} \Rightarrow$$

$$\pi = 7, 228 m$$

4, 282

D

V(x) (ton)

4, 282

E

1, 2, V4

4, 289

4, 289

1, 2, 04

7, 202 V

1, 2, EV

1, 2, EV

4, 284

4, 284

190 M(x) (ton.m)

روش های تقه‌ی تحلیل سازه‌های نامعین

(مقدمه)

طریقه‌ی معمول گذشته بار روش های تحلیل سازه‌های نامعین استاتیکی است. در کار و صنعت نیز معمول
تحلیل سازه‌های نامعین و همچنین احتیاج به مدل‌های بدون سطح مقطع و یا همان انیسی اعضا
و یا نسبت آن‌ها در شروع تحلیل، هست. این کار برای پیدا کردن روش های تقه‌ی ساده‌تری
بوده است. همان طور که ملاحظه خواهد شد، در تمام روش های تقه‌ی سازه‌ی نامعین، سازه‌ی نامعین
که با استفاده از مفروضات منطقه که خطا حاصل از آن‌ها در عرف مسائل مهندسی
قابل قبول باشد، تحلیل سازه‌ی نامعین را با استفاده از اصول استاتیکی (استاتیکی) میسر می‌شود.
از روش های تقه‌ی برای تخمین اولیه مسطح‌های هندسی اعضای سازه‌های نامعین استفاده
به عمل می‌آید. در این فصل سعی بر معرفی آن دسته از روش های تقه‌ی سازه‌ی نامعین که استفاده از
آن‌ها در دقت مهندسی معمول و نیز هزینه شده است.

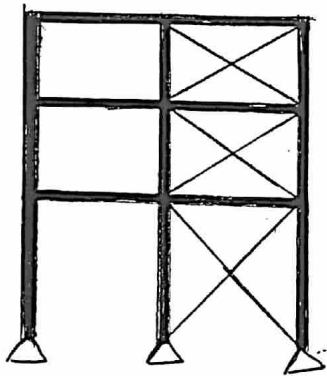
تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

(تحليل بادبندهاال فنربدر)

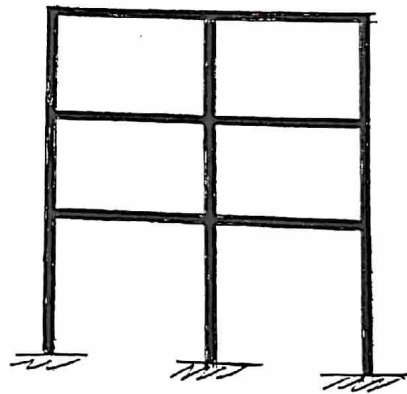
در اغلب موارد، برای پایداری قاب در مقابل بارهای جانبی (باروزلزله) طراح به کمک به استفاده

از بادبندهاال فنربدر می‌گردد.

تحليل بادبند فنربدر، هائند تحليل خرابی می‌باشد که عملک و اسکن دو عضو قطعی در هر طبقه
کند در هر طبقه نامفصل است.



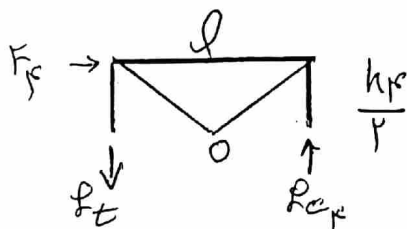
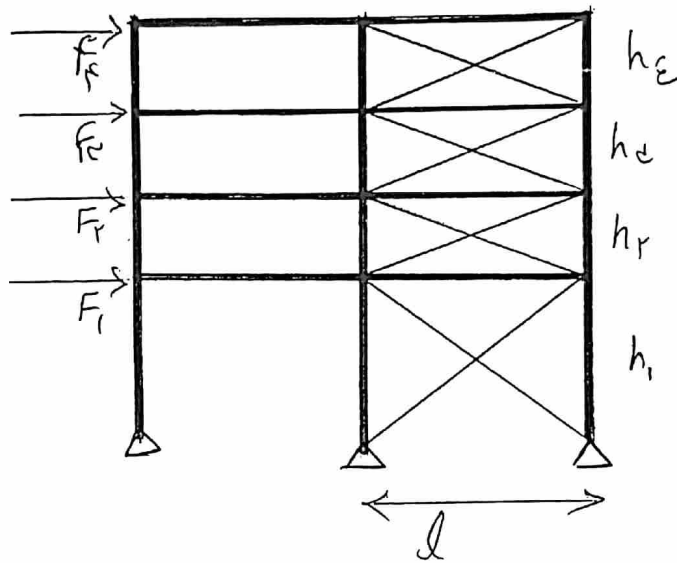
قاب سازه + مهاربند



قاب چسبی بدون مهاربند

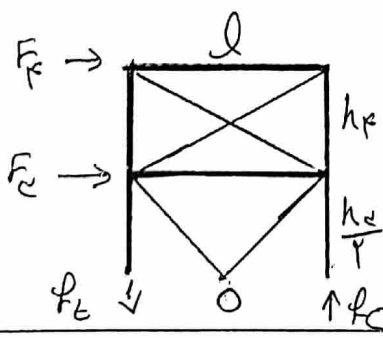
قاب ساده دارای چهار بند تحت بار جانبی

باقی صبر! مطالبی که در قسمت قبلی گفته شد، تحلیل بار بند خنجر برار، می‌باشد تحلیل خنجر پارس می‌باشد که به علت داشتن دو عضو قطار در هر طبقه یک درجه در هر طبقه نامعین است.



با نوشتن تعادل در راستای y: $P_t = P_c$

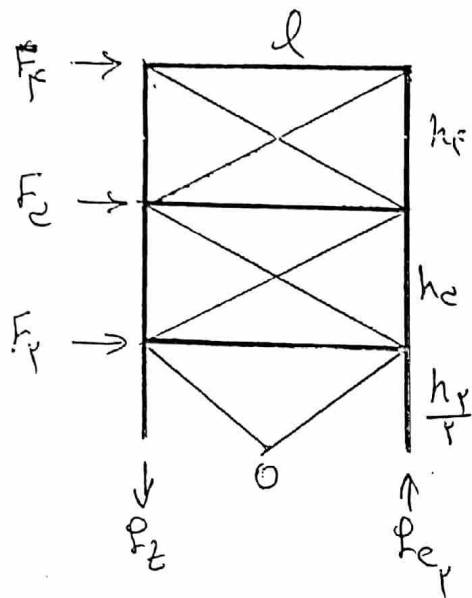
$$\sum M_o = 0 \Rightarrow P_c l = F_f \times \frac{h_f}{2} \Rightarrow P_{c_f} = \frac{F_f h_f}{2l}$$



$$P_z = P_c$$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow F_1 \left[h_f + \frac{1}{2} h_c \right] + F_2 \times \frac{h_c}{2} = F_{c_f} \times l$$

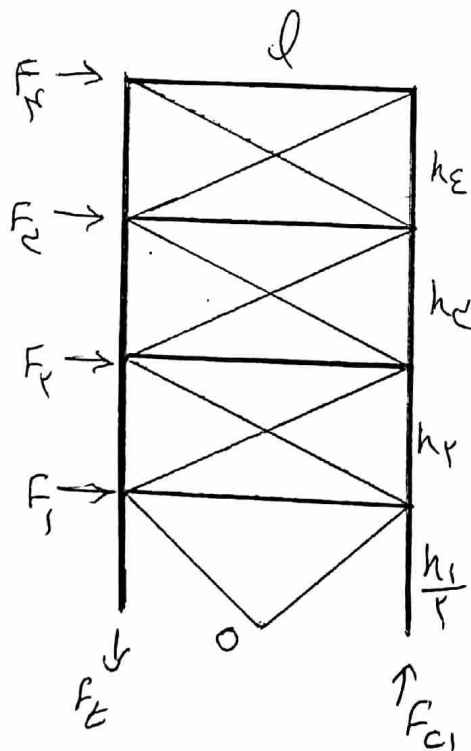
$$\Rightarrow P_{c_f} = \frac{F_1 \left[h_f + \frac{h_c}{2} \right] + \frac{F_2 h_c}{2}}{l}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{c1} = F_{c2}$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_1 \left(h_1 + h_2 + \frac{h_3}{r} \right) + F_2 \left(h_2 + \frac{h_3}{r} \right) + F_3 \times \frac{h_3}{r} = F_{c1} \times l$$

$$\Rightarrow F_{c1} = \frac{F_1 \left(h_1 + h_2 + \frac{h_3}{r} \right) + F_2 \left(h_2 + \frac{h_3}{r} \right) + F_3 \times \frac{h_3}{r}}{l}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{c1} = F_{c2}$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_1 \left(h_1 + h_2 + h_3 + \frac{h_4}{r} \right) + F_2 \left(h_2 + h_3 + \frac{h_4}{r} \right) + F_3 \left(h_3 + \frac{h_4}{r} \right) + F_4 \left(\frac{h_4}{r} \right) = F_{c1} \times l$$

$$\Rightarrow F_{c1} = \frac{F_1 \left(h_1 + h_2 + h_3 + \frac{h_4}{r} \right) + F_2 \left(h_2 + h_3 + \frac{h_4}{r} \right) + F_3 \left(h_3 + \frac{h_4}{r} \right) + F_4 \left(\frac{h_4}{r} \right)}{l}$$

روش پیکال (تحلیل قاب‌های خمشی تحت بار جانبی)

پیکال ها، قاب‌های بدیهی که در دهانه‌ها می‌باشند که اغلب از آن‌ها برای ایجاد یک دیدار از جانبی در سازه‌ها استفاده می‌شود. یکی از انواع تحلیل که همیشه وقت زیادی را می‌گیرد یک ساختمان را به خود اختصاص می‌دهد، تحلیل قاب ساختمانی چندطبقه در مقابل بارهای جانبی (باد یا زلزله) می‌باشد. به همین منظور برای کاهش از وقت صرف شده برای محاسبات و یا کاهش تعداد محاسبات هندسی اولیه معمول برای استفاده در تحلیل دقیق، روش‌های تقریبی متعددی برای تحلیل قاب‌های چندطبقه در مقابل بارهای جانبی ارائه شده است. در این قسمت روش متداول از تحلیل تقریبی قاب‌ها در مقابل بارهای جانبی ارائه می‌شود.

لازم به ذکر است که این روش‌ها بر مبنای مفاسد نتایج بدست آمده از حل دقیق قاب‌ها نباشد است و در مورد میزان دقت آن‌ها هیچ تضمینی نمی‌توان قایل شد.

هرچه قاب منظم‌تر و سختی اعضا در حدود یکدیگر باشد، دقت نتایج حاصل از این روش‌ها بیشتر می‌شود.

اساس روش پرتال ممکن به سرفرض زیر می باشد :

۱- نقطه عطف تیر در وسط دهانه قرار دارد.

۲- نقطه عطف ستون در وسط ارتفاع ستون قرار دارد.

۳- تیر بر روی طبقه بستر است و سطحی بین ستون ها از این طبقه تقسیم می شود.

عضی ها این نسبت را به صورت دو سهم به ستون میانی و یک سهم به ستون کناری در نظر می گیرند. اما دقیق ترین آن است که تیر بر روی راب نسبت سهم دهانه هر ستون تقسیم شود. در صورتی که دهانه ها قاب با تیر مساوی باشد و در روش یکسان خواص دارد.

تحلیل سازه II دکتر علی محمد روستا

روش گام اول: تحلیل تقاب با استفاده از روش پرتال

گام اول: محاسبه نیروهای جانبی باد یا زلزله.

گام دوم: نیروی برشی هر طبقه نسبت دهانه بین ستون ها تقسیم شده و در وسط هر ستون با عرف ۷ مشخص می شود.

گام سوم: چون فقط عطف ستون در وسط ارتفاع فرض شده است، از طرف نیروی برشی ستون در نصف ارتفاع ستون، گزیده ستون محاسبه شده و در وسط ارتفاع ستون با عرف ۸ مشخص می شود. چون فقط عطف در وسط ارتفاع قرار دارد، گزیده ها بالا و پایین ستون باید یکدیگر مساوی می باشند.

گام چهارم: با توجه به تغییر شکل قاب در مقابل بارها جانبی، در هر تیر، مجموع گزیده

ستون ها باید برابر مجموع گزیده تیرها باشد. گزیده ستون ها در گام سوم محاسبه شده اند، با شروع

از آخرین طبقه از سمت چپ (سمت نیروهای مؤثر) و حرکت از چپ به راست و بالا به پایین

گزیده ها انتهای تیرها محاسبه می شوند. چون فقط عطف تیرها در وسط دهانه فرض شده است

گزیده دو انتهای هر تیر باید یکدیگر مساوی باشند. بنابراین گزیده هر تیر با علامت ۸ در وسط

و پایین آن نوشته می شود. تحلیل سازه دکتر علی محمد روستا

گام پنجم: نیرو برشی تیرها از تقسیم گشتاور به نصف دهانه محاسب شده و در وسط دهانه
با علامت τ نوشته می شود.

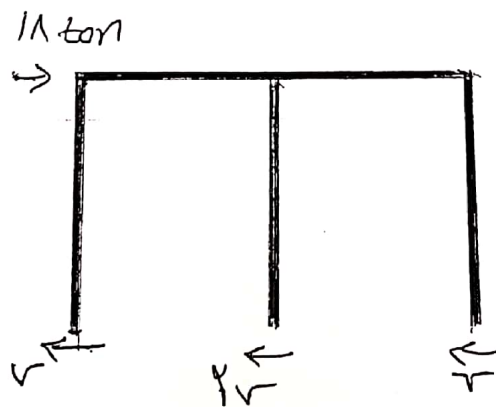
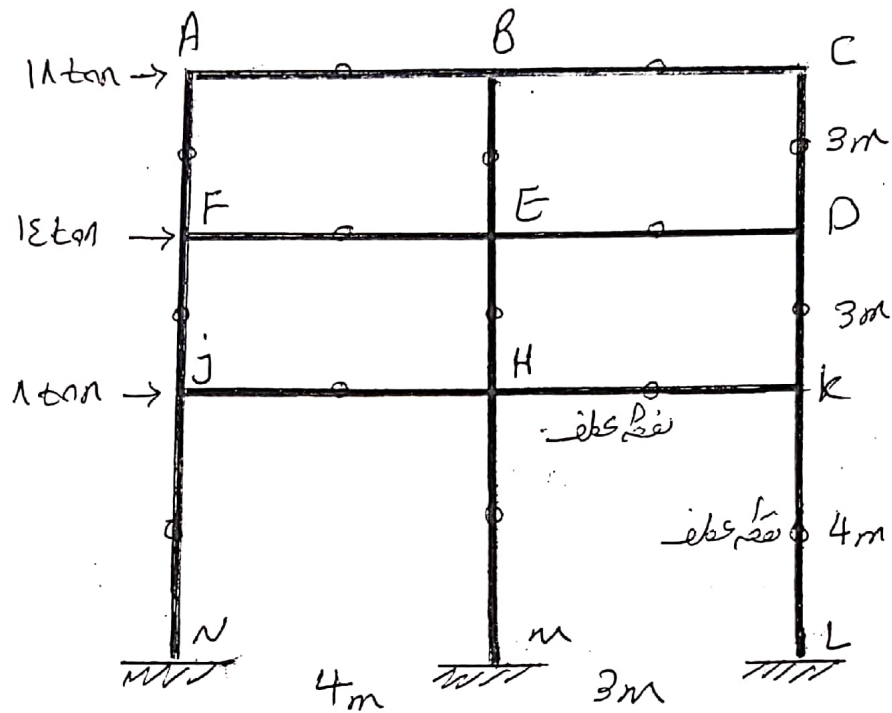
گام ششم: با توجه به نیرو برشی تیرها، نیرو محوری ستون ها محاسب می شود. نیرو
محور ستون ها کنار از لحاظ عدول مساوی نیرو برشی تیر متصل به آن می باشد
که البته باید نیرو محور ستون فوقانی را نیز به آن اضافه کرد. نیرو محور ستون ها
صافی مساوی تفاضل نیرو برشی تیر سمت چپ و راست متصل به آن است که باید به تیر
حاصل و نیرو محوری ستون فوقانی را افزود. در صورتی که دهانه ها قابل مساوی باشد
و یا نیرو برشی ستون به نسبت دهانه ها تقسیم شده باشد، نیرو محوری ستون
صافی صفر خواهد بود.

گام هفتم: نیرو محوری تیرها، غالباً در طراحی مهم نمی باشد اما بار وابط استاتی
قابل محاسب می باشد.

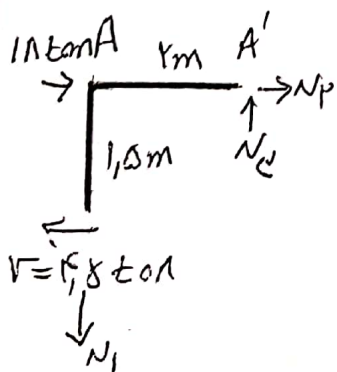
برای تیرال برای ساختمان ها، L با $\frac{H}{2}$ کاربرد دارد که H ارتفاع ساختمان
و L طول افقی ساختمان است.

تحلیل سازه II - دکتر علی محمد روستا

(۲۰۰) اعضای قائم و غیر قائم استفاده از روش تحلیل گره‌ها.



$$\sum F_{x20} = 0 \Rightarrow r_v = 11 \Rightarrow r_v = 11.8 \text{ ton}$$

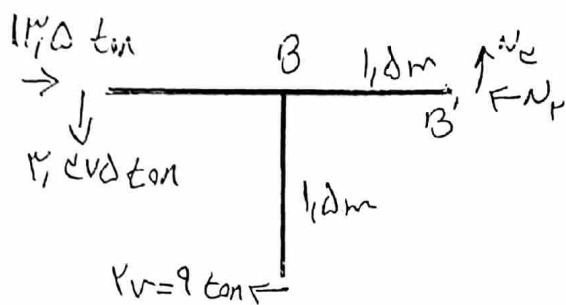


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_p = 11.8 \text{ ton}$$

$$\sum M_{A'} = 0 \Rightarrow N_v = 11.8 \times 2 \text{ ton} \downarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_v = 23.6 \text{ ton}$$

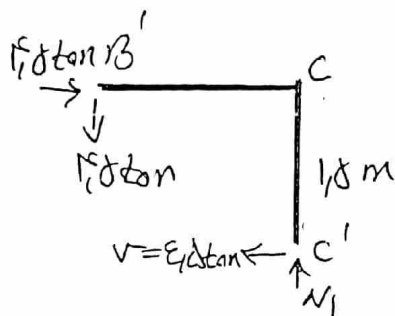
205



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_p = 11.25 \text{ kN}$$

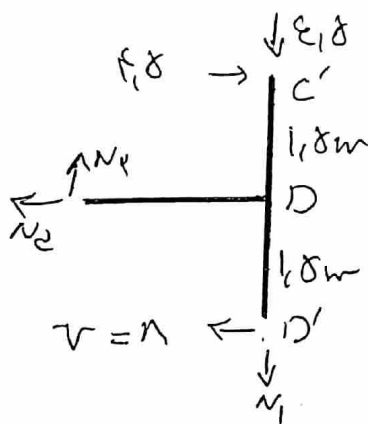
$$\sum M_{B'} = 0 \Rightarrow N_1 = 1.125 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 4.8 \text{ kN}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 4.8 \text{ kN}$$

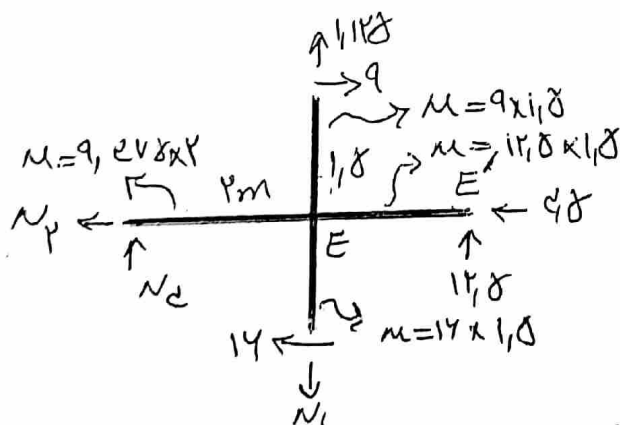
$$V + V + V = 2F \Rightarrow V = \frac{2F}{3} = 1.33 \text{ kN}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_2 = 4.8 \text{ kN}$$

$$\sum M_{E'} = 0 \Rightarrow N_1 = 1.33 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_p = 1.125 \text{ kN}$$



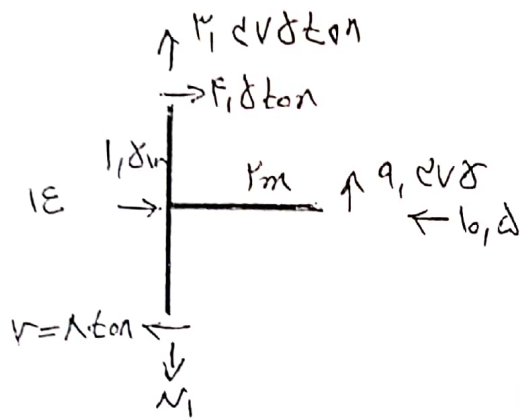
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_p = 1.125 \text{ kN}$$

$$\sum M_{F'} = 0 \Rightarrow 1.125 \times 1.8 + N_1 \times 1.8$$

$$9 \times 1.8 = 1.125 \times 1.8 + (1.125 \times 1.8)$$

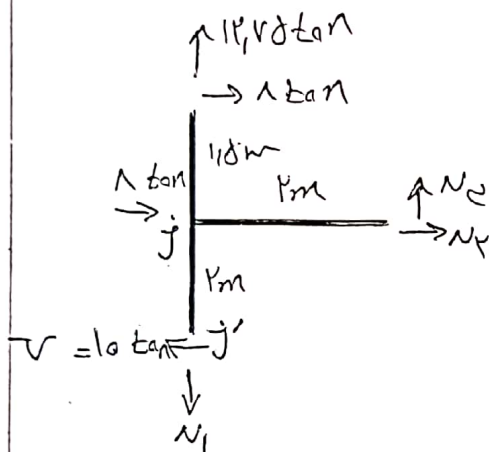
$$N_1 = 1.125 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 9.125 \text{ kN}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 12,48 \text{ ton} \downarrow$$

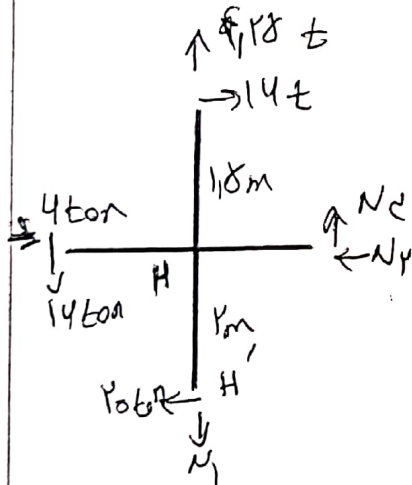
$F_v = 1,8 + 1,8 + 1,8 = 5,4$ برای طبقه اول
 $v = 1,8 \text{ ton}$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_x = 4 \text{ ton} \leftarrow$$

$$\sum M_{j'} = 0 \Rightarrow N_c = 14 \text{ ton} \uparrow$$

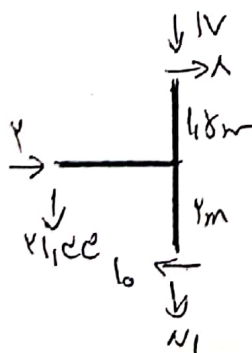
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 12,48 \text{ ton} \downarrow$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_x = 1 \text{ ton} \leftarrow$$

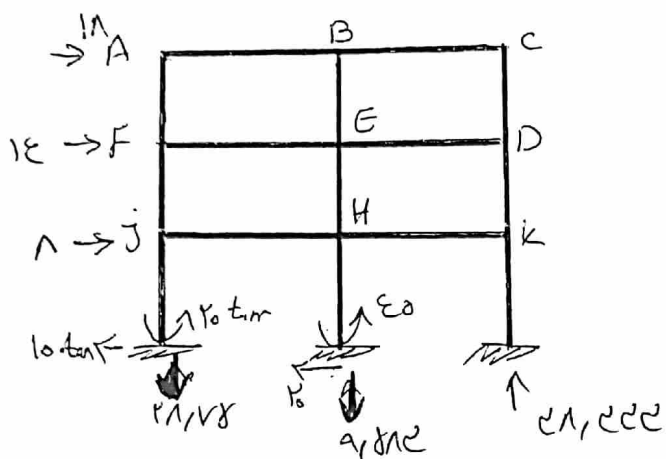
$$\sum M_H = 0 \Rightarrow N_c = 12,48 \text{ ton} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 9,24 \text{ ton} \downarrow$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 12,48 \text{ ton} \uparrow$$

207



روش انتگرال

در این روش، اسکلت ساختمانی همانند ستون‌ها و تیرها فرض می‌شود که با فرضی دارای انفعال
گیردار است و رابط $\frac{EI}{L}$ به آن به کار برده می‌شود. در نتیجه ستون‌ها به منزله
تیرهای کمر فضا می‌شود که تنش قائم در آن‌ها به نسبت فاصله از تارخشی ساختمانی فزونی
می‌یابد. در این روش برای ساختمان‌های باریک و بلند از روش تیرهای کمر فضا با $\frac{EI}{L}$

مفروضاتی در روش انتگرال

- ۱- نقاط عطف تیرها در وسط دهانه‌ها فرض می‌شود.
- ۲- نقاط عطف ستون‌ها در وسط ارتفاع آن‌ها فرض می‌شود.
- ۳- تنش‌ها قائم در ستون‌ها (نیروی محوری) تناسب مستقیم با فاصلای ستون‌ها از تارخشی
ساختمانی دارد.

روش قائم به آن هم تحلیل قاب ها، برای بارهای جانبی بار روش حالت پلور

۱- اسلک ساختمانی با مقیاس بزرگ رسم می شود تا بتوان لیدر کندرها، نیروهای برشی و نیروهای محوری را در آن شبک کرد.

۲- با فرض سطح مقطع ستون ها برابر واحد، تارخشی ساختمان با فرض کندر استاتیکی نسبت به یکی از ستون های خارجی محاسبه می شود و سپس تارخشی در غودار اسلک ساختمانی رسم شده و فاصله آن از تمام ستون ها مشخص می گردد.

۳- همان نیروی مقطع اسلک ساختمانی نسبت به تارخشی محاسبه می گردد.

۴- نیروی برشی و گنگ هر طبقه را می تابد محاسبه کرده و در نسبت چپ به گودار محاسباتی در وسط ارتفاع طبقه ثبت می نمایم.

۵- تنش قائم در ستون ها با استفاده از رابطه $\sigma = \frac{N}{A}$ محاسبه می شوند. در صورتی که مساحت مقطع ستون ها برابر واحد فرض شده باشد، رابطه فوق نیروی محور را در ستون ها به دست می دهد. توجه شود که نیروی محور کششی را با علامت مثبت و نیروی محور فشار را با علامت منفی نمایش می دهیم.

۶- محاسبات از آخرین طبقه و از سمت نیروهای جانبی آغاز شده و باید که در بدین رابطه استاتیکی $\sum F_y = 0$ را برای نمودارهای آزاد قرار داده و نیروهای برشی و نیروهای محاسبه می شوند. محاسبات مربوط به این گام، به دقت بیشتری احتیاج دارد.

وفا

۷- پس از محاسبه نیروهای برشی در تیرها، گندرها در انتهای تیرها تعیین می‌شوند.

این گندرها برابرند با نیروی برشی در تیرها مندرجه ارتفاع طول دهانه تیرها.

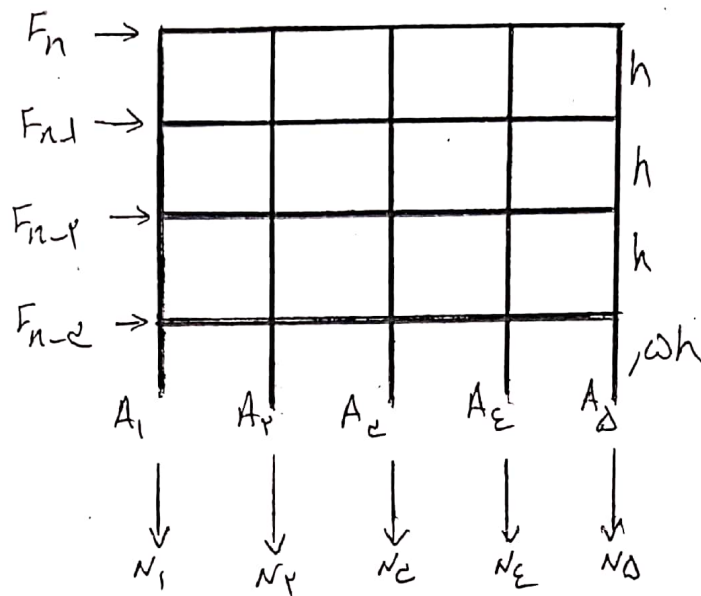
۸- گندرها در انتهای ستون‌ها تعیین می‌شوند. این گندرها با مشخص بودن گندرها

در انتهای تیرها از تعادل گره‌ها بدست می‌آیند.

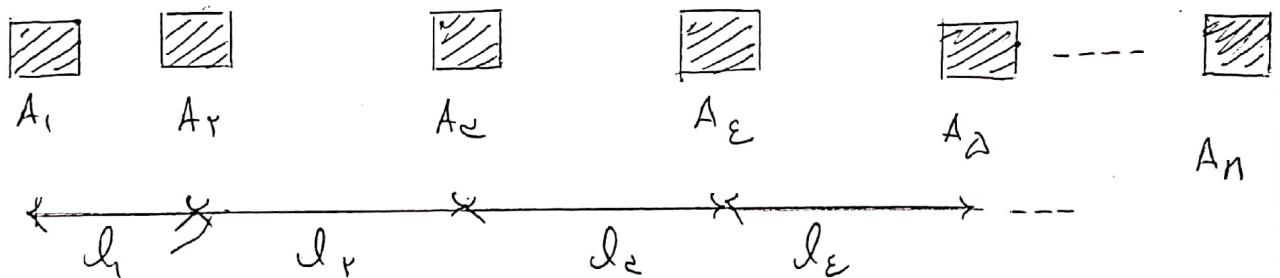
۹- نیروهای برشی در ستون‌ها، محاسبه می‌شوند. نیروهای برشی در ستون‌ها برابر گندرها

در انتهای ستون‌ها تقسیم بر نصف ارتفاع ستون‌ها می‌باشد.

یک قاب چند طبقه در فضا داریم که طبقه را به صورت زیر نشان می دهیم :



$$U_r = F_n \times l_1 \delta h + F_{n-1} \times l_2 \delta h + F_{n-2} \times l_3 \delta h + F_{n-3} \times \omega h$$



$$\bar{x}$$

$$\frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_n A_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}$$

$$I = I_1 + A_1 x (\bar{x} - x_1)^2 + I_2 + A_2 x (\bar{x} - x_2)^2 + \dots$$

$$I = \sum_{i=1}^n I_i + A_i x (\bar{x} - x_i)^2 \simeq \sum_{i=1}^n A_i x (\bar{x} - x_i)^2$$

24

برای طبقه r: σ_r

$$\sigma_1 = \frac{\mu_r \times (\bar{x} - x_1)}{\sqrt{L}}$$

$$\sigma_2 = \frac{\mu_r \times (\bar{x} - x_2)}{\sqrt{L}}$$

$$\sigma_n = \frac{\mu_r \times (\bar{x} - x_n)}{\sqrt{L}}$$

$$N_1 = \sigma_1 \times A_1$$

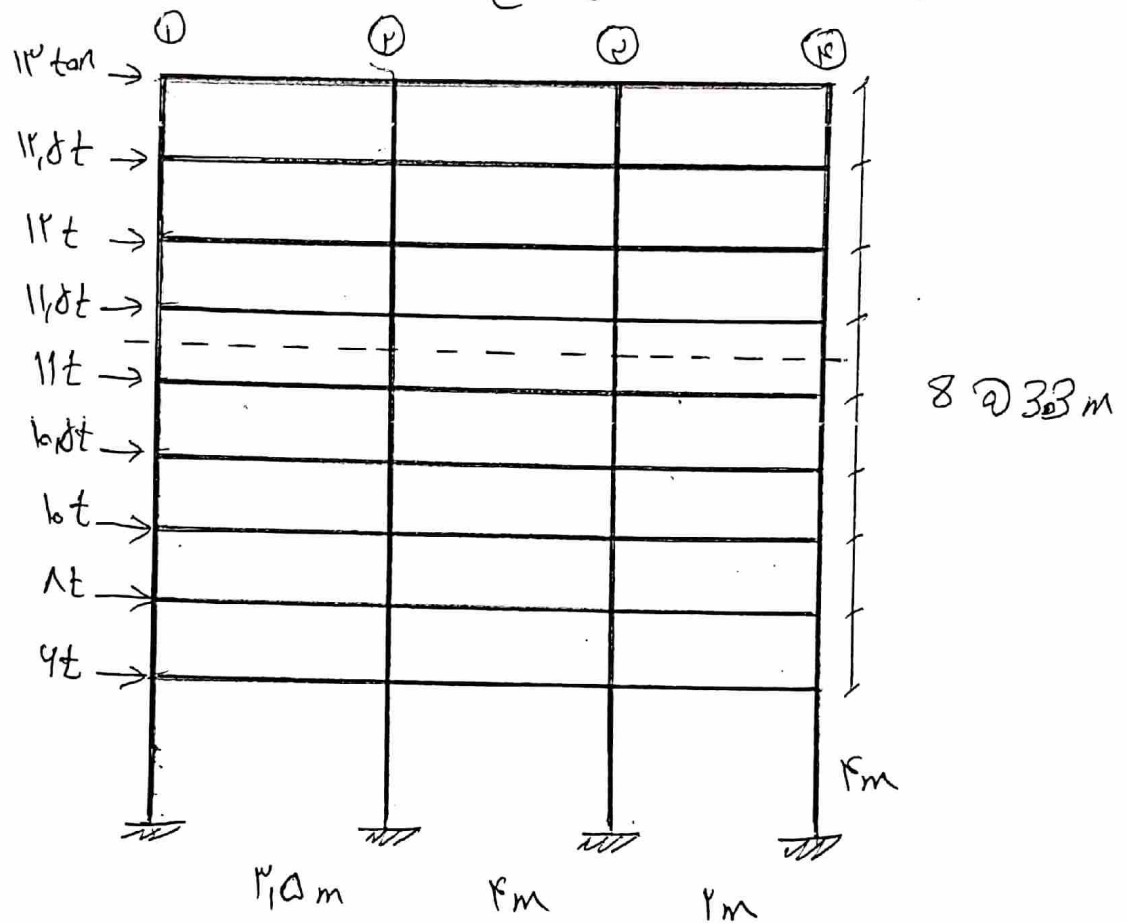
نیروی محوری در ستون‌های طبقه r: N_r

$$N_2 = \sigma_2 \times A_2$$

⋮

$$N_n = \sigma_n \times A_n$$

(۲۰) نیروهای محوری ستون‌ها را با استفاده از روش‌های تیلور می‌توان بدست آورد.
 ستون‌های آکس ۱ و ۲ دارای سطح مقطع ۳۵×۳۵ و ستون‌های آکس ۳ و ۴ دارای سطح مقطع ۴۵×۴۵ است.



$$M_y = 12 \times 11.5 + 11.5 \times 11.5 + 12 \times 9.5 + 11.5 \times 10.5 = 221.48 \text{ t.m}$$

$$\bar{\kappa} = \frac{(0 \times 33.8 \times 33.8) + 11.5 \times (33.8 \times 33.8) + 11.5 \times (11.5 \times 11.5) + 9.5 \times (11.5 \times 11.5)}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} = 2.13 \text{ m}$$

$$A_1 = A_2 = 35 \times 35$$

$$\kappa_1 = 0$$

$$\kappa_2 = 11.5$$

$$A_3 = A_4 = 45 \times 45$$

$$\kappa_3 = 11.5$$

$$\kappa_4 = 9.5$$

2/3

$$\Sigma = (c\delta x, c\delta) \times (\delta, \delta v - \delta)^T + (c\delta x, c\delta) \times (\delta, \delta v - c\delta)^T + (c\delta x, c\delta) \times (\delta, \delta v - 4\delta)^T + (c\delta x, c\delta) \times (\delta, \delta v - 9\delta)^T \Rightarrow \Sigma = 4,29 \text{ m}^2$$

$$\phi_i = \frac{c\delta x \times (\delta, \delta v)}{v, c\delta} = 289,9 \text{ t/m}^2$$

$$\phi_r = \frac{c\delta x \times (\delta, \delta v - c\delta)}{v, c\delta} = 92,19 \text{ t/m}^2$$

$$\phi_c = -14,418 \text{ t/m}^2 \quad \phi_e = -144,261 \text{ t/m}^2$$

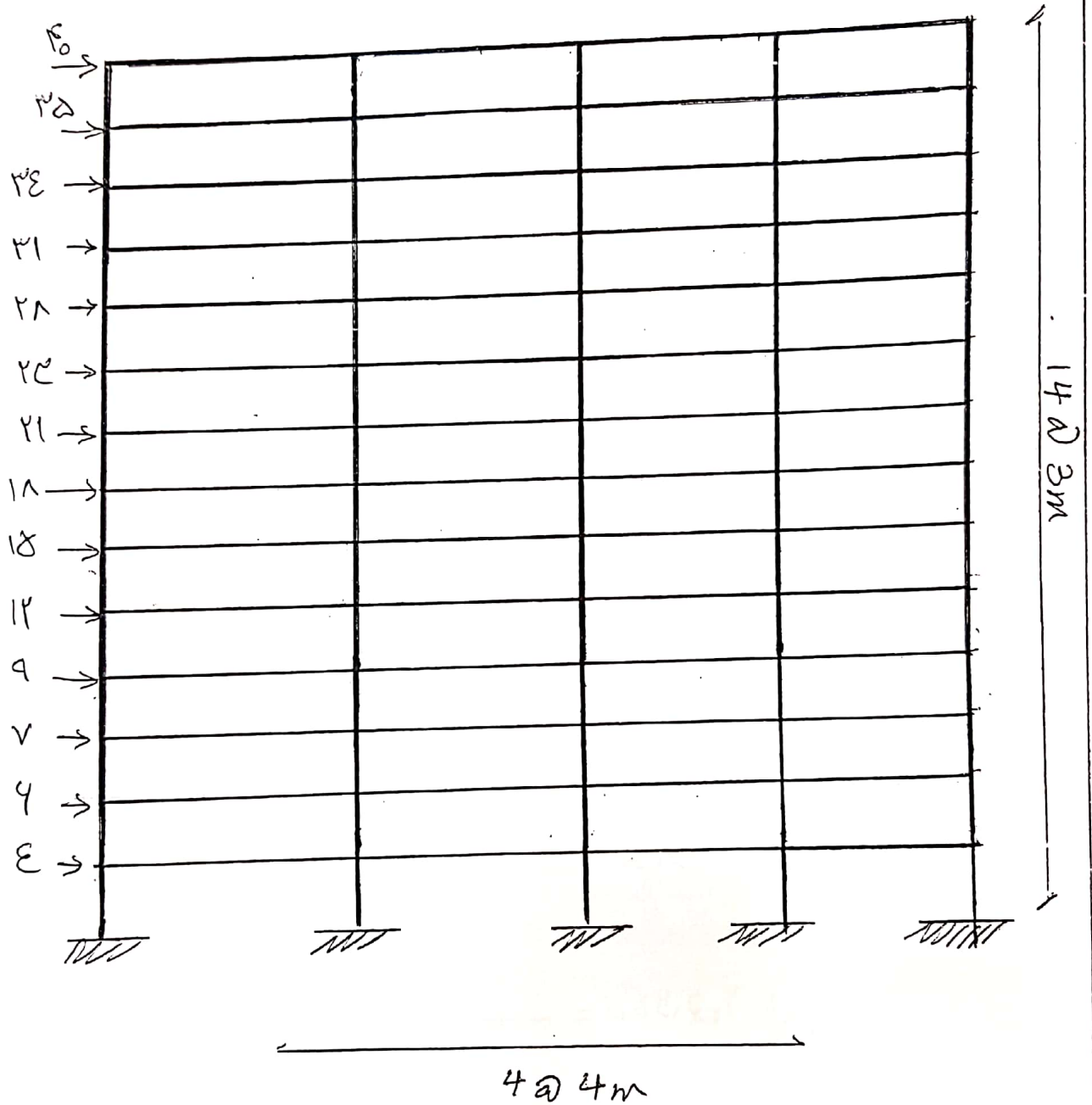
$$N_i = \phi_i A_i = 289,9 \times (c\delta x, c\delta) = 30,42 \text{ ton}$$

$$N_r = 92,19 \times (c\delta x, c\delta) = 11,21 \text{ ton}$$

$$N_c = -14,418 \times (c\delta) = -12,18 \text{ ton}$$

$$N_e = -144,261 \times (c\delta) = -14,219 \text{ ton}$$

(۲۴) خانگی زیر را با استفاده از روش طره‌ها تحلیل کنید. (طبقه اول)
(نیروها را محور را بدین آورید.)

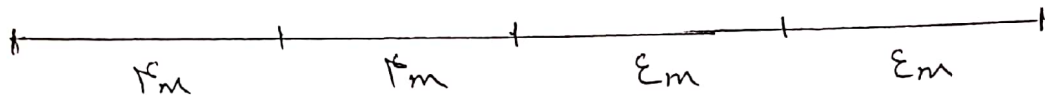


تحلیل با H_u ؛ کشر علی محمد روستا

215

نگهدارونی طبقه اول

$$\mu_1 = (x_0 \times \varepsilon_0 \Delta) + (x_1 \times \varepsilon_1 \Delta) + (x_2 \times \varepsilon_2 \Delta) + (x_3 \times \varepsilon_3 \Delta) + (x_4 \times \varepsilon_4 \Delta) + (x_5 \times \varepsilon_5 \Delta) + (x_6 \times \varepsilon_6 \Delta) + (x_7 \times \varepsilon_7 \Delta) + (x_8 \times \varepsilon_8 \Delta) + (x_9 \times \varepsilon_9 \Delta) + (x_{10} \times \varepsilon_{10} \Delta) + (x_{11} \times \varepsilon_{11} \Delta) + (x_{12} \times \varepsilon_{12} \Delta) + (x_{13} \times \varepsilon_{13} \Delta) + (x_{14} \times \varepsilon_{14} \Delta) = 78 \times 9,8 \text{ t.m}$$



$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 14$$

$$x_4 = 7 \quad x_5 = 12$$

$$I = \Delta \Delta \times 48 \times 10^{-8} \left[(1-0)^2 + (1-1)^2 + (1-14)^2 + (1-7)^2 + (1-12)^2 \right]$$

$$\Rightarrow I = 89,18 \text{ m}^4$$

$$I = \sum_{i=1}^n A_i (\bar{x} - x_i)^2 = A \times \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2$$

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) A}{\Delta A} = 1$$

$$I_1 = \frac{78 \times 9,8 (1-0)}{89,18} = 1,08 \text{ t.m}^2$$

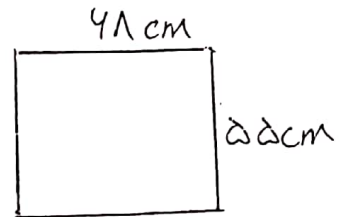
$$I_2 = \frac{78 \times 9,8 (1-1)}{89,18} = 0$$

$$I_3 = \frac{78 \times 9,8 (1-14)^2}{89,18} = 824,708 \text{ t.m}^2$$

$$I_4 = \frac{78 \times 9,8 (1-7)^2}{89,18} = 824,708 \text{ t.m}^2$$

$$\sigma = \frac{7879,8 (1-14)}{89,18} = -1082,902 \text{ } t/m^2$$

$\Rightarrow$ مقطع تسون ها طبقه اول



$$N_1 = 1082,902 \times 22 \times 41 \times 10^{-2} = 992,978 \text{ ton}$$

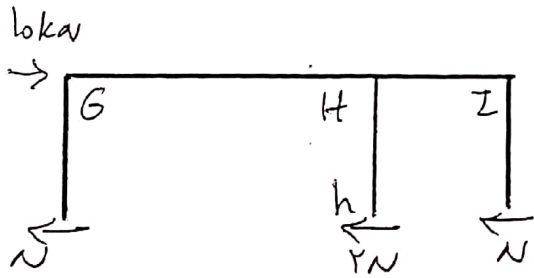
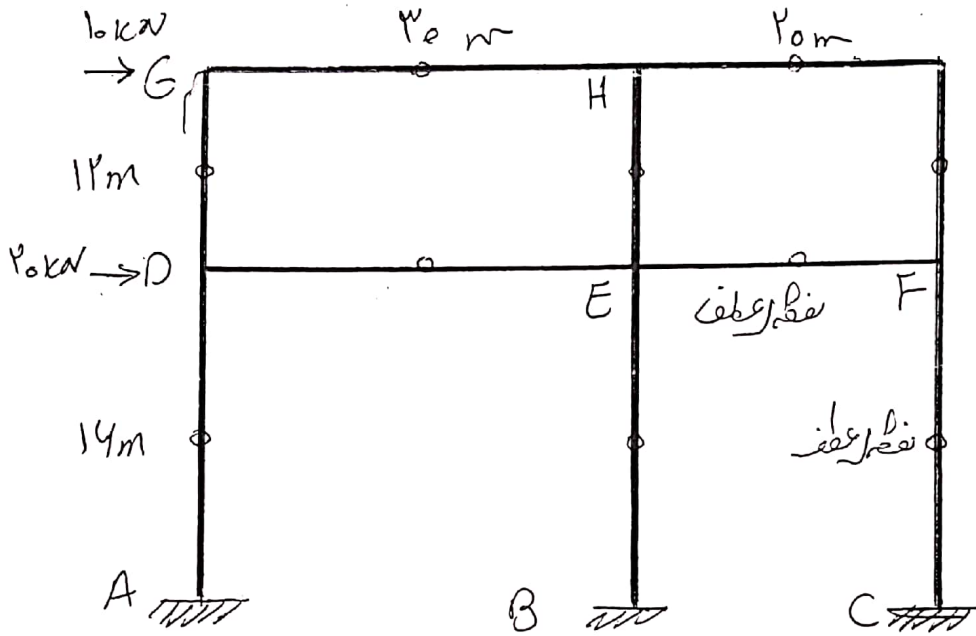
$$N_p = 194,911 \text{ ton}$$

$$N_d = 0$$

$$N_E = -194,911 \text{ ton}$$

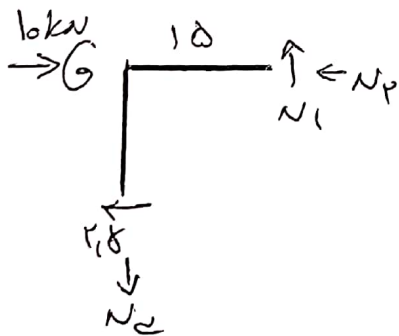
$$N = -992,978 \text{ ton}$$

(ex) به روش پرتال قاب بندی را تحلیل کنید.



$$\gamma_N = 10 \Rightarrow N = \frac{10}{\varepsilon} = 1,8 \text{ keV}$$

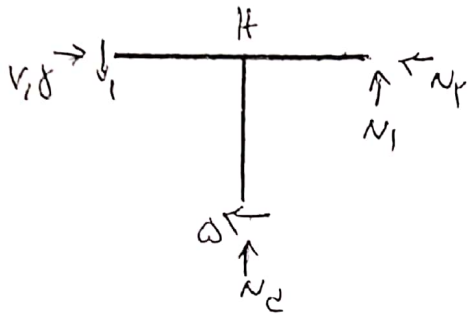
$$V_{hk} = P_N = \Delta k v$$



$$\mathcal{L}_N = 0 \Rightarrow 1 - \gamma - N_{\gamma} = 0 \Rightarrow N_{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \leftarrow \text{KN}$$

$$\sum M_G = 0 \Rightarrow N_1 = 1 \text{ kN} \uparrow$$

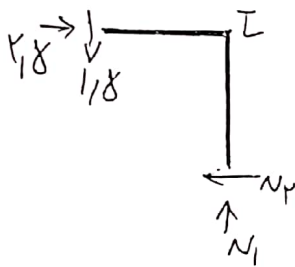
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_c = 1 \text{ kN} \downarrow$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_H = 1.8 \text{ kN} \leftarrow$$

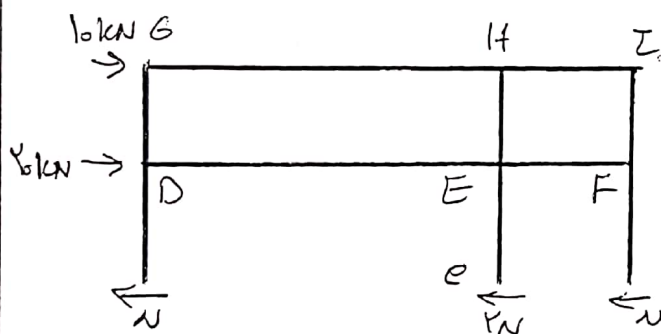
$$\sum M_H = 0 \Rightarrow N_1 = 1.8 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 1.8 \text{ kN} \downarrow$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_L = 1.8 \text{ kN} \leftarrow$$

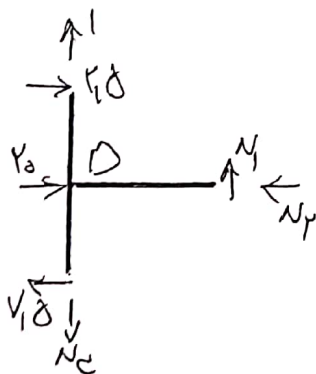
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 1.8 \text{ kN} \uparrow$$



طبق اول

$$N = 10 + 6 \Rightarrow N = 16 \text{ kN}$$

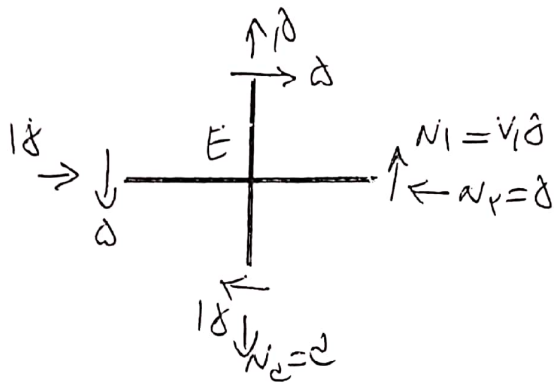
$$N_{EE} = 2(1.8) = 3.6 \text{ kN}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_D = 1.8 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow N_1 = 1.8 \text{ kN} \uparrow$$

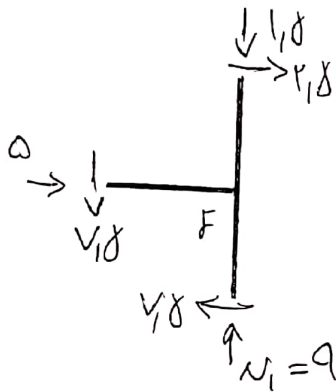
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 1.8 \text{ kN} \downarrow$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_2 = \delta \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow N_1 = V_1 \delta \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_D = 2 \text{ kN} \downarrow$$

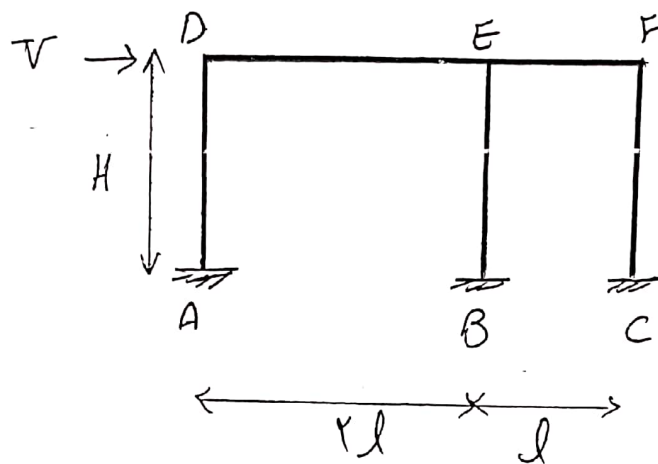


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 9 \text{ kN} \uparrow$$

تفصيلات سايز II كتر على راس

(مفروضات کلاسیک)

در مقابل با استفاده از روش تقریبی پرتال پرتال BE و ستون BE و ستون P



- 1- $\frac{V}{2}$
- 2- $\frac{V}{3}$
- 3- $\frac{V}{4}$
- 4- $\frac{V}{5}$

در روش پرتال بار جانبی به نسبت طول دهانه ها تقسیم می شود. در این قاب، دهانه بارگیر ستون

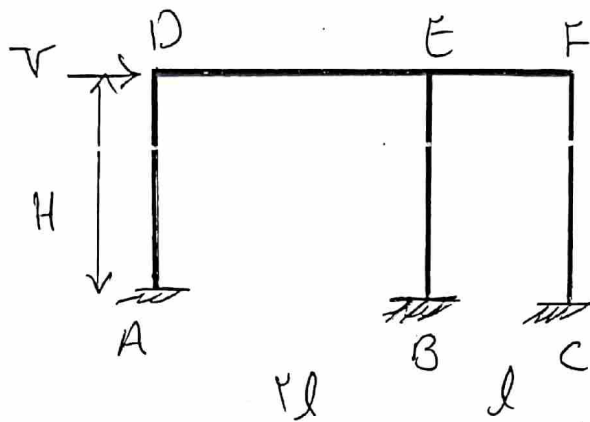
AD برابر است با $l = \frac{AB}{2}$ (نصف عطف)، دهانه بارگیر ستون BE برابر است با $\frac{AB + BC}{2}$

و دهانه بارگیر ستون CF برابر است با $\frac{BC}{2}$ و اینها برابرین داریم:

$$V_{AD} = \frac{L}{2L} \times V = \frac{V}{2} \quad V_{BE} = \frac{1.5L}{3L} \times V = \frac{V}{2} \quad V_{CF} = \frac{0.5L}{3L} \times V = \frac{V}{6}$$

نتیجه (۱) درست است.

۲- در قاب مقابل با استفاده از روش تقریبی پرتال گنگرنگلاسه B محاسبه است.



$$\frac{\sqrt{H}}{4} \quad -1$$

$$\frac{\sqrt{H}}{4} \quad -2$$

$$\frac{\sqrt{H}}{4} \quad -3$$

$$\frac{\sqrt{H}}{12} \quad -4$$

با استفاده از فرضیات روش پرتال در وسط تیرها و ستون ها مفصل به وجود می آید (نقاط عطف)

$$V_{BE} = \frac{V}{2} \quad \text{بنا به جهت قبل}$$

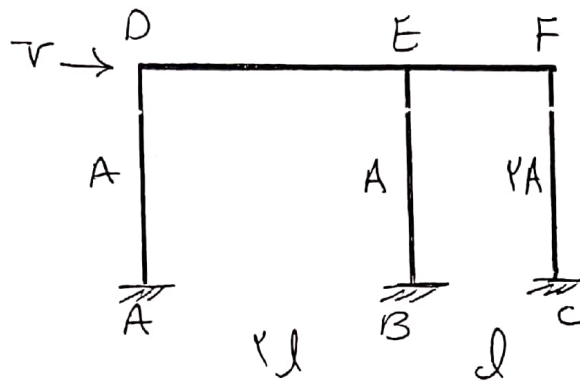
و بنا به این طرح:

$$M_B = V_{BE} \times \frac{H}{2} = \frac{V}{2} \times \frac{H}{2} = \frac{VH}{4}$$

گزینه (۱) درست است.

تحلیل سازه II - گنگرنگلاسه

(۲۸) - در قاب مقابل با استفاده از روش تقریبی کانتیلور نیرو در محور ستون BE را بدست آورید.



$\frac{H}{2L}$	- ۱
$\frac{H}{2L}$	- ۲
$\frac{H}{2L}$	- ۳
۰	- ۴

ابتدا مرکز سطح مقطع عرضی ستون‌ها را بدست می‌گیریم. مبدأ محور x ها را طبق A در نظر می‌گیریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i} = \frac{A \times 0 + A \times L + 2A \times L}{A + A + 2A} = L$$

بنابراین مرکز سطح مقطع ستون‌ها در ستون BE می‌افتد و مطابق فرضیات روش کانتیلور

نیرو در محور ستون BE صفر است.

۷۷۳

گزینه نهم (۴) درست است.

۴- درست قبل با استفاده از روش تقریبی که انتظاریش بستن BE می باشد؟

۱- $\frac{2V}{3}$

باتوجه به بستن قبل و همچنین جهت نیرو γ و نیروی محوری بستن

۲- $\frac{2V}{3}$

AD کششی $(+s)$ و نیروی محوری بستن CF فشاری $(-s)$ می باشد

۳- $\frac{2V}{3}$

طبق روش که انتظاریش در وسط تیرها و بستن ها مفصل در نظر گرفته

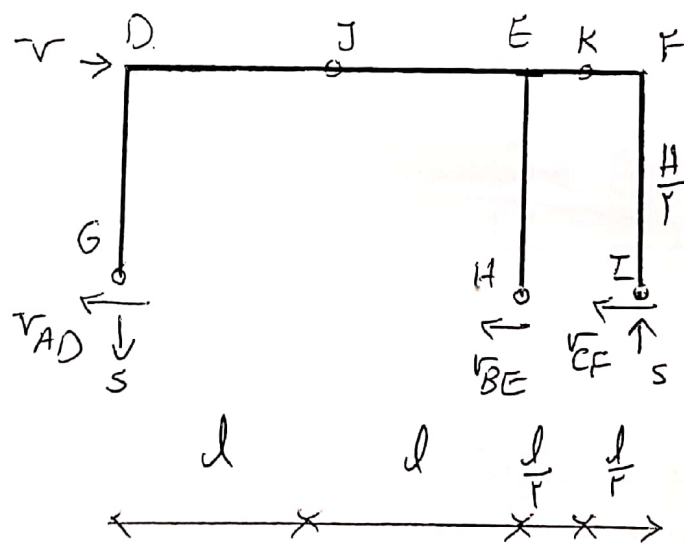
۴- $\frac{V}{4}$

$$\sum M_H = 0 \Rightarrow (2L + L) \times S - V \times \frac{H}{3} = 0 \Rightarrow S = \frac{VH}{4L}$$

$$GDJ: \sum M_J = 0 \Rightarrow V_{AD} \times \frac{H}{3} - S \times \frac{AB}{3} = 0 \Rightarrow V_{AD} \times \frac{H}{3} - S \times \frac{2L}{3} = 0$$

$$\Rightarrow V_{AD} = \frac{2SL}{H} = \frac{2L}{H} \times \frac{VH}{4L} = \frac{V}{2} \quad \text{و} \quad KFI: \sum M_K = 0 \Rightarrow V_{CF} = \frac{V}{4}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_{AD} + V_{BE} + V_{CF} = V \Rightarrow V_{BE} = V - \frac{V}{2} - \frac{V}{4} = \frac{V}{4}$$

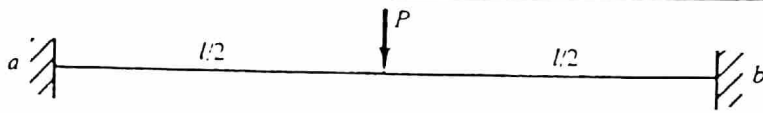
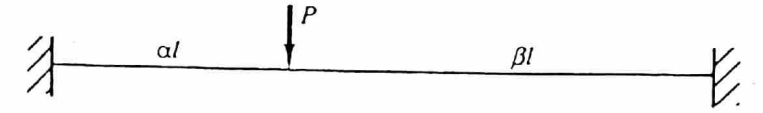
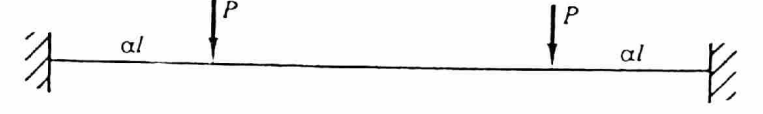
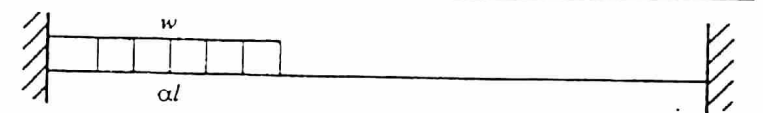
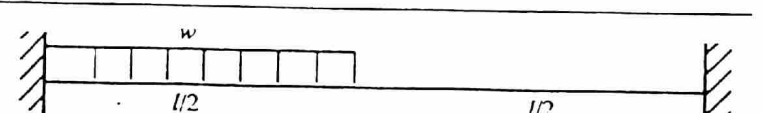
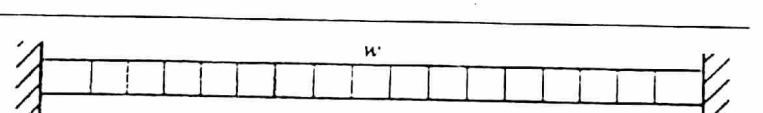
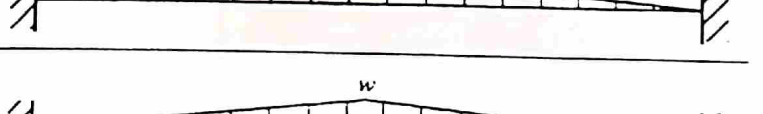
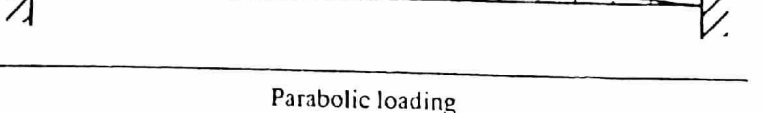
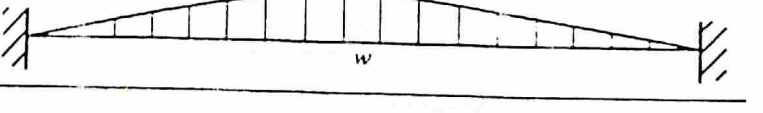


گزینه (۱) درست است.

Handwritten signature

D-3 FIXED-END MOMENT

TABLE D-2 FIXED-END MOMENT

M_{ab}^F	Loading Case	M_{ba}^F
$-\frac{Pl}{8}$		$-\frac{Pl}{8}$
$-\alpha\beta^2 Pl$		$+\alpha^2\beta Pl$
$-\alpha(1-\alpha)Pl$		$+\alpha(1-\alpha)Pl$
$-\frac{\alpha^2 wl^2}{12}(6-8\alpha+3\alpha^2)$		$\frac{\alpha^3 wl^2}{12}(4-3\alpha)$
$-\frac{11wl^2}{192}$		$+\frac{5wl^2}{192}$
$-\frac{wl^2}{12}$		$+\frac{wl^2}{12}$
$-\frac{wl^2}{20}$		$+\frac{wl^2}{30}$
$-\frac{5wl^2}{96}$		$+\frac{5wl^2}{96}$
$-\frac{wl^2}{15}$		$+\frac{wl^2}{15}$
$+M\beta(2\alpha-\beta)$		$+M\alpha(2\beta-\alpha)$

Note: Member-end moments are positive if acting clockwise and negative if acting counterclockwise.

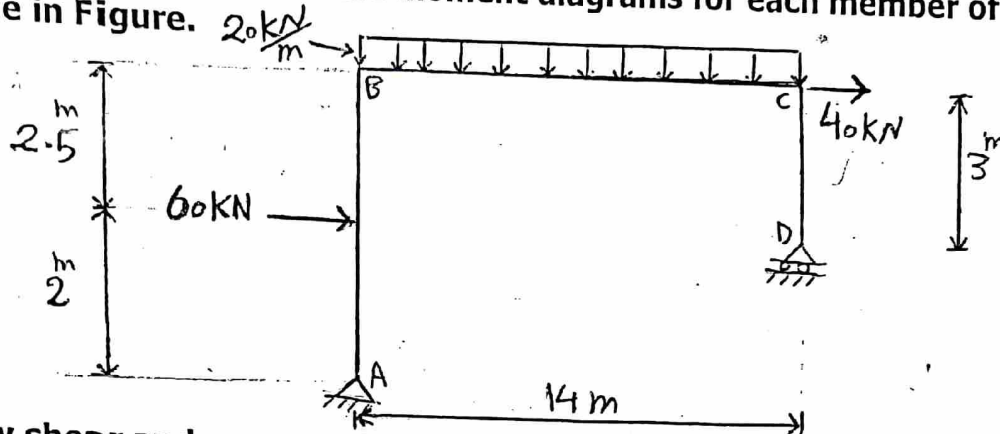
IN THE NAME OF GOD
Structural Analysis II

Homework

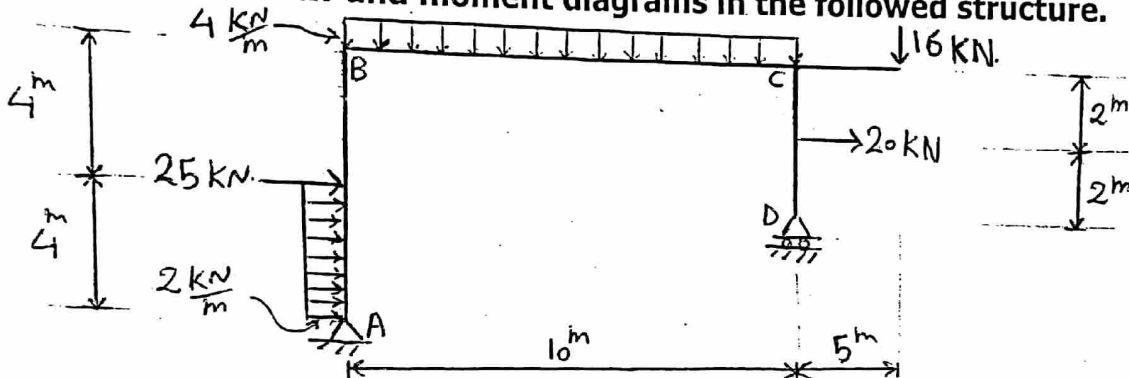
Set #1

Due:

1): Construct the shear and the moment diagrams for each member of the frame in Figure.

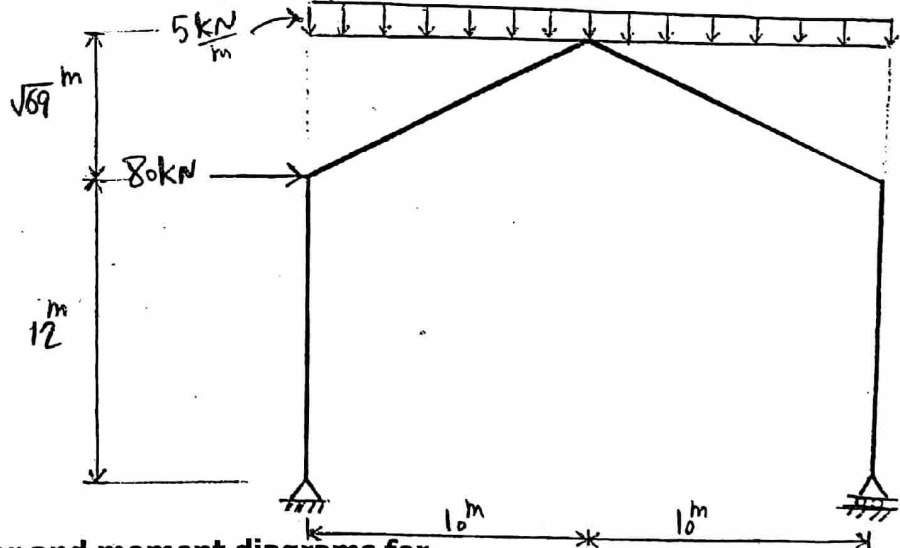


2): Draw shear and moment diagrams in the following structure.

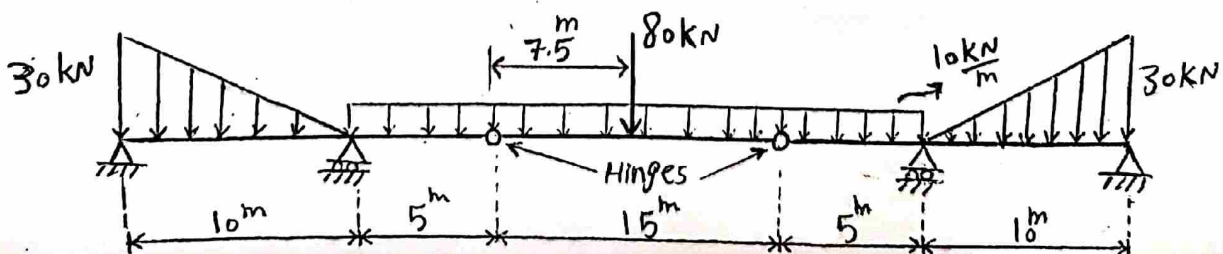


3): Analyze the simply supported gable frame shown in Figure, which is composed of two columns and two sloping members.

Note:
($5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ of horizontal length)



4): Sketch the shear and moment diagrams for the loaded beam shown below.



Good Luck A. M. Roustae

IN THE NAME OF GOD
Structural Analysis II
Set #2

Homework

Due:

- 1): Analyze the beam shown in Fig.(1) by slope- deflection method. Draw the shear and moment diagrams. Assume constant "EI".

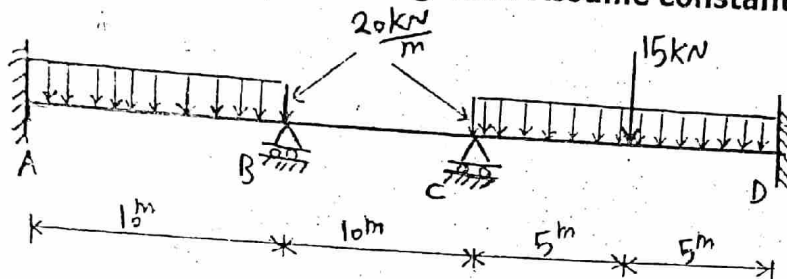


Fig.(1)

- 2): Analyze the frame shown in Fig.(2) by slope- deflection method. Draw the shear and moment diagrams. Assume constant "EI".

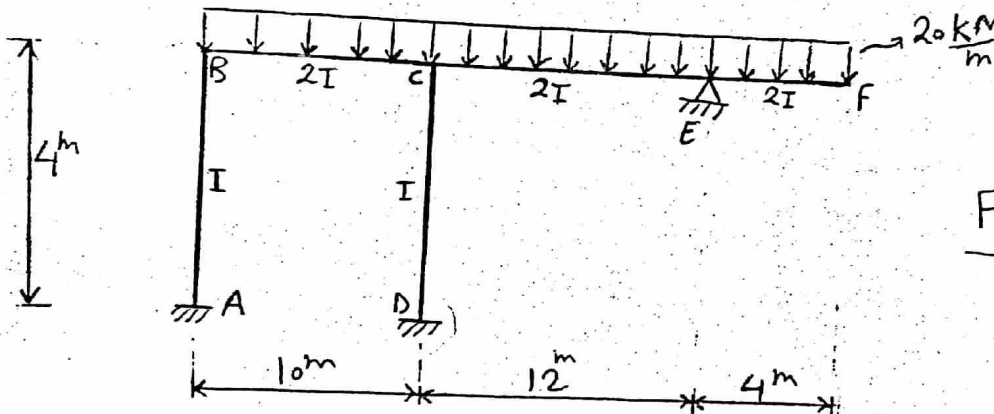


Fig. (2)

- 3): Find all the end moments by slope- deflection for the followed rigid frame shown in Fig.(3).

Draw the moment diagrams , and sketch the deformed structure.

[Hint: There are two slopes at C(i.e., θ_{cb} and θ_{cd}).]
"EI constant".

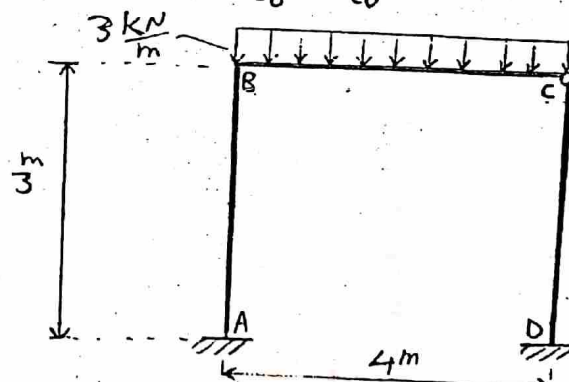


Fig.(3)

- 4): Analyse the continuous beam in Fig.(4) by slope- deflection method. Assume constant "EI".

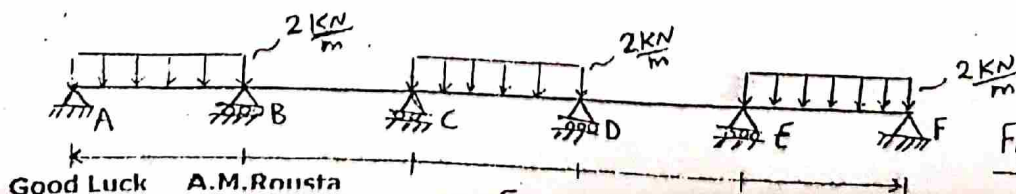


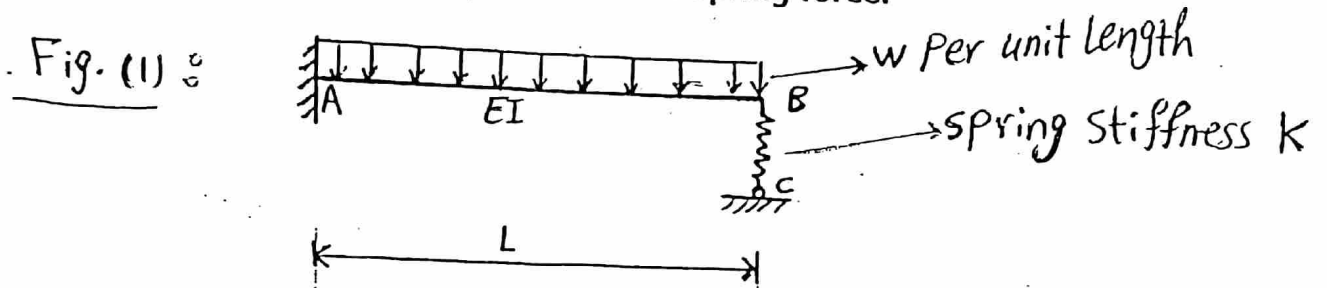
Fig.(4)

Good Luck A.M.Rousta

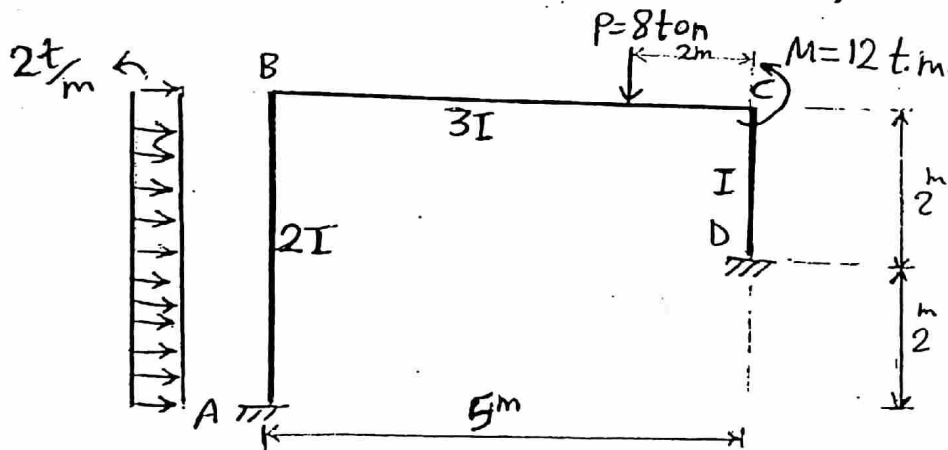
1): For the system and load shown in Fig.(1), find a general expression for the spring force.

Given $E = 20000 \text{ KN/cm}^2$, $I = 5000 \text{ cm}^4$, $k = 5 \text{ KN/cm}$, $w = 4 \text{ KN/m}$,

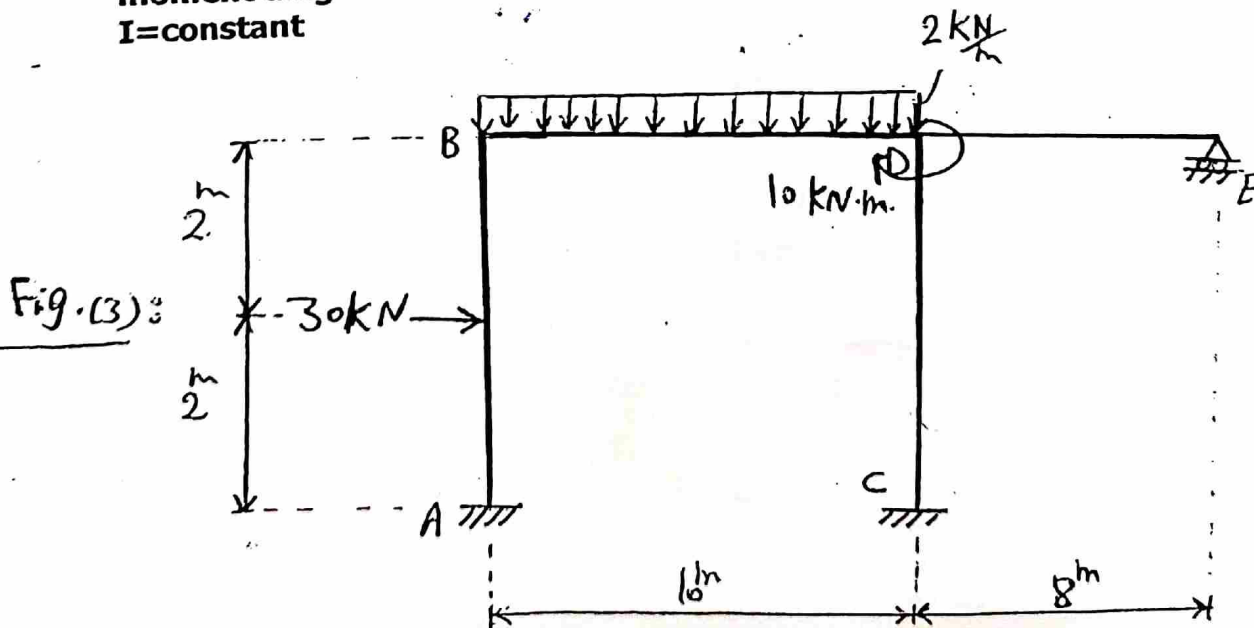
And $L = 3 \text{ m}$, determine the value of the spring force.



2): Determine the member moments and the reactions and draw the bending moment diagrams. (Use slope-deflection method).

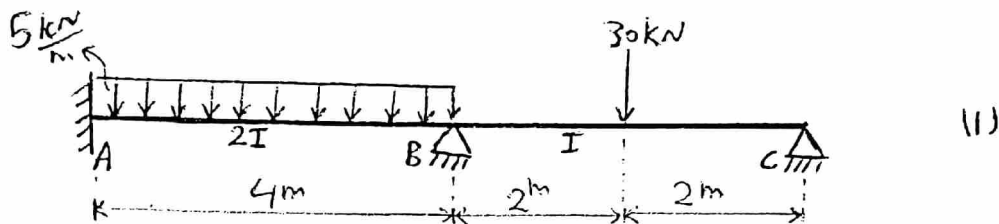


3): Analyze followed structure in Fig.(3) by slope-deflection method, Draw moment diagrams.
 $I = \text{constant}$



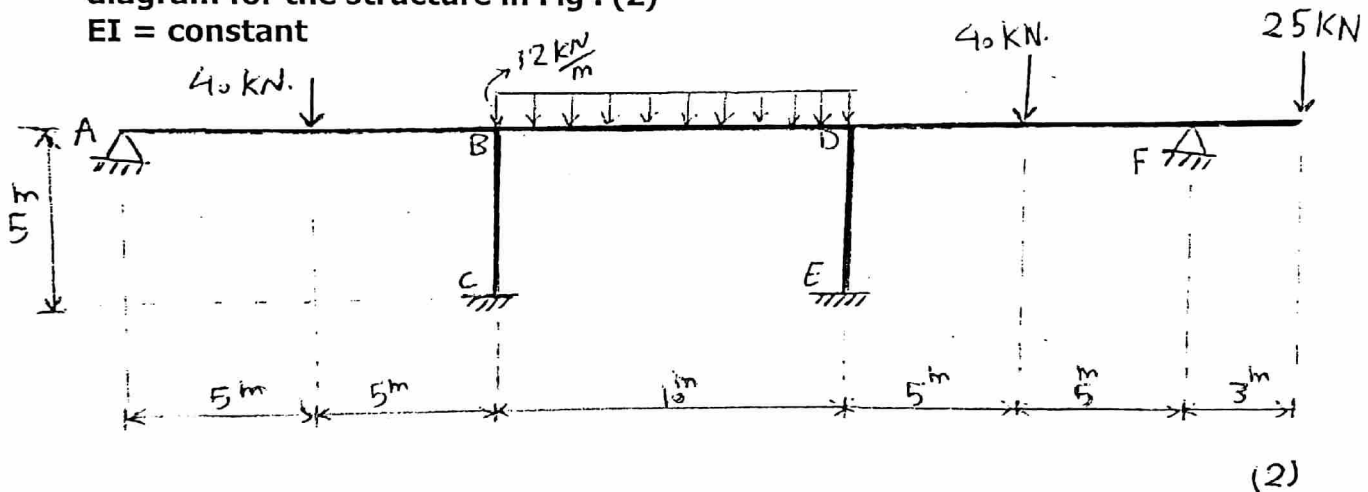
- 1) Determine the member moments for the two – span beam in Fig .(1)
Finally , find the reaction of support B.

The member is fixed at A , continuous over the support at B , and simply supported at C.

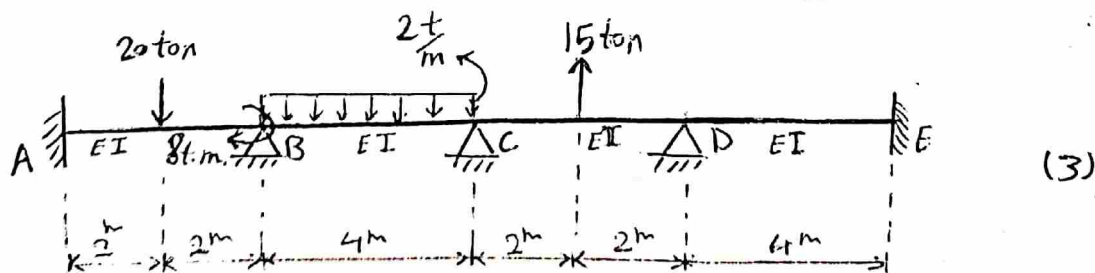


- 2) Determine the member moments and draw the bending – moment diagram for the structure in Fig . (2)

EI = constant



- 3) Determine the member moments and the reactions and draw the bending – moment diagram , in followed continuous (Fig .(3))



IN THE NAME OF GOD
Structural Analysis II
set#5

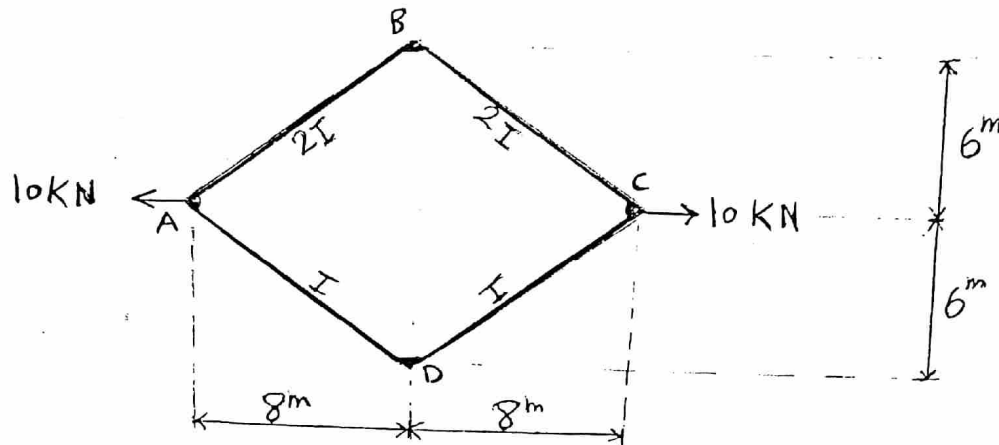
Homework

8/9/84
Due: 5

1): Using moment distribution method analyze the system shown for the given loading.

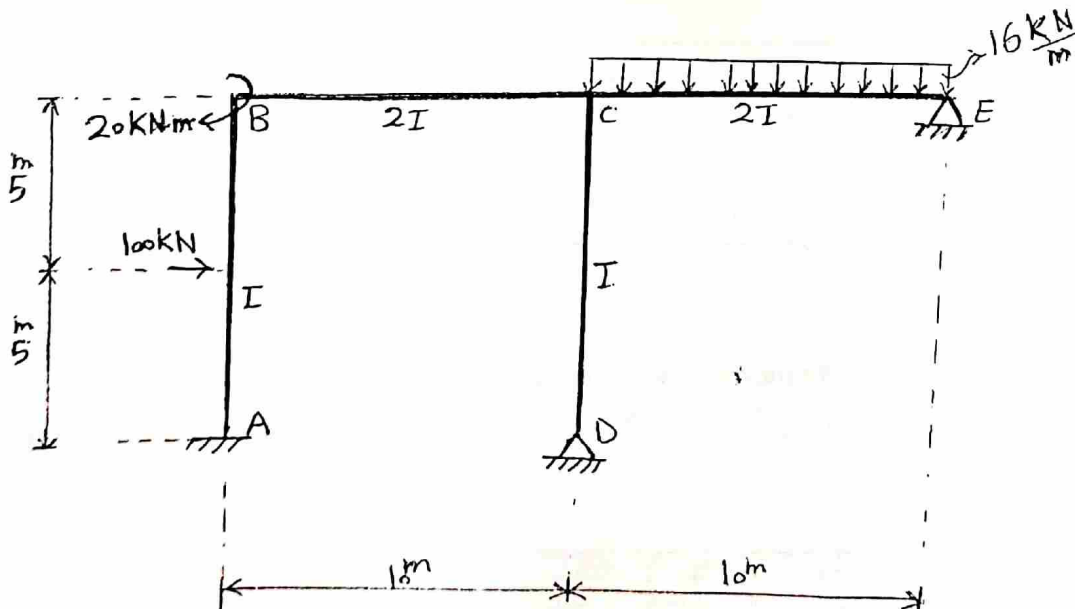
Draw the bending moment diagram and the deflected shape of system .

If necessary , use $E=200\text{Gpa}$. And $I=3 \times 10^{-4} \text{m}^4$



2): Analyze the frame shown below by using moment distribution method and determine:

- a): All of the end moments.
- b): Draw the bending moment diagram.
- c): Reactions of support E.



Good luck A.M.Rousta

IN THE NAME OF GOD
Structural Analysis II

Set # 6

محمد رضا

29/9/84

Due:

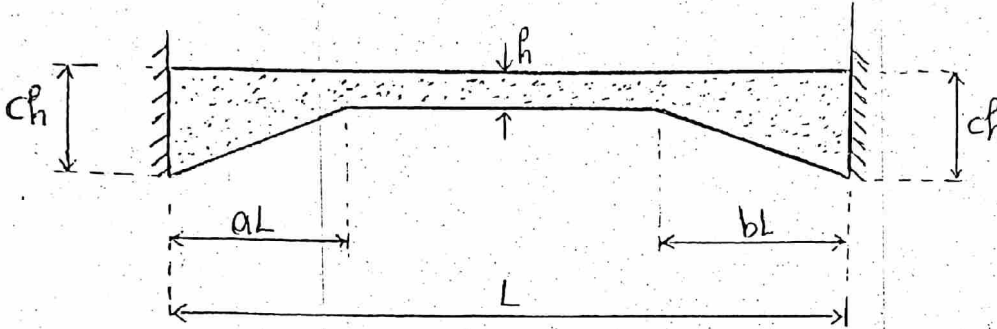
Homework

1): For the indeterminate beam, find the stiffness and carry-over factors for both ends.

Find the fixed end moments if the member is acted upon by:

a): A uniform load of intensity 20 KN/m throughout the span.

b): A concentrated load 80 KN at a distance $0.4L$ from the left end.



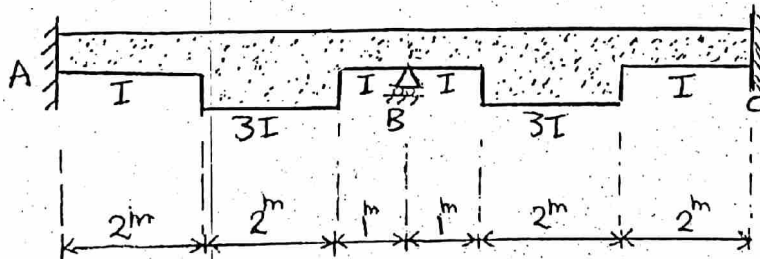
2): For the beam shown, determine: (K refer to stiffness and C refer to the carry-over factor)

a): K_{AB}

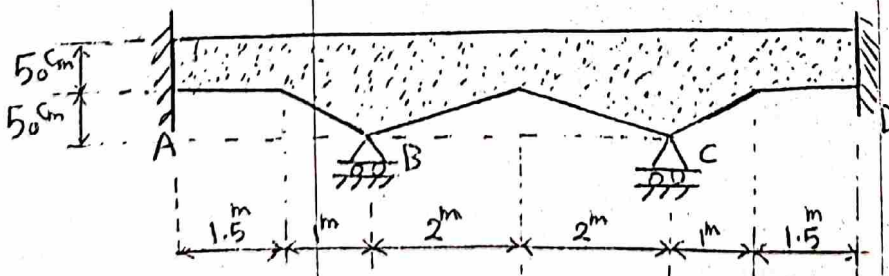
b): K_{BC}

c): C_{AB}

d): C_{BC}



3): Using moment distribution method, find the moments for the 300mm wide beam shown below subjected to a uniform loading of 10 KN/m .



Good Luck A. M. Roustafa

$\Sigma M_o = 0$ for the portion of the frame [Fig. 8-15(d)]:

$$M_{ab} - \left(\frac{M_{ab} + M_{ba}}{15} \right) 33.75 - \left(\frac{M_{cd} + M_{dc}}{20} \right) 31.25 - (8) \left(\frac{4}{5} \right) 31.25 \\ + M_{dc} + \frac{(1)(25)^2}{2} = 0$$

$$(\theta_b + 3R_1) - 2.25(3\theta_b + 6R_1) - 1.5625[2.25\theta_c + 2.25\theta_d + 2.025(R_1 + R_2)] \\ - 200 + [0.75\theta_c + 1.5\theta_d + 1.013(R_1 + R_2) + 21.333] + 312.5 = 0$$

or

$$5.75\theta_b + 2.766\theta_c + 2.016\theta_d + 12.651R_1 + 2.151R_2 - 133.833 = 0 \quad (8-45)$$

Solving Eqs. 8-41 through 8-45 simultaneously, we obtain

$$\theta_b = 0.385, \quad \theta_c = 11.039, \quad \theta_d = -8.340$$

$$R_1 = 8.542, \quad R_2 = 4.565$$

Substituting these in the expressions for the various end moments, we obtain

$$M_{ab} = 26 \text{ ft-kips}$$

$$M_{ba} = -M_{bc} = 26.3 \text{ ft-kips}$$

$$M_{cb} = -M_{cd} = -2.3 \text{ ft-kips}$$

$$M_{dc} = -M_{de} = 30.3 \text{ ft-kips}$$

$$M_{ed} = -22 \text{ ft-kips}$$

Example 8-8

Analyze the frame in Fig. 8-16(a). Assume that all members are of uniform cross section, so the relative values of $2EK$ are the circled numbers. Because of the action of the lateral forces, the frame will deflect to the right. Assume that joints b and e , on the first-floor level, move a horizontal distance Δ_1 ; joints c and d , on the second-floor level, move a horizontal distance Δ_2 , as shown in Fig. 8-16(b). Antisymmetry exists in this case. Thus,

$$\theta_b = \theta_e, \quad \theta_c = \theta_d, \quad R_{ab} = R_{ef} = \frac{\Delta_1}{20}, \quad R_{bc} = R_{de} = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{20}$$

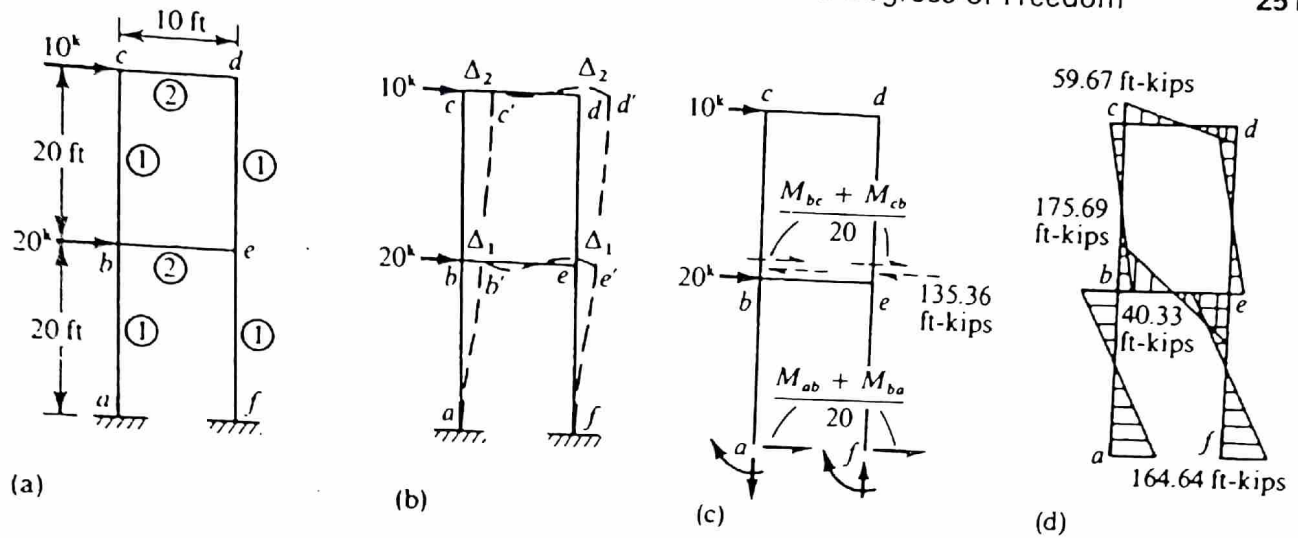


Figure 8-16

the problem involves a total of four unknowns, θ_b , θ_c , R_{ab} , and R_{bc} , which are to be solved by four equations of statics, two from $\Sigma M = 0$ for joints b and c and the other two from shear balance for the frame.

The equations expressing end moments are then written as

$$M_{ab} = M_{fe} = (1)(\theta_b - 3R_{ab}), \quad \theta_a = 0$$

$$M_{ba} = M_{ef} = (1)(2\theta_b - 3R_{ab})$$

$$M_{bc} = M_{cd} = (1)(2\theta_b + \theta_c - 3R_{bc})$$

$$M_{bc} = M_{cb} = (2)(2\theta_b + \theta_c) = 6\theta_b, \quad \theta_b = \theta_c$$

$$M_{cb} = M_{de} = (1)(2\theta_c + \theta_b - 3R_{bc})$$

$$M_{cd} = M_{dc} = (2)(2\theta_c + \theta_d) = 6\theta_c, \quad \theta_c = \theta_d$$

The equations from joint equilibrium in moment are then established:

$$M_{ba} + M_{bc} + M_{bc} = 0$$

$$10\theta_b + \theta_c - 3R_{ab} - 3R_{bc} = 0 \quad (8-46)$$

$$M_{cb} + M_{cd} = 0$$

$$\theta_b + 8\theta_c - 3R_{bc} = 0 \quad (8-47)$$

The third equation is from shear balance for the entire frame isolated from the supports [see Fig. 8-16(c)]:

$$2\left(\frac{M_{ab} + M_{ba}}{20}\right) + 20 + 10 = 0$$

$$\theta_b - 2R_{ab} + 100 = 0 \quad (8-48)$$

The fourth equation results from considering the free body cut out by a horizontal section just above be ; the shear in the two legs [see the dashed lines in Fig. 8-16(c)] must balance the lateral force of 10 kips. Thus,

$$2 \left(\frac{M_{bc} + M_{cb}}{20} \right) + 10 = 0$$

$$3\theta_b + 3\theta_c - 6R_{bc} + 100 = 0 \quad (8-49)$$

Solving Eqs. 8-46 through 8-49 simultaneously, we obtain

$$\theta_b = 29.282, \quad \theta_c = 9.945$$

$$R_{ab} = 64.641, \quad R_{cd} = 36.282$$

Substituting these in the moment equations, we arrive at

$$M_{ab} = M_{fe} = -164.64 \text{ ft-kips}$$

$$M_{ba} = M_{ef} = -135.36 \text{ ft-kips}$$

$$M_{bc} = M_{cd} = -40.33 \text{ ft-kips}$$

$$M_{be} = M_{eb} = +175.69 \text{ ft-kips}$$

$$M_{cb} = M_{dc} = -59.67 \text{ ft-kips}$$

$$M_{cd} = M_{dc} = +59.67 \text{ ft-kips}$$

as plotted in Fig. 8-16(d).

8-8 MATRIX FORMULATION OF THE SLOPE-DEFLECTION PROCEDURE

In the slope-deflection method, the joint displacements appear as the basic unknown in the simultaneous equations that express the joint equilibrium of forces in terms of joint rotations and translations. The matrix formulation of these equilibrium equations will readily throw light on the analysis, revealing the essence of the matrix stiffness procedure. This can best be illustrated by going over the problem in Fig. 8-3.

We start by Eq. 8-10 and, with some modifications, rewrite the slope-deflection equations as

$$M_{ab} = 2E \frac{I_{ab}}{l_{ab}} \left(\theta_b - \frac{3\Delta}{l_{ab}} \right) - 25$$

$$M_{ba} = 2E \frac{I_{ab}}{l_{ab}} \left(2\theta_b - \frac{3\Delta}{l_{ab}} \right) + 25$$

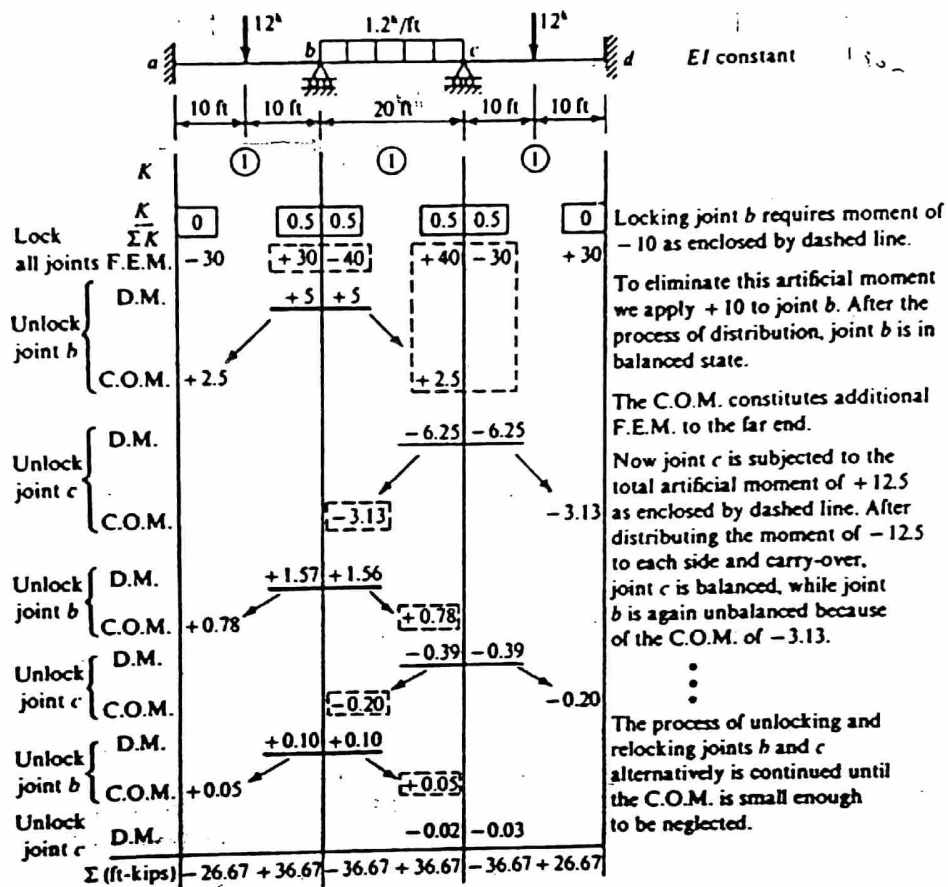


Figure 7-9

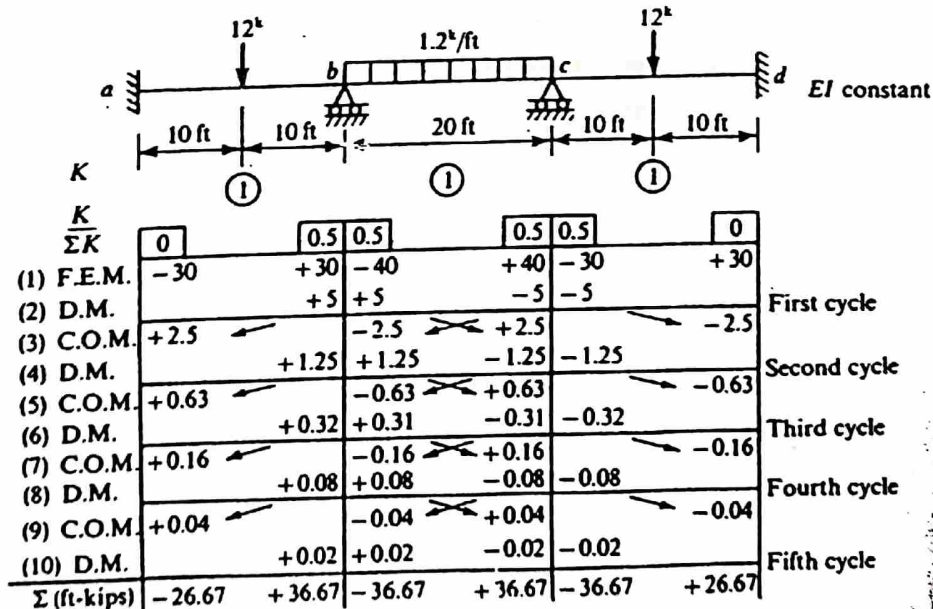


Figure 7-10

from which

$$V_{BA} = 17.5 \text{ kN}$$

Then from vertical equilibrium

$$V_{AB} = 22.5 \text{ kN}$$

In a similar manner we obtain

$$V_{BC} = V_{CB} = 10 \text{ kN}$$

The bending-moment diagram and the reactions are shown in Fig. 13.7e. The reaction at B is the algebraic sum of V_{BA} and V_{BC} .

The foregoing solution involves two separate and independent sign conventions, which should not be confused with one another. The first, employed in the slope-deflection equations, states that moments acting on the ends of members are positive if they are clockwise. This is a "rigid body" sign convention of the type used when Newton's law is used to write moment-equilibrium equations. By comparison, the second sign convention, used to construct the bending-moment diagram, states that moments producing compression on the upper side of a member are positive. This is a "strength of materials" sign convention that deals with stresses and deformations instead of external moments.

Example 13.2

Determine the reactions and draw the bending-moment diagram for the beam in Fig. 13.8a.

Unknowns. $\theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D$.

Equations of equilibrium

$$\text{At joint } A: M_{AB} = 0 \quad (13.16)$$

$$\text{At joint } B: M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad (13.17)$$

$$\text{At joint } C: M_{CB} + M_{CD} = 0 \quad (13.18)$$

$$\text{At joint } D: M_{DC} = 0 \quad (13.19)$$

Fixed-end moments

$$M_{FAB} = -\frac{20(12)^2(8)}{(20)^2} = -57.6$$

$$M_{FBA} = +\frac{20(8)^2(12)}{(20)^2} = +38.4$$

$$M_{FBC} = -\frac{2(20)^2}{12} = -66.7$$

$$M_{FCB} = +66.7$$

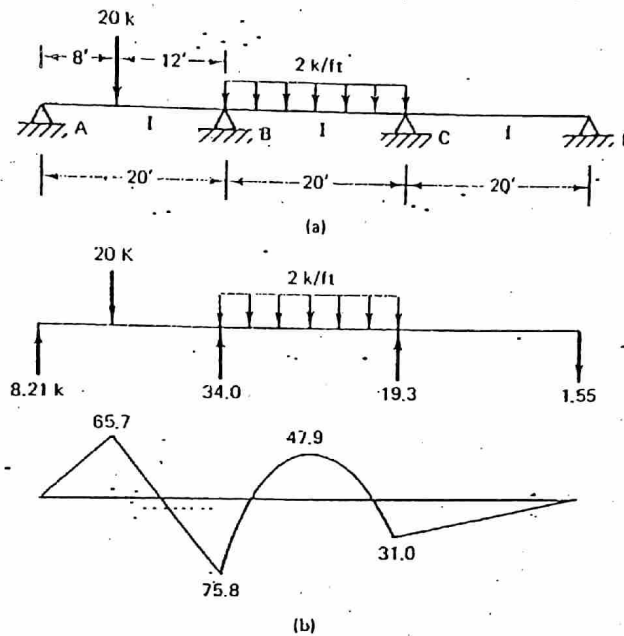


Figure 13.8

Member moments

$$M_{AB} = \frac{2EI}{20}(2\theta_A + \theta_B) - 57.6 = 0.2EI\theta_A + 0.1EI\theta_B - 57.6$$

$$M_{BA} = 0.2EI\theta_B + 0.1EI\theta_A + 38.4$$

$$M_{BC} = 0.2EI\theta_B + 0.1EI\theta_C - 66.7$$

$$M_{CB} = 0.2EI\theta_C + 0.1EI\theta_B + 66.7$$

$$M_{CD} = 0.2EI\theta_C + 0.1EI\theta_D$$

$$M_{DC} = 0.2EI\theta_D + 0.1EI\theta_C$$

At this stage we could simply substitute the above expressions for the member moments into the four equations of equilibrium and solve them for the unknown joint rotations. However, in a problem such as this, where one or more ends of the structure are simply supported, an alternative procedure, which simplifies the numerical work, can be employed. Before solving the equations of equilibrium for the unknown joint rotations, Eqs. (13.16) and (13.19) can be used to express θ_A and θ_D in terms of θ_B and θ_C , thereby eliminating two unknowns.

From Eq. (13.16) we obtain

$$EI\theta_A = 288 - 0.5EI\theta_B \quad (13.20)$$

and Eq. (13.19) gives

$$\theta_D = -0.5\theta_C \quad (13.21)$$

Solution for unknowns. Substitution of the member moments together with relations (13.20) and (13.21) into Eqs. (13.17) and (13.18) gives

$$0.35EI\theta_n + 0.1EI\theta_C = -0.533$$

$$0.1EI\theta_n + 0.35EI\theta_C = -66.7$$

from which

$$EI\theta_n = 57.6, \quad EI\theta_C = -206.9$$

Solutions for member moments

$$M_{BA} = +75.8 \text{ k-ft}$$

$$M_{BC} = -75.8 \text{ k-ft}$$

$$M_{CB} = +31.0 \text{ k-ft}$$

$$M_{CD} = -31.0 \text{ k-ft}$$

The reactions and the bending-moment diagram corresponding to these member moments are shown in Fig. 13.8b.

Example 13.3

Determine the reactions and draw the bending-moment diagram for the structure in Fig. 13.9a.

Unknowns. θ_n, θ_C .

Equations of equilibrium

$$\text{At joint B: } M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0 \quad (13.22)$$

$$\text{At joint C: } M_{CB} - 27 = 0 \quad (13.23)$$

The joint at C has acting on it, in addition to the unknown member moment M_{CB} , a moment of -27 kN-m due to the load on the overhang CE.

Fixed-end moments.

$$M_{FAB} = -\frac{12(10)^2}{12} = -100$$

$$M_{FBA} = +100$$

$$M_{FBC} = -\frac{6(10)^2}{12} = -50$$

$$M_{FCB} = +50$$

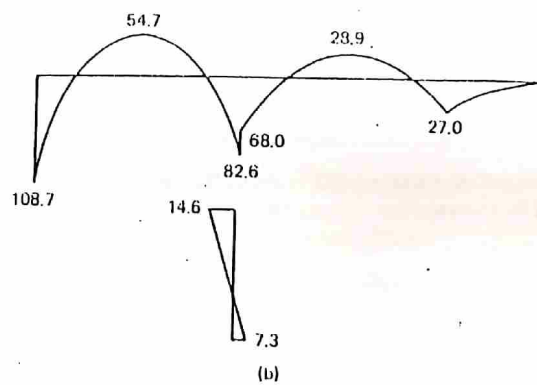
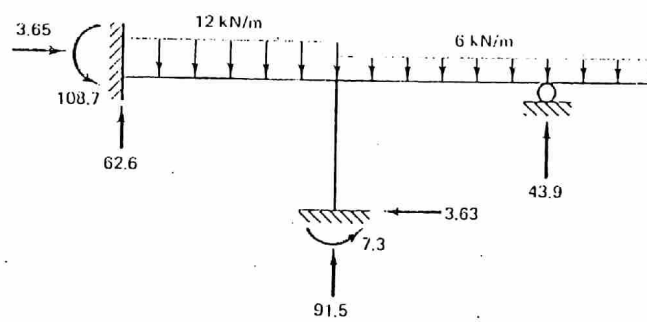
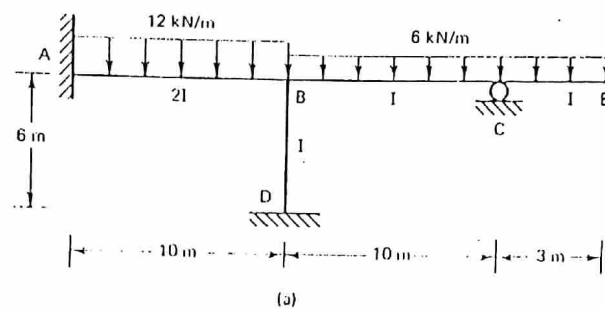


Figure 13.9

Member moments

$$M_{An} = 0.4EI\theta_n - 100$$

$$M_{nA} = 0.8EI\theta_n + 100$$

$$M_{nC} = 0.4EI\theta_n + 0.2EI\theta_c - 50$$

$$M_{cn} = 0.4EI\theta_c + 0.2EI\theta_n + 50$$

$$M_{nD} = 0.667EI\theta_n$$

$$M_{Dn} = 0.333EI\theta_n$$

Solution for unknowns. Using Eq. (13.23), we can express θ_c in terms of θ_n . Thus

$$EI\theta_c = -57.50 - 0.5EI\theta_n$$

This result now makes it possible to evaluate θ_n in Eq. (13.22)

$$0.8EI\theta_n + 100 + 0.4EI\theta_n + 0.2(-57.50 - 0.5EI\theta_n) - 50 + 0.667EI\theta_n = 0$$

from which

$$EI\theta_n = -21.8, \quad EI\theta_c = -46.6$$

Solutions for member moments

$$M_{An} = -108.7 \text{ kN-m}$$

$$M_{nA} = +82.6 \text{ kN-m}$$

$$M_{nC} = -68.0 \text{ kN-m}$$

$$M_{nD} = -14.6 \text{ kN-m}$$

$$M_{Dn} = -7.3 \text{ kN-m}$$

The reactions and the moment diagram corresponding to these moments are shown in Fig. 13.9b.

Example 13.4

Determine the member moments and reactions and draw the bending-moment diagram for the frame in Fig. 13.10a.

Unknowns. θ_n , θ_c , Δ .

A frame, whose upper part is not prevented from translating laterally, will sway either to the right or to the left a distance Δ , as shown in Fig. 13.10b. Since we ignore axial shortening of flexural members, both that due to axial stress and that due to bending, ends B and C of member BC are assumed to move laterally the same amount; that is, $\Delta_{BA} = \Delta_{CD} = \Delta$.

Equations of equilibrium. The presence of the unknown Δ in addition to the unknown θ 's requires that we employ an equation of horizontal equilibrium as well as equations of moment equilibrium. Thus

$$M_{nA} + M_{nC} = 0 \quad (13.24)$$

$$M_{cn} + M_{cD} = 0 \quad (13.25)$$

$$H_A + H_D = 0 \quad (13.26)$$