

تحلیل سازه 2 (دکتر محمد رضا اسلامی)

پسوند محاسبه نیروی
970031090

حساب اول

استاتیست

وقتی در مایه‌ای نیروی ضعیف است، ما داریم در مورد دو موضوع حرف می‌زنیم :

- 1- نیروگاهها : جایی که نیرو در این نیروگاهها شکل گرفته است
 - 2- در هر نقطه این نیرو ، هم نیروهای درونی و منظور از نیروی درونی نسبت به بدنه نیروی کششی هم نیروی برشی و هم فشاری است
- بنابراین نیروهای داخلی در تمام اعضای سازه می‌باشد

حرف از محاسبه و سنجش نیروهای داخلی چیست ؟

موضوعی است که می‌تواند نیروی توان عمل کند

بلای محاسبه کردن تنش و جابجایی ، تنش جابجایی
تنش را تبدیل به کرنش می‌کنیم و با جابجایی

در استاتیست ، نیروهای داخلی را پیدا می‌کنیم و در معادلات تعادل Stress و Strain
بررسی کنیم :

Forces in individual members → Stress → Strain → ... ?

Reactions → Forces in members → stress in members → Strain → Deformation

کنش (نیروی تکیه‌گاه) تنش‌ها نیروهای داخلی سنجش

→ Design
طراحی

طراحی یعنی چی ؟

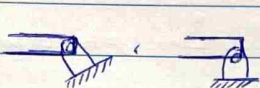
- 1) ابتدا باید تصمیم بگیریم که material ای نیاز داریم (مصالح) ← material
- 2) برای مصالح باید حساب کنیم که ابعاد و مقاطع چه قدر هستند ← dimension

در تفاوت مصالح می توانیم تنش های فشاری یا بار را در صفحات مختلف بدانیم
 مشخص کردن روابط بین نیرو، تنش، کشش، انحراف، دوطول و تغییر شکل
 مشخص کردن مکانیزم تنش ها

بیم اول در استاتیستیک و تنش های سطحی است :



تنش های سطحی یا محموله :



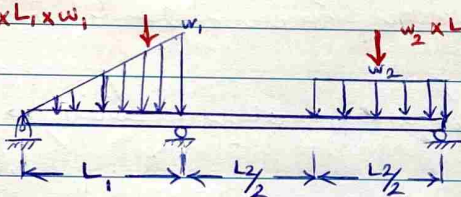
2- تنش های دو محموله :

(تنش های دو محموله)



3- تنش های سه محموله :

$$\frac{1}{2} \times L_1 \times w_1$$



بار کششی نیز :

بار کششی و دقت در جهت می توانیم متوجه شویم
 بار کششی را در دماغه می 1/3 از قاعده یا بین خود رسم

Balance of forces: (عادل نیروها)

To prevent the body from motion

معادلات ایستایی :

(انحراف می توانی است)

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

Balance of moment: (عادل گشتا)

To prevent the body from rotation (از دورا می توانی می)

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

SAEI

3/

برای unknown ها (مجهول ها) علامت ها جهت های زیر را مثبت فرض کن:

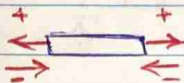


تension

Tension is positive.

compression is negative.

فشار



به علامت ها توجه کن:

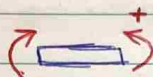
1 Axial

clockwise is positive.



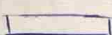
2 Shear

arrow points to top.



3 moment

outward is positive.



4 Torsion

برای حل مسائل استاتیک:

1 cut

2 Free body diagram

فرض ما این بود که تمام مجهولات را مثبت اند.
استاتیکی ما این بود که جایی ما تعیین و معادلات نویم که تمام مجهولات ما را بدست می دهیم.

Reaction (واکنش یا نیروی واکنش)

Find: $R \times Ns (M_A, R_{Ay}, R_{Ax}, R_{Ey})$?

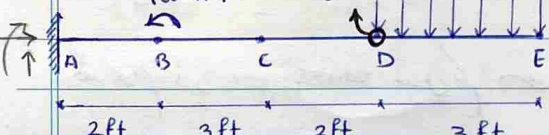
(سوال)

* INTERNAL FORCES AT C?

100 K-ft

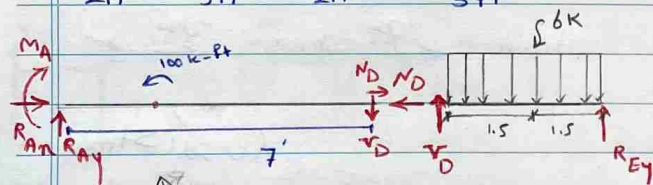
hinge

$2 \times 3 = 6 K$
 $2 K-ft$



در محصل کشیدیم

در محل محصل (نقطه) کشیدیم
محصول در D cut کردیم.



جهت و علامت
مجهولات مثبت
مثبت فرض کنیم

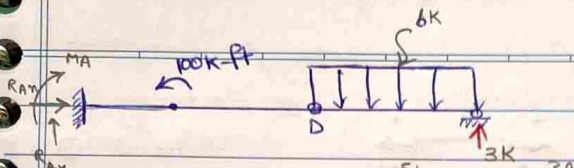
SAEI

$$\sum M_D = 0 = -(6K)(1.5) + R_{Ey}(3) = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ey} = 3K \uparrow$$

برای محاسبه اورد (مجهول) R_{Ey} از $\sum M_D = 0$ محاسبه.

4/

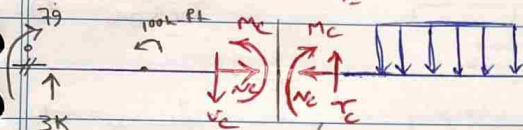


$$\sum M_A = 0: M_A + 100 - 6(8.5) - 3(10) = 0 \rightarrow M_A = 79 \text{ k-ft} \quad \uparrow$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} - 6k + 3k = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 3k \quad \uparrow$$

برای تهیه نیروهای داخلی در یک مقطع cut صورت می‌گیرد. از راسته می‌توان استفاده نمود.



نکته: می‌توان استفاده نمود. (از معادله $\sum M_C = 0$ می‌توان M_C و V_C را یافت)

$$\sum M_C = 0: +M_C + 100 - 79 - 3(5) = 0 \Rightarrow M_C = -6$$

$$\sum F_x = 0: N_C = 0 \Rightarrow N_C = 0$$

$$\sum F_y = 0: 3k - V_C = 0 \Rightarrow V_C = 3k$$

Stress (تنش)

Stress تنش ~ material باره جنس نیروی است. در یک سطح یک نیروی است. Stress اینگونه در تمام جهات، به یکسان در تمام نقاط است. تفاوت می‌شود.

(material)

در کجای نیرو را به stress تبدیل کنیم. جهت طولی را به strain تبدیل می‌کنیم.

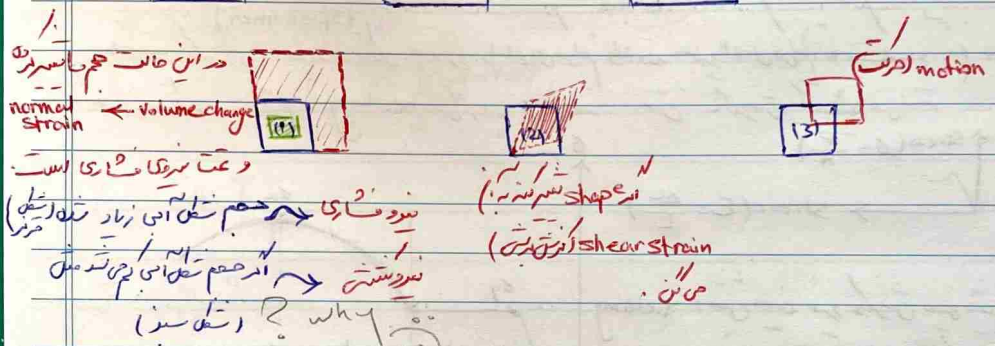
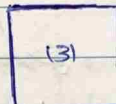
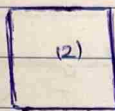
نیرو $\rightarrow$ Stress $\leftarrow$ Strain

Strain (تغییر)

deformation (تغییر شکل)

Deformation (two types)

- ^{pos} volume change (normal strain)
- ^{alt} shape change (shear strain)

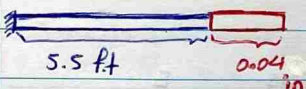


Strain

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\text{تغییر طول}}{\text{طول اولیه}}$$

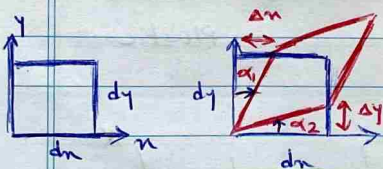
ex/ Find normal strain; ϵ ?

$$7 ft = 12 in$$



$$E = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0.04}{5.5(12)} = 6.06 \times 10^{-4}$$

Strain واحد ندارد.



$$\tan \alpha_1 = \frac{\Delta n}{dy}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{\Delta y}{dx}$$

$$\tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

} (تغیرِ زاویہ): Shear strain

$\rightarrow \alpha_1 = \frac{dy}{dx}$

$\alpha_2 = \frac{dx}{dy}$

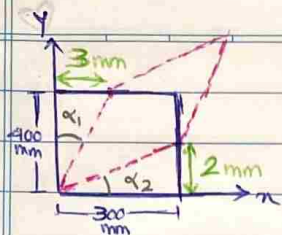
$$\alpha_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\alpha_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Aside: small angle theory (about 0.5°)

$$\tan(\alpha) = \alpha$$

$$\sin(\alpha) = \alpha \quad \cos(\beta) = \alpha$$



(γ = Δ)? shear strain / ex

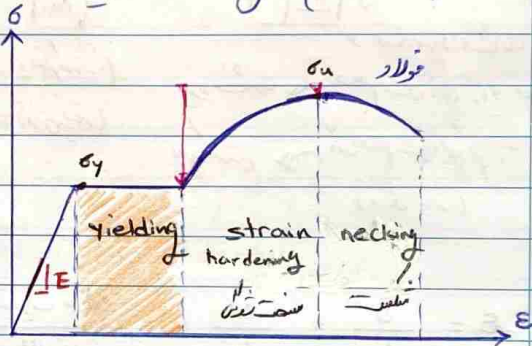
$\gamma = ?$

$$\gamma = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{3}{400} + \frac{2}{300} = 0.0142 \text{ radians}$$

تفاوت مصالح یعنی مصالحی را که در تنش و کرنش و تغییر شکل با هم متفاوت است

مقاومت کششی: به نیروی کششی که در یک مقطع خاص از یک ماده اعمال می‌شود و آن را می‌توان به صورت $\sigma = \frac{P}{A}$ بیان کرد.
 تغییر شکل: به تغییر شکل دائمی که در یک ماده رخ می‌دهد و آن را می‌توان به صورت $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$ بیان کرد.
 necking: به پدیده‌ای که در آن یک ماده تحت تنش کششی قرار می‌گیرد و در یک نقطه خاص، تغییر شکل موضعی رخ می‌دهد و مقطع آن کاهش می‌یابد.

Stress ($\sigma = \frac{P}{A}$)
 strain ($\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$)



yielding: به پدیده‌ای که در آن یک ماده تحت تنش کششی قرار می‌گیرد و تغییر شکل دائمی رخ می‌دهد.
 strain hardening: به پدیده‌ای که در آن یک ماده تحت تنش کششی قرار می‌گیرد و در یک نقطه خاص، تغییر شکل موضعی رخ می‌دهد و مقطع آن کاهش می‌یابد.
 necking: به پدیده‌ای که در آن یک ماده تحت تنش کششی قرار می‌گیرد و در یک نقطه خاص، تغییر شکل موضعی رخ می‌دهد و مقطع آن کاهش می‌یابد.

elastic behavior (elastic strain hardening) (plastic behavior)

σ_y = yield stress

σ_u = ultimate stress

Elastic: به پدیده‌ای که در آن یک ماده تحت تنش کششی قرار می‌گیرد و تغییر شکل دائمی رخ می‌دهد.
 Plastic: به پدیده‌ای که در آن یک ماده تحت تنش کششی قرار می‌گیرد و در یک نقطه خاص، تغییر شکل موضعی رخ می‌دهد و مقطع آن کاهش می‌یابد.

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \text{ N/m}^2$$

SAE

Pa = () Ksi

یادداشت: به پدیده‌ای که در آن یک ماده تحت تنش کششی قرار می‌گیرد و تغییر شکل دائمی رخ می‌دهد.



7/

برود یا سستیدگی

$$\sigma = E \epsilon$$

تأثیر هوا :

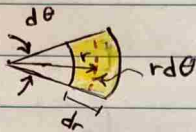
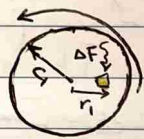
$$\tau = G \gamma$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

تشن برشی shear strain

Torsion :

(برشی)



برشی سستیدگی

$$\Delta F = \tau dA$$

$$dA = r(d\theta)(dr)$$

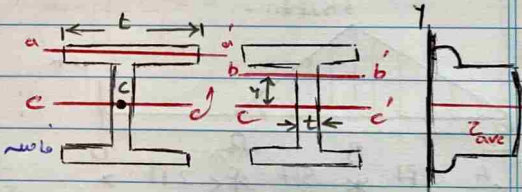
$$\tau_{max} = \frac{T \cdot c}{J}$$

$$J = \frac{\pi c^4}{2}$$

Shear (برشی)

سختی

$$Q = A \bar{y}$$

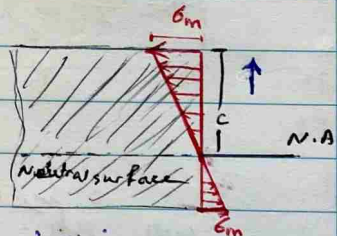


$$\tau_{ave} = \frac{VQ}{It}$$

میانگین تنش برشی

Bending

$$\sigma_x = -\frac{My}{I}$$



$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

Bending stress
تنش خمشی (Bending stress)
میانگین تنش

SAEI

2 هدف در محاسبه : (V, M, w relationship)

① سازه های پیوسته

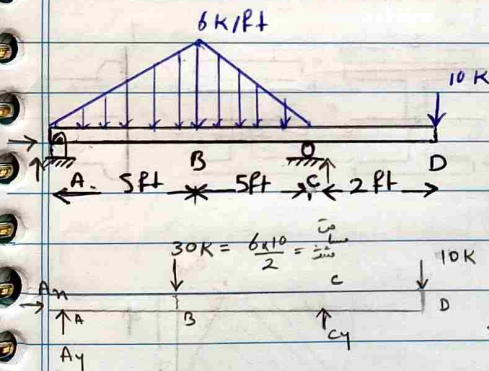
② تغییر شکل ها

تیر : (Beam)

این ها تیر های بار دار و در نقاط مختلف عمل کنند. بار بر محور تیر عمود است.

عملت محورها را بار مثبت می نامیم.

- ① نیروهای داخلی در B را حساب کنید و در B
② reaction های تیر یعنی (واش ها که سازه های A و C)
③ نیروهای داخلی → سمت راست C

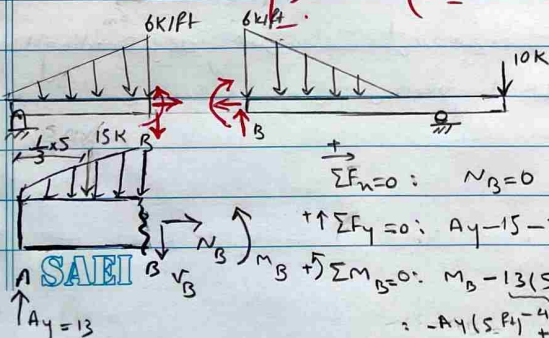


$$\sum F_x = 0 : A_x = 0$$

$$\sum M_A = 0 : -30(5) + C_y(10) - 10(12) = 0 \Rightarrow C_y = 27 \text{ kips}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y + 27 \text{ kips} - 30 \text{ k} - 10 \text{ k} = 0 \Rightarrow A_y = 13 \text{ kips}$$

! برای محاسبه نیروهای داخلی در نقطه section (cut) کنیم :

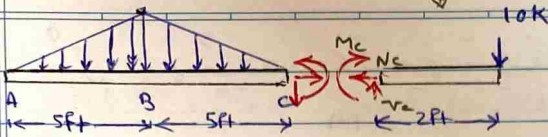


$$\sum F_x = 0 : N_B = 0$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - 15 - V_B = 0 \Rightarrow 13 - 15 - V_B = 0 \Rightarrow V_B = -2 \text{ k}$$

$$\sum M_B = 0 : M_B - 13(5) + 15\left(\frac{2}{3} \times 5\right) = 0 \Rightarrow M_B = -5 \text{ k-ft}$$

$$: -A_y(5 \text{ ft}) - 15(5 \text{ ft}) \Rightarrow M_B = 40 \text{ k-ft}$$



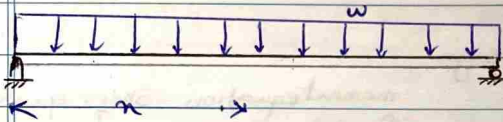
برای سست نیروی داخلی در سست
می توانیم محاسبه کنیم

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_c = 0$$

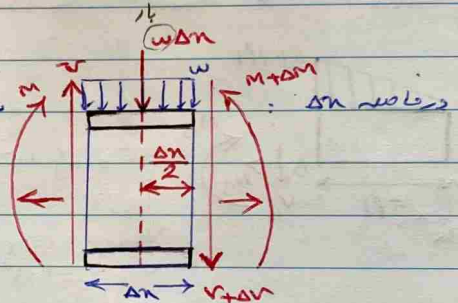
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_c - 10k = 0 \Rightarrow V_c = 10k$$

$$\sum M_c = 0 : -M_c - 10(2) = 0 \Rightarrow M_c = -20 \Rightarrow M_c = 20 \text{ K-ft}$$

Load / Shear relationship



ساده، داخلی، صفر، در، دفع



$$\sum F_y = 0 :$$

$$V - w\Delta n - (V + \Delta V) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta V = -w\Delta n$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta n} = -w$$

now if $\Delta n \rightarrow 0$

$$\frac{dV}{dn} = -w$$

$$\frac{dV}{dn} = -w$$

$$V = S - w \Delta n$$

$$\Delta M = V(\Delta n) - \frac{1}{2} w \Delta n^2$$

$$\frac{dM}{dn} = V$$

سوال) در سست (M) و نجا فانیسم است. چایی به سستی (نست) م برابر صفر است. سستی چایی به سستی (نست) م برابر صفر است.

سوال) یعنی چایی فانیسم چیست؟ سستی چایی به سستی (نست) م برابر صفر است.

مستحق نعمه ^۵ ← محضه نعمه ^۵ مستغرا ← حرمه ^۵ او ^۵ لحاصل برصصه

$V = \int -w \, dn$

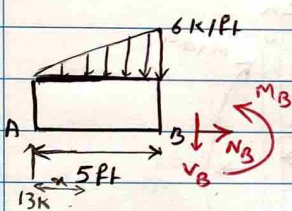
$$\int \tau dn = \iint -w dn$$

$$V = \frac{dM}{dn}$$

$$w = - \frac{dV}{dn} = - \frac{d^2 M}{dn^2}$$

۱. نثرهای ما بیشتر در عین جادویی بودن، فانیتر (محاسن)

$m_{max} \rightarrow G_{max} \rightarrow \text{Design}$



moment equation shear equation

100

معادله برش و معادله برش و معادله جوش؟ $\omega = \omega_0 + \frac{b}{\tau}$

$$v = \int 1.2 n \, dn = \frac{-1.2}{2} n^2 + v_0 \quad (\text{80 dm})$$

سٹار مرزا

$$V(n=0) = 13 \text{ K}$$

$$v = \frac{-1.2}{2} (0)^2 + v_0 = 13 \Rightarrow v(n) = -0.6n^2 + 13$$

از جمله $\gamma(m)$ از جمله γ و m در عبارت $(\gamma(m))$ دو مرتبه می آید.

$$v = -0.6x^2 + 13x$$

$$M = \int (-0.6n^2 + 13) dn = \frac{-0.6}{3}n^3 + 13n$$

$0 \leq n \leq 12$ ft ; $M(n) = 15 - n - 1.25n^2$ $T_{\text{max}} = 15 \text{ kNm / ex}$

$v(n=0)$, $v(n=b)$, $(-k)w$ - حد انتی ؟

$$r = \frac{dm}{dn} = -1 - 2(1.25n) = -1 - 2.5n$$

$$V(x=0) = -1 \text{ kip}$$

$$\checkmark |_{n=6} = -1 - 2.5(6) = -16 \text{ kip}$$

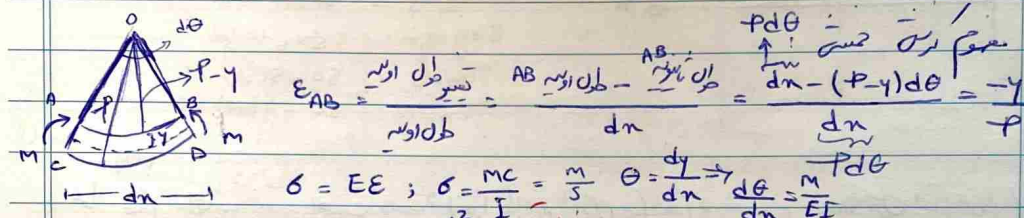
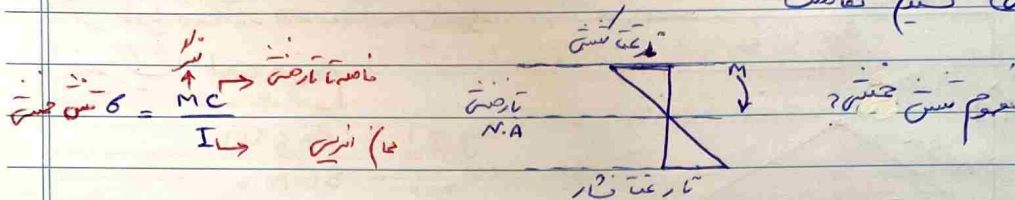
$$w'' = \frac{-dv}{dx} = -(-2.5) = 2.5 \text{ kip}$$

$$w(n) = 2.5 \text{ kip}$$

$$v(n) = -1 - 2.5n \quad m(n) = 15 - n - 1.25n^2$$

① اگر بار بار ما بعضی مسائل را بتوانیم به یکدیگر ربط بدهیم و بین آن‌ها ارتباط پیدا کنیم

② کیم تعاملات



در عین شماره ۱

وانتهای سه ظاهر را سبب می نامیم

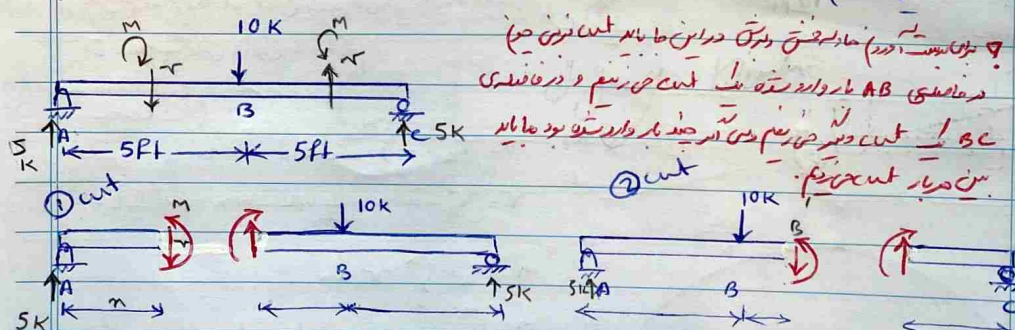
هر جایی که نقش در مازندانی ما وجود دارد، مشخص کنیم

percentage of the total

مباحث معارف اسلامی، حقوق معارف اسلامی، معارف اسلامی و معارف اسلامی

$\vec{r}_1$ $\vec{r}_2$

ex / مخرج (داده شده در متن) cut / برش ، M / مساحت / برده و عرضها را



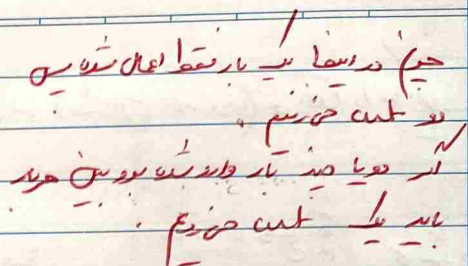
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: 5\text{ k} - v = 0 \Rightarrow v = 5\text{ k}$$

SAVED

$$\sum_A M = 0 : M - 5(n) = 0 \Rightarrow M = 5n$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0: -V + 5k - 10k = 0 \Rightarrow V = -5k$$

$$\Rightarrow m = 50 - 5n$$



~~$$M|_{n=0} = 5(0) = 0$$~~

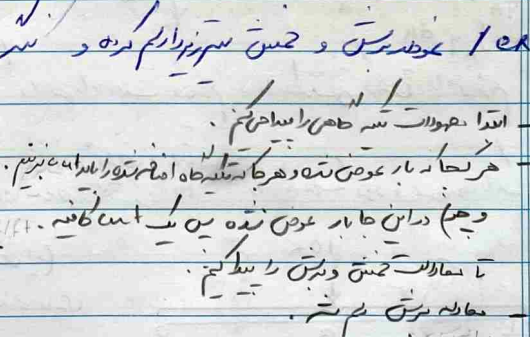
$$31_{m=5} = 5(5) = 25$$

Seq #2: $5 \leq n \leq 10$ ft

$$m \mid n=5 : 50 - 5(5) = 25$$

$$m | n = 10 : 50 - 5(10) = 0$$

• چرا نه؟ اینجا ما انقدر اهمیت داریم؟ (چرا طریض را می‌کشیم؟) ایام حرم و دلتی Sheer ایام عمریم (تجربیات آنرا می‌کشیم نه می‌کشیم) داده نه آیم فدی که نه کرب را تعین می‌کنیم نه است نه برین داسا دعوتی امیر ما ایم است باغ از نشه material تا صبه



$$V - V_A = - \int_0^n \omega dn = -\omega n$$

$$V = V_A - wn = \frac{1}{2}wL - wn = w\left(\frac{1}{2}L - n\right)$$

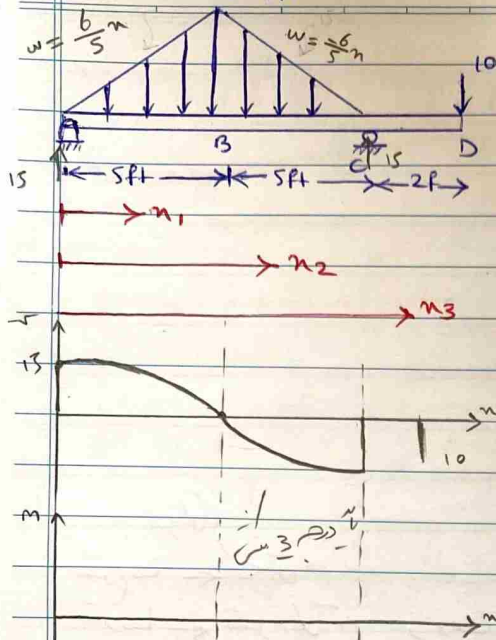
$$M - M_A = \int_0^x r \, dx$$

$$M = \int_0^n w \left(\frac{1}{2} L - n \right) dn = \frac{1}{2} w (Ln - n^2)$$

$$n = \frac{L}{2} \rightarrow M_{\max} = \frac{\omega L^2}{8}$$

13/

$\frac{6 \times 10^6}{2} \cdot 70$
6 K1ft



در این تیر به 3 cut میزنیم
در cut اول (در A) داریم
در cut دوم (در B) داریم
در cut سوم (در D) داریم
و در 10 ک نیوتن در cut دوم
در 3 cut میزنیم
در این تیر به 3 cut میزنیم

$$V = V_0 - \int w dx$$

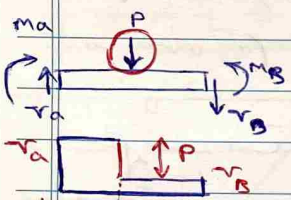
$$V - 15 = - \int \frac{6}{5} x dx$$

$$V - 15 = - \frac{6}{5} \frac{x^2}{2}$$

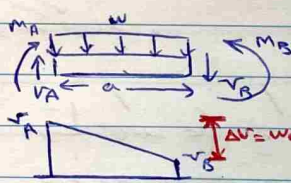
$$V = -\frac{3}{5} x^2 + 15$$

$$V|_{x=5} = -\frac{3}{5} (25) + 15 = 0$$

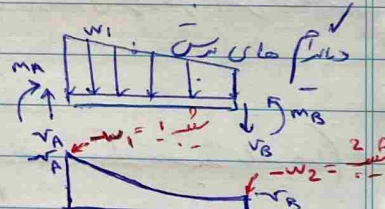
$$V = - \int -\frac{6}{5} x dx = \frac{6}{5} x^2$$



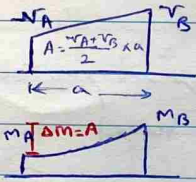
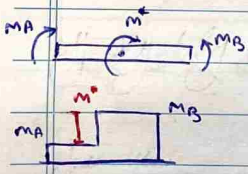
در این تیر به 2 cut میزنیم



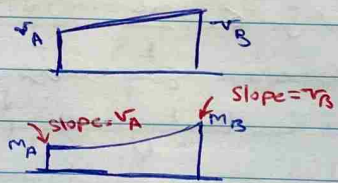
در این تیر به 2 cut میزنیم



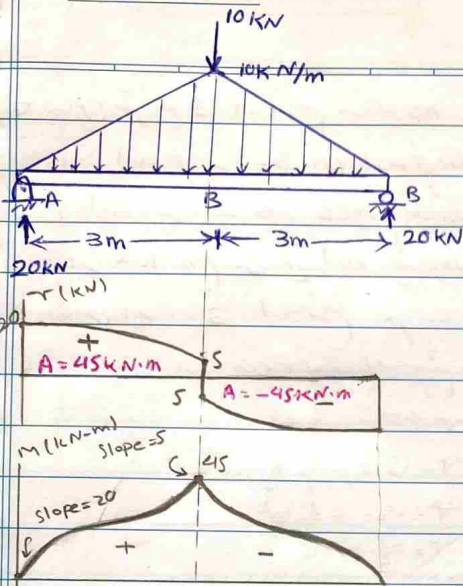
در این تیر به 2 cut میزنیم



در این تیر به 2 cut میزنیم



SAEI



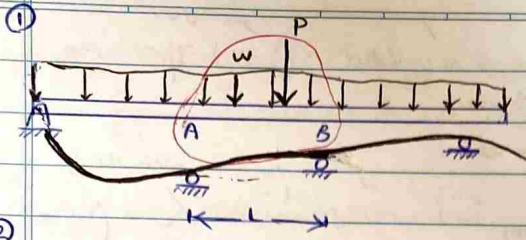
تغییر شکل (تغییر شکل)
 نیروها ← تغییر شکل
 تغییر شکل ← تغییر وافت

نوعی از بار (Beam/Frame) تحت اثر یک بار متمرکز قرار گیرد و بارهای داخلی در انتهای آن توزیع می‌شود.

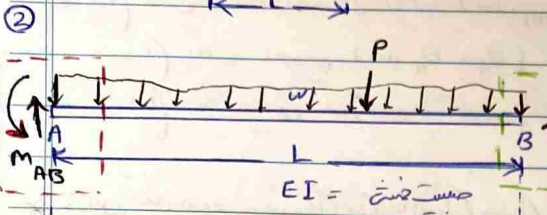
تغییر شکل (تغییر شکل) : ارتباط می‌کند با (بار) های که در انتهای قطعه هستند و بارهای داخلی و جانمایی‌های آنها.

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

و تغییر ما نیز را (Bending Stress) و (Shear Force) در نظر داریم و به وجود می‌دهد.



فرض می‌کنیم که تغییرات در بارگذاری خاص قرار نگیرد
در آن حالت برای دایره در ابعاد
فقط توجه می‌کنیم



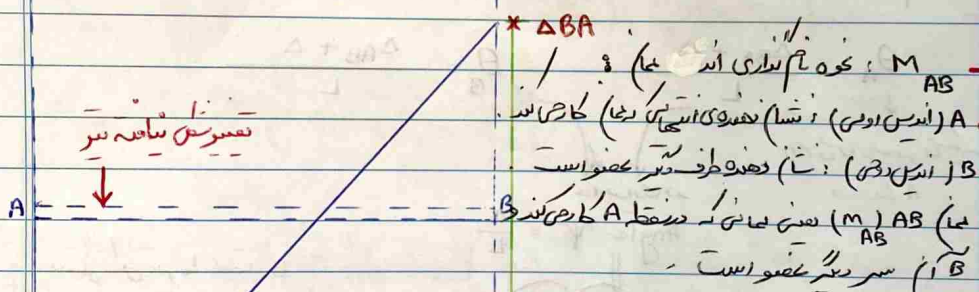
هدف ما از این 2: بداند که چگونه می‌تواند

در سطح 2 جهت AB را بداند

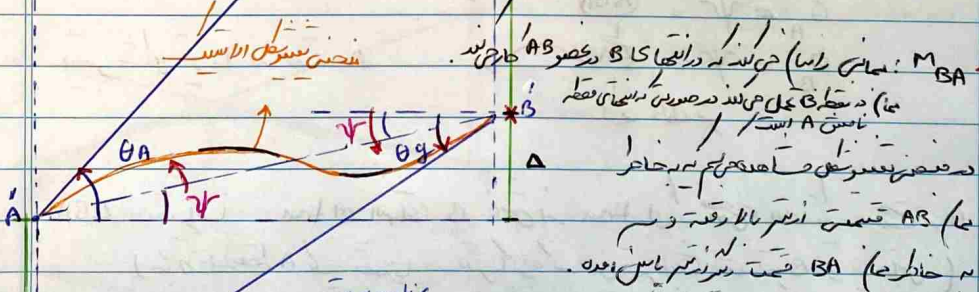
1) که این حالت در هر دو جهت

جهت A: یعنی در جهت AB و در جهت B: یعنی در جهت BA داریم

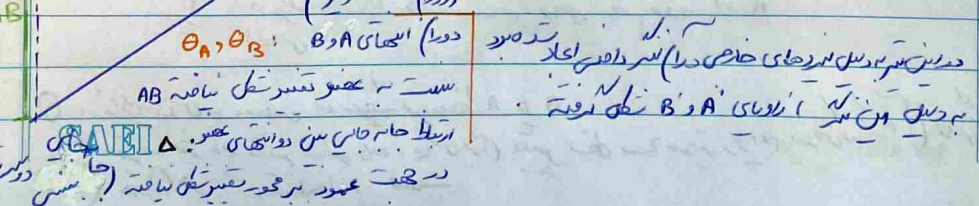
ما در این حالت برای محاسبه در رابطه با AB و BA با هم می‌توانیم



M_{AB} : که همان بارگذاری است (مثلاً) /
A: (اینجا یعنی) در اینجا تغییراتی است که در این حالت
B: (اینجا یعنی) در اینجا تغییراتی است که در این حالت
مثلاً M_{AB} (مثلاً) در اینجا تغییراتی است که در این حالت
B: (اینجا یعنی) در اینجا تغییراتی است که در این حالت



M_{BA} : که همان بارگذاری است (مثلاً) /
مثلاً در اینجا تغییراتی است که در این حالت
در اینجا تغییراتی است که در این حالت
مثلاً در اینجا تغییراتی است که در این حالت
در اینجا تغییراتی است که در این حالت



در اینجا تغییراتی است که در این حالت
در اینجا تغییراتی است که در این حالت
در اینجا تغییراتی است که در این حالت
در اینجا تغییراتی است که در این حالت

(7) Δ چرخش میسر در محصل میزند و جهت های تغییر شکل یافته chord

زاویه ψ (نسبی) : دلالت می کند بر دوار (دوار) های وتر عضو نسبت به Δ (طراحی)

$$\text{Angle } \psi = \frac{\Delta \rightarrow \text{جانب های وتر}}{L \rightarrow \text{طول وتر}}$$

در بار داد علامت ها :

- Δ (جانب) های که دوار و عضو در آن میزند (مثلاً Δ_{AB} یا Δ_{BA})
 - دوار (جانب) های انتهای (مثلاً θ_A یا θ_B)
 - دوار (جانب) یا فرضی وتر
- همچنین زوایای Δ در اعضا و دوار (مثلاً θ_A یا θ_B)

counterclockwise $\rightarrow (+)$

* در این شکل صفحه می بینیم که Δ (دوار) خاص دارد و در جهت مثبت است.

نام هر لحظه معادلات را بدست می آوریم :

- رابطه Δ (جانب) های انتهای را با Δ (دوار) های انتهای و دوار (جانب) های هم وصل کنیم

$$\theta_A = \frac{\Delta_{BA} + \Delta}{L}$$

$$\theta_B = \frac{\Delta_{AB} + \Delta}{L}$$

زاویه θ_A در جهت مثبت است در نقطه A

$$\text{Angle } \psi = \frac{\Delta}{L}$$

تغییر شکل میزبان B

$$\theta_A - \psi = \frac{\Delta_{BA}}{L}$$

$$\theta_B - \psi = \frac{\Delta_{AB}}{L}$$

تغییر شکل میزبان A

طول وتر

Δ_{BA} : تغییرات $\tan$ ای ایهای B نسبت به $\tan$ ای ای در محصل الاستی در A

(محصل فاصله A یک تغییر می دهد که در نتیجه θ_B به θ_A می رسد)

تغییرات انحراف نقطه B نسبت به محصل و در جهت A (محصل)

θ : زاویه θ_A در محصل الاستی در نقطه A و B
تغییر در اثر بار تغییر شکل داده محصل (مثلاً θ_A یا θ_B)
Sum rotation

توری شش ضلعی ← به جابجایی Δ_{BA} و Δ_{AB} (اصغر) نسبت آورده اضافه کردیم
 شش ضلعی Δ_{AB} و Δ_{BA} در B و A نیز عدد داریم
 $\frac{M}{EI}$

✓ اگر برای هر توری، معضله $\frac{M}{EI}$ را بنویسیم، سطح زیر این معضله مساوی می‌شود با معضله Δ_{BA}

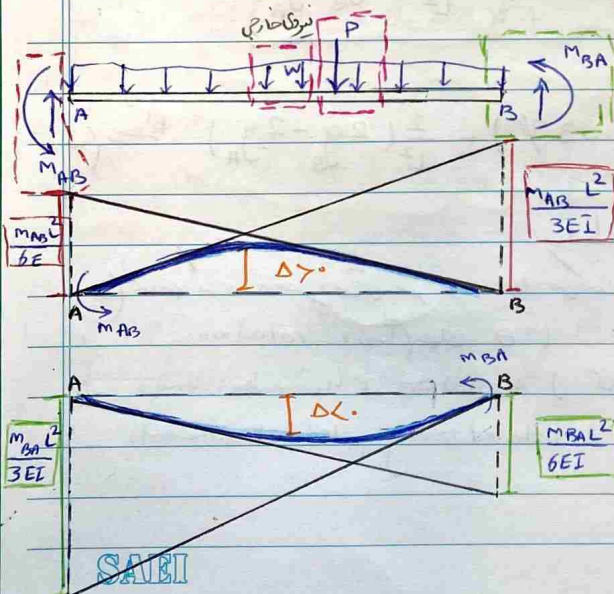
دائره Δ_{AB} نیز چنین مساوی می‌شود با اضافه کردن M_{AB} و M_{BA} و نیروهای خارجی حاشیه روی عضو

$$\Delta_{BA} = \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{M_{AB}L}{2} \right) \left(\frac{2L}{3} \right) - \left(\frac{M_{BA}L}{2} \right) \left(\frac{L}{3} \right) - q_B \right]$$

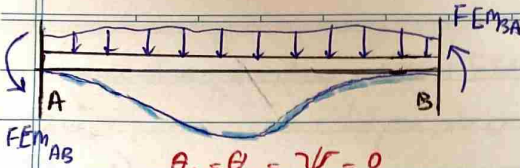
$$\Delta_{BA} = \left[\frac{M_{AB}L^2}{3EI} \right] - \left[\frac{M_{BA}L^2}{6EI} \right] - \left[\frac{q_B}{EI} \right] \rightarrow \text{توری حاشیه}$$

$$\Delta_{AB} = \frac{1}{EI} \left[- \left(\frac{M_{AB}L}{2} \right) \left(\frac{L}{3} \right) + \left(\frac{M_{BA}L}{2} \right) \left(\frac{2L}{3} \right) + q_A \right]$$

$$\Delta_{AB} = \left[- \frac{M_{AB}L^2}{6EI} \right] + \left[\frac{M_{BA}L^2}{3EI} \right] + \left[\frac{q_A}{EI} \right]$$



این شکل مانند AB تغییر داده
 و به اندازه Δ جابجایی داشته



$$\theta_A = \theta_B = \psi = 0$$

Fixed-End Moments

zero

فشارهای ثابت در انتهای A در طول ABC

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_A + \theta_B - 3\psi \right) + \frac{2}{L^2} (2q_B - q_A) \Rightarrow FEM_{AB} = \frac{2}{L^2} (2q_B - q_A)$$

zero

B Fix end moment

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(\theta_A + 2\theta_B - 3\psi \right) + \frac{2}{L^2} (q_B - 2q_A) \Rightarrow FEM_{BA} = \frac{2}{L^2} (q_B - 2q_A)$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + \frac{2}{L^2} (2q_B - q_A) \quad FEM_{AB}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + FEM_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (\theta_A + 2\theta_B - 3\psi) + FEM_{BA}$$

معادلات به انت

معادلات به انت

$$M_{nf} = \frac{2EI}{L} (2\theta_{near} + \theta_{far} - 3\psi) + FEM_{nf}^{near}$$

n: near $\rightarrow$ refers to near end of the member where moment is applied
f: far $\rightarrow$ identifies far (other) end of the member

حداکثر عت سبب افت :

- ① نسج
- ② دوما
- ③ جاب جاب

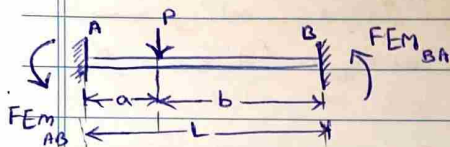
هم زمانی در ستر و کیم ماه هم علاوه بر تصویر سطح جدید ستر جاب جاب شود ؟
در نشست سافها

کام های سبب افت :

۱/ روابط هندسی بین θ ، ϕ ، Δ
۲/ استفاده از قانون قضایای نرسطح برای کاسه

Δ_{AB} و Δ_{BA}

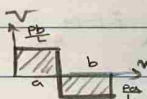
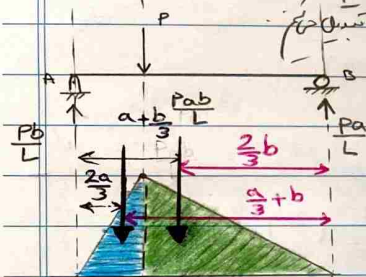
1/1 - تیر دایم که بار P بر آن وارد شده ، FEM از طریق بار بر (جابه‌جایی) و درجه آزادی
از طریق روش نیروها (نسبت) و در این جامه تمام از طریق روش نسبت است
و نسبت آورده .



$$FEM_{AB} = \frac{2}{L^2} (2g_B - g_A) \quad \text{نسبت A و درجه آزادی AB}$$

$$FEM_{BA} = \frac{2}{L^2} (g_B - 2g_A) \quad \text{درجه آزادی AB و نسبت B}$$

از طریق قضایای تیر سطح ، سطح زیر تیر برای تیر ساده با نقطه حرکت
در این جا تیر تیر دار را به یک تیر ساده (2 نقطه ثابت) تبدیل کردیم
- مقدار تیر تیر ساده را حساب کردیم .



محور دین این تیر به این صورت است :
در این جا با بار سطح را به دو تیر ساده تبدیل کردیم
- باید توجه کنیم که در این محورها تیر را به یک سطح و سیر سطح
و آنجا هر دو قسمت Pab/L است

$$g_A = \frac{1}{2} a \left(\frac{Pab}{L} \right) \left(\frac{2a}{3} \right) + \frac{1}{2} b \left(\frac{Pab}{L} \right) \left(a + \frac{b}{3} \right)$$

$$g_B = \frac{1}{2} a \left(\frac{Pab}{L} \right) \left(\frac{a}{3} + b \right) + \frac{1}{2} b \left(\frac{Pab}{L} \right) \left(\frac{2}{3} b \right)$$

در رابطه g_A و g_B به جای $a+b$ ، L قرار دهیم : $(L=a+b)$

$$g_A = \frac{Pab}{6} (2a+b) \quad g_B = \frac{Pab}{6} (a+2b)$$

(FEM $\rightarrow g_B, g_A$) Substituting g_A and g_B

$$FEM_{AB} = \frac{2}{L^2} (2g_B - g_A) \quad FEM_{BA} = \frac{2}{L^2} (g_B - 2g_A)$$

$$FEM_{AB} = \frac{2}{L^2} \left[\frac{2Pab}{6} (a+2b) - \frac{Pab}{6} (2a+b) \right] = \frac{Pab^2}{L^2}$$

$$FEM_{BA} = \frac{2}{L^2} \left[\frac{Pab}{6} (a+2b) - \frac{2Pab}{6} (2a+b) \right] = -\frac{Pa^2b}{L^2}$$

برای مشخص کردن معادله برای تیر A با انتهای مفصل دار:

تیر در انتهای نقطه B با مفصل داشته باشیم، **تیر در نقطه B** **مفصل است** و تیر در نقطه B که M_{BA} خواهد بود برابر صفر است و تیر در نقطه A که M_{AB} است صفر نخواهد شد.

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + \frac{2}{L^2} (2q - q_A)$$

$$M_{BA} = 0 = \frac{2EI}{L} (\theta_A + 2\theta_B - 3\psi) + \frac{2}{L^2} (q_B - 2q_A) = 0$$

$$\theta_B = -\frac{\theta_A}{2} + \frac{3}{2}\psi - \frac{L}{4EI} (FEM_{BA})$$

M_{AB} ثابت می ماند θ_B

$$M_{AB} = \frac{3EI}{L} (\theta_A - \psi) + (FEM_{AB} - \frac{FEM_{BA}}{2})$$

$$M_{BA} = 0$$

تیر مفصل در سمت A قرار داشته باشد حالت به صورت زیر باشد:

$$M_{AB} = 0 = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + \frac{2}{L^2} (2q - q_A) = 0$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (\theta_A + 2\theta_B - 3\psi) + \frac{2}{L^2} (q_B - 2q_A)$$

$$\theta_A = -\frac{\theta_B}{2} + \frac{3}{2}\psi - \frac{L}{4EI} (FEM_{AB})$$

M_B قرار می گیرد θ_A

$$M_{BA} = \frac{3EI}{L} (\theta_B - \psi) + (FEM_{BA} - \frac{FEM_{AB}}{2})$$

$$M_{AB} = 0$$

معادله سمت راست که برای تیر A می باشد:

$$M_{rh} = \frac{3EI}{L} (\theta_r - \psi) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2})$$

$$M_{hr} = 0$$

r : refers to rigidly connected end where M_{rh} acts

SAEI

h : identifies the hinged end.

(دو) در صورتی که معین داریم :

$$\theta_h = -\frac{\theta_r}{2} + \frac{3}{2} \gamma - \frac{L}{4EI} (FEM_{hr})$$

ek / در سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :

- Slope Deflection Equations

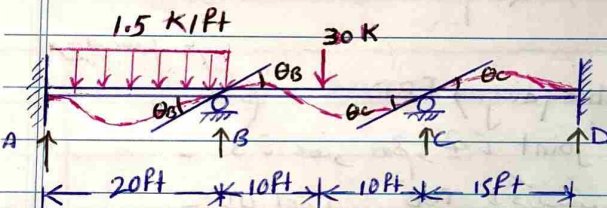
- Joint Rotations

- Member End Moments

- member End Shears

- support Reaction (واکنش ها را حساب کنید)

- Equilibrium check (توازن را چک کنید)



$EI = \text{constant}$

$E = 29,000 \text{ Ksi}$

$I = 500 \text{ in}^4$

این بارها را به سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :
در سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :
در سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :

این سوال را در مرحله حل می کنیم :
در مرحله اول : سیر را به صورتی حساب می کنیم که سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :
در مرحله اول : سیر را به صورتی حساب می کنیم که سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :

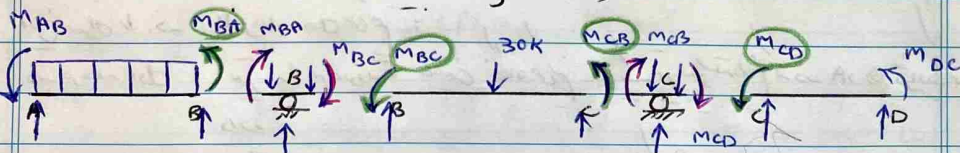
پس از آنکه سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :
پس از آنکه سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :
پس از آنکه سیر 3 دهه زیر فولاد زیر را حساب کنید :

فرصه دوم: وضعیت θ و Δ را مشخص می‌کنیم.
 - درم آژدی را مشخص می‌کنیم که همان مجهولات ما هستند: (Δ, θ)
 این نیز، translate، نیاز داریم و نیست می‌تواند باشد و باید جایی بزرگ.
 - درم translate در شیب $\theta = 0$ است.
 - در A و D (دور) هم نیاز داریم $\theta = 0$ است Fixed.
 - در B و A rotation $\theta = 0$ است.
 - در C و B rotation $\theta = 0$ است.
 - در θ_B, θ_C

نکته: حرکت سطوح ثابت است $\leftarrow$ (سای Δ = صفر)
 حرکت سطوح ثابت است $\leftarrow$ translations $\leftarrow$ (سای Δ = صفر)
 این translations است $\leftarrow$ (سای Δ = صفر).

(Freebody diagram) FBD

3 عضو داریم و 2 joint است.
 - برای اعضا FBD را می‌کشیم و مثل اسباب بازی می‌کنیم.
 (مجهولات، ضوابط، شرایط)
 - برای joint ها (برای θ و Δ) reaction نیروی اعضا داریم.
 members و joints را در نظر می‌گیریم.



در هر معادله برای عضو داریم:

$$\sum M_B = 0 \quad \text{در B باید صفر باشد}$$

$$\sum M_C = 0$$

در B و C

$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$M_{CB} + M_{CD} = 0$$

در C و B

قبل از نوشتن معادلات سبب این معادلات تعادل، $\sum M = 0$ و $\sum F = 0$ را به دست آوریم.
باید بنویسیم:

مرحله هفتم: نوشتن و درج FEM ها

بنابراین سبب آوردن FEM ها می توان از طریق جدولی که در کتاب ملاحظه است استفاده کرد یا

از طریق فرمول: $FEM_{AB} = \frac{2}{L^2} (2q_B - q_A)$
ماده این با از جدول استفاده کنیم:

$$FEM_{AB} = \frac{WL^2}{12} = \frac{1.5(20)^2}{12} = 50 \text{ K-ft or } +50 \text{ k-ft} \quad \rightarrow$$

$$FEM_{BA} = 50 \text{ K-ft or } -50 \text{ ft} \quad \rightarrow$$

$$FEM_{BC} = \frac{PL}{8} = \frac{30(20)}{8} = 75 \text{ K-ft or } +75 \text{ K-ft} \quad \rightarrow$$

$$FEM_{CB} = 75 \text{ K-ft or } -75 \text{ K-ft} \quad \rightarrow$$

$$FEM_{CD} = FEM_{DC} = 0 \Rightarrow \text{چون در این نقطه cp بارگذاری نیست پس صفر}$$

مرحله نهم: نوشتن معادله سبب این $\sum M = 0$ و $\sum F = 0$ را به دست آوریم.
3 بار معادله داریم: $3 \times 2 = 6$ معادله سبب این باید بنویسیم:

$$\psi_{AB} = \psi_{BC} = \psi_{CD} = 0 \quad \text{translation نیست}$$

$$\theta_A = \theta_D = 0 \quad \text{در A و D هیچ گونه چرخش نیست}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{20} (2(0) + \theta_B - 3(0)) + 50 = 0.1EI\theta_B + 50 \quad \text{برای عضو AB}$$

موجب (اردو) در نقطه B

FEM معادله

$$M_{BA} = \frac{2EI}{20} (2\theta_B + 0 - 3(0)) - 50 = 0.2EI\theta_B - 50$$

درجه 6: نسبت افست برای عضو BC و CD: θ_B و θ_C در θ_C داریم و $\theta_B = 0$ است.

$$M_{BC} = \frac{2EI}{20} (2\theta_B + \theta_C) + 75 = 0.2EI\theta_B + 0.1EI\theta_C + 75$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{20} (2\theta_C + \theta_B - 75) = 0.2EI\theta_C + 0.1EI\theta_B - 75$$

$$M_{CD} = \frac{2EI}{15} (2\theta_C) = 0.267EI\theta_C \quad \text{عضو CD}$$

در C نسبت rotation (H) داریم $\theta_C \rightarrow D$ Fixed end moment $\theta = 0$ است.

$$M_{DC} = \frac{2EI}{15} (\theta_C) = 0.133EI\theta_C$$

θ ← نسبت rotation برای عضو برای joint (D)

درجه 7: ما آنرا می‌بینیم افست (b) آنرا داریم (b) آنرا می‌بینیم که اینها باید در نظر بگیریم. اول محاسبه نسبت θ_B و θ_C و سپس در آنها معادله حرکت.

$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$M_{BA} = 0.2EI\theta_B - 50$$

$$M_{BC} = 0.2EI\theta_B + 0.1EI\theta_C + 75$$

$$\Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow$$

$$(0.2EI\theta_B - 50) + (0.2EI\theta_B + 0.1EI\theta_C + 75) = 0$$

$$\Rightarrow 0.4EI\theta_B + 0.1EI\theta_C = -25 \quad \checkmark \quad \heartsuit$$

در D نسبت rotation

$$M_{CB} + M_{CD} = 0$$

$$M_{CB} = 0.2EI\theta_C + 0.1EI\theta_B - 75$$

$$M_{CD} = 0.267EI\theta_C$$

$$\Rightarrow M_{CB} + M_{CD} = 0$$

SAEI

$$\Rightarrow (0.2EI\theta_C + 0.1EI\theta_B - 75) + (0.267EI\theta_C) = 0$$

$$\Rightarrow 0.1EI\theta_B + 0.467EI\theta_C = -25 \quad \checkmark \quad \star$$

$$\begin{cases} 0.4EI\theta_B + 0.1EI\theta_C = -25 & \text{B} \\ 0.1EI\theta_B + 0.467EI\theta_C = -25 & \text{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} EI\theta_B = -108.46 \text{ k-ft}^2 \\ EI\theta_C = -183.82 \text{ k-ft}^2 \end{cases}$$

$$E = 29000 \text{ ksi} = 29000(12)^2 \text{ ksf}$$

$$I = 500 \text{ in}^4 = (500/12^4) \text{ ft}^4$$

$$\theta_B = -0.0011 \text{ rad}$$

$$\theta_C = 0.0018 \text{ rad}$$

* (نکته) : θ ها را باید در b ها قرار داد و جهت مثبت را در جهت مثبت θ ها قرار داد.

$$M_{AB} = 0.1(-108.46) + 50 = 39.2 \text{ k-ft}$$

$$M_{BA} = 0.2(-108.46) - 50 = -71.7 \text{ k-ft}$$

$$M_{BC} = 0.2(-108.46) + 0.1(183.82) + 75 = 71.7 \text{ k-ft}$$

$$M_{CB} = 0.2(183.82) + 0.1(-108.46) - 75 = -49.1 \text{ k-ft}$$

$$m_{CD} = 0.267(183.82) = 49.1 \text{ k-ft}$$

$$m_{DC} = 0.133(183.82) = 24.4 \text{ k-ft}$$

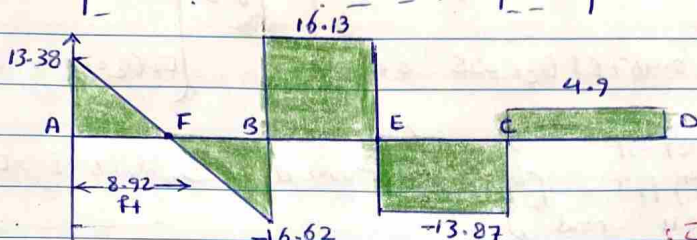
در آخر شرایط تعادل را می نویسیم : در عضو BA حالت تعادل به دو BC به سبب (باجا)

~ ~ ~ ~ ~ CD ~ ~ ~ ~ ~ CB ~ ~ ~ ~ ~

$$\sum M_B = 0 : 39.2 - S_{AB}(20) + 1.5(20)(10) - 71.7 = 0 \Rightarrow S_{AB} = 13.38 \text{ k}$$

$$\sum F_y = 0 : 13.38 - 1.5(20) + S_{BA} = 0 \Rightarrow S_{BA} = 16.62 \text{ k}$$

SAEI



Procedure For Analysis by slope-Deflection method:

1. Identify degrees of freedom (unknown rotations of joints)

(انتقال محولات درها) (نوعا)

2. compute FEMs (compute FEMs) (محاسبه اندک FEM ها)

3. Support settlements: determine rotation of chords of members

(وضعیت در با تغییر)

write slope-Deflection equations for each member

(نوشتن معادله شیب است برای هر عضو)

write equilibrium equations

(نوشتن معادله سازه ها)

Determine unknown joint rotations

(تعیین شیب است ها با در معادله با یک قرار دهیم و شیب است ها را بیابیم)

calculate member end moment (محاسبه اندک در هر شیب است)

(با در طرفین نقطه را شیب است با دریم)

check (بررسی کنیم)

Yes

calculate member end shear (محاسبه وانش های شیب است و درم محسوب میکنیم)

Determine support reactions (محاسبه واکنش های شیب است)

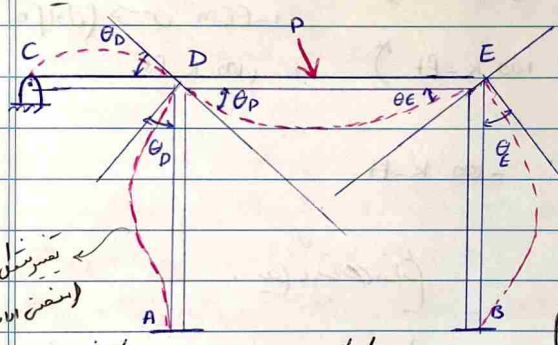
نکته: محاسبه واکنش

تعیین مقاطع انتقالی قاب‌ها

Analysis of Frames without Sidesway

تعیین طول و جرم و عضو (تعیین در راستای محور عضو) ، بسیار بسیار کم تر از
تعیین مقاطع انتقالی است

در قاب‌ها از Axial deformation (تغییر طول محوری) صرف نظر می‌کنیم و فرض می‌کنیم عضوهای ما inextensible (تغییر شکل ندارند) هستند. یعنی الاستیسیته را لازم نیست در نظر بگیریم.



شکل کلی (تعیین) تغییر شکل مقاطع بار P!

قاب به سمت راست می‌خورد و می‌چرخد

(به علت نیم کاه نیرو در C)

تغییر شکل انتقالی داریم

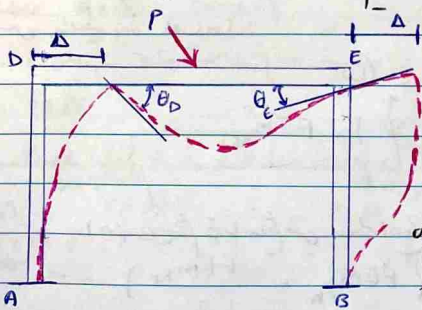
تعیین درجه آزادی: دورا

در B, A ← rotation و translation داریم

در C ← rotation داریم و translation نداریم (سطوح C جوی جانبی را برقیه)

در D ← rotation داریم و translation نداریم (عضو AD و CD، تغییر شکل ندارند، کوتاه و بلند نمی‌شوند) این دو عضو در D را محکم بر قسمت دیگر می‌زنند

در E ← rotation داریم و translation نداریم (عضو DE و BE تغییر طول نمی‌دهند)



فرض می‌کنیم عضو CD را قطع می‌کنیم

در D و E ← هم دورا هم جانبی داریم

در جهت افقی و در جهت عمودی

جانبی داریم و باید Delta در

در D و E، با هم برابر باشند

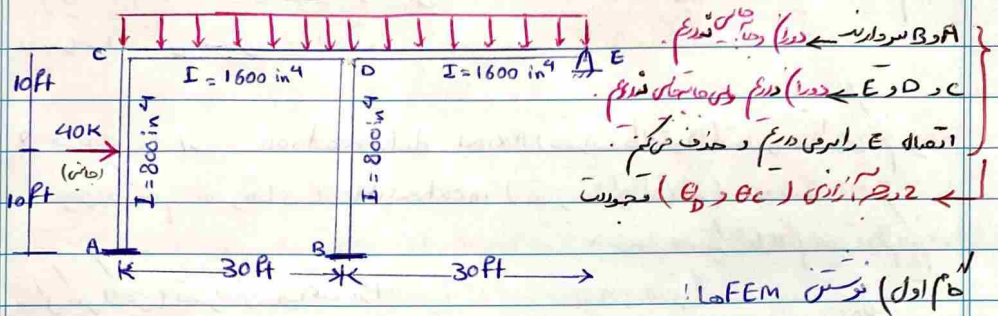
تعیین مقاطع انتقالی قاب ←

29/

example:

Determine end moments & reactions for the frame by slope-deflection method.

(ساده) $2K/Pt$



$$FEM_{AC} = \frac{PL}{8} = \frac{40(20)}{8} = 100 \text{ K-Pt} \quad \text{or } +100 \text{ K-Pt}$$

$$FEM_{CA} = 100 \text{ K-Pt} \quad \text{or } -100 \text{ K-Pt}$$

$$FEM_{BD} = FEM_{DB} = 0$$

$$FEM_{CD} = FEM_{DE} = \frac{WL^2}{12} = \frac{2 \times (30)^2}{12} = 150 \text{ K-Pt} \quad \text{or } +150 \text{ K-Pt}$$

$$FEM_{DC} = FEM_{ED} = 150 \text{ K-Pt} \quad \text{or } -150 \text{ K-Pt}$$

Members AC, BD, CD: chord (ردیف)
 (ساده)
 (ساده)

$$M_{np} = \frac{2EI}{L} (2\theta_n + \theta_p - 3\psi) + FEM_{np}$$

member DE: (مختص عضو E که در اینجا به سمت راست است)

$$M_{rh} = \frac{3EI}{L} (\theta_r - \psi) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2})$$

SAEI

حاصل شده (ف س)

$$M_{AC} = \frac{2EI}{20} (2(\theta_A) + \theta_C - 3(\psi)) + FEM_{AC} = 0.1EI\theta_C + 100$$

$$M_{CA} = \frac{2EI}{20} (2(\theta_C) + \theta_A - 3(\psi)) + FEM_{CA} = 0.2EI\theta_C - 100$$

$$M_{BD} = \frac{2EI}{20} (2(\theta_B) + \theta_D - 3(\psi)) + FEM_{BD} = 0.1EI\theta_D$$

$$M_{DB} = \frac{2EI}{20} (2\theta_D) = 0.2EI\theta_D$$

$$M_{CD} = \frac{2E(2I)}{30} (2(\theta_C) + \theta_D + 3(\psi)) + FEM_{CD} = 0.267EI\theta_C + 0.133EI\theta_D + 150$$

$$M_{DC} = \frac{2E(2I)}{30} (2\theta_D + \theta_C) - 150 = 0.133EI\theta_C + 0.267\theta_D - 150$$

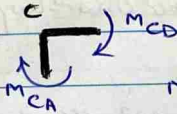
$$M_{DE} = \frac{3E(2I)}{30} (\theta_D - \psi) + (FEM_{DE} - \frac{FEM_{ED}}{2}) = 0.2EI\theta_D + 225$$

$$M_{ED} = 0$$

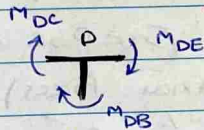
چرا؟

نوشته معادلات معادلات برای C و D :

$$M_{CA} + M_{CD} = 0$$



$$M_{DB} + M_{DC} + M_{DE} = 0$$



چون ثابت معادله دارد
این جواب نیست پس
این جواب نیست پس
نشد بفرستیم خود

حاصل شده معادلات

$$\begin{cases} M_{CA} + M_{CD} = 0 \\ M_{DB} + M_{DC} + M_{DE} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.467EI\theta_C + 0.133EI\theta_D = -50 \\ 0.133EI\theta_C + 0.667EI\theta_D = -75 \end{cases} \Rightarrow$$

$$EI\theta_C = -79.545 \text{ k-ft}^2$$

$$EI\theta_D = -96.591 \text{ k-ft}^2$$



$$M_{DE} = 205.7 \text{ k-ft} \quad \uparrow$$

DE = 203

في سطور السطر الأول، ادر في سطور السطر الثاني، و في سطور السطر الثالث، و في سطور السطر الرابع، و في سطور السطر الخامس، و في سطور السطر السادس، و في سطور السطر السابع، و في سطور السطر الثامن، و في سطور السطر التاسع، و في سطور السطر العاشر، و في سطور السطر الحادي عشر، و في سطور السطر الثاني عشر، و في سطور السطر الثالث عشر، و في سطور السطر الرابع عشر، و في سطور السطر الخامس عشر، و في سطور السطر السادس عشر، و في سطور السطر السابع عشر، و في سطور السطر الثامن عشر، و في سطور السطر التاسع عشر، و في سطور السطر العشرون.

^{الم} ٦) هفتم) دائر معادلات متقاطع را صما "صا" حط سم :

$$\frac{M}{DB} + \frac{M}{DC} + \frac{M}{DE} = -9.3 - 186.4 + 205.7 = 0 \quad \checkmark$$

1. Тема 6

ببین هر عضو از رسم دعاء را معادل می نویسم تا نرسد اینجا پس عضو بعدی یاد

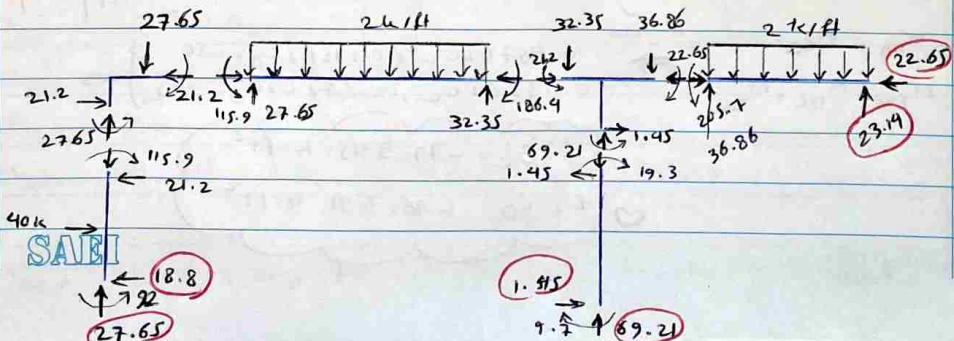
(Member End Shears)

معادلات معادله و اندازه های برای 2 نیرو C و D می توانیم:

(member Axial Forces)

DFND

Support Reaction (مردود) (دانشگاه شهید بهشتی)



32/

• در این باب به بحث نشست (settlement) پای دار می‌پردازیم.

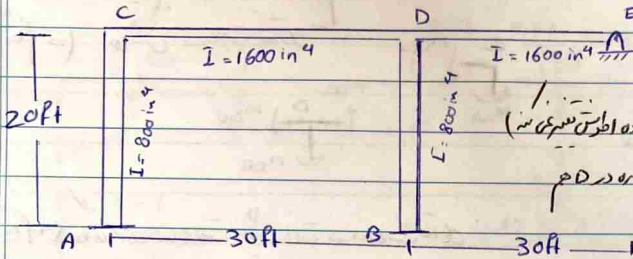
example:

نشیون و انتقال عنصر

تاب

Determine member end & reactions for the frame due to a settlement of $3/4$ in at support B.

use slope-deflection method



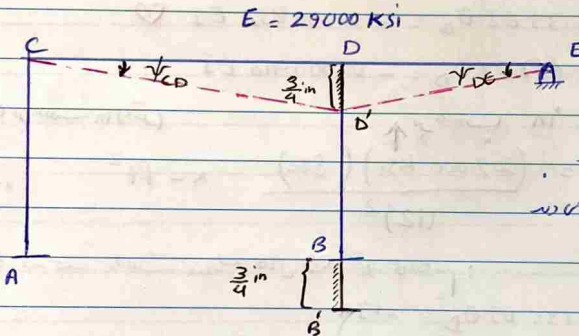
θ_D و θ_E در این

چون D این جابجایی را دارد

چون در این حالت عضو BD تغییر طول می‌دهد (افزون می‌شود)

پس اگر A به B حرکت کند در B این جابجایی را دارد

به جای تغییر طول در B



در این حالت تغییر طول می‌شود

در این حالت (L in L cm) تغییر

در این حالت (L in L cm) تغییر

1 ft = 12 in

در این حالت (L in L cm) تغییر

$$\psi_{CD} = \frac{3/4}{30(12)} = -0.00208$$

$$\psi_{DE} = +0.00208$$

در این حالت (L in L cm) تغییر

$$M_{AC} = \frac{2EI}{20} (2\theta_A + \theta_C - 3\psi_{CD}), \quad FEM_{AC} = 0.1EI\theta_C$$

$$M_{CA} = 0.2EI\theta_C$$

$$M_{BD} = \frac{2EI}{20} (2\theta_B + \theta_D - 3\psi_{DE}) + 0 = 0.1EI\theta_D$$

$$M_{DB} = 0.2EI\theta_D$$

$$M_{CD} = \frac{2E(2I)}{30} (2\theta_C + \theta_D - 3\psi_{CD}) = 0.267EI\theta_C + 0.133EI\theta_D + 0.00832EI$$

$$M_{DC} = \frac{2E(2I)}{30} (2\theta_D + \theta_C - 3\psi_{DE}) = 0.133EI\theta_C + 0.267EI\theta_D + 0.00832EI$$

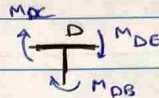
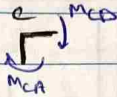
0.00208

$$M_{DE} = \frac{3EI(2I)}{30} (\theta_D - \sqrt{}) + \left(\frac{FEM_{DE}}{2} - \frac{FEM_{ED}}{2} \right) = 0.2EI\theta_D - 0.000416EI$$

$$M_{ED} = 0$$

$$M_{CA} + M_{CD} = 0$$

$$M_{DB} + M_{DC} + M_{DE} = 0$$



(4) با استفاده از معادلات سست افقی در معادلات معاد:

$$0.467EI\theta_C + 0.133EI\theta_D = -0.000832EI \quad \text{♥}$$

$$0.133EI\theta_C + 0.667EI\theta_D = -0.000416EI$$

بر حسب in

MPa بر حسب m (متر)

$$\text{Substitute } EI = \frac{(29000 \text{ ksi})(800)}{(12)^2} \quad k-ft^2$$

(در این مرحله به Pt بر حسب متر)

معادله EI را در معادلات سست جای ♥ قرار دهیم:

$$\begin{cases} 0.467EI\theta_C + 0.133EI\theta_D = -134 \\ 0.133EI\theta_C + 0.667EI\theta_D = -67 \end{cases}$$

$$EI\theta_C = -273.883 \text{ k-ft}^2$$

$$EI\theta_D = -45.838 \text{ k-ft}^2$$

(5) بر حسب

در معادله های قرار می دهیم و θ_C و θ_D را به دست می آوریم و در معادلات سست جای می دهیم:

$$M_{AC} = 0.1EI\theta_C = -27.4 \text{ k-ft} \quad \text{or} \quad 27.4 \text{ k-ft} \downarrow$$

$$M_{CA} = -54.8 \text{ k-ft} \quad \text{or} \quad 54.8 \text{ k-ft} \downarrow$$

$$M_{BD} = -4.6 \text{ k-ft} \quad \text{or} \quad 4.6 \text{ k-ft} \downarrow$$

$$M_{DB} = -9.2 \text{ k-ft} \quad \text{or} \quad 9.2 \text{ k-ft} \downarrow$$

$$M_{CD} = 54.8 \text{ k-ft} \uparrow$$

$$M_{DC} = 85.4 \text{ k-ft} \uparrow$$

$$M_{DE} = -76.2 \text{ k-ft} \quad \text{or} \quad 76.2 \text{ k-ft} \downarrow$$

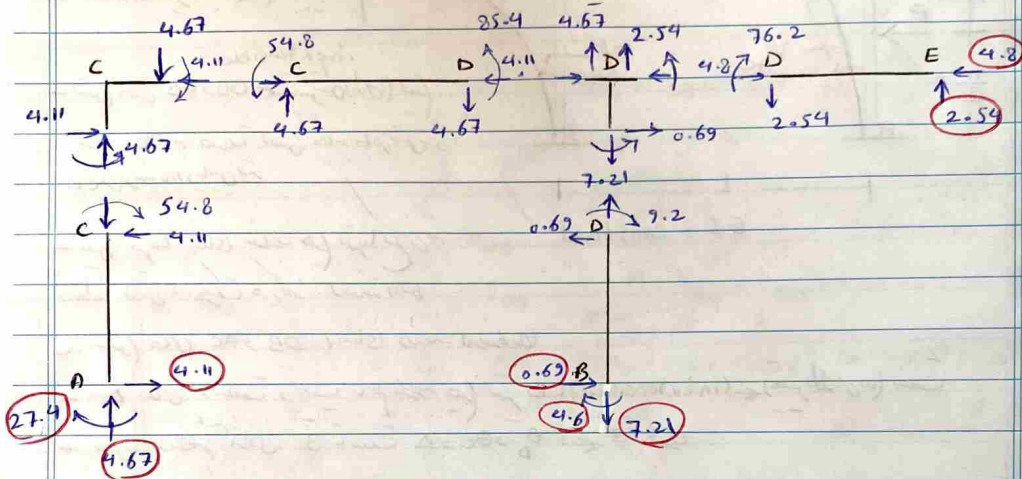
SAEI

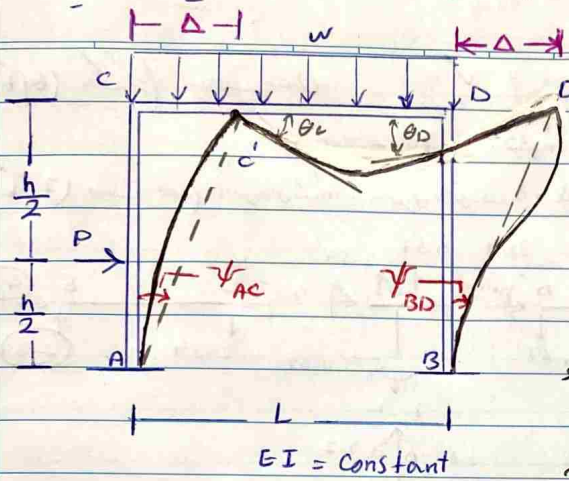
$$M_{CA} + M_{CD} = -54.8 + 54.8 = 0 \quad \checkmark$$

(6) $\sum M = 0$ (برای مقطع A-B)

$$M_{DB} + M_{DC} + M_{DE} = -9.2 + 85.4 - 76.2 = 0 \quad \checkmark$$

(7) $\sum F = 0$ (برای مقطع A-B و B-C و C-D و D-E)





- در یک D، تغییرات درجه‌ای و درجه‌ای
- در جهت افقی حرکت کنند (Δ و Δ')
- A و B نیز دارند (درجه‌ای و درجه‌ای)
- inextensible (سختی‌های AC و DB در تغییر طول) (هم‌زمان)
- پس CD به صورت افقی جابجایی و تغییرات درجه‌ای و درجه‌ای
- پس تغییرات درجه‌ای و درجه‌ای
- سختی‌های AC و DB، درجه‌ای و درجه‌ای
- Δ‌های درجه‌ای و درجه‌ای (inextensible) (تغییر طول) (هم‌زمان)
- پس درجه‌ای و درجه‌ای (Δ و Δ') (هم‌زمان)

جهت راست مثبت است

$$\psi_{AC} = \psi_{BD} = -\frac{\Delta}{h}$$

♥ معادلات سبب است :

$$M_{AC} = \frac{2EI}{h} \left(\theta_C + \frac{3\Delta}{h} \right) + FEM_{AC}$$

$$M_{CA} = \frac{2EI}{h} \left(2\theta_C + \frac{3\Delta}{h} \right) + FEM_{CA}$$

$$M_{BD} = \frac{2EI}{h} \left(\theta_D + \frac{3\Delta}{h} \right)$$

$$M_{DB} = \frac{2EI}{h} \left(2\theta_D + \frac{3\Delta}{h} \right)$$

$$M_{CD} = \frac{2EI}{h} \left(2\theta_C + \theta_D + 0 \right) + FEM_{CD}$$

$$M_{DC} = \frac{2EI}{h} \left(2\theta_D + \theta_C + 0 \right) + FEM_{DC}$$

0 = FEM_{DB}
 0 = FEM_{CD}
 (هم‌زمان درجه‌ای و درجه‌ای)

(درجه‌ای و درجه‌ای)

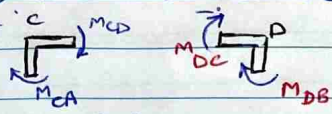
برای نوشتن معادلات باید 3 معادله‌ی تعادل بنویسیم (جهت 3 محمول داریم :

معادله‌ی افقی

$$M_{CA} + M_{CD} = 0$$

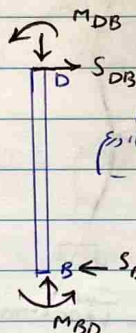
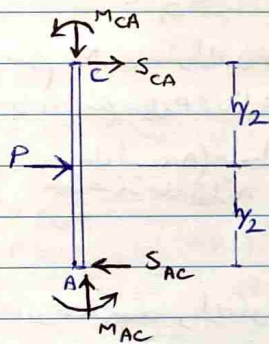
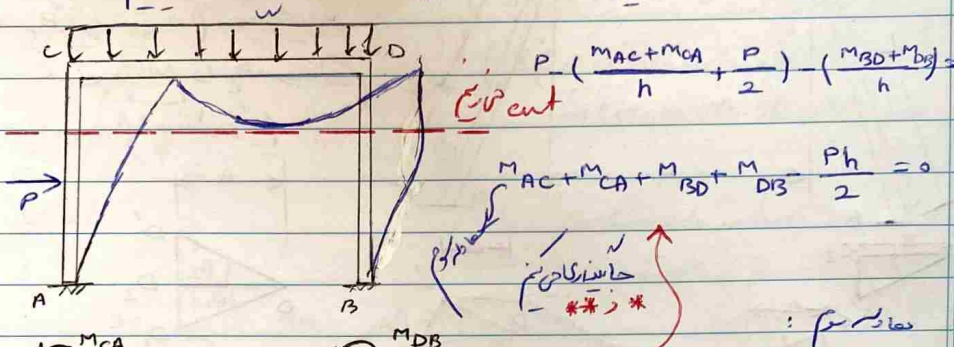
معادله‌ی عمودی

$$M_{DB} + M_{DC} = 0$$



برای معادله‌ی سوم باید به سراغ بخش (Shear) برویم :
 جمع تمام نیروهای افقی اعمال شده در F.B. (دایره‌ی آزاد) باید صفر باشد

این یک مقطع در نظر بگیریم، با cut کنیم و معادلات معادله را می نویسیم:



$$P - S_{AC} - S_{BD} = 0$$

نشان بده که اینها (بر اساس شرایط تعادل) می باشد

$$\sum M_C^{AC} = 0 \quad \text{نشر در عضو AC}$$

$$M_{AC} - S_{AC}(h) + P\left(\frac{h}{2}\right) + M_{CA} = 0$$

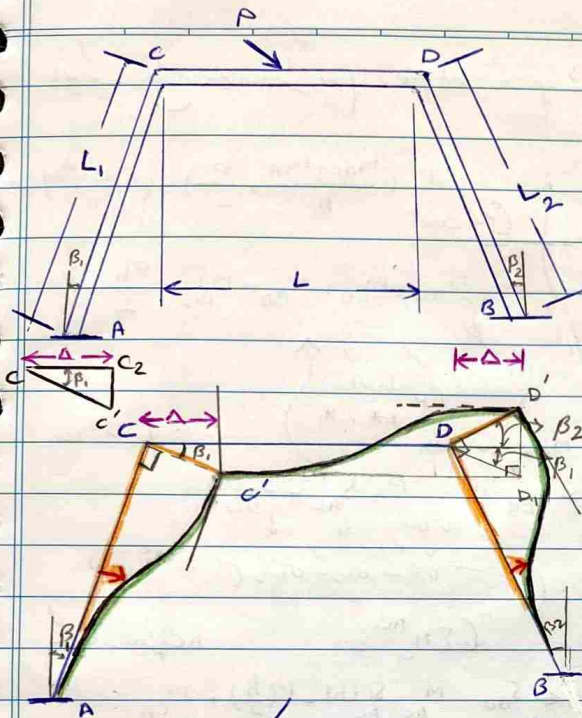
$$* S_{AC} = \frac{M_{AC} + M_{CA}}{h} + P\left(\frac{h}{2}\right)$$

$$\sum M_D^{BD} = 0 \quad \text{نشر در عضو BD}$$

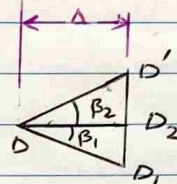
$$M_{BD} - S_{BD}(h) + M_{DB} = 0$$

$$* S_{BD} = \frac{M_{BD} + M_{DB}}{h}$$

معادلات است. اینها را در معادله معادله جایگزین کنیم و دستگاه 3 معادله 3 مجهول خواهیم داشت و آنها را نسبت به P حل می کنیم. در آخر آنها را در معادلات نسبت به اینها جایگزین کنیم و مقدار آنها را نسبت به P خواهیم داشت.



اندازه L_1, L_2 هم برابر نیستند.
 A و B در دو سطح موازی قرار دارند.
 C و D در دو سطح موازی قرار دارند.
 D در دو سطح موازی قرار دارند.



سوی AC ← تغییر طول می‌دهد
 P و در جهت P انحراف C
 (می‌تواند حرکت کند) (Arc) حرکت
 حرکت کند. خط عمود بر AC
 C' خواهد بود.

عضو CD ← تغییر طول نمی‌دهد (Inextensible) پس D باید بر روی CD تغییر طول می‌دهد
 عضو BD ← (~ ~) پس D باید بر روی BD تغییر طول می‌دهد
 (D' فقط می‌تواند در جهت عمود بر خط BD حرکت کند).
 پس D' را باید عمود بر خط BD را نام D' می‌زنیم.

$$\psi_{AC} = - \frac{CC'}{L_1} \downarrow \quad \psi_{BD} = - \frac{DD'}{L_2} \downarrow \quad \psi_{CD} = \frac{D_1D_2}{L} \uparrow$$

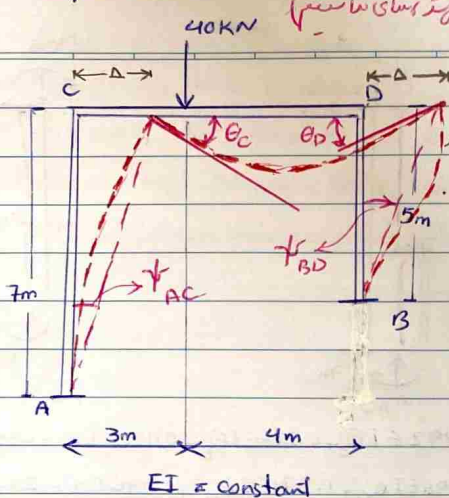
محورهای θ و Δ است. پس باید بر این حساب بکنیم :
 $CC' \cos \beta_1 = \Delta$
 $CC' = \frac{\Delta}{\cos \beta_1}$
 $DD' \cos \beta_2 = \Delta \rightarrow DD' = \frac{\Delta}{\cos \beta_2}$

$$\psi_{AC} = - \frac{\Delta}{L_1 \cos \beta_1} \quad \psi_{BD} = - \frac{\Delta}{L_2 \cos \beta_2}$$

$$\psi_{CD} = \frac{\Delta}{L} (\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$$

در صورتی که β_1 و β_2 برابر باشند

38/ Determine the member end moments and reactions for the frame by slope-deflection method:



ساختار CD را با وایس می‌رود (در C و D) می‌باشد و در هر دو طرف هم به هم می‌رسد. سازه را در دو نقطه C و D با وایس می‌کنیم (در هر دو طرف). (سازه) AC و BD را در دو سازه می‌کنیم.

بار 40kN در وسط سازه وارد می‌شود (سازه را) در دو نقطه C و D می‌کنیم. (سازه) را با وایس می‌کنیم.

$$FEM_{CD} = \frac{40(3)(4)^2}{(7)^2} = 39.2 \text{ KN}\cdot\text{m} \quad \uparrow \quad \text{or} \quad +39.2 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{DC} = \frac{40(3)(4)^2}{(7)^2} = 29.4 \text{ KN}\cdot\text{m} \quad \downarrow \quad \text{or} \quad -29.4 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{AC} = FEM_{CA} = FEM_{BD} = FEM_{DB} = 0$$

$$\psi_{AC} = \frac{-\Delta}{7} \quad \psi_{BD} = \frac{-\Delta}{5} \quad \psi_{CD} = 0$$

$$M_{AC} = \frac{2EI}{7} \left[\theta_C - 3\left(\frac{-\Delta}{7}\right) \right] = 0.286EI\theta_C + 0.122EI\Delta$$

$$M_{CA} = \frac{2EI}{7} \left[2\theta_C - 3\left(\frac{-\Delta}{7}\right) \right] = 0.571EI\theta_C + 0.122EI\Delta$$

$$M_{BD} = \frac{2EI}{5} \left[\theta_D - 3\left(\frac{-\Delta}{5}\right) \right] = 0.4EI\theta_D + 0.24EI\Delta$$

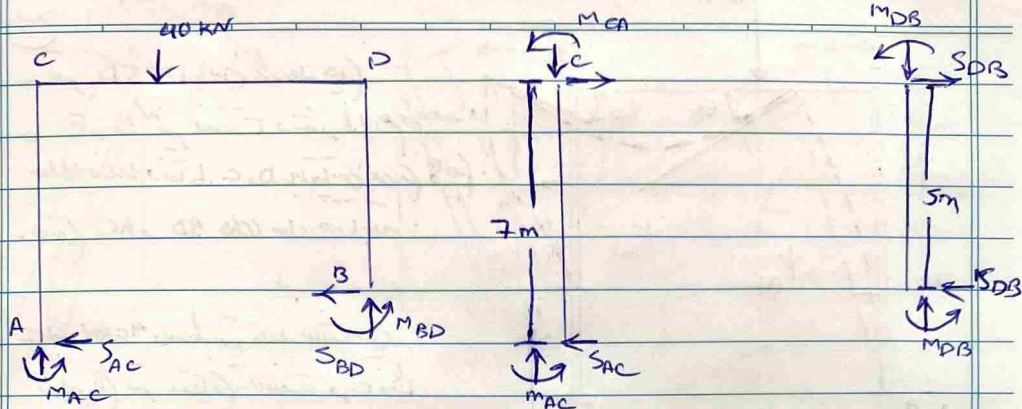
روشن می‌شود که سازه را در دو نقطه C و D با وایس می‌کنیم (در هر دو طرف).

$$M_{CA} + M_{CD} = 0$$

$$M_{DB} + M_{DC} = 0$$

$$\sum F_x = 0: R_{AC} + R_{BD} = 0 \rightarrow R_{AC} = \frac{M_{AC} + M_{CA}}{7}, \quad R_{BD} = \frac{M_{BD} + M_{DB}}{5} = \frac{M_{AC} + M_{CA}}{7} + \frac{M_{BD} + M_{DB}}{5} = 0$$

$$\rightarrow 5(M_{AC} + M_{CA}) + 7(M_{BD} + M_{DB}) = 0$$



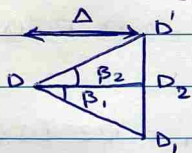
$$\begin{cases}
 1.142EI\theta_C + 0.286EI\theta_D + 0.122EI\Delta = -39.2 \\
 0.286EI\theta_C + 1.37EI\theta_D + 0.24EI\Delta = 29.4 \\
 42.85EI\theta_C + 8.4EI\theta_D + 4.58EI\Delta = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 EI\theta_C = -40.211 \text{ KN.m}^2 \\
 EI\theta_D = 34.24 \text{ KN.m}^2 \\
 EI\Delta = -25.177 \text{ KN.m}^2
 \end{cases}$$

$M_{AC} = -14.6 \text{ KN.m}$ $M_{CA} = -26 \text{ KN.m}$ or $26 \text{ KN.m} \downarrow$
 $M_{BD} = 7.7 \text{ KN.m} \uparrow$ $M_{DB} = 21.3 \text{ KN.m} \uparrow$
 $M_{CD} = 26 \text{ KN.m} \uparrow$ $M_{DC} = -21.3$ or $21.3 \downarrow$

$M_{CA} + M_{CD} = -26 + 26 = 0 \checkmark$
 $M_{DB} + M_{DC} = 21.3 - 21.3 = 0 \checkmark$
 $5(M_{AC} + M_{CA}) + 7(M_{BD} + M_{DB}) = 5(-14.6 - 26) + 7(7.7 + 21.3) = 0 \checkmark$

$\psi_{CD} = \frac{\Delta}{L} (\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$



$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad DD_1 \times \cos \beta_1 &= DD_2 \rightarrow DD_1 = \frac{DD_2}{\cos \beta_1} = \frac{\Delta}{\cos \beta_1} \\
 \textcircled{2} \quad DD_1 \times \cos \beta_2 &= DD_2 \rightarrow DD_1 = \frac{DD_2}{\cos \beta_2} = \frac{\Delta}{\cos \beta_2}
 \end{aligned}$$

$$DD_2 = DD_1 \times \sin \beta_2 \rightarrow DD_2 = \frac{\Delta}{\cos \beta_2} \times \sin \beta_2 = \Delta \tan \beta_2$$

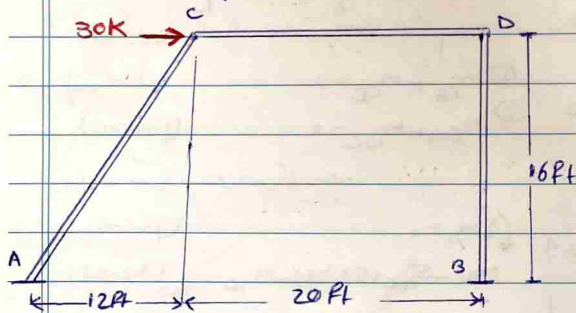
$$DD_1 = DD_1 \times \sin \beta_1 \rightarrow DD_1 = \frac{\Delta}{\cos \beta_1} \times \sin \beta_1 = \Delta \tan \beta_1$$

$$DD = DD_1 + DD_2 = \Delta \tan \beta_1 + \Delta \tan \beta_2 = \Delta (\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$$

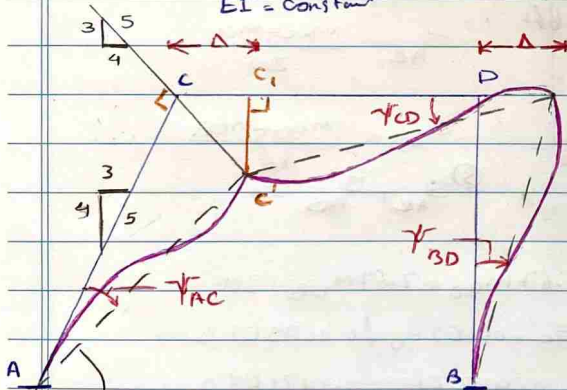
$$\psi_{CD} = \frac{DD}{L} = \frac{\Delta (\tan \beta_1 + \tan \beta_2)}{L}$$

ex) (Frame with sidesway)

Determine the member and moments and reactions for the frame by slope-deflection method.



$EI = \text{constant}$



$$\psi_{AC} = -\frac{CC'}{L_1} = -\frac{\Delta}{L_1 \cos \beta} = -\frac{(\frac{5}{4})\Delta}{20} = -0.0625\Delta$$

$$\psi_{BD} = -\frac{DD'}{L_2} = -\frac{\Delta}{16} = -0.0625\Delta$$

$$\psi_{CD} = \frac{C'C}{L} = \frac{(\frac{3}{4})\Delta}{20} = 0.0375\Delta$$

شکل تغییر یافته

$$M_{AC} = \frac{2EI}{20} (\theta_C - 3(-0.0625\Delta)) = 0.1EI\theta_C + 0.0188EI\Delta$$

$$M_{CA} = \frac{2EI}{20} (2\theta_C - 3(-0.0625\Delta)) = 0.2EI\theta_C + 0.0188EI\Delta$$

$$M_{BD} = \frac{2EI}{16} (\theta_D - 3(-0.0625\Delta)) = 0.125EI\theta_D + 0.0234EI\Delta$$

$$M_{DB} = \frac{2EI}{16} (2\theta_D - 3(-0.0625\Delta)) = 0.25EI\theta_D + 0.0234EI\Delta$$

$$M_{CD} = \frac{2EI}{20} (2\theta_C + \theta_D - 3(0.0375\Delta)) = 0.2EI\theta_C + 0.1EI\theta_D - 0.0113EI\Delta$$

$$M_{DC} = \frac{2EI}{20} (2\theta_D + \theta_C - 3(0.0375\Delta)) = 0.2EI\theta_D + 0.1EI\theta_C - 0.0113EI\Delta$$

SAEI

41/

33.33 A

26.67 ft

$$\frac{OD}{OD+16} = \frac{CD}{20+12} \rightarrow \frac{OD}{OD+16} = \frac{20}{32} = 0.625$$

$$0.625 OD - OD = -10$$

$$0.375 OD = 10$$

$$OD = 26.67$$

بالنسبة لـ S و S_{AC} و S_{BD} في حالة عدم وجود تأثيرات خارجية
 انظر هاتين المبرهنات وابدأ بـ OD و OC كما تم
 رسمه ادرهم

حالة دونية C و D معادلة تأثيرات خارجية:

$$① M_{CA} + M_{CD} = 0 \quad (\text{معادلة A})$$

$$② M_{DB} + M_{DC} = 0 \quad (\text{معادلة B})$$

حالة 0 تأثيرات خارجية في المبرهنات:

$$\sum M_0 = 0 \quad (\text{معادلة 0})$$

$$M_{AC} - S_{AC}(53.33) + M_{BD} - S_{BD}(42.67) +$$

$$30(26.67) = 0$$

$$S_{AC} = \frac{M_{AC} + M_{CA}}{20}$$

$$S_{BD} = \frac{M_{BD} + M_{DB}}{16}$$

$$③ S_{AC} + S_{BD} = 0$$

$$③ 1.67 M_{AC} + 2.67 M_{CA} + 1.67 M_{BD} + 2.67 M_{DB} = 800$$

$$\begin{cases} M_{CA} + M_{CD} = 0 \rightarrow 0.46 EI \theta_C + 0.1 EI \theta_D + 0.0075 EI \Delta = 0 \\ M_{DB} + M_{DC} = 0 \rightarrow 0.1 EI \theta_C + 0.45 EI \theta_D + 0.0121 EI \Delta = 0 \\ S_{AC} + S_{BD} = 0 \rightarrow 0.71 EI \theta_C + 0.877 EI \theta_D + 0.183 EI \Delta = 800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} EI \theta_C = -66.648 \text{ K-ft}^2 \\ EI \theta_D = -125.912 \text{ K-ft}^2 \\ EI \Delta = 5233.6 \text{ K-ft}^3 \end{cases}$$

الحالة دونية C و D معادلة تأثيرات خارجية

$$M_{AC} = 91.7 \text{ K-ft} \uparrow$$

$$M_{CA} = 85.1 \text{ K-ft} \uparrow$$

$$M_{BD} = 106.7 \text{ K-ft} \uparrow$$

SAEI

$$M_{DB} = 91 \text{ K-ft}$$

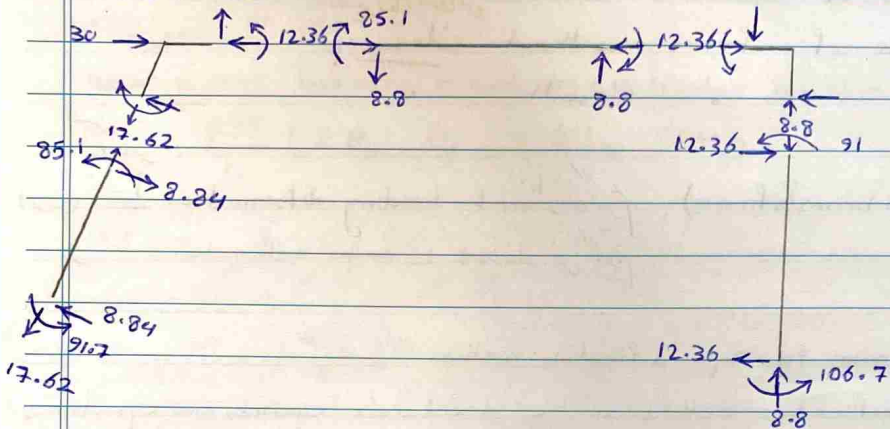
$$M_{CD} = -85.1 \text{ K-ft or } 85.1 \text{ K-ft} \downarrow$$

$$M_{OC} = -91 \text{ K-ft or } 91 \text{ K-ft} \downarrow$$

42

$$M_{CA} + M_{CD} = 85.1 - 85.1 = 0 \quad \checkmark$$

$$M_{DB} + M_{DC} = 91 - 91 = 0 \quad \checkmark$$



SAEI

- Concept of moment distribution method
- Analysis of continuous beams تغییرات انحنای
- Analysis of frames without sideway
- " " " " with " "

تغییرات

(for continuous beams & frames) bending deformation (مقعر) و Axial deformation (مکشش)

- very similar to slope-deflection method.
- Slope-deflection method: all the structure's equilibrium equations are satisfied. در تمام اتصالات و اعضا معادلات تعادل برقرار است

- Moment distribution method: moment equilibrium equations of the joints are solved. (one joint at a time) (در روش توزیع نیرو، این معادلات را یکی یکی در تمام اتصالات حل می‌کنیم)

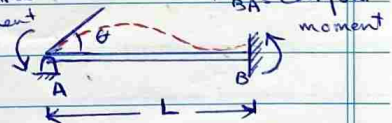
- Remaining joints of the structure are assumed to be restrained (against displacement) (باقی بمانده اتصالات را فرض می‌کنیم که ثابت است)

Counterclockwise member end moments are considered positive. لحظه‌های دورانه در انتهای اعضا که به سمت چپ می‌چرخند مثبت در نظر گرفته می‌شوند

Member stiffness: (سختی)

(نسبت به تغییرات در انتهای عضو در صورتی که سایر انتهای عضو ثابت باشد)

M = applied moment



$EI = \text{Constant}$

(a) Beam with Far End Fixed

- Beam AB is hinged at end A and fixed at end B. (تکیه‌گاه در انتهای A و ثابت در انتهای B)

SAEI

M_{BA} = carry over moment = (نیم انتقال شده به سمت دیگر) (نصف انتقال یافته)

44/

در اتزان نیرو M در سمت A ایجاد شده

We apply M at A : Beam rotates by θ at A

→ Develops a moment M_{BA} at B
 نیرو در سمت B ایجاد می شود، نیرو در سمت A به سمت راست می باشد.
 نیرو M و M_{BA} به هم ربط دارد.

Relationship between M and θ : established by slope deflection

$$M = \frac{2EI}{L} (2\theta_n + \theta_f - 3\psi) + FEM_n$$

near ← L → far

$$M_n = M, \theta_n = \theta, \theta_f = \psi = FEM_n = 0$$

→ $M = \left(\frac{4EI}{L}\right) \theta$
 (نمی تواند دورا) کند چون می توانیم در هر یک از اعضا حرکت
 در این سوال، فرض کنیم در سمت B چه اتفاقی می افتد؟
 در سمت B چه اتفاقی می افتد؟
 $M_{BA} = ?$ (یعنی چه اتفاقی می افتد؟)
 $\theta = 1$ rad (فرض کنیم $\theta = 1$ رادیان باشد) و داریم رابطه را پیدا می کنیم.

Bending Stiffness, K : (سختی)

یعنی به ما می گویند که به چه نسبت به ما می باشد (دورای واحد درجه) نسبت به نیرو
 rotation واحد در اتزان نیرو اعمال می شود (یعنی به ما می گویند که به چه نسبت به ما می باشد)
 stiffness (سختی) نسبت به نیرو

$$M = \left(\frac{4EI}{L}\right) \theta \quad \text{Set } \theta = 1 \text{ rad}$$

$$K = \frac{4EI}{L}$$

relative bending stiffness (نسبت به $E = \text{constant}$)

$$K = \frac{R}{L} = \frac{I}{L}$$

نسبت به E (نسبت به E نسبت به L)

(1) معنی در اینجا این است که ما داریم می بینیم که نسبت به ما می باشد (نسبت به E نسبت به L)
 این حالت به ما می گویند که به چه نسبت به ما می باشد (نسبت به E نسبت به L)

در اینجا می بینیم که نسبت به ما می باشد (نسبت به E نسبت به L)
 در اینجا می بینیم که نسبت به ما می باشد (نسبت به E نسبت به L)

• Suppose that far end B is hinged.

(b) Beam with Far End Hinged

∴ can determined by modified slope-deflection

معادله سبب انت اصلاح شده ← سمت B را از ادعای طرف A

$$\frac{M}{I}_{rh} = \frac{3EI}{L} (\theta_r - \psi) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2})$$

$$M_{rh} = M, \theta_r = \theta, \gamma_r = FEM_{rh} = FEM_{hr} = 0$$

جانتو کا در

$$M = \left(\frac{3EI}{L} \right) \theta$$

(معادله درجه دوم A)

if $\theta = 1$ $\xrightarrow{\text{جاساں لاں}}$ $\star$

$$K = \frac{3EI}{L}$$

(سحر طوق)

relative bending stiffness, K :

$$K = \frac{\bar{K}}{4E} = \frac{3}{4} \left(\frac{I}{L} \right)$$

(سنت حسنی)

۱. با هر درم سه گاه نفس به جای سه گاه نمر دار ، هفتصد نمر در این نفس فتنه و شغل و نمر سه گاه

relationships

between M and θ

$$M = \left(\frac{4EI}{l} \right) \theta \quad (a) \text{ de}$$

$$M = \left(\frac{3EI}{L} \right) \theta \quad (b) \text{ de}$$

Bending stiffness

$$K = \frac{4EI}{L} \quad (a) \text{ ok}$$

$$K = \frac{3EI}{L}$$

(سحر طوق)

در بیان تصور عقل معارف می کند

Relative bending

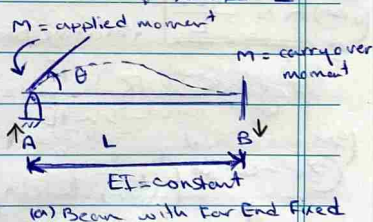
stiffness

$$K = \frac{\bar{K}}{1} = \bar{K} \quad (a) \text{ de}$$

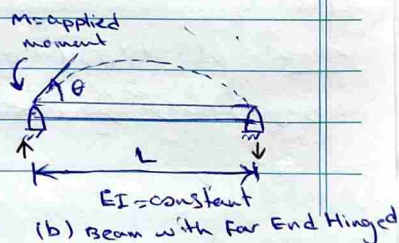
$$K = \frac{\bar{K}}{4E} = \frac{3}{4} \left(\frac{I}{L} \right) \quad (b) \text{ correct}$$

(اسماء بنت ابی بکر)

در برابر نفس شکر تعاون حاصل کند



(a) Beam with Far End Fixed



(b) Beam with Far End Hinged

Carry over moment (نقلی)

- Beam AB is hinged at end A and fixed at end B. (Hinged-fixed beam)

✓ M is applied moment at end A

✓ M_{BA} developed at fixed end B

M_{BA} carry over moment (نقلی)

- Relationship between applied moment, M and carry over moment,

M_{BA} (Slope-deflection eqn),

$$M_{np} = \frac{2EI}{L} (2\theta_n + \theta_p - 3\psi) + FEM_{np}$$

(نقطه A در نقطه B)

$$M_{np} = M_{BA}, \theta_p = \theta, \theta_n = \psi = FEM_{np} = 0$$

$$M_{BA} = \left(\frac{2EI}{L} \right) \theta$$

$$M = \left(\frac{4EI}{L} \right) \theta \rightarrow \theta = \frac{ML}{4EI}$$

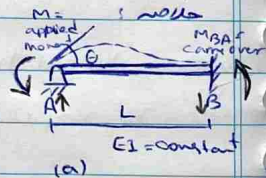
$$M_{BA} = \left(\frac{2EI}{L} \right) \left(\frac{ML}{4EI} \right) = \frac{M}{2} \rightarrow M_{BA} = \frac{M}{2}$$

در نقطه A که در نقطه B است و در نقطه B

در نقطه A که در نقطه B است و در نقطه B

Carry over Factor

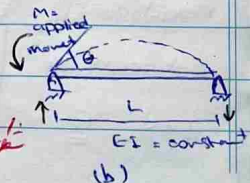
$$M_{BA} \begin{cases} M_{BA} = \frac{M}{2} & (a) \\ M_{BA} = 0 & (b) \end{cases}$$



(COF) carry over factor $\left(\frac{M_{BA}}{M} \right)$

Carry-over factor: (ضریب انتقالی)

$$COF = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{if far end of member is fixed (a)} \\ 0 & \text{if far end of member is hinged (b)} \end{cases}$$



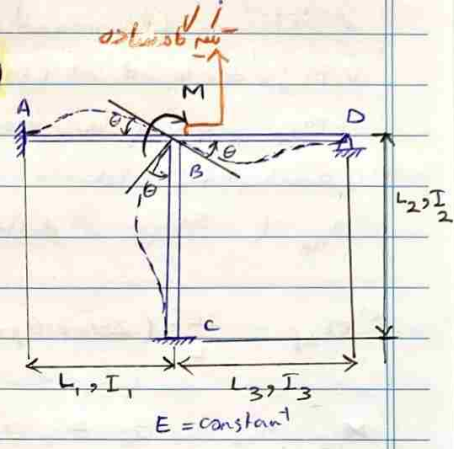
SAEI

0: if far end of member is hinged (b)

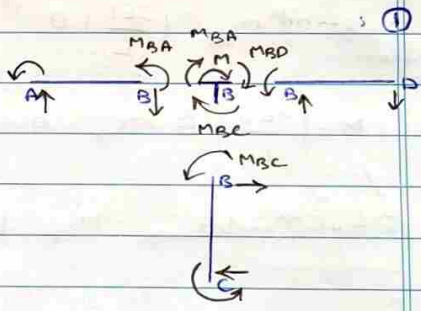
* Fraction represent (فصیر) که از هر ابعالی یکتا به سمت دیگر می کشیم B و A
(فصیر) نسبت از M که نسبت می شود به سمت دیگر می کشیم

Distribution Factors (ضرایب ابعالی)

moment distribution
زمانی که سازه را از آنجا که می کشیم به یک طرف
سوالی برای ما می دهد مثلاً
نسبتی که به هر دو ابعالی شده (به B) می کشیم از هر یک ابعالی
AB و BC و BD نسبت می کشیم؟
/ قابل 3 عضو شده
از هر یک از آنجا که M به هر دو B ابعالی شده
✓ رابطه relation ای در هر دو سازه ما دارد θ



✓ در هر دو سازه نسبتی داریم که به هر دو M به این ابعالی نسبت می کشیم
در هر دو این ابعالی نسبت می کشیم؟



برای هر دو سوال ایسا FBD (Free body diagram)
در هر دو نسبت می کشیم و در هر دو حفاظت می کشیم.

$$M + M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0 \quad (1)$$

$$M = -(M_{BA} + M_{BC} + M_{BD})$$

هر 3 عضو AB و BC و BD به صورت صلب به ابعالی
نسبت می کشیم (در هر دو این ابعالی نسبت می کشیم و در هر دو حفاظت می کشیم)
نه در هر دو حفاظت می کشیم.

✓ Moments at the ends B of members
can be expressed in terms of θ by:

relationship between M and θ =

$$\begin{cases} M = \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta & \text{برای عضو AB و BC} \\ M = \left(\frac{3EI}{L}\right)\theta & \text{برای عضو BD} \end{cases}$$

$$M_{BA} = \left(\frac{4EI_1}{L_1} \right) \theta = \bar{K}_{BA} \theta = 4EK_{BA} \theta$$

$$M_{BC} = \left(\frac{4EI_2}{L_2} \right) \theta = \bar{K}_{BC} \theta = 4EK_{BC} \theta$$

$$M_{BD} = \left(\frac{3EI_3}{L_3} \right) \theta = \bar{K}_{BD} \theta = 4EK_{BD} \theta$$

$$\Rightarrow M = -(M_{BA} + M_{BC} + M_{BD})$$

$$M = - \left(\frac{4EI_1}{L_1} + \frac{4EI_2}{L_2} + \frac{3EI_3}{L_3} \right) \theta = - (\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC} + \bar{K}_{BD}) \theta = - (\sum \bar{K}_B) \theta$$

$\sum \bar{K}_B$ represents: Sum of bending stiffness of all members connected to joint B.

✓ Rotational Stiffness of a joint defined as:

the moment required to cause a unit rotation of the joint.

*

$$M = - \left(\frac{4EI_1}{L_1} + \frac{4EI_2}{L_2} + \frac{3EI_3}{L_3} \right) \theta = - (\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC} + \bar{K}_{BD}) \theta = - (\sum \bar{K}_B) \theta$$

Rotational stiffness of a joint: Sum of bending stiffnesses of all members rigidly connected to the joint.

From equations:

$$\theta = - \frac{M}{4E \sum K_B}$$

Applied moment M is distributed to 3 members in proportion to their relative bending stiffnesses.

$$M_{BA} = - \left(\frac{K_{BA}}{\sum K_B} \right) M$$

$$M_{BC} = - \left(\frac{K_{BC}}{\sum K_B} \right) M$$

$$M_{BD} = - \left(\frac{K_{BD}}{\sum K_B} \right) M$$

SAFI

DF

$$DF = \frac{K}{\sum K}$$

The ratio $\frac{K}{\sum K_B}$ is termed distribution factor of that member for end B.

It represents the fraction of applied moment M that is distributed to end B of the member.

$$M_{BA} = - \left(\frac{K_{BA}}{\sum K_B} \right) M = - DF_{BA} M$$

$$M_{BC} = - \left(\frac{K_{BC}}{\sum K_B} \right) M = - DF_{BC} M$$

$$M_{BD} = - \left(\frac{K_{BD}}{\sum K_B} \right) M = - DF_{BD} M$$

$$DF = \frac{K}{\sum K}$$

example: Joint B is subject to a clockwise moment of 200 kNm and $L_1 = L_2 = 10 \text{ m}$, $L_3 = 15 \text{ m}$ and $I_1 = I_2 = I_3 = I$

Solution:

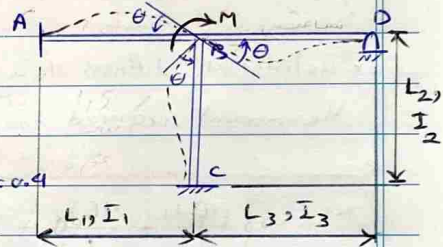
$$K_{BA} = K_{BC} = \frac{I}{10} = 0.1 I$$

$$K_{BD} = \left(\frac{3}{4} \right) \left(\frac{I}{15} \right) = 0.05 I$$

$$DF_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} = \frac{0.1 I}{0.1 I + 0.1 I + 0.05 I} = 0.4$$

$$DF_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} = \frac{0.1 I}{0.1 I + 0.1 I + 0.05 I} = 0.4 \quad E = \text{constant}$$

$$DF_{BD} = \frac{K_{BD}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} = \frac{0.05 I}{0.1 I + 0.1 I + 0.05 I} = \frac{0.05 I}{0.25 I} = 0.2$$



یعنی این DF ها یعنی: مثلاً 40٪ از مومنت 200 kNm به انتهای B میرسد عضو AB صرفه 40٪ به B میرسد و 20٪ به انتهای D میرسد (یعنی 20٪ از مومنت 200 kNm به انتهای D میرسد و 20٪ به انتهای C میرسد)

$$M_{BA} = - DF_{BA} M = - 0.4 (200) = - 80 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = - DF_{BC} M = - 0.4 (200) = - 80 \text{ kNm}$$

$$M_{BD} = - DF_{BD} M = - 0.2 (200) = - 40 \text{ kNm}$$

این سه عضو هستند (This is the way that this moment is distributed)

50/ زمانه که به دو سر گیردار داشته باشیم (از ابتدا و انتهای آن) ← وسط آن (در محاسبه)
 بعضی ها غلطی باشه که اگر به طور کلی $\frac{1}{2}$ در هر دو سر داریم نیم انتهای $\frac{1}{2}$ و اگر به بعضی سر داریم $\frac{1}{2}$
 صورت (در) در هر دو سر گیردار نسبت به K وسط آن (BC) من شود $(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})$

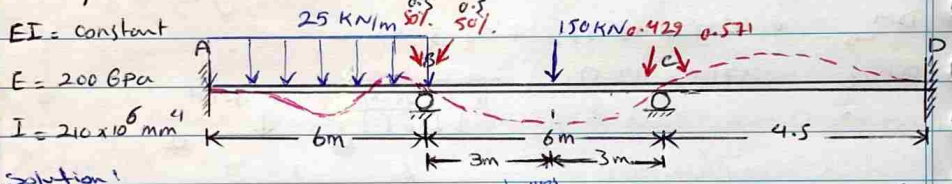
✓ An iterative method (این روش تکراری)

✓ Initially: assumed that all joints are (temporarily) restrained against rotation.

By what? By imaginary clamps applied to the joint
 (این Clamp ها رو فرض می کنیم که به joint ها وصل می کنیم)

The conditions of equilibrium at such joints are then satisfied iteratively by releasing one joint at a time, with the remaining joints assumed to remain clamped

Example 2: consider the three-span continuous beam shown.



Solution:

Step 1: Calculate (DF) $\left(\frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} \right)$

joint B:

$$DF_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{\frac{I}{6}}{\frac{I}{6} + \frac{2I}{6}} = 0.5$$

$$DF_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{\frac{I}{6}}{\frac{I}{6} + \frac{2I}{6}} = 0.5$$

joint C:

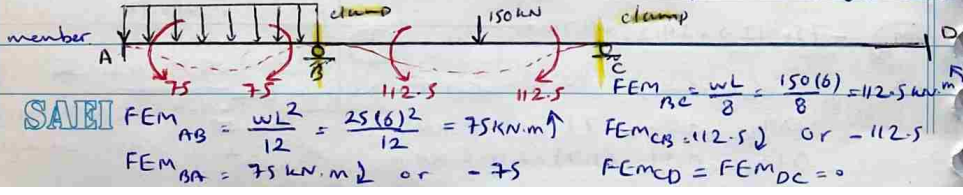
$$DF_{CB} = \frac{K_{CB}}{K_{CB} + K_{CD}} = \frac{I/6}{(I/6 + I/4.5)} = 0.429$$

$$DF_{CD} = \frac{K_{CD}}{K_{CB} + K_{CD}} = \frac{I/4.5}{(I/6 + I/4.5)} = 0.571$$

$DF_{CB} + DF_{CD} = 1$
 (DF ها جمع می شوند و 1 می شود)
 ! DF ها در هر دو سر joint برابر باشند (نسبت 100 درصد)

Step 2: Assume joints B & C are restrained against rotation.

Calculate the 25 Fixed-end moments that develop at the ends of each member



51/	0.5	0.5	0.429	0.571
+75	-75	+112.5	-112.5	

در این روش، ابتدا موم نامتعادل را در هر یک از مفاصل محاسبه می‌کنیم و سپس آن را به مفاصل مجاور تقسیم می‌کنیم.

Release joints B and C (one at a time)

Let's begin at joint C.

Step 3: Balancing joint C

✓ No moment at end C of CD

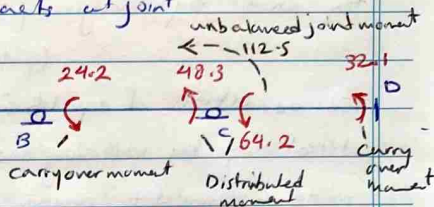
(c) unbalanced moment at joint C

✓ -112.5 kN.m unbalanced moment acts at joint C

The rotation of joint C causes

the distributed moments

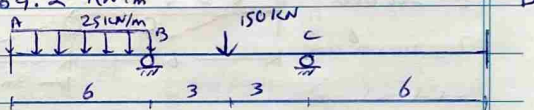
DM_{CB} and DM_{CD} :



(d) balancing joint C

$$DM_{CB} = 0.429(+112.5) = +48.3 \text{ kN.m}$$

$$DM_{CD} = 0.571(+112.5) = +64.2 \text{ kN.m}$$



48.3

در این مرحله، موم نامتعادل را در هر یک از مفاصل محاسبه می‌کنیم و سپس آن را به مفاصل مجاور تقسیم می‌کنیم.

0.5	0.5	0.429	0.571
+75	-75	+112.5	-112.5
		+24.2	+48.3
		+64.2	
			+32.1

✓ Note: Sum of three moments above the line at joint C is equal to zero (ie, $-112.5 + 48.3 + 64.2 = 0$)

carryover moment

$$COM_{BC} = COF_{CB} (DM_{CB}) = \frac{1}{2} (+48.3) = +24.2 \text{ kN.m}$$

$$COM_{DC} = COF_{CD} (DM_{CD}) = \frac{1}{2} (+64.2) = +32.1 \text{ kN.m}$$

✓ joint B, is not equilibrium, and it needs to be balanced.

✓ before we release joint B, an imaginary clamp is applied to joint C in its rotated position.

$$UM_B = -75 + 112.5 + 24.2 = +61.7 \text{ kN.m}$$

0.5	0.5	0.429	0.571
+75	-75	+112.5	-112.5
		+24.2	
		+48.3	+64.2
			+32.1

SAEI

$$DM_{BA} = 0.5(-61.7) = -30.8 \text{ kN.m}$$

$$DM_{BC} = 0.5(-61.7) = -30.8 \text{ kN.m}$$

52/

and carryover

Balancing joint C

(ح) 15.4 ك.م. غير متوازن

Due to the carryover effect, there is a 15.4 kNm unbalanced moment at joint C.

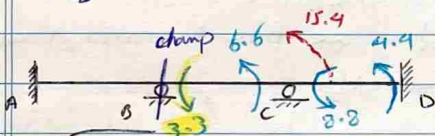
Thus we release joint C again and distribute the unbalanced moment to ends C of members BC and CD.

(15.4 ك.م. غير متوازن، 0.429 و 0.571)

$$DM_{CB} = 0.429(+15.4) = +6.6 \text{ kNm}$$

$$DM_{CD} = 0.571(+15.4) = +8.8 \text{ kNm}$$

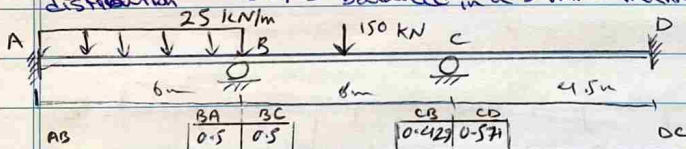
0.5	0.5	0.429	0.571
+75	-75	+112.5	-112.5
-15.4	-30.8	+24.2	+48.3
		-30.8	+64.2
		+3.3	+8.8
		+6.6	+8.8



(g) balancing joint C

Balance joint B

The 3.3 kNm unbalanced moment at joint B (line 4 of the moment distribution table) is balanced in a similar manner.



AB	BA	BC	CB	CD	DC
	0.5	0.5	0.429	0.571	
+75	-75	+112.5	-112.5		
-15.4	-30.8	+24.2	+48.3	+64.2	32.1
-0.8	-1.7	-30.8	-15.4		
		+3.3	+6.6	+8.8	4.4
		-0.2	-0.8	+0.5	0.2
		+0.2	+0.3		
+52.2	-107.6	+107.6	-73.5	+73.5	+36.7

Distribution Factors

1. Fixed end moment

2. Balance joint C & carry over

3. Balance joint B & carry over

4. Balance joint C & carry over

5. Balance joint B & carry over

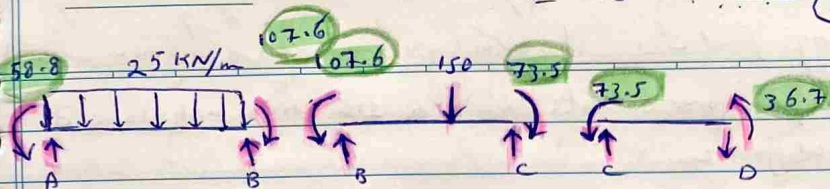
6. Balance joint C & carry over

line 5: Unbalanced moment at joint C has now been reduced to only 0.8 kNm

7. Balance joint B

line 6: Another balancing produces unbalanced moment +0.2 kNm

small unbalanced moment +0.2 kNm
Negligible small → we end the moment-distribution process



Find Member End Moments (kN.m)

Member end shears and support reactions can now be determined by considering the equilibrium of FBDs of the members and joints.

Practical Application:

Alternative approach:

all the joints of the structure (that are free to rotate) are balanced simultaneously in the same step.

(یعنی در یک مرحله همزمانی با هم)

all the carryover moments that are induced at the far ends of the members are then computed simultaneously following step.

(یعنی در یک مرحله همزمانی با هم)

Process of balancing the joints and carrying over moments is repeated until the unbalanced moments at the joints are negligibly small.

Member Ends

1. Fixed-end moments FEM

2. Balance joints

3. carryover

4. Balance joints

5. carryover

6. Balance joint

7. carryover

8. Balance joints

9. carryover

10. Balance joints

11. Final moments

Member Ends	AB	BA	BC	CB	CD	DC
1. Fixed-end moments FEM	+75	-75	+112.5	-112.5		
2. Balance joints		-18.8	-18.8	+48.3	64.2	
3. carryover	-9.4		+24.2	-9.4		+32.1
4. Balance joints		-12.1	-12.1	+4	+5.4	
5. carryover	-6		+2	-6		+2.7
6. Balance joint		-1	-1	+2.6	+3.4	
7. carryover	-0.5		+1.3	-0.5		+1.7
8. Balance joints		-0.7	-0.7	+0.2	+0.3	
9. carryover	-0.3		+0.1	-0.3		+0.2
10. Balance joints		-0.05	-0.05	+0.1	+0.2	
11. Final moments	+58.8	-107.6	+107.6	-73.5	73.5	36.7

54/

المoment distribution process is started by balancing joints B and C

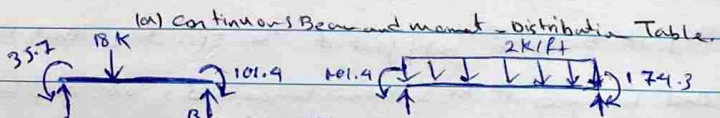
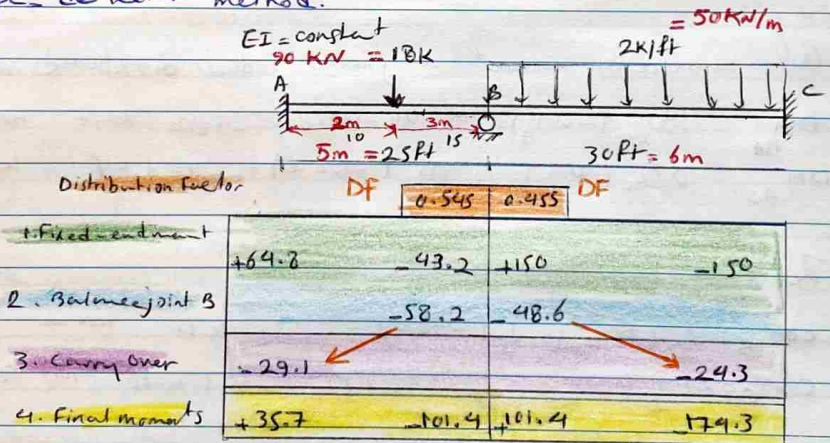
✓ The moment-distribution process is started by balancing joints B and C. From line 1; we can see that the unbalanced moment at joint B is:

$$UM_B = -75 + 112.5 = +37.5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

✓ Line 2: Carryover moments that develop at the far ends of the members are computed by multiplying the distributed moments by the COF example 16.1:

Determine the member end moments for the two-span continuous beam shown in Fig. 16.7 (a) by using the moment-distribution method.

Solution: This beam was previously analyzed in example 15.1 by the slope-deflection method.



Only joint B is free to rotate. The DF at this joint are:

$$DF_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{(I/25)}{(I/25) + (I/30)} = 0.545$$

$$DF_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{(I/30)}{(I/25) + (I/30)} = 0.455$$

SAE

NOTE: checks $DF_{BA} + DF_{BC} = 1$

$$FEM_{AB} = \frac{(18)(10)(15)^2}{(25)^2} = 64.8 \text{ k-ft} \uparrow \text{ or } +64.8 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

$$FEM_{BA} = \frac{(18)(10)(15)^2}{(25)^2} = 43.2 \text{ k-ft} \downarrow \text{ or } -43.2 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

$$FEM_{BC} = \frac{2(30)^2}{12} = 150 \text{ k-ft} \uparrow \text{ or } +150 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

$$FEM_{CB} = 150 \text{ k-ft} \downarrow \text{ or } -150 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

Moment Distribution: Since joint B is actually not clamped, we release the joint and determine the unbalanced moment acting on it by summing the moments at ends B of members AB and BC:

$$UM_B = 43.2 + 150 = +106.8 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

This unbalanced moment at joint B induces distributed moments...

$$DM_{BA} = DF_{BA}(-UM_B) = 0.545(-106.8) = -58.2 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

$$DM_{BC} = DF_{BC}(UM_B) = 0.455(-106.8) = -48.6 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

The carry over moments...

$$COM_{AB} = \frac{1}{2}(DM_{BA}) = \frac{1}{2}(-58.2) = -29.1 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

$$COM_{CB} = \frac{1}{2}(DM_{BC}) = \frac{1}{2}(-48.6) = -24.3 \text{ k-ft} \quad \text{KN.m}$$

Joint B is the only joint of the structure that is free to rotate and because it has been balanced, we end the moment distribution process.

Final moment.

النتيجة النهائية

النتيجة النهائية هي مجموع العزوم الموزعة والعزوم المنقولة.

56/

1- 2- 3- 4- 5- 6- 7- 8- 9- 10- 11- 12- 13- 14- 15- 16- 17- 18- 19- 20- 21- 22- 23- 24- 25- 26- 27- 28- 29- 30- 31- 32- 33- 34- 35- 36- 37- 38- 39- 40- 41- 42- 43- 44- 45- 46- 47- 48- 49- 50- 51- 52- 53- 54- 55- 56- 57- 58- 59- 60- 61- 62- 63- 64- 65- 66- 67- 68- 69- 70- 71- 72- 73- 74- 75- 76- 77- 78- 79- 80- 81- 82- 83- 84- 85- 86- 87- 88- 89- 90- 91- 92- 93- 94- 95- 96- 97- 98- 99- 100- 101- 102- 103- 104- 105- 106- 107- 108- 109- 110- 111- 112- 113- 114- 115- 116- 117- 118- 119- 120- 121- 122- 123- 124- 125- 126- 127- 128- 129- 130- 131- 132- 133- 134- 135- 136- 137- 138- 139- 140- 141- 142- 143- 144- 145- 146- 147- 148- 149- 150- 151- 152- 153- 154- 155- 156- 157- 158- 159- 160- 161- 162- 163- 164- 165- 166- 167- 168- 169- 170- 171- 172- 173- 174- 175- 176- 177- 178- 179- 180- 181- 182- 183- 184- 185- 186- 187- 188- 189- 190- 191- 192- 193- 194- 195- 196- 197- 198- 199- 200- 201- 202- 203- 204- 205- 206- 207- 208- 209- 210- 211- 212- 213- 214- 215- 216- 217- 218- 219- 220- 221- 222- 223- 224- 225- 226- 227- 228- 229- 230- 231- 232- 233- 234- 235- 236- 237- 238- 239- 240- 241- 242- 243- 244- 245- 246- 247- 248- 249- 250- 251- 252- 253- 254- 255- 256- 257- 258- 259- 260- 261- 262- 263- 264- 265- 266- 267- 268- 269- 270- 271- 272- 273- 274- 275- 276- 277- 278- 279- 280- 281- 282- 283- 284- 285- 286- 287- 288- 289- 290- 291- 292- 293- 294- 295- 296- 297- 298- 299- 300- 301- 302- 303- 304- 305- 306- 307- 308- 309- 310- 311- 312- 313- 314- 315- 316- 317- 318- 319- 320- 321- 322- 323- 324- 325- 326- 327- 328- 329- 330- 331- 332- 333- 334- 335- 336- 337- 338- 339- 340- 341- 342- 343- 344- 345- 346- 347- 348- 349- 350- 351- 352- 353- 354- 355- 356- 357- 358- 359- 360- 361- 362- 363- 364- 365- 366- 367- 368- 369- 370- 371- 372- 373- 374- 375- 376- 377- 378- 379- 380- 381- 382- 383- 384- 385- 386- 387- 388- 389- 390- 391- 392- 393- 394- 395- 396- 397- 398- 399- 400- 401- 402- 403- 404- 405- 406- 407- 408- 409- 410- 411- 412- 413- 414- 415- 416- 417- 418- 419- 420- 421- 422- 423- 424- 425- 426- 427- 428- 429- 430- 431- 432- 433- 434- 435- 436- 437- 438- 439- 440- 441- 442- 443- 444- 445- 446- 447- 448- 449- 450- 451- 452- 453- 454- 455- 456- 457- 458- 459- 460- 461- 462- 463- 464- 465- 466- 467- 468- 469- 470- 471- 472- 473- 474- 475- 476- 477- 478- 479- 480- 481- 482- 483- 484- 485- 486- 487- 488- 489- 490- 491- 492- 493- 494- 495- 496- 497- 498- 499- 500- 501- 502- 503- 504- 505- 506- 507- 508- 509- 510- 511- 512- 513- 514- 515- 516- 517- 518- 519- 520- 521- 522- 523- 524- 525- 526- 527- 528- 529- 530- 531- 532- 533- 534- 535- 536- 537- 538- 539- 540- 541- 542- 543- 544- 545- 546- 547- 548- 549- 550- 551- 552- 553- 554- 555- 556- 557- 558- 559- 560- 561- 562- 563- 564- 565- 566- 567- 568- 569- 570- 571- 572- 573- 574- 575- 576- 577- 578- 579- 580- 581- 582- 583- 584- 585- 586- 587- 588- 589- 590- 591- 592- 593- 594- 595- 596- 597- 598- 599- 600- 601- 602- 603- 604- 605- 606- 607- 608- 609- 610- 611- 612- 613- 614- 615- 616- 617- 618- 619- 620- 621- 622- 623- 624- 625- 626- 627- 628- 629- 630- 631- 632- 633- 634- 635- 636- 637- 638- 639- 640- 641- 642- 643- 644- 645- 646- 647- 648- 649- 650- 651- 652- 653- 654- 655- 656- 657- 658- 659- 660- 661- 662- 663- 664- 665- 666- 667- 668- 669- 670- 671- 672- 673- 674- 675- 676- 677- 678- 679- 680- 681- 682- 683- 684- 685- 686- 687- 688- 689- 690- 691- 692- 693- 694- 695- 696- 697- 698- 699- 700- 701- 702- 703- 704- 705- 706- 707- 708- 709- 710- 711- 712- 713- 714- 715- 716- 717- 718- 719- 720- 721- 722- 723- 724- 725- 726- 727- 728- 729- 730- 731- 732- 733- 734- 735- 736- 737- 738- 739- 740- 741- 742- 743- 744- 745- 746- 747- 748- 749- 750- 751- 752- 753- 754- 755- 756- 757- 758- 759- 760- 761- 762- 763- 764- 765- 766- 767- 768- 769- 770- 771- 772- 773- 774- 775- 776- 777- 778- 779- 780- 781- 782- 783- 784- 785- 786- 787- 788- 789- 790- 791- 792- 793- 794- 795- 796- 797- 798- 799- 800- 801- 802- 803- 804- 805- 806- 807- 808- 809- 810- 811- 812- 813- 814- 815- 816- 817- 818- 819- 820- 821- 822- 823- 824- 825- 826- 827- 828- 829- 830- 831- 832- 833- 834- 835- 836- 837- 838- 839- 840- 841- 842- 843- 844- 845- 846- 847- 848- 849- 850- 851- 852- 853- 854- 855- 856- 857- 858- 859- 860- 861- 862- 863- 864- 865- 866- 867- 868- 869- 870- 871- 872- 873- 874- 875- 876- 877- 878- 879- 880- 881- 882- 883- 884- 885- 886- 887- 888- 889- 890- 891- 892- 893- 894- 895- 896- 897- 898- 899- 900- 901- 902- 903- 904- 905- 906- 907- 908- 909- 910- 911- 912- 913- 914- 915- 916- 917- 918- 919- 920- 921- 922- 923- 924- 925- 926- 927- 928- 929- 930- 931- 932- 933- 934- 935- 936- 937- 938- 939- 940- 941- 942- 943- 944- 945- 946- 947- 948- 949- 950- 951- 952- 953- 954- 955- 956- 957- 958- 959- 960- 961- 962- 963- 964- 965- 966- 967- 968- 969- 970- 971- 972- 973- 974- 975- 976- 977- 978- 979- 980- 981- 982- 983- 984- 985- 986- 987- 988- 989- 990- 991- 992- 993- 994- 995- 996- 997- 998- 999- 1000

Fixed-end moments

Balance

carry over

← 61/ 62/ 63/ 64/ 65/ 66/ 67/ 68/ 69/ 70/ 71/ 72/ 73/ 74/ 75/ 76/ 77/ 78/ 79/ 80/ 81/ 82/ 83/ 84/ 85/ 86/ 87/ 88/ 89/ 90/ 91/ 92/ 93/ 94/ 95/ 96/ 97/ 98/ 99/ 100/ 101/ 102/ 103/ 104/ 105/ 106/ 107/ 108/ 109/ 110/ 111/ 112/ 113/ 114/ 115/ 116/ 117/ 118/ 119/ 120/ 121/ 122/ 123/ 124/ 125/ 126/ 127/ 128/ 129/ 130/ 131/ 132/ 133/ 134/ 135/ 136/ 137/ 138/ 139/ 140/ 141/ 142/ 143/ 144/ 145/ 146/ 147/ 148/ 149/ 150/ 151/ 152/ 153/ 154/ 155/ 156/ 157/ 158/ 159/ 160/ 161/ 162/ 163/ 164/ 165/ 166/ 167/ 168/ 169/ 170/ 171/ 172/ 173/ 174/ 175/ 176/ 177/ 178/ 179/ 180/ 181/ 182/ 183/ 184/ 185/ 186/ 187/ 188/ 189/ 190/ 191/ 192/ 193/ 194/ 195/ 196/ 197/ 198/ 199/ 200/ 201/ 202/ 203/ 204/ 205/ 206/ 207/ 208/ 209/ 210/ 211/ 212/ 213/ 214/ 215/ 216/ 217/ 218/ 219/ 220/ 221/ 222/ 223/ 224/ 225/ 226/ 227/ 228/ 229/ 230/ 231/ 232/ 233/ 234/ 235/ 236/ 237/ 238/ 239/ 240/ 241/ 242/ 243/ 244/ 245/ 246/ 247/ 248/ 249/ 250/ 251/ 252/ 253/ 254/ 255/ 256/ 257/ 258/ 259/ 260/ 261/ 262/ 263/ 264/ 265/ 266/ 267/ 268/ 269/ 270/ 271/ 272/ 273/ 274/ 275/ 276/ 277/ 278/ 279/ 280/ 281/ 282/ 283/ 284/ 285/ 286/ 287/ 288/ 289/ 290/ 291/ 292/ 293/ 294/ 295/ 296/ 297/ 298/ 299/ 300/ 301/ 302/ 303/ 304/ 305/ 306/ 307/ 308/ 309/ 310/ 311/ 312/ 313/ 314/ 315/ 316/ 317/ 318/ 319/ 320/ 321/ 322/ 323/ 324/ 325/ 326/ 327/ 328/ 329/ 330/ 331/ 332/ 333/ 334/ 335/ 336/ 337/ 338/ 339/ 340/ 341/ 342/ 343/ 344/ 345/ 346/ 347/ 348/ 349/ 350/ 351/ 352/ 353/ 354/ 355/ 356/ 357/ 358/ 359/ 360/ 361/ 362/ 363/ 364/ 365/ 366/ 367/ 368/ 369/ 370/ 371/ 372/ 373/ 374/ 375/ 376/ 377/ 378/ 379/ 380/ 381/ 382/ 383/ 384/ 385/ 386/ 387/ 388/ 389/ 390/ 391/ 392/ 393/ 394/ 395/ 396/ 397/ 398/ 399/ 400/ 401/ 402/ 403/ 404/ 405/ 406/ 407/ 408/ 409/ 410/ 411/ 412/ 413/ 414/ 415/ 416/ 417/ 418/ 419/ 420/ 421/ 422/ 423/ 424/ 425/ 426/ 427/ 428/ 429/ 430/ 431/ 432/ 433/ 434/ 435/ 436/ 437/ 438/ 439/ 440/ 441/ 442/ 443/ 444/ 445/ 446/ 447/ 448/ 449/ 450/ 451/ 452/ 453/ 454/ 455/ 456/ 457/ 458/ 459/ 460/ 461/ 462/ 463/ 464/ 465/ 466/ 467/ 468/ 469/ 470/ 471/ 472/ 473/ 474/ 475/ 476/ 477/ 478/ 479/ 480/ 481/ 482/ 483/ 484/ 485/ 486/ 487/ 488/ 489/ 490/ 491/ 492/ 493/ 494/ 495/ 496/ 497/ 498/ 499/ 500/ 501/ 502/ 503/ 504/ 505/ 506/ 507/ 508/ 509/ 510/ 511/ 512/ 513/ 514/ 515/ 516/ 517/ 518/ 519/ 520/ 521/ 522/ 523/ 524/ 525/ 526/ 527/ 528/ 529/ 530/ 531/ 532/ 533/ 534/ 535/ 536/ 537/ 538/ 539/ 540/ 541/ 542/ 543/ 544/ 545/ 546/ 547/ 548/ 549/ 550/ 551/ 552/ 553/ 554/ 555/ 556/ 557/ 558/ 559/ 560/ 561/ 562/ 563/ 564/ 565/ 566/ 567/ 568/ 569/ 570/ 571/ 572/ 573/ 574/ 575/ 576/ 577/ 578/ 579/ 580/ 581/ 582/ 583/ 584/ 585/ 586/ 587/ 588/ 589/ 590/ 591/ 592/ 593/ 594/ 595/ 596/ 597/ 598/ 599/ 600/ 601/ 602/ 603/ 604/ 605/ 606/ 607/ 608/ 609/ 610/ 611/ 612/ 613/ 614/ 615/ 616/ 617/ 618/ 619/ 620/ 621/ 622/ 623/ 624/ 625/ 626/ 627/ 628/ 629/ 630/ 631/ 632/ 633/ 634/ 635/ 636/ 637/ 638/ 639/ 640/ 641/ 642/ 643/ 644/ 645/ 646/ 647/ 648/ 649/ 650/ 651/ 652/ 653/ 654/ 655/ 656/ 657/ 658/ 659/ 660/ 661/ 662/ 663/ 664/ 665/ 666/ 667/ 668/ 669/ 670/ 671/ 672/ 673/ 674/ 675/ 676/ 677/ 678/ 679/ 680/ 681/ 682/ 683/ 684/ 685/ 686/ 687/ 688/ 689/ 690/ 691/ 692/ 693/ 694/ 695/ 696/ 697/ 698/ 699/ 700/ 701/ 702/ 703/ 704/ 705/ 706/ 707/ 708/ 709/ 710/ 711/ 712/ 713/ 714/ 715/ 716/ 717/ 718/ 719/ 720/ 721/ 722/ 723/ 724/ 725/ 726/ 727/ 728/ 729/ 730/ 731/ 732/ 733/ 734/ 735/ 736/ 737/ 738/ 739/ 740/ 741/ 742/ 743/ 744/ 745/ 746/ 747/ 748/ 749/ 750/ 751/ 752/ 753/ 754/ 755/ 756/ 757/ 758/ 759/ 760/ 761/ 762/ 763/ 764/ 765/ 766/ 767/ 768/ 769/ 770/ 771/ 772/ 773/ 774/ 775/ 776/ 777/ 778/ 779/ 780/ 781/ 782/ 783/ 784/ 785/ 786/ 787/ 788/ 789/ 790/ 791/ 792/ 793/ 794/ 795/ 796/ 797/ 798/ 799/ 800/ 801/ 802/ 803/ 804/ 805/ 806/ 807/ 808/ 809/ 810/ 811/ 812/ 813/ 814/ 815/ 816/ 817/ 818/ 819/ 820/ 821/ 822/ 823/ 824/ 825/ 826/ 827/ 828/ 829/ 830/ 831/ 832/ 833/ 834/ 835/ 836/ 837/ 838/ 839/ 840/ 841/ 842/ 843/ 844/ 845/ 846/ 847/ 848/ 849/ 850/ 851/ 852/ 853/ 854/ 855/ 856/ 857/ 858/ 859/ 860/ 861/ 862/ 863/ 864/ 865/ 866/ 867/ 868/ 869/ 870/ 871/ 872/ 873/ 874/ 875/ 876/ 877/ 878/ 879/ 880/ 881/ 882/ 883/ 884/ 885/ 886/ 887/ 888/ 889/ 890/ 891/ 892/ 893/ 894/ 895/ 896/ 897/ 898/ 899/ 900/ 901/ 902/ 903/ 904/ 905/ 906/ 907/ 908/ 909/ 910/ 911/ 912/ 913/ 914/ 915/ 916/ 917/ 918/ 919/ 920/ 921/ 922/ 923/ 924/ 925/ 926/ 927/ 928/ 929/ 930/ 931/ 932/ 933/ 934/ 935/ 936/ 937/ 938/ 939/ 940/ 941/ 942/ 943/ 944/ 945/ 946/ 947/ 948/ 949/ 950/ 951/ 952/ 953/ 954/ 955/ 956/ 957/ 958/ 959/ 960/ 961/ 962/ 963/ 964/ 965/ 966/ 967/ 968/ 969/ 970/ 971/ 972/ 973/ 974/ 975/ 976/ 977/ 978/ 979/ 980/ 981/ 982/ 983/ 984/ 985/ 986/ 987/ 988/ 989/ 990/ 991/ 992/ 993/ 994/ 995/ 996/ 997/ 998/ 999/ 1000

668

example 16.2

Procedure for Analysis of Continuous Beam by Moment Distribution Method

Calculate DF (Distribution Factor) at each joint free to rotate, for each of members

compute FEMs

Assuming that all the free joints are clamped against rotation.

Balance the moments: evaluate the unbalanced moment and distribute the unbalanced moment to the members connected to the joint.

Carry over one-half of each distributed moment to the opposite far end of the member.

repeat Step 3 & 4 until: unbalanced moments at these joints are negligibly small

Determine the final member end moments

By: algebraically summing the fixed-end moment and all the distributed and carry over moments at each member end

compute member end shears by considering the equilibrium of the members

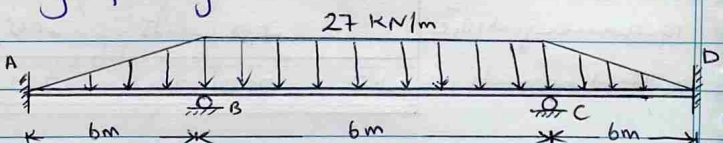
Determine support reactions → Draw shear and bending moment diagrams

example 16.2 page 668:

Determine the member end moments for the three-span continuous beam shown in Fig by using the moment-distribution method.

$EI = \text{constant}$

(تغير دوسر نپوار)



Solution:

Step 1: DFs

$$DF_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{I/6}{I/6 + I/6} = 0.5$$

$$DF_{BC} = \frac{K_{BC}}{I/6 + I/6} = 0.5$$

$$DF_{CB} = \frac{K_{CB}}{K_{CB} + K_{CD}} = \frac{I/6}{I/6 + I/6} = 0.5$$

$$DF_{CD} = \frac{K_{CD}}{K_{CB} + K_{CD}} = \frac{I/6}{I/6 + I/6} = 0.5$$

check: $DF_{BA} + DF_{BC} = DF_{CB} + DF_{CD} = 1$

Step 2: Calculate FEMs:

$$FEM_{AB} = \frac{WL^2}{12}$$

$$FEM_{BC} = \frac{WL^2}{30}$$

$$FEM_{CD} = \frac{WL^2}{20}$$

$$FEM_{AB} = + \frac{27(6)^2}{12} = +32.4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{CD} = + \frac{27(6)^2}{20} = +48.6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{BA} = - \frac{27(6)^2}{12} = -48.6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{BC} = + \frac{27(6)^2}{30} = +81 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{DC} = - \frac{27(6)^2}{30} = -32.4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$FEM_{CB} = -81 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

we begin the moment distribution process by balancing joints B and C. The unbalanced moment at joint B is equal to $-48.6 + 81 = +32.4 \text{ k}\cdot\text{ft}$. Thus, the distributed moments at the ends of members AB and BC are:

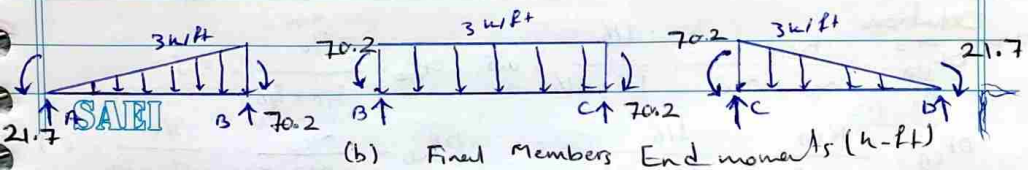
$$DM_{BA} = DF_{BA} (-UM_B) = 0.5(-32.4) = -16.2 \text{ k}\cdot\text{ft}$$

$$DM_{BC} = DF_{BC} (-UM_B) = 0.5(-32.4) = -16.2 \text{ k}\cdot\text{ft}$$

Distribution Factors

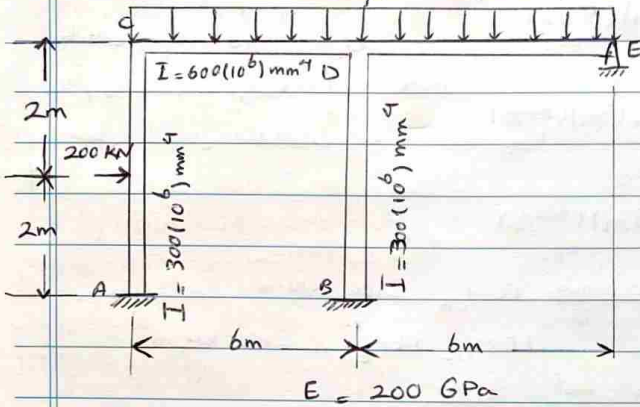
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
		0.5	0.5	0.5	0.5	

1. Fixed-end moments	+32.4	-48.6	+81	-81	+48.6	-32.4
2. Balance joints B and C		-16.2	-16.2	+16.2	+16.2	
3. Carry over	-8.1		+8.1	-8.1		+8.1
4. Balance joints B and C		-4.1	-4.1	+4.1	+4.1	
5. Carry over	-2		+2	-2		+2
6. Balance joints B and C		-1	-1	+1	+1	
7. Carry over	-0.5		0.5	-0.5		+0.5
8. Balance joints B, C		-0.2	-0.2	0.2	0.2	
9. Carry over	-0.1		+0.1	-0.1		+0.1
10. Balance joints B, C		-0.05	-0.05	+0.05	+0.05	
11. Final moments	+21.7	-70.2	+70.2	-70.2	+70.2	-21.7



Analysis of Frames without sideways: (بدون تغییر جانبی)

Procedure of Analysis: 50 kN/m



example:

Determine the member end moments for the frame shown in Fig. by using the moment-distribution method.

دریافت آدریس و روش توزیع

دریافت روش توزیع

- ✓ similar to that for the analysis of continuous beams
- ✓ more than 2 members may be connected to a joint of a frame.
- ✓ care must be taken to record computations.
- ✓ computations: either sketch of the frame, or use a tabular format.

دریافت روش توزیع

* solution

note: no moment can be carried over from end B to end D of member BD, because joint B, which is at a fixed support.

(اگر B و D در یک عضو باشند)

* solution

reminder: to carryover moments from one end of the member to the other.

دریافت روش توزیع

Solution!

joints: C, D, E

$$\text{joint C: } DF_{CA} = \frac{\left(\frac{300}{4}\right) K_{CA}}{\left(\frac{300}{4}\right) K_{CA} + \left(\frac{600}{6}\right) K_{CD}} = 0.429$$

دریافت روش توزیع

$$DF_{CD} = \frac{\left(\frac{600}{6}\right) K_{CD}}{\left(\frac{300}{4}\right) K_{CA} + \left(\frac{600}{6}\right) K_{CD}} = 0.571$$

$$DF_{CA} + DF_{CD} = 0.429 + 0.571 = 1$$

SAEI

59/

$D, E \rightarrow$ نصف
 $C, B \rightarrow$ نصف

و D وسط تیر دارند پس تیر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم
تیر را در وسط تقسیم می‌کنیم و این کار هم تیر را در دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند
قسمت E جا به جا شده و قسمت D در وسط قرار می‌گیرد
نصف تیر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم

Joint D:

$(300/4) K_{DB}$

$DF_{DB} = \frac{(300/4)}{(300/4) + (600/6) + (3/4)(600/6)} = 0.3$

$(300/4) K_{DB} + (600/6) K_{DC} + (3/4)(600/6) K_{DE}$

و این carry over می‌باشد نصف

$DF_{DC} = \frac{(600/6) K_{DC}}{(300/4) + (600/6) + (3/4)(600/6)} = 0.4$

$(300/4) K_{DB} + (600/6) K_{DC} + (3/4)(600/6) K_{DE}$

و این هم نصف است و این هم نصف است و این هم نصف است

$DF_{DE} = \frac{(3/4)(600/6) K_{DE}}{(300/4) + (600/6) + (3/4)(600/6)} = 0.3$

$(300/4) K_{DB} + (600/6) K_{DC} + (3/4)(600/6) K_{DE}$

و این هم نصف است و این هم نصف است و این هم نصف است

$FEM_{AC} = +100 \text{ KN}\cdot\text{m} = \frac{WL}{8} = \frac{200 \times 4}{8} \quad FEM_{CB} = -100 \text{ KN}\cdot\text{m}$

$FEM_{BD} = FEM_{DB} = 0 \quad FEM_{DC} = FEM_{CD} = -150 \text{ KN}\cdot\text{m}$

$FEM_{DE} = FEM_{ED} = +150 \text{ KN}\cdot\text{m} = \frac{WL^2}{12} = \frac{50(6)^2}{12}$

Table: One column for each member end of the structure.

note: unbalanced moment at joint D must be distributed to the ends D of the 3 members

$UM_D = -14.3 + 7.5 = -6.8$

$DM_{DC} = (-6.8) \times 0.4 = -2.7$

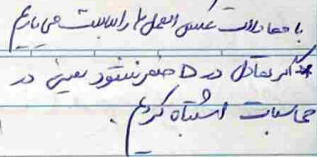
$DM_{DB} = UM_{DE} = (-6.8) \times 0.3 = -2.0$

Member Ends

distribution factors

	AC	CD	DC	DB	DE	ED	BD
1. Fixed End moments	+100	-100	+150	-150	+150	-150	
2. Balance joints		-21.9	-28.6			+150	
3. Carry over	-10.7		-14.3		+7.5		
4. Balance joints			-24.3	-18.2	-18.2		
5. Carry over		+5.2	+7				-9.1
6. Balance joints							
7. Carry over	+2.6		+3.5				
8. Balance joints			-1.4	-1.1	-1.1		
9. Carry over		-0.7					-0.6
10. Balance joints		+0.3	+0.4				
11. Carry over	+0.2		+0.2				
12. Balance joints			-0.1	-0.1	-0.1		
13. Final moments	+92.1	-115.9	+115.9	-186.4	-19.4	+205.6	0

با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D مصرف شود یعنی در
حیوانات آلوده گریز



با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D صفیر نشود یعنی در
محاسبات استفاده نمی کنند

با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D صفیر نشود یعنی در
محاسبات استفاده نمی کنند

با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D صفیر نشود یعنی در
محاسبات استفاده نمی کنند

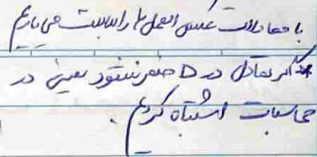
با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D مصرف نشود یعنی در
حساسیت ارثیه گزین

با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D صفیر نشود یعنی در
حیوانات آلوده گریز

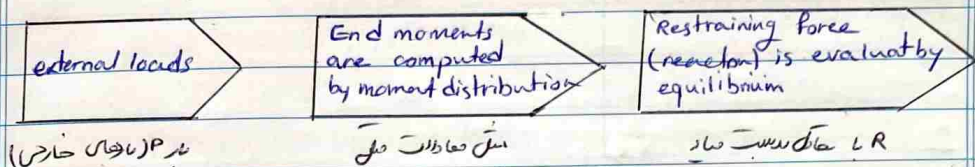
با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D صفیر نشود یعنی در
محاسبات استفاده نمی کنند

با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D مصرف نشود یعنی در
حساسیت ارثیه گزین

با جاذبات غنی عمل را اصلاح می نمایند
در افراد مبتلا به D صفیر نشود یعنی در
محاسبات استفاده نمی کنند



صفحت اول : L (actual roller) R (imaginary roller) (ارتباطات قار حركي كالم)
(الفصل الثاني : ارتباطات قار حركي كالم)



صفحت دوم : این قار حركي اثر نیروی R قرار داده میشود. حسابات در 2 معادله است.

M : member end moments in the actual frame

M_0 : Member end moments in the frame with sideways prevented

M_R : member end moments in the frame subjected to R

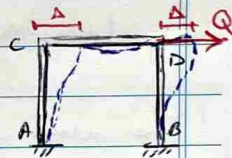
$$M = M_0 + M_R$$

در صفحه دوم : M_R را حساب میکنیم (با استفاده از M_0 و R)

روش غیرمستقیم این قار حركي را با استفاده از بار Q و R در جهت R است.

indirect approach:

Frame is subjected to an arbitrary known joint translation Δ caused by an unknown load Q acting at the location and in the direction of R .



From the known joint translation Δ :

① Determine the relative translation between the ends of each member, and we calculate the member FEMs.

① ابتدا با استفاده از Δ و R ، M_0 را حساب میکنیم.

② FEMs are distributed by the moment distribution process to determine the member end moments M_Q caused by the yet unknown load Q .

② FEMs را توزیع میکنیم تا M_Q را حساب کنیم.

③ once the member ends moments M have been determined, the

SAEI magnitude of Q can be evaluated (by equilibrium)

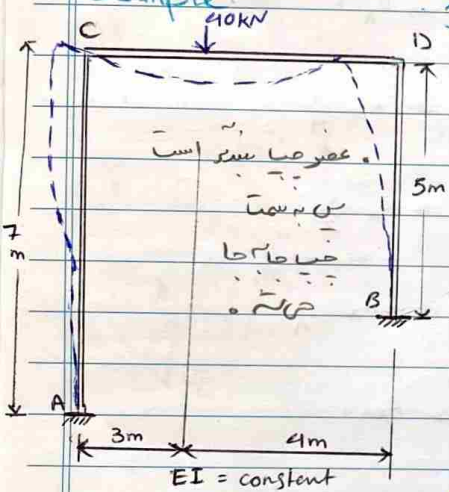
در صفحه دوم : M_R را با استفاده از Q و R در جهت R حساب میکنیم.

with the load Q and M_Q known, the desired M_R (due to the lateral load R) can now be determined easily by multiplying M_Q by the ratio R/Q

$$\frac{R}{Q} \times \text{مقدار بار} = \text{مقدار } M_R \text{ (بدون } M_Q, Q)$$

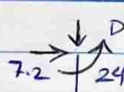
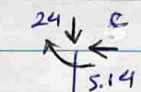
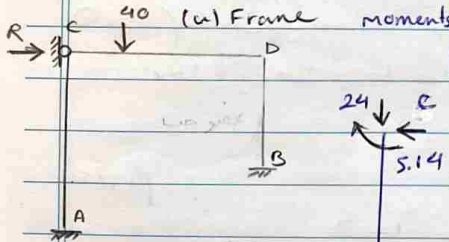
$$M_R = \left(\frac{R}{Q} \right) M_Q$$

example:



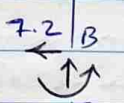
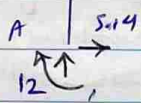
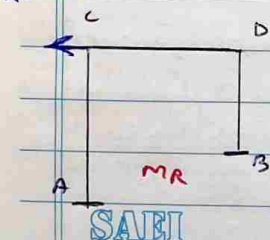
3 solution:

AE	CA	CD	DC	DB	BD
	0.5	0.5	0.417	0.583	
		39.2	-29.4		
	-19.6	-19.6	+12.3	+17.1	
-9.8		+6.2	-9.8	+8.6	
	-3.1	-3.1	+4.1	+5.7	
-1.6		+2.1	-1.6	+2.9	
	-1.1	-1.1	+0.7	+0.9	
-0.6		+0.4	-0.6	+0.5	
	-0.2	-0.2	+0.3	+0.3	
-12	-24	+23.9	-24	+24	+12



$$R = 2.06$$

$$R = 2.06 \text{ kN}$$



$$R = 2.06$$

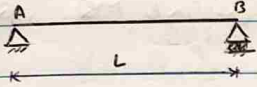
مقدار بار Q و M_Q معلوم است
مقدار M_R را می توان با ضرب کردن M_Q در $\frac{R}{Q}$ بدست آورد

$$Q = 34.41$$

$$M_R = \left(\frac{R}{Q} \right) M_Q$$

نرم خط تأثیر

برای رسم خط تأثیر یک نیرو در ساده (نمودار پشته) که تحت اثر یک نیروی عمودی متحرک قرار دارد (مانند پل) باید مقدار آن نیرو و جهت آن را در فاصله حرکت آن در طول پل مشخص کرد تا نسبت آن را در



نوشته اول

① بار واحد را در نقطه A قرار داده و مقدارش را یک واحد فرض می‌کنیم و آن را در آن نقطه قرار می‌دهیم:

$$\text{①} \quad \sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L = 1 \times L \Rightarrow R_A = 1$$

$$\text{②} \quad \sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L = 1 \times \frac{L \times 3}{4} \Rightarrow R_A = \frac{3}{4}$$

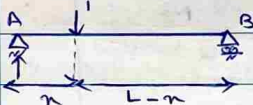
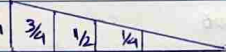
$$\text{③} \quad \sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L = 1 \times \frac{L}{2} \Rightarrow R_A = \frac{1}{2}$$

$$\text{④} \quad \sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L = 1 \times \frac{L}{4} \Rightarrow R_A = \frac{1}{4}$$

$$\text{⑤} \quad \sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L = 1 \times 0 \Rightarrow R_A = 0$$

② بار واحد را در نقطه B قرار داده و مقدارش را یک واحد فرض می‌کنیم و آن را در آن نقطه قرار می‌دهیم:

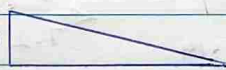
خط تأثیر به صورت یک خط پشته است



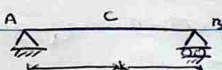
$$\sum M_B = 0$$

$$1(L-n) = R_A(L) \Rightarrow R_A = 1 - \frac{n}{L}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n=0 \rightarrow R_A = 1 \text{ (اثر خط تأثیر در A)} \\ n=L \rightarrow R_A = 0 \text{ (اثر خط تأثیر در B)} \end{array} \right.$$



نوشته دوم



نمودار تحت تأثیر محاسب خط تأثیر برای نیروی عمودی متحرک در یک پل ساده (نمودار پشته)

حل در این یک خط تأثیر متحرک تحت تأثیر یک نیروی عمودی متحرک در یک پل ساده (نمودار پشته)

نمودار تحت تأثیر محاسب خط تأثیر برای نیروی عمودی متحرک در یک پل ساده (نمودار پشته)

نمودار تحت تأثیر محاسب خط تأثیر برای نیروی عمودی متحرک در یک پل ساده (نمودار پشته)

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \times L = 1 \times n \Rightarrow R_B = \frac{n}{L}$$

SAEII

با نسبت آوردن R_B و R_C در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

(حل نقطه C و معادلات R_C و R_B)

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow R_C + R_B = 0 \Rightarrow R_C = -R_B \\ \sum M_C = 0 \Rightarrow M_C = R_B \times b \Rightarrow M_C = -\frac{b \times n}{L} \end{cases}$$

این دو معادله را در یک خط افقی قرار می دهیم و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

در ادامه برای بدست آوردن R_B و R_C در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L = 1 \times (L - n) \Rightarrow R_A = \left(1 - \frac{n}{L}\right) \uparrow$$

در ادامه برای بدست آوردن R_C و R_B در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow R_C = R_A = 1 - \frac{n}{L} \\ \sum M_C = 0 \Rightarrow M_C = R_A \times a = a \left(1 - \frac{n}{L}\right) \end{cases}$$

در ادامه برای بدست آوردن R_C و R_B در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

$$R_C = \begin{cases} -\frac{n}{L} & 0 \leq n < a \\ 1 - \frac{n}{L} & a \leq n \leq L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=0 \Rightarrow R_C=0 \\ n=a \Rightarrow (R_C)_L = -\frac{a}{L} \\ n=a \Rightarrow (R_C)_R = 1 - \frac{a}{L} \\ n=L \Rightarrow R_C=0 \end{cases}$$

در ادامه برای بدست آوردن R_C و R_B در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

$$M_C = \begin{cases} \frac{b \times n}{L} & 0 \leq n < a \\ a \left(1 - \frac{n}{L}\right) & a \leq n \leq L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=0 \Rightarrow M_C=0 \\ n=a \Rightarrow (M_C)_L = \frac{ab}{L} \\ n=a \Rightarrow (M_C)_R = a \left(\frac{L-a}{L}\right) = \frac{ab}{L} \end{cases}$$

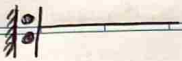
این دو معادله را در یک خط افقی قرار می دهیم و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

در ادامه برای بدست آوردن R_C و R_B در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

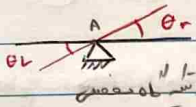
در ادامه برای بدست آوردن R_C و R_B در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

در ادامه برای بدست آوردن R_C و R_B در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم

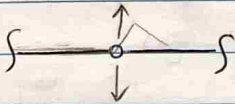
در ادامه برای بدست آوردن R_C و R_B در یک خط افقی و با در نظر گرفتن معادلات C و R_C و R_B را بدست می آوریم



③ سہ ماہی (سم)


$$\int \delta_a = 0$$
$$\left(\frac{d\theta_R}{dt} \right)_{\text{مقابل}} = \left(\frac{d\theta_L}{dt} \right)_{\text{مقابل}} \rightarrow \theta_R = \theta_L$$

برای یافتن θ باید θ را در معادله $\theta = \theta_0 + \omega t$ قرار دهیم. $\theta = 0$ را در معادله $\theta = \theta_0 + \omega t$ قرار دهیم. $\theta = 0$ را در معادله $\theta = \theta_0 + \omega t$ قرار دهیم.



④ فصل چہرہ

در محل بعضی خنجر، سس و دود دارد و شرط خاصی ندارد هم

مر توفیقم بحسن مالا حزن کندم به حسن یاسین هم

۵) چرخه

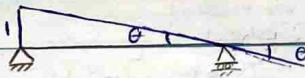
$$\theta_L = \theta_r \quad \text{nb}$$


(دانشگاه علوم پزشکی) (RA) ؟

نیز A ← تقریباً (تفاوت ۱۰٪) و در واقع به هم می‌رسند و عدد یکم خطی (۱) را از دهم کم می‌باشد و عدد

پیش از این (نمایشگاه) ارائه شده است (دوستان) دانشمندان به رسانه های مختلف مراجعه کنند

س۔ ہ۔ ہم۔ جس۔ مہم۔



نظمی دور (نیمت حی و راست B : اوسطہ این خصوصیت دور

سوال) وائس سے خاص A ?

سید محمد دودار ← نیلوفر دودار (نند دهم نیلوفر نیلوفر) ۵۰

سریط (حاصل) برای زمانی است که در مورد یک λ داریم $\lambda = \text{creation}$ و $\lambda = \text{annihilation}$ (و این λ ها به A و $A^\dagger$ مربوط می باشد)

قد ستر مطا) انا ارحمكم ذل دورا) لانه ثابت وبقدر نعمت احد مونه

۱- سر شکر بخود (آرد) خدای مهربان در حق من و پدرم

دانشگاه علامه قاسم

عنا لله وانا اليه راجعون

سازمان صنعت و معدن

$\theta_R = \theta_L, \delta\alpha = 0 \leftarrow$ نفس

عقل جسته ← سستی داره و جلی با ماراه مباد و هر لاسا دلجو کوارضای جسم نیست سادگی

$$\theta_a = 0, \delta a = 0 \leftarrow \text{assume}$$

همانست بنامهای نامش را می فراد منتهی بطا (۱) را از او نمی شناسم و می رود (۲) بنامی که مادر و سینه ماه محضی باید جای پدرش

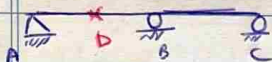
سورۃ یوسف (کا) ۱۰

حاصل آئیں یہاں تا قص:

[illegible]

این قانون بر اساس مشروطیت است

? $R_B \sim \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1}{\epsilon} \right)$



۱۰. $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ $\frac{d}{dx} x^{-2} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

فردی و جمعی ۱) ستر کمان نایه دانسته است ۲) دوا/ کمان نایه دانسته است

حاصل خاص: برای خط آتش مورد نظر هم فید را از دستم (B) ← پس بعد خطوط A و B از دستم دور A و C بشمار (صفر

$$\theta_R = \theta_L$$

حالتہ ۱- A ؟

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله الذي هدانا لهذا الذي كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله

نکته: هرگاه $\vec{r}$ و $\vec{v}$ در یک راستا باشند یعنی در جهت $\vec{r}$ یا در جهت مخالف آن باشند، در این صورت $\vec{r} \times \vec{v} = 0$ و در این صورت $\vec{L} = 0$ و در این صورت $\vec{L}$ در جهت $\vec{r}$ یا در جهت مخالف آن خواهد بود.

سر د سے B ؟

نقطه B، از دورا به سمت راست و دورا به سمت چپ و از دورای A و B و C

سِرِّ حَائِلًا (صِفَاتُ وَشَرِّ حُطَاتًا) (صِفَةُ مَا الْكَ) (بَابُ فَعَّلَ وَفَعَّلَ) رَأَى زَادَ كَسَمَ .

آرٹھم سر سے ۱-۵ ؟

سأرسم هالة بعدالة ادرقاط A, B و C بعمقنا (نظاير ددوا) لى اللى دى هم
هالة باهم لى اللى دى

۱. دقت در طول معاینه نقطه عیار از عید با و حد نظر (۱) تا از ما خواهد بود (۱)

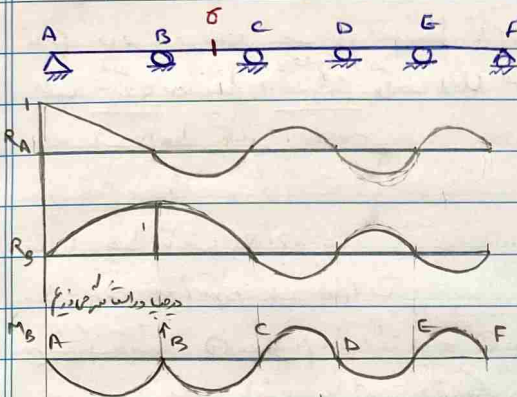
[illegible]



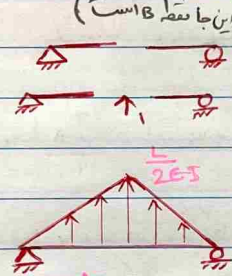
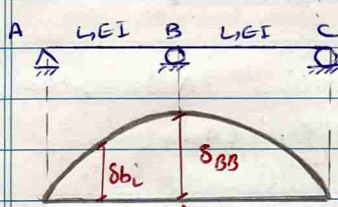
مثال (محاسبه تأثیر نقاط مختلف؟)

برای رسم خطوط تأثیر (در یک نقطه) باید ابتدا ببینیم که سازه ما دقیقاً به چه صورتی است

(نوع حل در رسم نبود همچون به خاکدانه است)



مثال (محاسبه تأثیر سازه با RB؟) (مثلاً این جا فقط B است)



- 1) کام اول (نقشه سازه، راسه شده، (تعداد) قیر)
- 2) کام دوم (تأثیر یک نیروی واحد در دو نقطه مختلف)
- 3) کام سوم (تأثیر نیروی سازه سازه برداشتن)
- 4) کام چهارم (تأثیر نیروی سازه سازه برداشتن)

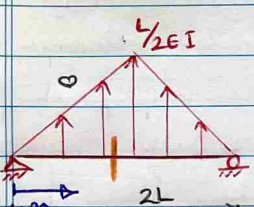
معادله سازه تا آخر δ_{bi}

δ_{bb}

δ_{bi}

δ_{bb}

معادله سازه تا آخر (در هر دو نقطه) معادله سازه تا آخر (در هر دو نقطه) معادله سازه تا آخر (در هر دو نقطه)



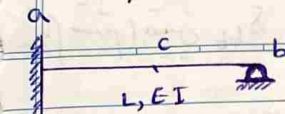
معادله سازه تا آخر (در هر دو نقطه) معادله سازه تا آخر (در هر دو نقطه) معادله سازه تا آخر (در هر دو نقطه)

$M = \delta_{bi} \times \frac{L}{2EI} \times 2L \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = R_A = \frac{L^2}{4EI}$

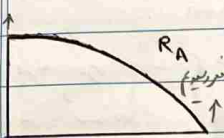
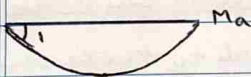
M_{max}

R_A

$\delta_{bi} = n R_A' - \text{مساحت تحت}$
 $n \left(\frac{L^2}{4EI} \right) - \left(\frac{n}{2EI} \right) n + \frac{1}{2} + \frac{n}{2} = \frac{3L^2 n - n^3}{12EI}$



از نمودار تغییرات (درجه ۱)

خط تأثیر نیروهای ثابت
به صورت قطعی استالف) خط تأثیر R_A ، M_A ، R_B و V_C را رسم کنیدب) معادله خط تأثیر R_A را بنویسیدج) اگر نیروی متحرک 5 kN در نقطه C واقع شود، R_A را بنویسیدد) اگر نیروی متحرک 5 kN از نقطه C تا B حرکت کند، R_A را بنویسیدهـ) خط تأثیر R_A را بنویسیدمعادله نقطه A: $\theta = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ معادله نقطه B: $\theta_L = \theta_R = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$

بنابراین با هم برابر است

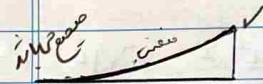
در اینجا معادله را از دو جهت با هم برابر می‌کنیم

② خط تأثیر A: (M_A) معادله A: $\theta = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$

چون نیروی متحرک در نقطه A قرار می‌گیرد

در A: $\theta = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ و در B: $\theta_L = \theta_R = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ معادله B: $\theta_L = \theta_R = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ ③ خط تأثیر R_B معادله B: $\theta_L = \theta_R = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$

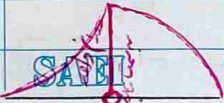
در اینجا معادله را از دو جهت با هم برابر می‌کنیم

معادله A: $\theta = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ ابتدا به شرط $\theta = 0$ در $x = L$ و در آخر به شرط $\theta = 0$ در $x = 0$ ④ خط تأثیر V_C خط تأثیر V_C را به صورت قطعی بنویسید و از آنجا که در نقطه C قرار می‌گیرددر نقطه C: $\theta = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ و در نقطه B: $\theta_L = \theta_R = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$

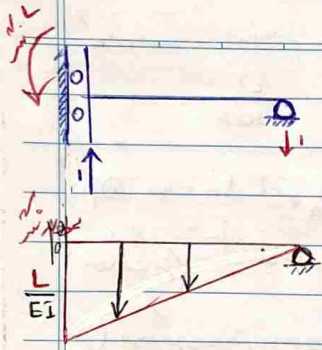
بنابراین حرکت می‌کند

معادله A: $\theta = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ معادله B: در $\theta = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$ و در $\theta_L = \theta_R = \frac{\text{تغییر}}{\text{دور}}$

بنابراین حرکت می‌کند



بنابراین حرکت می‌کند

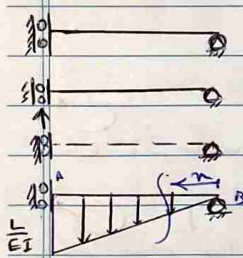


1) معادله خط تغییر شکل R_B ؟
 2) تعیین سازه آزاد شده (در A آزاد داریم)
 3) هرگاه می‌خواهیم نیروی خالص را در نقطه B پیدا کنیم و
 4) ضریب را ضریب می‌تواند باشد و یا نباشد

1) بارگذاری واحد در سمت مورد نظر
 2) معادله تغییر شکل را با ضریب تغییر شکل (1) قرار دهیم
 3) ضریب را ضریب می‌تواند باشد و یا نباشد

3) برای محاسبه تغییر شکل در هر نقطه از طول عضو
 4) جهت فرض حرکت را در نظر بگیریم (مثلاً به سمت راست فرض می‌کنیم)
 5) تغییر شکل را در نقطه خاص فرض می‌کنیم (در اینجا فرض می‌کنیم که تغییر شکل در نقطه B باشد)
 6) معادله تغییر شکل را در این نقطه قرار می‌دهیم و ضریب را پیدا می‌کنیم

جهت فرض حرکت را در نظر بگیریم (مثلاً به سمت راست فرض می‌کنیم)
 7) تغییر شکل را در نقطه خاص فرض می‌کنیم (در اینجا فرض می‌کنیم که تغییر شکل در نقطه B باشد)
 8) معادله تغییر شکل را در این نقطه قرار می‌دهیم و ضریب را پیدا می‌کنیم



9) جهت فرض حرکت را در نظر بگیریم (مثلاً به سمت راست فرض می‌کنیم)
 10) تغییر شکل را در نقطه خاص فرض می‌کنیم (در اینجا فرض می‌کنیم که تغییر شکل در نقطه B باشد)
 11) معادله تغییر شکل را در این نقطه قرار می‌دهیم و ضریب را پیدا می‌کنیم
 12) ضریب را ضریب می‌تواند باشد و یا نباشد

$$R'_B = \frac{L}{EI} \times L \times \frac{1}{2} = \frac{L^2}{2EI}$$

$$q(n) = \frac{L}{EI} \times n = \frac{n}{EI}$$

$$q(1) = \frac{L}{EI} \times 1 = \frac{1}{EI}$$

13) جهت فرض حرکت را در نظر بگیریم (مثلاً به سمت راست فرض می‌کنیم)
 14) تغییر شکل را در نقطه خاص فرض می‌کنیم (در اینجا فرض می‌کنیم که تغییر شکل در نقطه B باشد)
 15) معادله تغییر شکل را در این نقطه قرار می‌دهیم و ضریب را پیدا می‌کنیم

SAEI

$$\frac{n}{EI} \times n \times \frac{1}{2} = \text{حالت فرض}$$

$$M(n) = -R_B n - \left(\frac{L^2}{2EI} \times n \right) - \left(\frac{n \cdot n}{2EI} \times \frac{n}{3} \right) = \frac{3L^2 n - n^3}{6EI}$$

$$\delta_{aa} = \delta_{ai}(n, L) = \frac{3L^2 n - n^3}{6EI} \cdot L = \frac{3L^3 - L^3}{6EI} = \frac{L^3}{3EI}$$

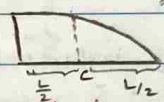
$$R_A = \frac{\delta_{ai}}{\delta_{aa}} = \frac{6EI}{L^3} = \frac{3L^2 - n^3}{2L^3} \quad \text{R is reaction at A}$$

بویک / بزم / سقا اول و انھا اقرار دیو بری بنی

$$n = \frac{L}{2} \rightarrow R_A = \frac{3L^2 \times \frac{L}{2} - \frac{L^3}{8}}{2L^3}$$

(ج) اگر بار یک سمت از مرکز باشد، بار در وضع رادار (مستقر) نہیں رہتا۔

$$R_A = \frac{\frac{3L^3}{2} - \frac{L^3}{8}}{2L^3} = \frac{\frac{11}{8}}{2} = \frac{11}{16}$$

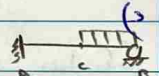


$$R_A = 5 \times \frac{11}{16} = \frac{55}{16} \text{ N}$$

[illegible]

$$R_A = 5 \int_0^L \frac{\frac{L}{2} 3Ln - n^3}{2L^3}$$

(حرم غفر گرام) فساحت از حدود راسخ است و در



وقت بازگشته بابت نامه مسافت بخار استوده ششم

$$= \frac{5}{2L^3} \left(\frac{3L^2 n^2}{2} - \frac{n^4}{4} \right)$$

اشترک از صورت $\frac{1}{2}$ است.

$$= \frac{5}{2 \cdot 3} \left(\frac{3^2}{2} \cdot \frac{2^2}{4} - \frac{4^4}{16 \cdot 4} \right) = \frac{5}{2 \cdot 3} \left(\frac{24 \cdot 2 - 4^4}{64} \right) = \frac{5 \times 23 \cdot 4}{128 \cdot 3} = \frac{115}{128}$$

* جمع کی !

خط - آئینہ سجادہ اعلیٰ، مابین ۲۴ صوفیہ و غیر صوفیہ

هو موضع خرافهم ضاحا تاثير رسك نتم آم عود قطر را زاد حرم و سيرة موصلا و كرم عترة على ليرة سادة

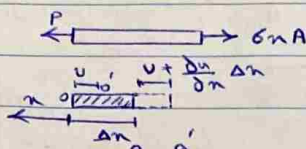
مقامہ : خطہ شیر : سیم خیر : ارادہ کیم : سیم خیر : موعود صلا : سیم خیر : (رات سیم خیر)

در این مکتب جدید که ایجاد شده است و هر دو سر در آن یک نفر است و به او مدیر می گویند.
و از طرف دیگر هم یک نفر است که به او معاون می گویند.

کتابخانه عمومی شهید بهشتی - تهران

نقشه‌ها را در این محل با اعتبار نسبت ضلع و ده

نارنگہ میز کسم



$\epsilon_n = E \times \epsilon_n$

۵ (اُتد) : متعبر فاسم فم صند مورد

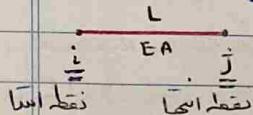
d. مختصر واسه به با مورد

$U = \Delta L$ (نیم $(n=L)$ و در انتها $q=0$ و در ابتدا $q=0$)
 $P = \frac{A E}{\Delta L} \Delta L = A E \epsilon$ (نیم ابتدای عضو $(n=0)$ و در انتها $n=L$)

$$P = \frac{AE}{L} \Delta L = AE \epsilon$$

$u(0) = u_i$

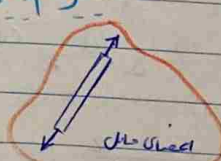
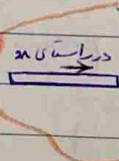
$$u(L) = u_j$$



$F = k$: نیرو فنرها
↓
سختی فنر

تغییر در طول (displacement) $P = \frac{AE}{L} (u_j - u_i)$ بسیار کم

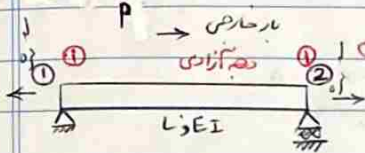
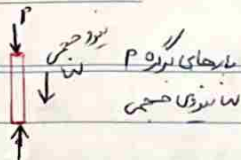
تقسیم کا) انھیں اس پر مامور و نسیم



عشقه‌گویی ← دل رسته حسنه ← سه شرف (در دل رسته هست ← عشق
2 دسته ← مال حسنه ← راه بخیر شود هم در هم در ۶ شرف دارد
اند

SALE

$$[K] u = p + z$$



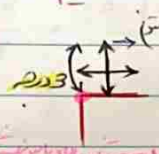
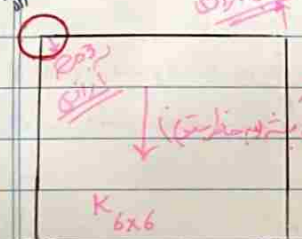
ماتریس سختی درجه 2

ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2

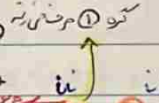
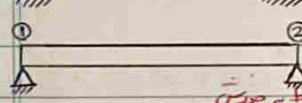
$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2

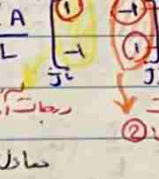
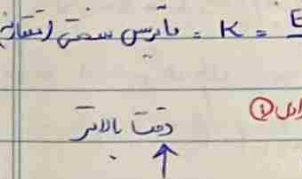
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2



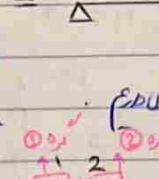
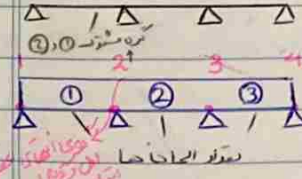
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2



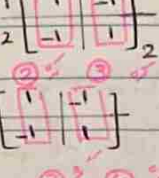
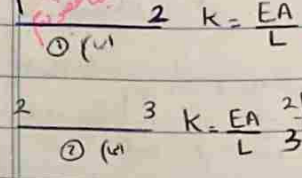
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2



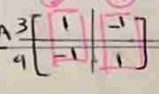
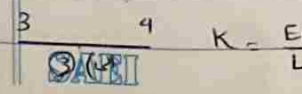
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2



ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2



ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2



ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2
ماتریس سختی درجه 2

74/

درجه آزادی
درجه آزادی
درجه آزادی

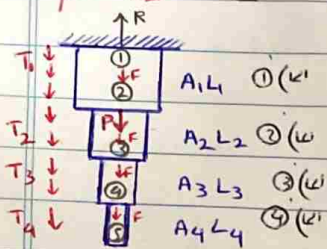
$$K = EA$$

1	2	3	4
1	-1	0	0
-1	2	-1	0
0	-1	2	-1
0	0	-1	1

$$K_{13} = K_{31}$$

$$0 = 0$$

معمولی



انها	ابتدا	انها
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5

4 تا 5 را در نظر بگیرید

$$K_1 = \frac{EA_1}{L_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \frac{EA_3}{L_3} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

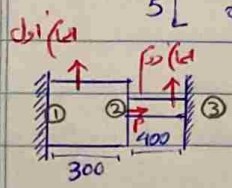
$$K_2 = \frac{EA_2}{L_2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_4 = \frac{EA_4}{L_4} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

	1	2	3	4	5
1	α_1	$-\alpha_1$	0	0	0
2	$-\alpha_1$	$\alpha_2 + \alpha_1$	$-\alpha_2$	0	0
3	0	$-\alpha_2$	$\alpha_3 + \alpha_2$	$-\alpha_3$	0
4	0	0	$-\alpha_3$	$\alpha_4 + \alpha_3$	$-\alpha_4$
5	0	0	0	$-\alpha_4$	α_4

	1	2	3	4	5
R		$-P$	0	0	0

ماتریس نیروی عضو 1
درجه آزادی 1



$P = 200 \text{ kN}$
 $A_2 = 600 \text{ mm}^2$
 $A_1 = 2400 \text{ mm}^2$
 $E_1 = 70 \times 10^3$
 $E_2 = 200 \times 10^3$

ماتریس
تغییرات

SAEI

تشریح: ابتدا و انتهای سازه بین دو تیر 0.6 متر فاصله است. $u_1 = u_3 = 0$

$$K_1 = \frac{70 \times 10^3 \times 2400}{300} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \frac{200 \times 10^3 \times 600}{400} \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.56 & -0.56 & 0 \\ 2 & -0.56 & 0.86 & -0.3 \\ 3 & 0 & -0.3 & 0.3 \end{bmatrix} \times 10^6$$

3 در 3 ماتریس

ماتریس
سازه

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ P \\ R_3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{reaction}$$

$$\begin{bmatrix} 0.56 & -0.56 & 0 \\ -0.56 & 0.86 & -0.3 \\ 0 & -0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$P = K \times u \quad \begin{bmatrix} R_1 \\ P \\ R_3 \end{bmatrix} = K \times \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

$$u_1 = u_3 = 0 \quad P = 0.86 \times 10^6 \times u_2$$

$$200 \times 10^3 = 0.86 \times 10^6 \times u_2 \rightarrow u_2 = 0.2325$$

$$10^6 \begin{bmatrix} 0.56 & -0.56 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2325 \\ 0.2325 \\ 0 \end{bmatrix} = R_1$$

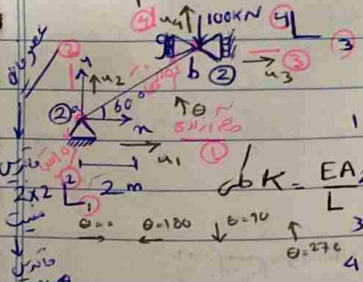
$$10^6 \begin{bmatrix} 0 & -0.3 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2325 \\ 0.2325 \\ 0 \end{bmatrix} = R_3$$

$$R_1 = -13200 \text{ N}$$

$$R_3 = -0.06975 \times 10^4 \text{ N}$$

$$E = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2 \quad A = 1600 \text{ mm}^2$$

در این حالت نیروهای تیرها را می توانیم



$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & L^2 & -L^2 & -L^2 \\ 2 & L^2 & -L^2 & -L^2 \\ 3 & -L^2 & L^2 & L^2 \\ 4 & -L^2 & L^2 & L^2 \end{bmatrix}$$

$$m = \sin \theta$$

$$L = \cos \theta$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{1600 \times 10^{-6} (200 \times 10^3)}{2} = 80 \times 10^3 \text{ KN/m}$$

$$\cos \phi = 0.5$$

$$\sin \phi = 0.866$$

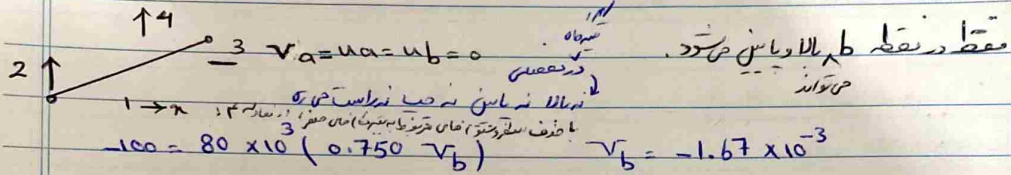
در این حالت نیروهای تیرها را می توانیم

ابتدا L^2 و L را در دو جهت تیرها

76/

مطابق 1

	1	2	3	4		
1 P_{xa}					u_a	1
2 P_{ya}	0.25	0.433	-0.25	-0.433	v_a	2
3 $P_{xb} = 80 \times 10^3$	0.433	0.75	-0.433	-0.75	u_b	3
4 P_{yb}	-0.25	-0.433	0.25	0.433	v_b	4
4×1	-0.433	-0.750	0.433	0.75	4×4	1×4



$$P_{na} = 80 \times 10^3 \times -0.433 v_b = 57.7 \text{ kN}$$

$$P_{ya} = 80 \times 10^3 \times -0.75 v_b = 100 \text{ kN}$$

$$P_{nb} = 80 \times 10^3 \times 0.433 v_b = -57.7$$

11