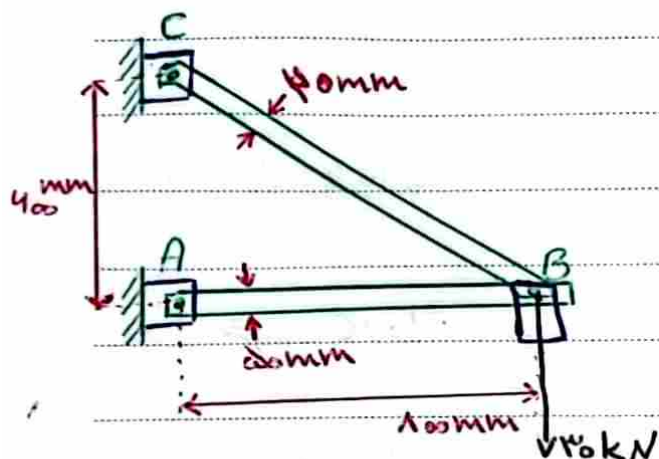




منابع: کتاب مقاومت مصالح تألیف راسل جانسون و فردیناند پیتر
 شماره میانه ۱۳ شماره پایانی ۲۳ شماره غنایت و حضور در کلاس

یادآور استاتیک ۸



$$30000 \text{ kN} = ? \text{ kg}$$

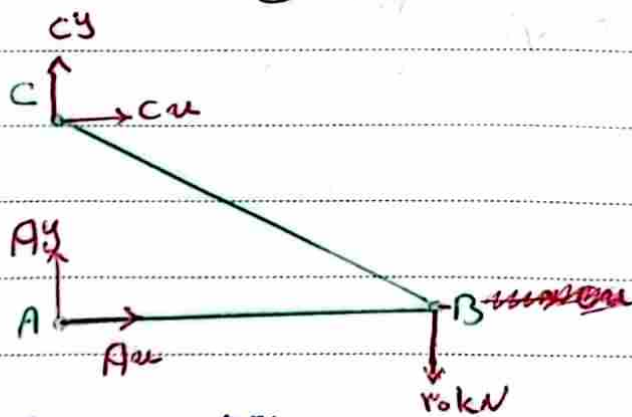
$$\rightarrow W = mg \Rightarrow 1 = 0.1 \times 10 \Rightarrow \boxed{1 \text{ N} = 0.1 \text{ kg}}$$

$$\rightarrow 30000 \text{ N} = 30000 \text{ kg} = 3 \text{ ton}$$

$$AB = 30 \times 50 \text{ mm}$$

$$BC = 20 \text{ mm}$$

مقاومت اول تغییر است؛ یعنی جسم را جدا کرده و عکس العمل تکیه‌گاه را مشخص می‌کنیم (در نمودار آزاد)



- قانون اول نیوتون: وقتی جسمی

ساکت است برانند نیروی وارد که

آن صاف است.

$$\sum F_x = 0 \quad \sum M_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \sum M_y = 0$$

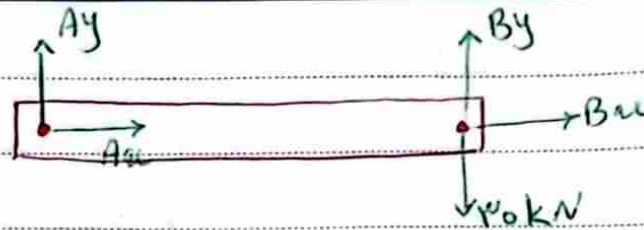
$$\sum F_z = 0 \quad \sum M_z = 0$$

$$\sum M_C = 0 \quad + A_x \times (0.4 \text{ m}) - 30 \text{ kN} \times (0.8 \text{ m}) = 0$$

$$A_x \times 0.4 = 24 = 0 \rightarrow \boxed{A_x = 60 \text{ kN}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x + A_x = 0 \rightarrow C_x + 60 = 0 \Rightarrow \boxed{C_x = -60}$$

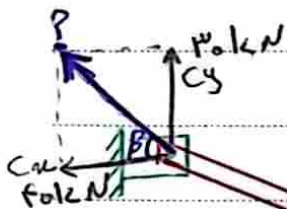
بالنسبة



$$\sum M_{Bz} = 0 \rightarrow -A_y(10\text{ m}) = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 0}$$

$$C_y = ? \quad \sum f_y = 0$$

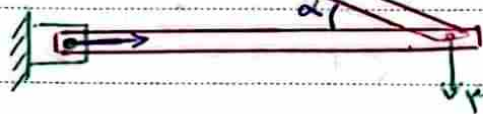
$$C_y + A_y - 100\text{ kN} = 0 \rightarrow C_y + 0 - 100 = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = 100\text{ kN}}$$



جانب الكار واقعي

$$\alpha = \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{100}{100} = \frac{1}{1} = \left(\frac{45^\circ}{45^\circ}\right)$$



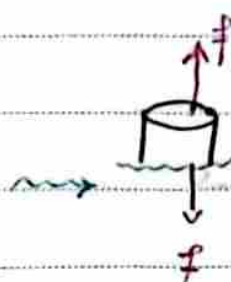
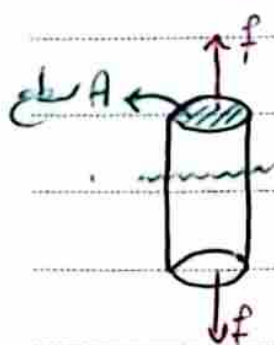
$$\tan \beta = \frac{100}{100} = \left(\frac{45^\circ}{45^\circ}\right)$$

$$R = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 141.4\text{ kN} \quad \tan \alpha = \frac{C_y}{C_x} = \frac{100}{100} \quad \alpha = 45^\circ$$

النتيجة

تنش (σ stress) اگر میله ای داشته باشیم نیرویی که بر واحد سطح وارد شود را

تنش می گویند. تنش انواع است



$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{با واحد } \frac{N}{m^2}$$

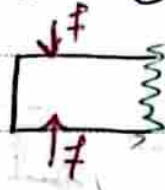
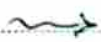
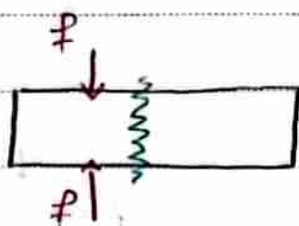
- ۱- عمود
۲- برشی

تنش در شکل بالا از نوع تنش عمود است چون نیرو وارد بر سطح عمود است

اگر نیرو فشاری باشد (یعنی از طرفین بر جسم نیرو وارد شود) علامت نیرو منفی می شود.

در این بخش فقط تنش میانیگین وارد بر سطح را حساب می کنیم

گاهی نیرو به عرض مقطع نیز وارد شود

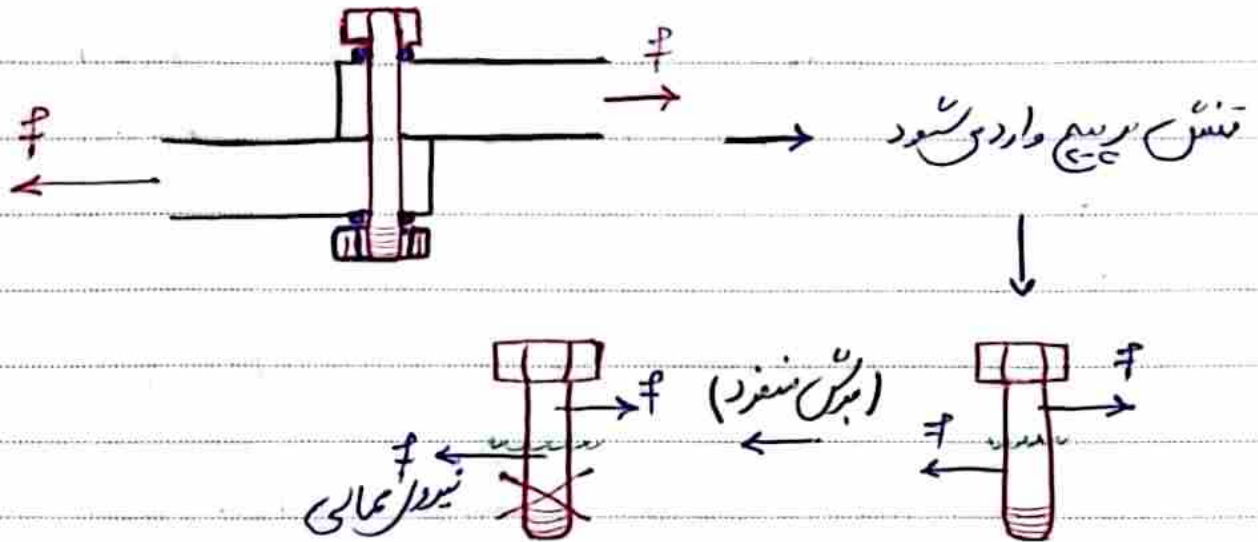


نیروی برخلاف جهت F باید به مقطع از قطعه وارد شود

تنش برشی (τ) تنش است که ناشی از نیرو محاسی وارد بر سطح جسم ایجاد می شود
این نوع تنش را در پیچ و مهره می بینیم

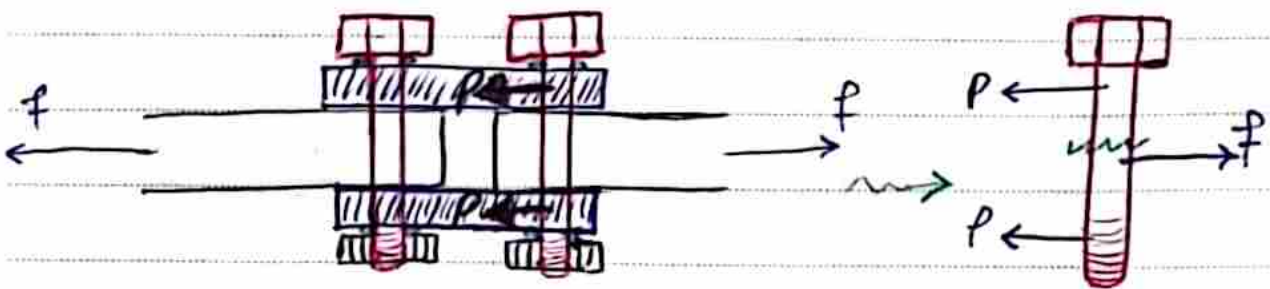
$$\tau = \frac{F}{A} \quad \left(A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4} \right)$$

برش منفرد و برش مضاعف 8

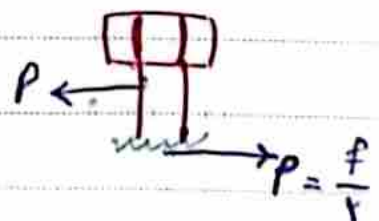


$$\left(\tau = \frac{F}{A} \right)$$

• مزیت برش مضاعف نسبت به برش منفرد این است که تنش وارد بر پیچ نصف می شود (منظور در نوع پیچ و مهره که در این قطعه است)

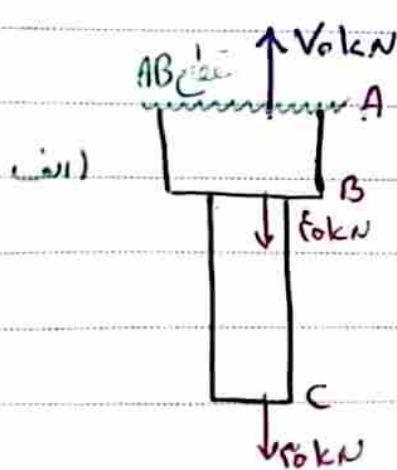
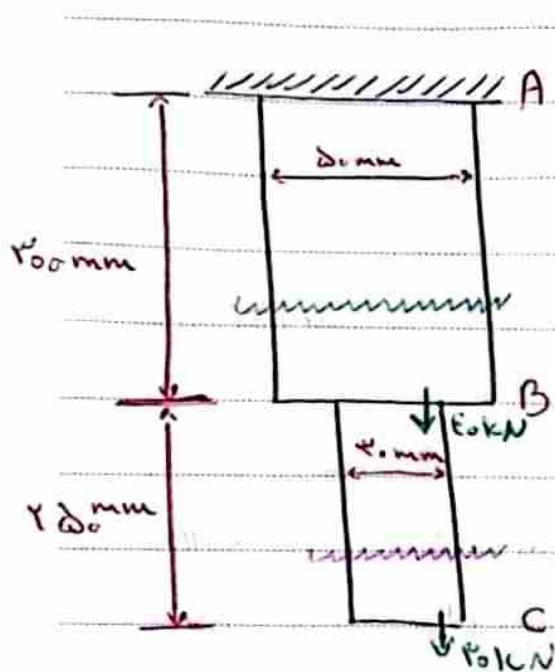


$$\sum f_u = 0 \Rightarrow f - 2P = 0 \Rightarrow f = 2P \Rightarrow P = \frac{f}{2}$$



① دو میل استوانه‌ای توپ AB و BC مطابق شکل در نقطه B به یکدیگر
جوش خورده و به صورت فشار داده شده بارگذار شده‌اند. با فرض اینکه
($d_1 = 50 \text{ mm}$ و $d_2 = 30 \text{ mm}$) است 8

الف) تنش محوری میانگین را در مقطع میانی میل AB بدست آورید
ب) " " " " " " " " " " BC " " " " " " " " " "

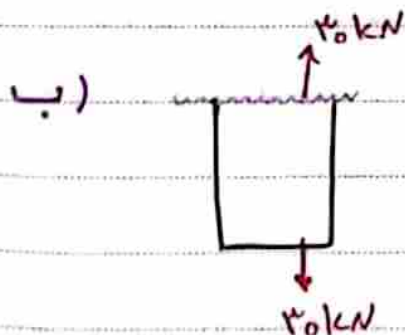


$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$(A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4})$$

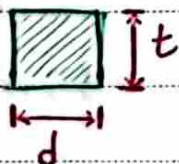
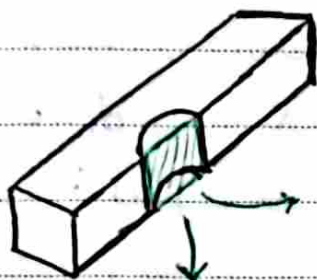
$$\sigma = \frac{100 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi (50 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.1035 \times 10^9 = 103.5 \text{ MPa}$$



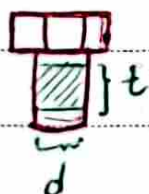
$$\sigma = \frac{100 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi (30 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4}} = 0.472 \times 10^9 = 472 \text{ MPa}$$

تنش تکیه گاهی (bearing) 8



$$\sigma_b = \frac{F}{td}$$

t ← ضخامت
 d ← قطر سوراخ

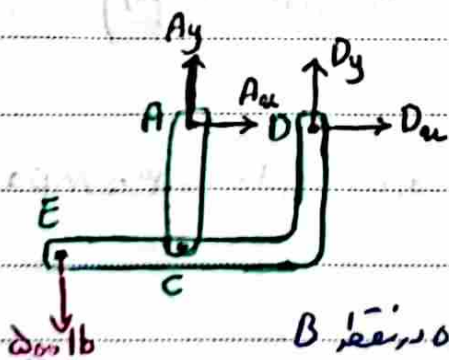


(1 in = 25,4 mm)

یکشنبه ۷, ۲۴

① در آونز فشار دانه شده ضخامت بخش بالایی و حرکت مقاطع بخش پایینی را با ABC به ترتیب $\frac{3}{8}$ in و $\frac{1}{4}$ in است. برای اتصال بخش های بالایی و پایینی به یکدیگر در نقطه B از رزیم اینوکس استفاده می شود قطر سوراخ در نقاط A و C به ترتیب

$\frac{3}{8}$ in و $\frac{1}{4}$ in است. تعیین کنید



تنش برشی در پین A

تنش برشی در پین C

بزرگترین تنش محمول در رابط ABC

تنش برشی میانگین بر روی سطح چسبیده در نقطه B

تنش تکیه گاهی در نقطه C از رابط

ضخامت بخش بالایی $\frac{3}{8}$ in = 0.125 in

قطر سوراخ A $\frac{3}{8}$ in = 0.125 in

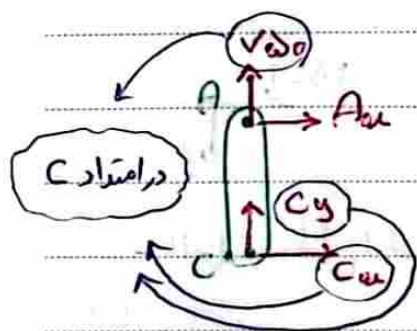
ضخامت بخش پایینی $\frac{1}{4}$ in = 0.125 in

قطر سوراخ C $\frac{1}{4}$ in = 0.125 in

(نیروی یکس که در امتداد نقطه گشتاور مثلاً پس D باشند) مثلاً نیروهای (A_x, D_y, D_x) به گشتاور اثر نمی گذارند

$$+\circlearrowleft \sum M_z^D = 0 \quad (\downarrow A_y \times 10) + (+ 500 \times 15) = 0$$

$$\Rightarrow A_y = \frac{7500}{10} = \underline{750 \text{ lb}}$$



نمودار جسم آزاد برای AC

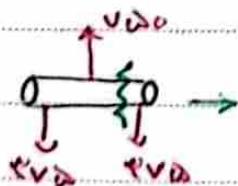
$$+\circlearrowleft \sum M_z^C = 0 \rightarrow -A_x \times (7+4+17.5) = 0$$

$$\Rightarrow -A_x \times 18.5 = 0 \Rightarrow \underline{A_x = 0}$$

(الف) نیرو به سمت بالا وارد بدنه AC همان نیرو وارد بدنه می کنند

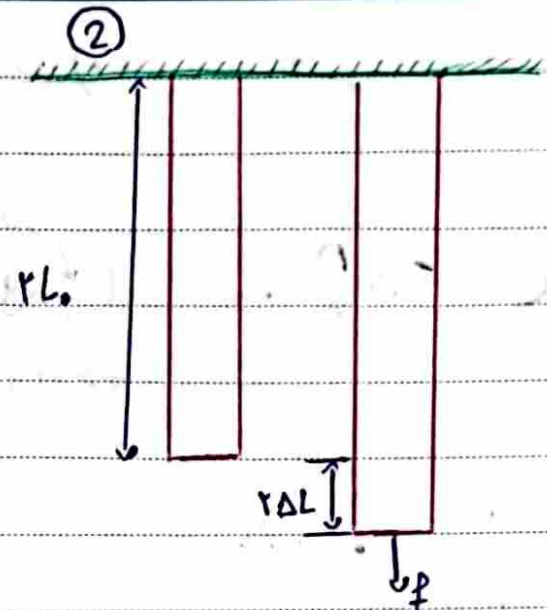
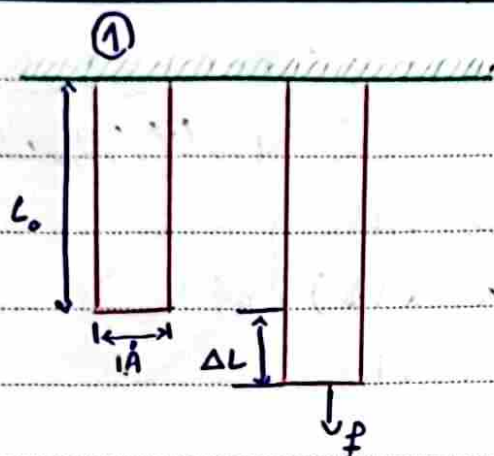
$$\tau_A = \frac{750}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{750}{\frac{\pi \times (0.127)^2}{4}} = 4790 \text{ psi}$$

(ب) τ در پیچ C
در هر یک از ۳ قطعه ای BC نصف نیروی رو به بالا ۷۵۰ به هر یک از قسمت های وارد شود
یعنی ۲ پیچ C ۳۷۵ وارد شود

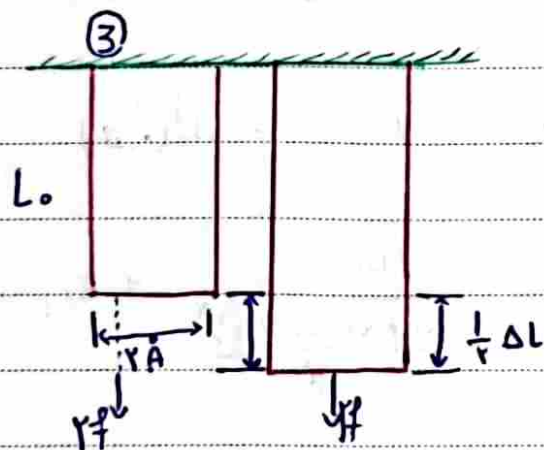


$$\tau_C = \frac{375}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{375}{\frac{\pi \times (0.127)^2}{4}} = 2395 \text{ psi}$$

محل سطح مقطع پیچ که از نظر ضماحت با هم فرق می کند در نتیجه تنش های برشی متفاوتی خواهد بود.

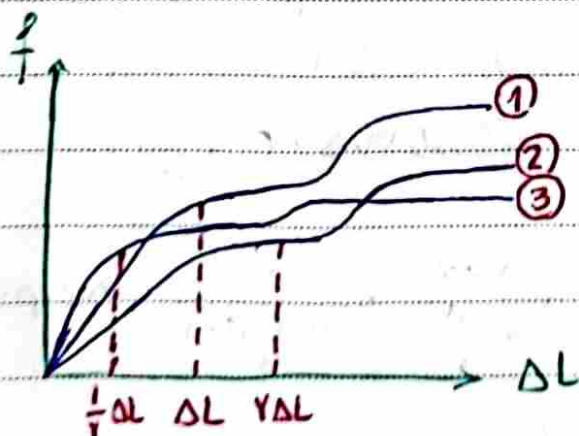


- با افزایش طول اولیه چیلد، تغییر طول (ΔL) نیز به همان مقدار افزایش می‌یابد در صورتی که F یکسان باشد.



اگر سطح مقطع دو برابر شود ΔL نصف می‌شود در صورتی که F یکسان باشد

اگر سطح مقطع دو برابر شود برای اینکه ΔL ثابت باشد نیرو باید $2F$ شود



~~اگر سطح مقطع دو برابر شود ΔL نصف می‌شود~~

کرنش ϵ (strain) اگر نیرویی مثل F به مبله وارد شود تغییرات طول به ازای F را کرنش می گویند.

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

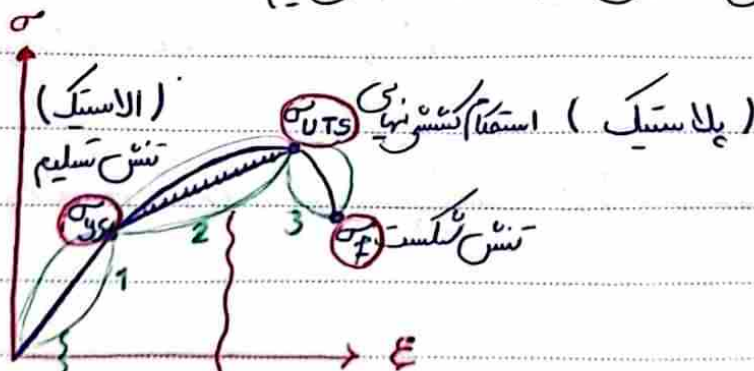
آزمایش کشش ϵ دستور العمل برای آزمایش کشش با شماره ϵ ASTM A370

ϵ ASTM E8

داده های این آزمایش به صورت جدول زیر است ϵ

	ΔL	F	ϵ	σ
			$\frac{\Delta L}{L_0}$	$\frac{F}{A_0}$
①	~	~		
②			"	"
③			"	"

سپس نمودار تنش - کرنش را برای یک نمونه کشیم ϵ



تغییر شکل در اینجا خطی و

الاستیک است

الاستیک یعنی تغییر شکل

برگشت پذیر است ϵ

در این قسمت نمودار از حالت خطی به منفی تبدیل شده است و بخشی از

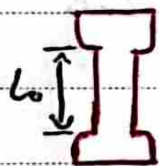
تغییر شکل به اثر تنش می خورد به حالت اول اما بخشی از تغییر شکل دائمی شود

(که به آرامی تغییر شکل پلاستیک می بیند که از ابتدا نقطه ختم منفی آغاز شود)

تغییر تنش تسلیم σ به مقدار ۲۰۰۰ در جهت حرکت کردن و شیب خط را بدست آوریم
و به کمک روابط شیب خط معادله خط را بدست می آوریم

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad \left. \begin{array}{l} \epsilon = \frac{\Delta L}{L} \\ \sigma = \frac{F}{A} \end{array} \right\} \rightarrow E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} \Rightarrow E = \frac{FL}{A \Delta L}$$

UTS آخرین تنش است که متقبل نیرو شود و در واقع حداکثر نیروی یا تنش است که یک جسم می تواند تحمل کند
پس از UTS جسم شکسته و به دو قسمت تقسیم شود



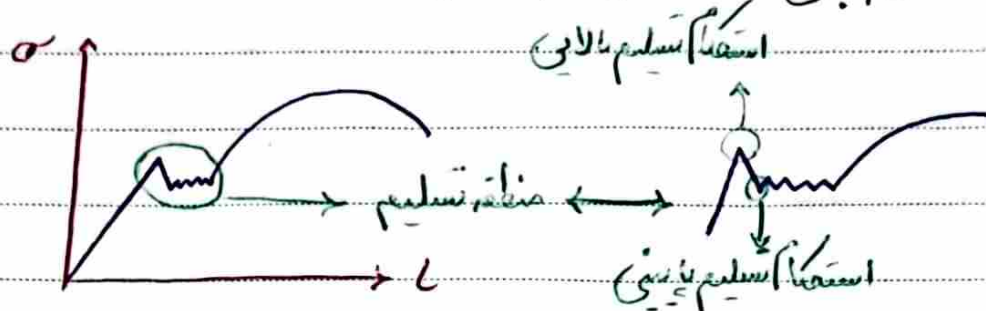
در طول اولیه ما زیاد شود
(از ابتدای اعمال نیرو تا نقطه تنش و
افزایش طول داریم)

در نقطه ی ماکسیمم حالت جسم گلوله ای می شود و در واقع تنش وارد در آن قسمت
خود به خود زیاد شده و با نیروی کمتری می شود تنش اعمال کرد و پس از آن در نهایت
نخونه طولش زیاد شده و نهایتاً می شکنند

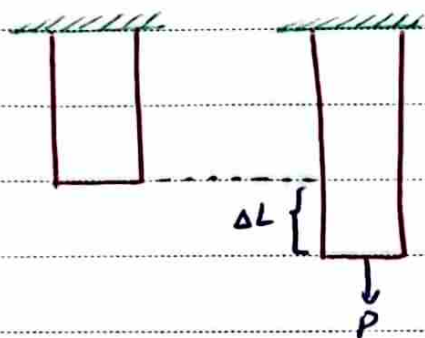
گلوله ای شدن صرفاً وسط جسم نیست و می تواند هر قسمت از جسم تحت اعمال نیرو
باشد

۷. کرنش شکست معادله ی بسیار کمی است. ما با مواد نرم واکنداً فلزات کار داریم
که کرنش آنها زیاد و با افزایش طول همراه هستند

۷) فلزات یا فولاد که کمترین مقدار متفاوتی نسبت به بکده فولاد و یا فلزات دارند



مادر مقاومت مصالح فقط در قسمت نمودار خطی و حتی تا نصف آن کار داریم



$$\sigma = E \epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \frac{\frac{P}{A_0}}{E} = \frac{P}{A_0 E}$$

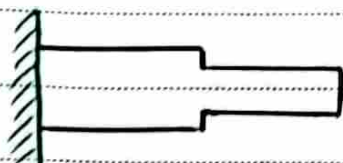
$$E = \frac{P}{A_0 E} \Rightarrow \Delta L = \frac{PL}{A_0 E}$$

توجه می‌کنیم که این فرمول استفاده کنیم فقط در صورتی می‌توانیم (یا نیرو وارد شود)

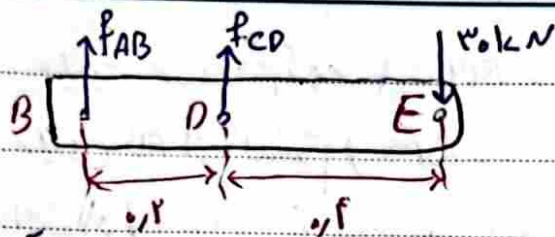
جنس (E) ماده یک نوع باشد

سطح مقطع یکی باشد

۸) تغییر طول میل فولادی نشان داده شده در شکل را بقیه بار محاسبه شده بدست آورید

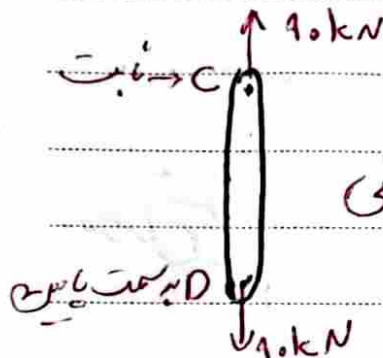


ناقص



$$\sum \bar{M}_B = 0 \Rightarrow (-30 \text{ kN}) \cdot 0.4 \text{ m} + (F_{CD}) \cdot 0.2 = 0$$

چون F_{CD} مثبت است یعنی جهت نیرو را درست گرفته ایم $F_{CD} = +90 \text{ kN}$

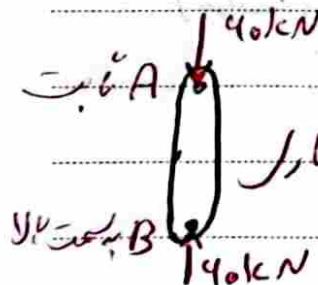


$$\Delta L_{CD} = \frac{(90 \times 10^3) \cdot 0.4}{(400 \times 10^{-4})^2 \cdot (200 \times 10^9)} \Rightarrow \Delta L_{CD} = 400 \times 10^{-4}$$

یعنی 0.4 mm به سمت پایین جابجایی می شود

$$\sum \bar{M}_D = 0 \Rightarrow (-30 \text{ kN}) \cdot 0.4 \text{ m} - (F_{AB}) \cdot 0.2 = 0 \Rightarrow F_{AB} = -60 \text{ kN}$$

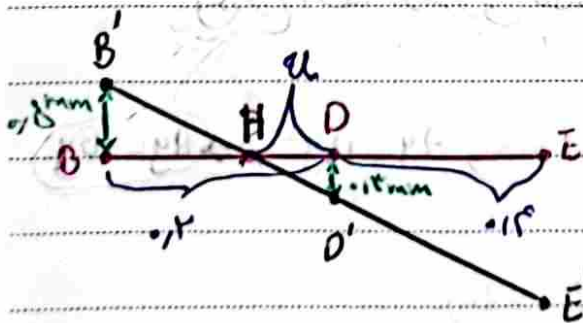
یعنی جهت را اشتباه گرفته ایم پس نیرو را در جهت AB فشار می کشد



$$\Delta L_{AB} = \frac{PL}{AE} \Rightarrow \frac{(-40 \times 10^3) \cdot 0.4}{(1500 \times 10^{-4})^2 \cdot (200 \times 10^9)} = 0 = -0.14 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\Delta L_{AB} = 0.14 \text{ mm}$$

یعنی 0.14 mm به سمت بالا جابجایی می شود

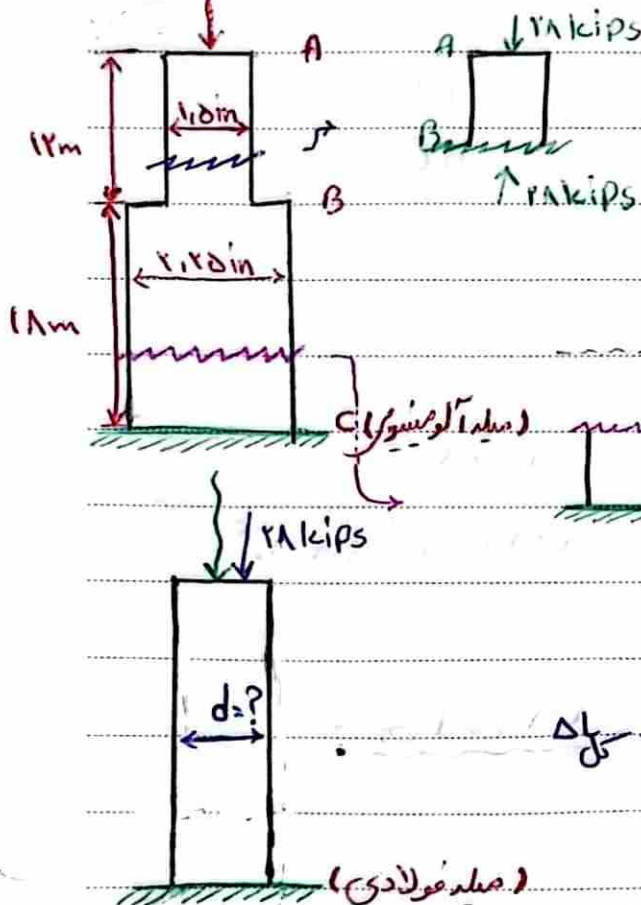


جابجایی نهایی

$$\frac{BB'}{DD'} = \frac{BH}{DH} = 0 \Rightarrow \frac{0.12}{0.14} = \frac{0.12 - u}{u} \Rightarrow u = 0.12 \text{ mm}$$

$$\frac{EE'}{DD'} = \frac{F_{00} + V \cdot 0.14}{V \cdot 0.14} \Rightarrow EE' = 1.92 \text{ mm}$$

(a) میل آلومینیومی (ABC) ($E = 10.1 \times 10^4 \text{ psi}$) مشکل از دو بخش استوانه‌ای AB و BC را باید
 با میل استوانه‌ای فولادی (DE) ($E = 29 \times 10^4 \text{ psi}$) با همان طول تعویض کرد. حداقل قطر لازم (d)
 میل فولادی را طوری تعیین کنید که تغییر طول قائم آن تحت همان بار از تغییر طول میل
 آلومینیومی بیشتر نباشد و در ضمن تنش مجاز میل فولادی از 24 ksi تجاوز نکند.



$$\Delta L = \frac{PL}{AE}, \quad P = 28 \times 10^3 \text{ lb}$$

$$\Delta L_{AB} = \frac{(-28 \times 10^3)(12)}{\frac{3.14(1.5)^2}{4} \times 10.1 \times 10^4} = \{-0.0172 \text{ in}\}$$

$$\Delta L_{BC} = \frac{(-28 \times 10^3)(18)}{\frac{3.14(2.25)^2}{4} \times 10.1 \times 10^4}$$

$$\Delta L_{BC} = 11.7 \times 10^{-5} \text{ in}$$

$$\Delta L_{\text{total}} = \Delta L_{AB} + \Delta L_{BC} \Rightarrow -0.0172 - 0.0117 = -0.0289 \text{ in}$$

$$\Delta L = \Delta L_{\text{steel}} \quad \Delta L = \frac{PL}{AE} \Rightarrow 0.0289 = \frac{(-28 \times 10^3) \times 30}{A \times 29 \times 10^4}$$

$$\rightarrow A = 979,102 \times 10^{-3} = \frac{\pi d^2}{4}$$

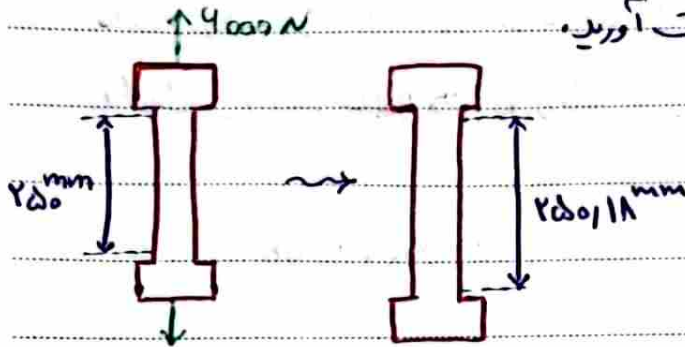
$$\rightarrow d^2 = 1247,13 \times 10^{-3} \rightarrow d = 35,131 \times 10^{-3}$$

$$\rightarrow d = 1,55 \text{ in}$$

$$\sigma_{\text{steel}} = \frac{P}{A} = \frac{28 \times 10^3}{979,102 \times 10^{-3}} = 0.028 \times 10^4 = 28 \times 10^3 \text{ psi} = 28 \text{ ksi}$$

چون $28 > 24$ نمی‌توان از این میل استفاده کرد یعنی تنش میل فولادی زیادتر از حد مجاز است

آبروی میلی آلومینیومی به قطر 12 mm دو نشان معیار به فاصله دقیق 250 mm از یکدیگر حک شده اند. با فرض آنکه در زمان اعمال بار محوری 4000 N بدون میل به فاصله معیار نشان حک می این معیار 250.11 mm شود و الاستیسیته را بدست آورید.



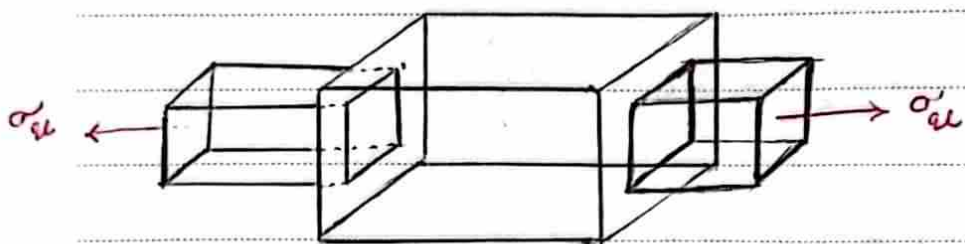
$$\Delta L = \frac{PL}{AE}$$

$$\Delta L = L_f - L_0 = 250.11 - 250 = 0.11\text{ mm}$$

$$0.11 \times 10^{-3} = \frac{+4000 (0.250\text{ m})}{\frac{311 \times (0.012\text{ m})^2}{4} \times E} = E = \frac{2E \times 250}{45214 \times 10^{-4} \times 0.11 \times 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4000}{11.18 \times 10^{-9}} \rightarrow E = 3.57 \times 10^9\text{ Pa} = \underline{\underline{3.57\text{ GPa}}}$$

قانون همبستگی



درجهت y و z منقبض شده است

درجهت x افزایش طول پیدا کرده است (در اثر σ_u)

نسبت پواسون ν کرنش (در راستای قائم) (ϵ_y) نسبت به کرنش در راستای طول را با ν نشان می‌دهند (مقدار $\nu = \frac{1}{2}$ یک عدد بی‌است)

اگر σ درجهت x وارد شود

$$\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\nu \rightarrow \epsilon_y = -\nu \epsilon_x \rightarrow \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} = -\nu \rightarrow \epsilon_z = -\nu \epsilon_x \rightarrow \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

اگر کرنش درجهت y وارد شود

$$\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} = -\nu \rightarrow \epsilon_x = -\nu \epsilon_y \rightarrow \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\frac{\epsilon_z}{\epsilon_y} = -\nu \rightarrow \epsilon_z = -\nu \epsilon_y \rightarrow \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

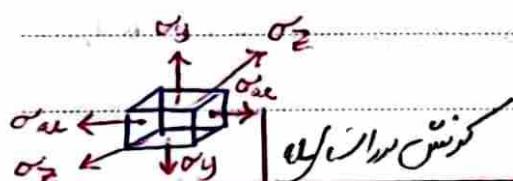
اگر σ در جهت z باشد:

$$\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\nu \rightarrow \epsilon_x = -\nu \epsilon_z \rightarrow \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\frac{\epsilon_y}{\epsilon_z} = -\nu \rightarrow \epsilon_y = -\nu \epsilon_z \rightarrow \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

نکته: اگر قطعه‌ای را در ناحیه الاستیک بکشیم متی افزایش طول دارد و فشار دهیم متی کاهش طول " " " " " "

اگر در هر یک جهت کرنش داشته باشیم:



کرنش در امتداد x

کرنش در امتداد y

کرنش در امتداد z

σ_x	$\frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_x}{E}$
σ_y	$-\nu \frac{\sigma_y}{E}$	$\frac{\sigma_y}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_y}{E}$
σ_z	$-\nu \frac{\sigma_z}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_z}{E}$	$\frac{\sigma_z}{E}$

نکته: در ناحیه پلاستیک حجم ثابت است و افزایش یا کاهش طول، عرض، ارتفاع

نمایم

قانون عمومی هooke

گرفتگی در جهت x می شود

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z] \Rightarrow$$

$$\rightarrow \epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)]$$

☆

گرفتگی در جهت y می شود

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = \frac{1}{E} [-\sigma_x + \sigma_y - \sigma_z] \Rightarrow$$

$$\rightarrow \epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)]$$

☆

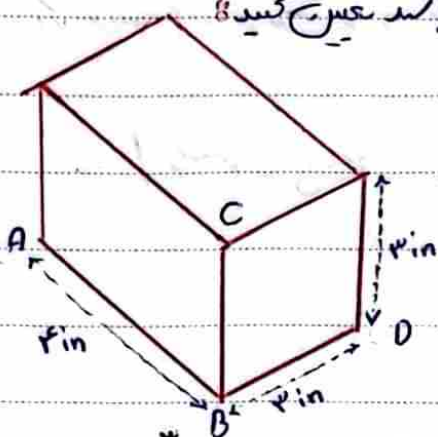
گرفتگی در جهت z می شود

$$\epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \Rightarrow \frac{1}{E} [-\sigma_x - \sigma_y + \sigma_z] \Rightarrow$$

$$\rightarrow \epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)]$$

☆

مسئله: تئامای سطوح قطعه فولادی نشان داده شده تحت تاثیر فشار یکنواخت قرار دارد با فرض آنکه تغییر طول لبی AB برابر 1.2×10^{-3} in باشد تعیین کنید:



(الف) تغییر طول در دو لبی دیگر

(ب) فشار P وارد بر سطح قطعه

($E = 29 \times 10^4$ psi و $\nu = 0.29$)

$$(\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -P)$$

$$\Delta L_{AB} = -1.2 \times 10^{-3} \text{ in}$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [-P - \nu(-P - P)] \Rightarrow$$

$$\Delta L_{BD} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{1}{E} [-P + 2\nu P] \Rightarrow \frac{-P}{E} [1 - 2\nu]$$

$$\Delta L_{BC} = ?$$

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \frac{-P}{E} [1 - 2\nu]$$

$$P = ?$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L_{AB}}{L_{AB}} \Rightarrow \epsilon_x = \frac{-1.2 \times 10^{-3}}{f \text{ in}} = -3 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon_y = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{\Delta L_{BC}}{L_{BC}} = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{\Delta L_{BC}}{2 \text{ in}} = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta L_{BC} = -6 \times 10^{-4}$$

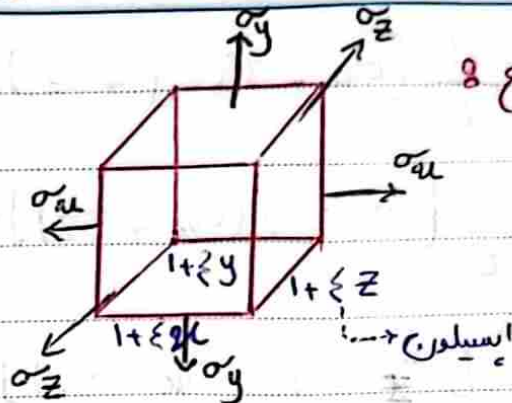
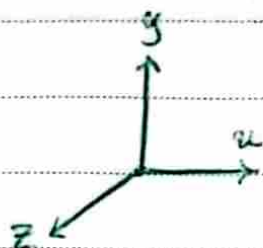
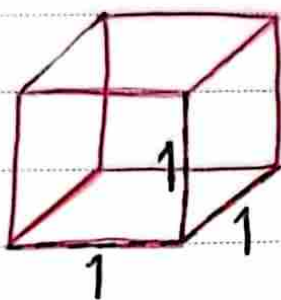
$$\epsilon_z = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{\Delta L_{BD}}{3 \text{ in}} = -3 \times 10^{-4} \Rightarrow \Delta L_{BD} = -9 \times 10^{-4}$$

(ب)

$$\epsilon_x = \frac{-P}{E} (1 - 2\nu) \Rightarrow -3 \times 10^{-4} = \frac{-P}{29 \times 10^4} (1 - (2 \times 0.29)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = 20700 \text{ psi} \Rightarrow P = 20.7 \text{ kpsi}$$

$$* ((1 \text{ kpsi} = 6.89 \text{ MPa}))$$



$$\epsilon_x = \frac{\Delta L_x}{L_x} \quad , \quad V_0 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

طول اولیه حجم اولیه

$$\bar{V}_f = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z) \approx (1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)(1 + \epsilon_z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1 + \epsilon_z + \epsilon_y + \underbrace{\epsilon_z \epsilon_y}_{\text{صفر}} + \epsilon_x + \underbrace{\epsilon_x \epsilon_y}_{\text{صفر}} + \underbrace{\epsilon_x \epsilon_z}_{\text{صفر}} + \underbrace{\epsilon_x \epsilon_y \epsilon_z}_{\text{صفر}})$$

((کرنش (ε) های الاستیک چون اعداد بسیار کوچکی هستند برای همین از ضرب آنها قوت نظر کنیم))

$$\Rightarrow \bar{V}_f = 1 + \epsilon_z + \epsilon_y + \epsilon_x$$

$$\Delta \bar{V} = \bar{V}_f - V_0 \Rightarrow (1 + \epsilon_z + \epsilon_y + \epsilon_x) - 1 \Rightarrow \Delta \bar{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

تغییر حجم در واحد حجم (یک عدد ثابت) و
آنرا با e نشان می دهیم

$$e = \frac{\Delta \bar{V}}{\bar{V}} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\varepsilon_u = \frac{1}{E} [\sigma_u - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_u + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_u + \sigma_y)]$$

$$e = \frac{\sigma_u}{E} - \frac{\nu(\sigma_y + \sigma_z)}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu(\sigma_u + \sigma_z)}{E} + \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu(\sigma_u + \sigma_y)}{E}$$

$$\Rightarrow e = \left(\frac{\sigma_u + \sigma_y + \sigma_z}{E} \right) - \frac{\nu}{E} (\sigma_u + \sigma_y + \sigma_z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = (\sigma_u + \sigma_y + \sigma_z) \left(\frac{1 - \nu}{E} \right)$$

فرمول اصلی اتساع
(فرمول نهایی مربوط به اتساع)

زمانی که جسم از هر جهت فشار دهیم و یا داخل آب بنوازیم داریم:

$$e = \left(\frac{1 - \nu}{E} \right) (\sigma_u + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$\sigma_u = -p$$

$$\sigma_y = -p$$

$$\sigma_z = -p$$

$$e = \frac{-3(1 - \nu)p}{E}$$

اگر از p منفی صرف نظر کنیم و کسرا
برعکس کنیم به e و در p جمع ما را می بینیم

$$k = \frac{E}{3(1 - \nu)}$$

$k > 0$ همیشه در مثبت

۷) زمانی که تنش σ هم اندازه هیدرواستاتیک بر جسم ما وارد شود از فرمول بالا استفاده می‌کنیم.

مودول حجمی را در فرمول اتساع وارد می‌کنیم.

$$k = \frac{E}{3(1-2\nu)} \Rightarrow E = k(3(1-2\nu))$$

$$e = \frac{-3(1-2\nu)p}{E} = e = \frac{-3(1-2\nu)p}{k(3(1-2\nu))} = \frac{-p}{+k} \rightarrow e = \frac{-p}{k} \quad (k)_{\circ}$$

در نتیجه $k > 0$: $k = \frac{E}{3(1-2\nu)} > 0 \Rightarrow 1-2\nu > 0 \Rightarrow 2\nu < 1 \Rightarrow \nu < \frac{1}{2}$

نتیجه گرفتیم ν کوچکتر از $\frac{1}{2}$ است، آیا ν می‌تواند منفی باشد؟

خیر ν باید ≥ 0 باشد پس $0 \leq \nu < \frac{1}{2}$

$\nu = 0$ می‌تواند باشد یعنی نیرو وارد نمی‌شود و جسم منقبض نمی‌شود و تغییری

در آن رخ $\nu \neq \frac{1}{2}$ باشد چون منفرجه را در فرمول منفی کند

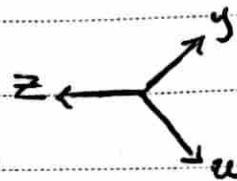
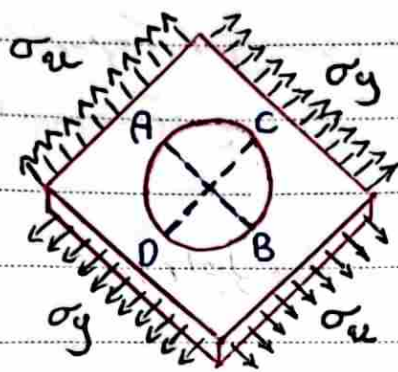
- اگر جسم را فقط در راستای x بکشیم و $\sigma_y = \sigma_z = 0$ باشد و $\sigma_x \neq 0$ باشد $E > 0$ و

$1-2\nu > 0$ ، یعنی وقتی جسم را در راستای x می‌کشیم حتماً افزایش حجم پیدا خواهد کرد.

مثال ۸: بر روی ورق (AL) بدون نشتی به ضخامت $(t = \frac{3}{4} \text{ in})$ ، دایره‌ای به قطر $(d = 9 \text{ in})$ حک شده است. نیروی σ دقیقاً به ورق وارد می‌شوند، تنش σ می‌تواند $(\sigma_u = 12 \text{ kpsi})$ در $(\sigma_z = 20 \text{ kpsi})$ را بوجود می‌آورند به ازای $(E = 10 \times 10^4 \text{ psi})$ در $(\nu = \frac{1}{4})$. تجزیه

(الف) طول قطعه AB؟ (ب) طول قطعه CB؟

(ج) ضخامت ورق؟ (د) حجم ورق؟



$$t = \frac{3}{8} \text{ in}$$

$$d = 9 \text{ in}$$

$$\sigma_u = 12 \text{ kpsi}$$

$$\sigma_y = 0 \text{ kpsi}$$

$$\sigma_z = 20 \text{ kpsi}$$

$$E = 10 \times 10^4$$

$$\nu = \frac{1}{3}$$

$$\text{(اف)} \text{ طول تقاطع } AB: \epsilon_u = \frac{1}{E} [\sigma_u - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10 \times 10^4} [12 \times 10^3 - \frac{1}{3} (0 + 20 \times 10^3)] \Rightarrow \epsilon_u = 0.1533 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_u = \frac{\Delta L_u}{L_0} \rightarrow \epsilon_{AB} = \frac{\Delta L_{AB}}{L_{AB}} \Rightarrow 0.1533 \times 10^{-3} = \frac{\Delta L_{AB}}{9 \text{ in}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta L_{AB} = \epsilon_{AB} \times 9 \text{ in}$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_u - \sigma_z)]$$

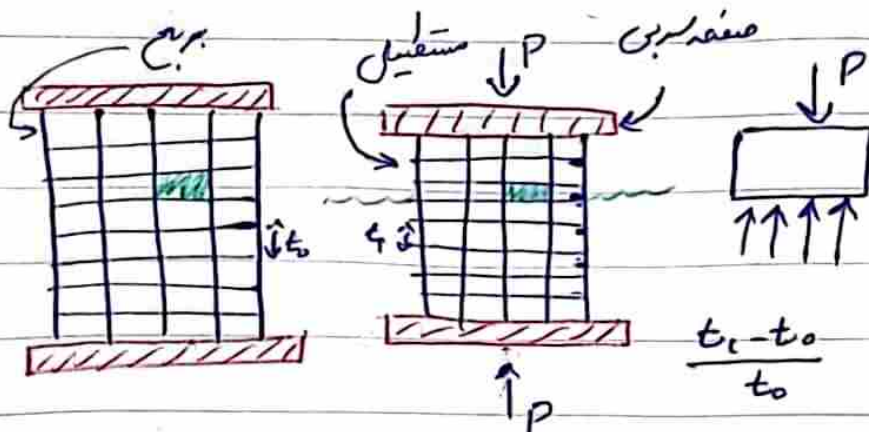
تغییرات طول در راستای y است پس از $\frac{\Delta t}{t_0}$ تغییرات بدست می آید « اگر σ_z را حساب کنیم تغییرات تغییرات بدست می آید »

« اگر σ_z را حساب کنیم، تغییرات مجموع در واحد مجموع می کنیم یعنی $\epsilon_u + \epsilon_y + \epsilon_z$ سپس از فرمول $e = \frac{\Delta V}{V_0}$ را حساب می کنیم » و برای تغییرات تغییرات

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y - \sigma_u)]$$

(۱۷، ۸) کشش و منقبضت مصالح
۱، ۲۹ انتقال میانگین

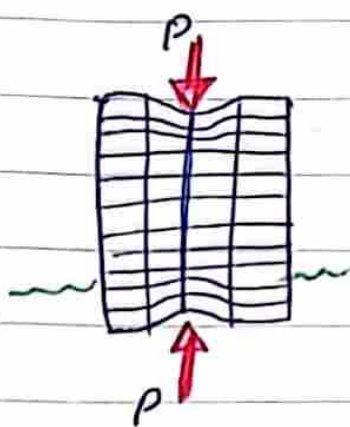
تمرکز تنش



$$\sigma = E \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

توزیع تنش در هر مقطع
یکنواخت است

اگر عدد از صغیر سببی استفاده کنیم و



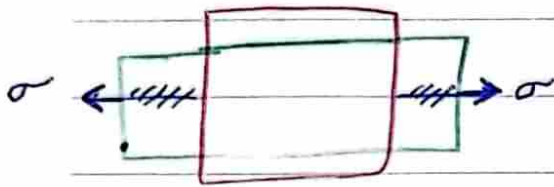
$$\sigma_{AVR} = \frac{P}{A}$$

تنش متوسط

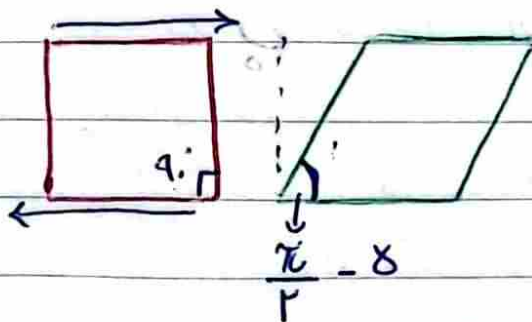
تنش متوسط در مرکز اعمال فشار بیشتر است
و در گوشه کم تنش متوسط کمند است
وقتی بار به صورت متمرکز وارد و بدون صفحات
سرب باشد نواحی اعمال بار تنش بیشتر و
در گوشه کم تنش کمند است
و اگر بزرگ از عرض جسم باشد توزیع تنش
تقریباً یکنواخت و یکنواخت است چون از محل
اعمال نیرو دورتر است
هر قدر به نواحی اطراف اعمال نیرو نزدیک شویم
انقباض بیشتر شود

۲۲.۲۲ بارش کشش مقاومت مصالح

کرنش برشی shear strain



تنش برشی $\tau = \frac{F}{A}$

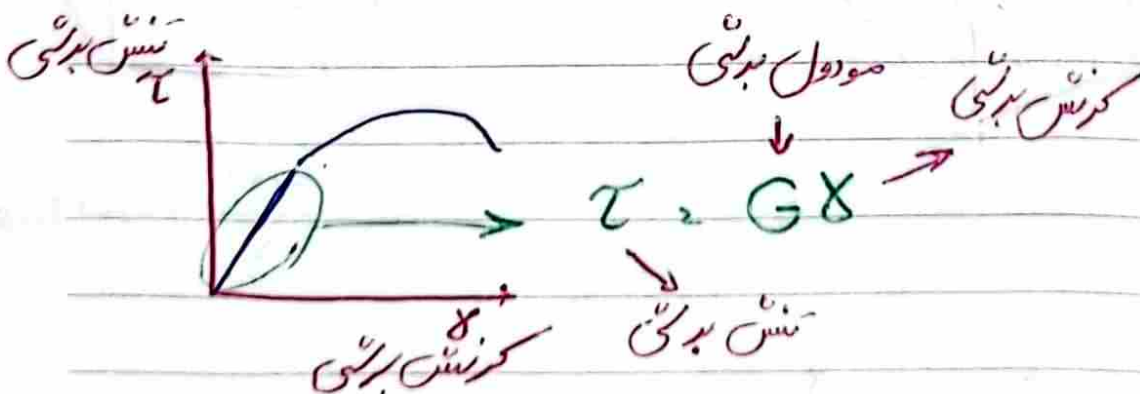


((مقدار delta برابر با کرنش برشی است))

در کرنش برشی جسم تغییر طول یا عرض ندارد بلکه در آنند ابعاد جسم کج می شود و مقدار تغییر زاویه همان کرنش برشی می شود و delta بر حسب رادیان است

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\gamma}$$

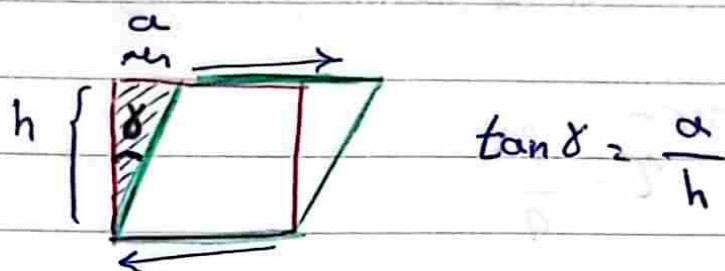
((به کمک آزمایش بیمنی می توان کرنش برشی ایجاد کرد))



مقاومت ماده در برابر تنش برشی خیلی بیشتر از مقاومت ماده در برابر تنش عمود است

* استقامت تسلیم در برشی نصف استقامت تسلیم در تنش عمود است

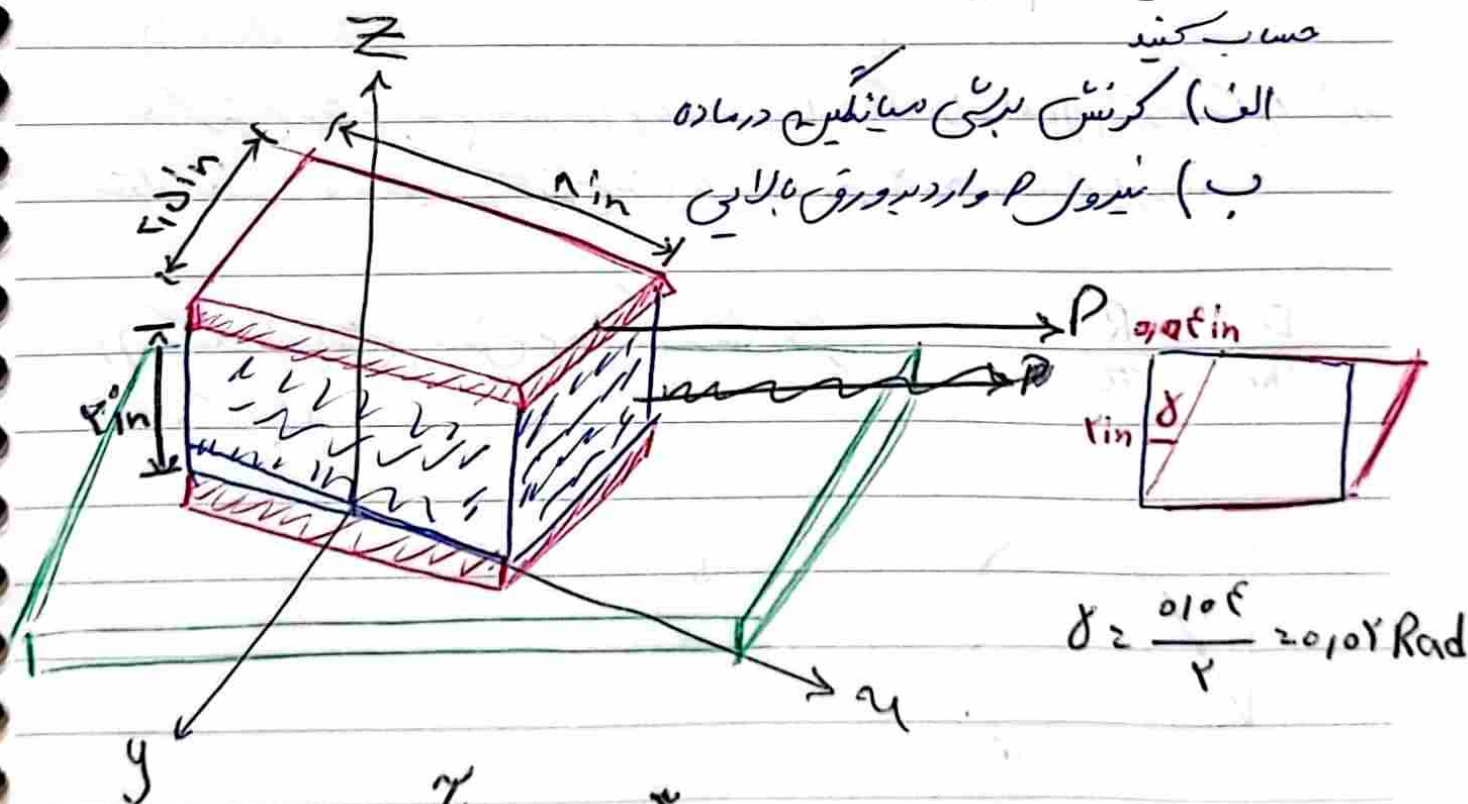
وقتی زاویه کوچک است مقدار رادیان زاویه برابر $\tan$ آن زاویه است
مثلا رادیان زاویه 1° برابر $\tan 1^\circ$ مساوی ۰۱۰۴



مثال: قطعه مکعبی مستطیل شکلی از موادای با $G = 90 \text{ ksi}$ به دو صفحه افقی
صلب چسبانده شده

صفحه پایینی ثابت و به صفحه بالایی نیرو افقی وارد می شود
با فرض اینکه ورق بالایی تحت اثر نیرو ۱۰۴ اینچ حرکت کند
حساب کنید

الف) کرنش برشی میانگین در ماده
ب) نیرو P وارد بر ورق بالایی



$$\tau = G \delta \Rightarrow \tau = 90 \times 10^3 \times 0.104$$

$$\tau = 1.18 \times 10^4 = 1.18 \text{ ksi}$$

$$\tau = \frac{P}{A} = 1.18 \times 10^4 = \frac{P}{1 \times 2 \text{ in}} \Rightarrow P = 34 \times 10^3 \text{ Lb}$$

مسئله: صلب فولاد در تکیه از دو قسمت تشکیل شده که ضخامت تکیه 10mm و پهنای آن 1m به ترتیب 40mm و 45mm است. این دو قسمت توسط یک پیچ گزیده 12.1mm به هم متصل شده اند. بیشترین بار محوری قابل اعمال به این صلب را تعیین کنید.
فرض کنید که تنش قائم مجاز 145MPa است.